

Determination of the Resetting Time to the Process Mean Shift by the Loss Function

Do-Kyung Lee[†]

School of Industrial Engineering, Kumoh National Institute of Technology

손실함수를 적용한 공정평균 이동에 대한 조정시기 결정

이 도 경[†]

금오공과대학교 산업공학부

Machines are physically or chemically degenerated by continuous usage. One of the results of this degeneration is the process mean shift. Under the process mean shift, production cost, failure cost and quality loss function cost are increasing continuously. Therefore a periodic preventive resetting the process is necessary. We suppose that the wear level is observable. In this case, process mean shift problem has similar characteristics to the maintenance policy model. In the previous studies, process mean shift problem has been studied in several fields such as 'Tool wear limit', 'Canning Process' and 'Quality Loss Function' separately or partially integrated form. This paper proposes an integrated cost model which involves production cost by the material, failure cost by the nonconforming items, quality loss function cost by the deviation between the quality characteristics from the target value and resetting the process cost. We expand this process mean shift problem a little more by dealing the process variance as a function, not a constant value. We suggested a multiplier function model to the process variance according to the analysis result with practical data. We adopted two-side specification to our model. The initial process mean is generally set somewhat above the lower specification. The objective function is total integrated costs per unit wear and independent variables are wear limit and initial setting process mean. The optimum is derived from numerical analysis because the integral form of the objective function is not possible. A numerical example is presented.

Keywords : Process Mean Shift, Quality Loss Function, Canning Process, Wear Limit

1. 서 론

제품의 최종 품질수준은 설계품질, 공정품질 그리고 제조품질에 의한 세 단계를 거치면서 결정된다. 완제품에 대한 검사방식으로 부적합품을 걸러낼 수는 있으나, 제품 품질수준 자체를 향상시킬 수는 없다. 이러한 견해에 의해 제조과정 중에 공정 변동에 대한 모니터링을 실

시하여 공정의 상태 및 경향을 파악하여 공정을 관리하고자 함이 통계적 공정관리이다.

연속되는 생산 진행으로 인해, 초기에 설정한 공정의 설정값(세팅 수준)의 변화는 가공공구를 포함한 생산 설비의 마모, 조임쇠의 풀림 등과 같은 기계적 특성이나 부식 및 점도 변화 등과 같은 화학적 변화에 의해 자연적이며 필연적으로 발생한다. 기계적 특성의 경우, 가공공정에서 제품의 특성 변화를 초래하는 형태로서 가공공구의 마모 현상, 휨 현상 그리고 공구지지대와 치구의 유격 발생에 의한 떨림 현상 등을 예로 들 수 있다. 이러한 현상들이 공정에 미치는 결과로서, 마모 현상과 휨 현상은

작업물에 대한 가공 목표점으로부터의 이탈(공정평균의 이동)을, 떨림 현상은 작업물에 대한 변동 증가를 초래하게 된다. 그러므로 일정한 기간의 경과나 일정 생산량에 도달한 경우, 이러한 공정평균 이동에 대해 설비를 보정하거나 보전해야만 공정평균 이동으로 인한 부적합품의 발생 확률을 사전에 낮출 수 있다. 이러한 자연적인 공정평균 이동 정도는 설비 종류나 정밀도 및 관리 정도 등에 따라 다르므로 일률적인 값이나 지수로 나타내기는 어렵다. 공정평균의 이동에 대해 대부분의 산업에서 인지하고 있으며, 식스시그마에서도 이를 반영하여 장기간에 걸친 공정능력 측정에 있어 공정평균의 이동에 대해 인정하고 있다. 식스시그마에서는 공정평균의 이동 정도를 1.5 σ 로 잡고 있으며, 이를 초과하는지 그렇지 않은지에 의해 4 block diagram을 통해 해당 공정의 시그마 수준을 판정하는 기준으로 활용한다.

마모에 의한 공정 평균에 대한 조정시기 결정 문제는 설비에 대한 보전정책과 유사한 분야이다. 설비 보전정책에서 교환수명은 공정평균 이동 분야에서의 초기 공정평균의 재조정 시기에 해당한다. 수명 교환정책의 전제조건 중 하나가 ‘고장률이 시간에 대하여 증가하는 함수일 것’이다. 이 조건은 공정평균 이동 문제에서는 ‘공정평균의 이동이 마모에 대해 증가하는 함수일 것’에 해당한다.

공정평균 이동 문제에 대한 기존 연구는 크게 두 가지 분야로 진행되어 왔다. 첫째는 설비 보전분야이다. 이 분야의 연구들은 계속적인 생산으로 인하여 공정평균의 이동이 적정수준을 초과하게 되면 많은 불량품이 생산되므로, 이로 인해 발생하는 실패비용을 줄이기 위해 공정평균의 이동량에 대해 적정 수준에서 공정을 재조정하는 예방보전이 필요하다는 것이다. 이 연구들에서의 결정 대상은 ‘언제 혹은 어느 정도 제품을 생산했을 때 설비 보전을 시행할 것인가?’이며, 이 때 두 가지 고려사항은 공정평균의 이동 증가로 발생하는 부적합품에 의한 실패비용과 보전비용이다. 두 번째는 일명 ‘Canning Process Problem’이라고 명명된 캔공정 문제이다. 이 분야의 연구들은 공정평균의 이동으로 인해 통조림에 많은 내용물이 들어가는 경우, 과다 투입으로 인한 재료비 손실이 발생하고, 이를 반영하여 초기 공정평균값을 낮게 설정한다면 부적합품의 발생하므로, 두 가지를 동시에 고려한 최소 비용의 초기 공정평균 설정값을 결정하는 분야이다. 이들 각 분야에서 공정평균의 이동 정도를 직접 측정할 수 있는지 그렇지 않고 생산한 제품을 통해 간접적으로 측정해야 하는지에 대한 기준과 측정에 의한 오차의 반영 여부나, 공정평균의 이동에 더해 산포의 변화에 대한 여러 가정 하에 연구들이 진행되어 왔다.

언급한 두 가지 분야와는 별도로 공정평균의 이동이나 공정의 산포에 의해 제품 규격에 있어 목표값과 제품의

실제값이 차이가 나는 경우, 비록 부적합품이 아니더라도 이 편차에 대해 사회적 손실로 간주하여 이를 비용으로 처리해야 한다는 연구와 주장이 품질손실함수(QLF : quality loss function) 개념이다. 다투찌가 강건설계에서 제기한 이 개념은 ‘적합품이란 설계 규격을 충족시킨다는 것’이지만, 규격이란 생산자가 설정한 기준이며 소비자 입장에서의 사용 적합성을 의미하지는 않기 때문이었다.

본 연구에서는 공정평균의 이동에 있어 투입 재료비의 증가 및 부적합품이 아니더라도 공정 목표치를 벗어난 부품에 대해 그 이탈 정도를 반영한 품질 손실함수비용을 동시에 반영한다.

보전 주기의 결정 방법으로는 Barlow와 Hunter[3]에 의하여 ‘Policy I’으로 명명된 수명교환정책(교환 이전에 중간 수리 개념 제외)을 적용한다. 즉, 생산으로 인해 마모가 진행되며, 마모수준이 한계점에 도달했을 때 공정평균을 초기 공정평균값으로 재설정하는 방식이다.

본 연구에서는 공정 평균 이동에 의해 발생하는 부적합품 증가, 품질특성치와 규격하한과의 편차로 인해 발생하는 초과 투입량의 증가 그리고 공정 목표값과 품질특성치의 차이로 발생하는 품질손실함수에 의한 세 가지 비용항목을 총손실비용함수에 포함시키고, 이 비용을 최소화하는 공정평균의 재조정 시기와 조정 시 초기 평균위치를 제공하는 모형을 제시하고자 한다.

총비용함수를 최소화하는 두 결정변수의 최적 수준은 생산의 진행에 따라 증가하는 세 가지 항목으로 구성된 품질비용과 공정평균 재조정 비용 간의 균형에 의해 결정된다.

2. 기존 연구

공정평균의 이동에 관한 보전정책 연구분야는 Manuele [15]가 가공공구의 마모로 인한 제품품질특성치의 선형이동(linear trend or shift)문제를 소개하며 처음으로 제기했다.

공정평균의 이동에 대한 초기 연구들은 마모수준에 대한 공구의 직접 측정이 불가능한 경우에 대해 수행되었다. 이 경우, Manuele는 가공 완료된 제품들의 특성치를 간접 측정하여 관리도를 이용하는 방법을 제시했다. 이 방법이 효율적이기 위해서는 규격공차가 공정표준편차 σ 에 비하여 여러 배수가 되어야만 했다. 가공공구의 초기위치 결정에 관하여 불량률에 AOQL 등과 같은 여러 형태의 제약을 지정하는 연구들[21]이 제시되어 왔다. Quesenberry[19]는 생산제품의 일정량마다 가공공구에 대해 마모수준만큼 조정하는 경우를 설정하고, 각 생산주기마다 조정해야 될 가공공구의 마모수준은 전 단계까지 가공한 제품의 품질특성치들을 기초로 회귀모델을 이용하여 예측했다.

직접적인 측정이나 혹은 기존의 자료분석을 통하여 마모수준을 알 수 있는 경우에 대한 연구들로는 다음과 같은 것들이 있다.

대부분의 보전 모형이 시간을 결정변수로서 사용했으나, Park[18]은 가공공구의 마모수준이 항상 관측 가능한 경우 시간에 의한 교환모형을 마모에 의한 교환모형으로 전환할 수 있음을 보였다. 본 연구에서도 결정변수는 시간이 아닌 마모수준이며, 마모수준의 관측이 가능함을 전제로 한다.

Kamat[9]은 연속적인 가공 즉, 시간의 경과에 따라 가공공구의 특성이 선형적으로 변화한다고 가정하고 가공공구에 의하여 가공되는 제품의 품질특성치의 평균은 가공공구의 변화량 정도만 이동하는 경우에 대하여 가공공구의 보전주기를 결정했다. Gibra[6]는 Kamat와 유사한 가정을 하고, 한쪽 규격만 주어진 경우에 대하여 단위 양품에 대한 전체비용을 최소화하는 최적 보전주기를 제품의 생산개수로 나타내었다. Sule과 Harmon[23]은 여러 부품으로 구성된 시스템에서 단위 부품들의 불량률 포함한 생산비용을 일반적인 함수로 표시한 후, 개별 부품의 보전비용과 시스템 전체의 보전비용 사이에서의 일체교환정책을 제시했다. Lee 등[12]은 생산량의 증가에 대한 공정평균의 변화가 상수가 아닌 정규분포를 따르는 경우에 대해 발표하였다. Arcelus 등[2]은 공정평균의 이동에 있어서 공정분산 또한 일정한 값이 아닌 단계적으로 알려진 상수로 변하는 모형을 제시하였다. Lee[11]는 공정분산이 상수가 아닌 연속적인 생산으로 인한 설비의 마모에 대한 함수로 설정하여 공정 조건에 대해 일반화 문제로 확장시켰다.

공정평균 이동에 대한 후속 연구들은 캔공정 문제로 이어졌다. 캔 공정 문제는 앞서 연구들의 마모에 의한 공정평균의 이동이 단순히 부적합률의 증가에 그치지 않고 제품에 투입하는 내용물의 증가를 야기하므로 이를 공정평균 재조정 시기 결정 모형에 반영해야 한다는 것이다.

캔공정 문제에서는 캔 외부의 표시무게 보다 캔에 내용물이 적게 들어가는 경우 발생하는 재작업이나 부적합품 처리비용과 같은 실패비용이 발생한다. 반면 표시무게에 비해 내용물이 캔에 더 들어가는 경우, 내용물의 재료비 상승이 발생한다. 그러므로 캔공정 문제는 상충하는 부적합품으로 인한 실패비용과 재료비 문제를 통합한 최소 비용 혹은 최대 이익을 구현하는 공정평균 재설정 문제이다. 초기 연구는 주로 공정규격을 충족하지 못하는 경우에 있어 비용처리 방법에 대해 수행되어 왔으며 대표적인 연구는 다음과 같다.

Springer[22]는 제품에 대한 양쪽 규격을 설정하고, 규격하한에 미달되는 제품과 규격상한을 초과하는 제품 즉, 부적합품에 대한 실패비용이 상하한에 따라 상이한 모델을

제시하고, 공정평균을 설정하는 연구를 수행했다. Hunter와 Kartha[8]는 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 할인 판매하는 모델을 제시하고, 판매에 의한 총 수익의 최대화에 대한 초기 공정평균 설정 문제를 다루었다. Golhar[7]는 통조림과 같이 표시 무게에 규격하한의 한쪽 규격만 주어진 경우, 규격하한을 넘는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격하한에 미달되는 제품에 대해서는 실패비용으로 처리하는 모델을 제시하고 단위 제품당 기대이익을 최대화 하는 공정평균을 결정하는 문제를 다루었다. 이후 연구들에서는 비용 발생 기준이 규격이 아니라, 설정 변경이 가능한 관리한계선 개념을 적용시켰다. Lee와 Bai[13]는 캔공정에서 공정평균이 선형 이동하는 경우, 기대 이익을 최대화 하는 초기 공정평균 설정 및 공정평균의 재설정시간을 결정했다.

공정평균 재조정에 관한 연구는 다구찌의 품질손실함수가 소개된 이후, 이를 반영하는 방향으로 이어졌다.

다구찌의 품질손실함수 이전에는 품질에 대해 ‘규격을 충족하는가? 충족하지 못하는가?’에 의해 제품을 단순히 부적합품과 적합품의 이원적으로 분류해 왔다. 그러나 품질손실함수에서는 제품의 주어진 사용 목적에 부합하지 않은 경우, 이에 의해 발생하는 비용을 생산자만이 아니라 소비자 및 사회 전체에 대한 손실로 간주한다. 즉, 제품의 목표값에 대해 규격이 아니라 그 목표값으로부터의 산포를 가능한 최소화해야 한다는 것이다. 그는 품질특성치를 망목특성, 망대특성 그리고 망소특성의 세 가지로 분류하고, 품질특성치가 y 이고 이 특성치의 설계상 목표값이 m 일 때, 손실함수를 $L(y) = k(y-m)^2$ 로 설정했다. 여기서 k 는 손실계수로서 품질특성치의 성격에 따른 비용상수이다. 다구찌의 손실함수가 흔히 ‘2차 손실함수’로 불리는 것은 제품 특성치의 실제값과 설계 목표값 간의 편차에 대해 그 비용을 제곱 형태로 나타냈기 때문이다.

기존에는 공정에 대한 평가가 부적합률, C_p , 그리고 C_{pk} 와 같은 공정능력지수였으나, 손실함수의 출현 이후, Bolyes[4]는 손실함수 개념을 반영하여 C_{pm+} 를 제안했다. 이후 기대손실 개념은 손실함수 자체에 대해 손실계수 k 에 대해 품질특성치의 구간별로 달리 설정하는 경우, 2차 함수의 계수를 목표값 m 을 기준으로 상방과 하방에 대해 달리 설정하는 경우, 2차 함수 이외의 함수로 설정한 경우 및 Mun과 Chung[16]과 같이 손실함수를 반영한 다변량에 대한 공정능력지수 등의 연구들로 이어졌다.

공정평균 이동 문제에서도 다구찌의 품질손실함수 개념을 도입한 연구들이 발표되었다.

Makis[14]와 Ahn과 Jang[1]은 공정평균이 선형적으로 변화하는 경우에 대해 손실함수를 적용한 초기 공정평균과 재설정시기를 결정하는 연구를 발표했다. Chen[5]은 비대

칭인 다구찌의 2차 손실함수를 이용하여 공정평균 결정 분야에서 최적 초기 공정평균을 결정하는 문제를 다루었다. 이 연구들에서는 공정분산에 대해서는 상수로 처리했었다. 그러나 서론에서 언급한 바와 같이 마모의 진행에 따라 평균과 함께 공정분산도 영향을 받는 것이 일반적이다. 이는 Pandit와 Wu[17]의 단축 자동 스크류 공작 기계에서 직경 드릴 가공한 제품의 직경에 대한 실제 측정 자료에서도 확인 할 수 있다. 이 외에도 Kim과 Chung[10]과 같이 기대손실 개념을 관리도에 도입하는 등의 많은 응용연구들이 있다.

기존 연구들에서는 공정평균의 이동으로 인해 발생하는 여러 비용항목들 즉, 부적합품에 의한 실패비용, 초과 투입되는 재료비, 목표값과의 편차로 인한 품질비용 및 공정평균 재조정 비용들에 대해 부분 조합적인 모형들을 발표했다. 본 연구에서는 이들 비용을 통합한 모델을 제안하고, 이 모형의 초기 공정평균 설정값과 마모 공정평균 재조정 주기 즉, 마모한계를 결정하도록 한다. 또한 공정분산을 상수가 아닌 매개 변수로 처리하여 제반 공정특성을 반영할 수 있도록 일반화했다.

3. 공정평균 이동에 의한 총비용 모형

공정평균의 이동은 제품의 생산량 증가에 의해 설비의 마모나 열화가 진행되기 때문이다. 마모와 공정평균의 이동 수준의 관계에 대해 분포를 가정한 연구도 있으나, 절삭공정에서 공구와 재료의 직접적인 접촉이나 마찰에 의한 공정평균의 이동 정도는 생산량 혹은 마모수준에 정비례하는 것이 일반적이다. 켄공정 문제 경우에서도 생산량의 증가에 비례하여 노즐 직경이 확대됨도 이와 동일한 성격을 갖는다.

그러므로 마모수준을 w 로 나타낼 때, 마모수준 w 에서 생산된 제품의 품질특성치 X_w 는 평균과 분산이 각기 $\mu(w)$ 와 $\sigma^2(w)$ 인 정규분포를 따른다. X_w 는 공정 산포에 의한 오차를 포함하여 다음과 같이 결정된다.

$$X_w = \mu(w) + \epsilon_w \tag{1}$$

$$\mu(w) = \mu_I + w \tag{2}$$

여기서 $\mu(w)$ 는 마모수준 w 에서의 X_w 의 공정평균이다. $\mu(w)$ 는 초기 공정평균의 설정값 μ_I 와 마모수준 w 의 합이다. 만일 최초 생산을 실시할 때, 초기 공정평균을 품질특성치의 목표값 m 으로 설정했다면, $\mu_I = m$ 이 되고, $X_w = m + \epsilon_w$ 이 된다. 즉, 제품의 품질특성치와 목표치와의 편차는 오차 ϵ_w 에 의해서만 발생한다. ϵ_w 는 마모수준 w 에서의 품질특

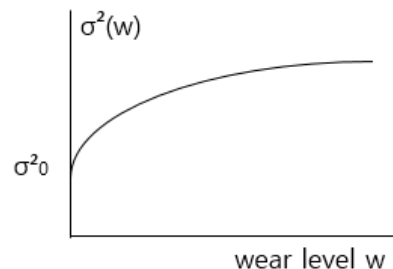
성치 X_w 의 오차이며, 이 오차의 산포가 공정분산 $\sigma^2(w)$ 다. 본 연구에서는 오차 ϵ_w 에 대해서 다음과 같이 설정한다.

$$\epsilon_w \sim N(0, \sigma^2(w)) \tag{3}$$

$$\sigma^2(w) = \sigma_0^2 + \alpha w^\beta, \text{ 단 } \alpha \geq 0, 0 \leq \beta \leq 1 \tag{4}$$

즉, 마모수준 w 에서의 오차는 상수가 아니라, 마모수준에 따른 함수로 확장하였다. 이 때, σ_0^2 은 모든 설비에 존재하는 초기 정밀도이며, α 는 척도모수, β 는 형상모수다. 이들 두 개의 모수들은 각기 대상 공정에 적용되는 고유한 상수다. 이와 같이 공정분산(엄격히 말하면 평균제곱오차 MSE)을 마모수준에 따른 함수로 처리함으로써, 대부분의 연구들에서 공정분산을 상수로 처리했던 모형을 일반화한 Lee[11]의 모형을 따른다. 위의 식 (4)에서 $\alpha \geq 0$ 의 조건은 마모수준 w 의 증가에 대해 공정 분산이 감소하지 않아야 하기 때문이다. $\alpha = 0$ 인 경우는 Gibra[6]와 Kamat[9] 등과 같이 마모수준과 무관하게 분산에 대한 상수 처리형태가 된다. 공정분산에 대한 함수로의 확장은 실무적 차원에서도 게이지 R&R 분석에서와 같이, 장비 사용량의 증가 혹은 시간의 경과에 대해 설비 안정성이 저하 즉, 공정의 산포가 커짐을 반영할 수 있다.

Pandit와 Wu[17]의 600개 측정자료를 사용하여 AM(2, 1) 모델(continuous second order auto-regressive first order moving average model)로 마모수준에 대한 공정분산을 유도한 결과, 마모수준 w 의 증가에 대해 공정분산 $\sigma^2(w)$ 이 증가했으며, 그 증가 형태는 <Figure 1>과 같다. 자료에 대한 공정분산 유도에 AM(2, 1) 모델을 적용한 것은 전체 마모구간에 대한 분산을 구하는 것이 아니라, 마모수준의 증가에 따른 직전 품질특성치와의 차이에 대한 산포를 산정해야 하기 때문이다.



<Figure 1> $\sigma^2(w)$ with wear Level w

<Figure 1>에서 $\sigma^2(w)$ 는 마모수준 w 에 대해 concave한 증가 형태를 보인다. 이러한 증가함수를 표현하기 위해 일반적으로 로그함수모형과 승수함수모형이 사용된다. 로그함수모형은 독립변수 구간 0에서 1사이에서 중속변

수가 음의 값을 취한다. 본 연구에서와 같이 종속변수가 분산인 경우 음의 값은 존재할 수 없으므로, 로그함수모형이 아닌 승수모형함수를 적용한다. 승수모형에서 종속변수가 concave한 증가 형태를 가지기 위해서는 승수에 해당하는 형상모수 β 에 대해 $0 \leq \beta \leq 1$ 의 제약이 필요하다. $\beta=1$ 의 경우는 공정분산이 마모수준 w 에 대한 선형증가형태에 해당한다.

공정평균 이동에 의해 발생하는 품질비용은 세 가지 항목으로 구성된다. 첫째, 제품이 규격을 벗어난 경우 이에 대한 재가공이나 불량 처리에 의한 실패비용. 둘째, 공정평균 이동에 의한 재료비 증가 그리고 마지막으로 공정 목표값 m 과의 편차에 의한 품질손실비용이 그 것이다.

먼저 재가공이나 불량 처리에 의한 실패비용에 대한 모형은 다음과 같다. 초기 공정평균의 설정값이 μ_I 일 때, 임의의 마모수준 w 에서의 제품부적합률 $P(w, \mu_I)$ 는 상한규격 S_U 및 하한규격 S_L 을 벗어난 비율의 합으로 구성된다. 마모수준 w 에서의 제품특성치 X_w 의 제품부적합률 $P(w, \mu_I)$ 는 아래 식과 같다.

$$P(w, \mu_I) = 1 - \Pr(S_L \leq X_w \leq S_U) \tag{5}$$

$$= 1 - \int_{S_L}^{S_U} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{\{X_w - (\mu_I + w)\}^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w$$

마모로 인한 공정평균 재설정 시점의 마모 한계를 w_I 로 나타낼 때, 마모수준 w 의 제품 생산 시작점에서 $[0 \sim w_I]$ 구간에서의 제품부적합률 기대값 $E[P(w, \mu_I)]$ 는 식 (6)과 같다.

$$E[P(w, \mu_I)] = 1 - \frac{1}{w_I} \int_0^{w_I} P(w, \mu_I) dw \tag{6}$$

단위 마모당 A 개의 제품을 생산할 때, $[0 \sim w_I]$ 구간 동안 생산한 Aw_I 개의 제품 중에서 부적합품으로 인해 발생하는 실패비용 $C_d(w, \mu_I)$ 는 식 (7)과 같다. 식 (7)의 D 는 단위 부적합품당 처리에 들어가는 실패비용이다.

$$C_d(w, \mu_I) = Aw_I D E[P(w, \mu_I)] \tag{7}$$

$$= Aw_I D - \int_0^{w_I} \int_{S_L}^{S_U} \frac{AD}{\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{\{X_w - (\mu_I + w)\}^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w dw$$

두 번째 비용항목은 재료비 항목으로서 제품의 부적합

여부에 무관하게 발생한다. 가공된 제품에 투입한 재료량이 X_w 로서 품질특성치이며, 이 값이 규격하한이나 상한을 초과하는 경우 부적합품이 되어 실패비용이 추가된다.

초기 공정평균의 설정값이 μ_I 일 때, 임의의 마모수준 w 에서의 특성치 X_w 는 확률변수이므로 제품 하나당 투입량의 기댓값 $E(X_w)$ 는 식 (8)과 같다.

$$E(X_w) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X_w}{\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{\{X_w - (\mu_I + w)\}^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w \tag{8}$$

$$= (\mu_I + w)$$

투입 내용물의 단위당 비용이 B 일 때, 개별 제품에 대한 재료비 기대값은 $BE(X_w)$ 이다. 초기 평균 설정값이 μ_I 일 때, 마모한계 $[0 \sim w_I]$ 구간 동안 생산한 전체 Aw_I 개의 제품에 들어가는 총재료비 $C_f(w, \mu_I)$ 는 식 (9)와 같다.

$$C_f(w, \mu_I) = A \int_0^{w_I} B(\mu_I + w) dw \tag{9}$$

$$= AB(\mu_I w_I + w_I^2/2)$$

품질과 관련한 마지막 비용 항목인 품질손실비용은 특성치와 공정 목표값 m 과의 편차로 인해 발생하는 비용이다. 손실비용함수에 대해서는 목표값 초과나 미달에 대해 상이한 비용항목을 설정하거나 손실함수에 대해 2차가 아닌 함수를 제시한 논문들이 있으나, 본 연구의 목적이 손실함수 자체에 대한 것이 아니므로, 본 연구에서는 다구짜가 제시한 2차 함수를 적용한다.

마모수준 w 에서의 품질특성치가 X_w 일 때, 개별제품에 대한 손실함수비용은 식 (10)과 같다. 식의 k 는 손실계수로서 품질특성치의 성격에 따른 비용상수이다.

$$L(X_w) = k(X_w - m)^2 \tag{10}$$

임의의 마모수준 w 에서의 품질손실함수 $L(X_w)$ 의 기대치 $E[L(X_w)]$ 는 규격 상한과 규격 하한의 구간 사이의 적합품에 한해서 발생하며, 규격을 충족하지 못하는 부적합품은 일괄적으로 실패비용 D 로 처리된다. $E[L(X_w)]$ 를 식 (11)에 나타내었다.

$$E[L(X_w)] = \int_{S_L}^{S_U} k(X_w - m)^2 f(X_w) dX_w \tag{11}$$

[0~ w_l] 구간 동안 생산한 Aw_l 개의 제품에서 발생하는 전체 품질손실비용 $C_q(w_l, \mu_I)$ 는 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} C_q(w_l, \mu_I) &= A \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} k(X_w - m)^2 f(X_w) dX_w dw \quad (12) \\ &= \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} \frac{kA(X_w - m)^2}{\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \\ &\quad \exp\left[-\frac{\{X_w - (\mu_I + w)\}^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w dw \end{aligned}$$

전체 총비용 $TC(w_l, \mu_I)$ 는 식 (7), 식 (9), 식 (12)의 세 가지 비용과 공정평균 재설정 비용 G 의 합으로 구성된다. 공정평균 재설정 비용 G 는 마모수준과 무관한 상수이다.

$$TC(w_l, \mu_I) = C_d(w_l, \mu_I) + C_f(w_l, \mu_I) + C_q(w_l, \mu_I) + G \quad (13)$$

총비용 함수 $TC(w_l, \mu_I)$ 는 이익함수가 아닌 비용함수이므로, 비용모형의 목적식을 단위 마모당 총비용 $TC(w_l, \mu_I)/w_l$ 으로 설정하며, 결정 변수는 목적식을 최소화하는 최적 초기 공정평균 설정값 μ_I 와 마모 한계 w_l 이다.

$$\begin{aligned} \frac{TC(w_l, \mu_I)}{w_l} &= AD - \frac{1}{w_l} \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} ADF(X_w) dX_w dw \quad (14) \\ &\quad + AB\left(\mu_I + \frac{w_l}{2}\right) + \frac{G}{w_l} \\ &\quad + \frac{1}{w_l} \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} kA(X_w - m)^2 f(X_w) dX_w dw \\ &= AD + \frac{G}{w_l} + AB\left(\mu_I + \frac{w_l}{2}\right) \\ &\quad + \frac{A}{w_l} \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} \{k(X_w - m)^2 - D\} f(X_w) dX_w dw \\ &= AD + \frac{G}{w_l} + AB\left(\mu_I + \frac{w_l}{2}\right) \\ &\quad + \frac{A}{w_l} \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} \frac{k(X_w - m)^2 - D}{\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \\ &\quad \exp\left[-\frac{\{X_w - (\mu_I + w)\}^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w dw \end{aligned}$$

Minimize $TC(w_l, \mu_I)/w_l$

for w_l, μ_I 단, $w_l \geq 0, S_L \leq \mu_I \leq m$

목적식 $TC(w_l, \mu_I)/w_l$ 가 w_l 와 μ_I 에 대해 유일한 최소해가 존재함을 증명하기 위해서는 Hessian 행렬을 사용해 목적함수가 w_l 와 μ_I 에 대한 양정치임을 보여야 하지만, 목적함수가 적분 불가능한 정규분포함수를 포함하는 이중적분의 형태이므로 수리적 증명은 불가능하다. 목적함수의 이런 특성 때문에 상한과 하한 규격 중에서 한쪽 규격만 설정한 다른 연구들[7]에서조차 목적함수에 대해 해석적으로 단봉함수(unimodal function)임을 제시하고 있다. 그러나 본 연구의 경우, 제품이 규격 상하한을 경계로 이를 벗어나는 시점에서, 손실함수는 품질손실비용이 '0'으로 처리되며 대신 부적합품으로 인한 실패비용 D 가 발생한다. 그러므로 목적식은 계단함수의 성격을 지니며 완전한 단봉함수로 정의할 수 없다.

본 연구의 목적 함수를 구성하는 항목들의 성격은 다음과 같다. 공정평균 재조정에 의한 보전비용은 마모한계 w_l 에 대해 동일한 비용이므로 w_l 가 증가할수록 단위 마모당 보전비용은 단조 감소 함수이다. 품질 손실비용은 $[S_L \leq X_w \leq S_U]$ 구간 안에서만 발생하는 비용이며, 제품의 목표값 m 을 기준으로 마모의 진행에 대해 감소하다가 증가하는 2차함수다. 투입량은 식 (9)에서와 같이 마모에 대한 2차 함수이므로 단위 마모당 투입량은 마모수준에 대한 단조 증가 선형함수다. 초기 공정평균 μ_I 의 위치를 규격화한 이상으로 설정한 상태에서 마모의 진행에 따라 공정평균($\mu_I + w$)는 목표값 m 으로 근접한다. 이 구간 동안의 부적합률은 감소하며, 이 후 구간부터는 점차 증가하다가 상한규격을 벗어나는 시점에서는 고정비용으로 처리된다. 다음 장에서 예제를 통해 목적식의 모양과 목적식에 대한 최적 w_l 와 μ_I 를 제시한다.

4. 수치 예제

본 연구에서 제안한 공정평균 이동으로 야기될 수 있는 재료비의 증가, 부적합품의 증가, 그리고 품질손실비용의 증가를 통합한 총비용 모형에 대해 수치 예제를 제시하고, 해당 예제에 있어 최소값을 산정한다. 그리고 목적식의 최적값에서의 두 결정변수인 마모한계 즉, 공정평균의 재조정 시기 w_l 과 이 때의 초기 공정평균에 대한 재설정값 μ_I 를 제시한다.

수치예제가 유의미한 영역 안에서 최적해를 보이기 위해서는 목적식을 구성하는 비용항목들에 포함된 여러 매개변수들에 대해 상대적인 값들을 설정해야 한다. 공정평균 이동으로 인한 재료비의 상승 영향을 알아보기 쉽게 하기 위해서는 단위당 재료비 B 를 상대적으로 높게 설정해야 한다. 품질손실함수의 영향을 파악하기 위해서는 손실계수 k 를 다른 계수들에 비해 크게 설정해야 하는 등이다.

본 연구에는 여러 비용 항목들이 포함되어 있으므로, 이러한 상황을 고려하여 예제를 설정하였다.

제품의 하한규격 $S_L = 2,970$ 그램, 상한규격 $S_U = 3,030$ 그램, 공정 목표값은 규격의 중앙값인 $m = 3,000$ 그램이며, 공정평균의 재설정비용 G 는 1회당 200,000원이다. 단위 마모당 생산수는 물리적 단위를 얼마로 하는가에 따라 자동적으로 비례하여 증감하므로 예제의 명료성을 보이기 위해 $A = 1$ 개로 정했으며, 손실함수의 손실계수 $k = 10$ 으로 설정하였다. 개별 부적합품에 의한 실패비용 $D = 30,000$ 원이며, 그램당 재료비 $B = 30$ 원이다. 공정분산 함수와 관련한 매개 변수들의 값은 규격 대비 관리한계선을 고려하여 공정 표준편차 $\sigma_0 = 7$, $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.3$ 으로 설정하였다.

<Table 1> $TC(w_i, \mu_I)/w_i$ for μ_I, w_i

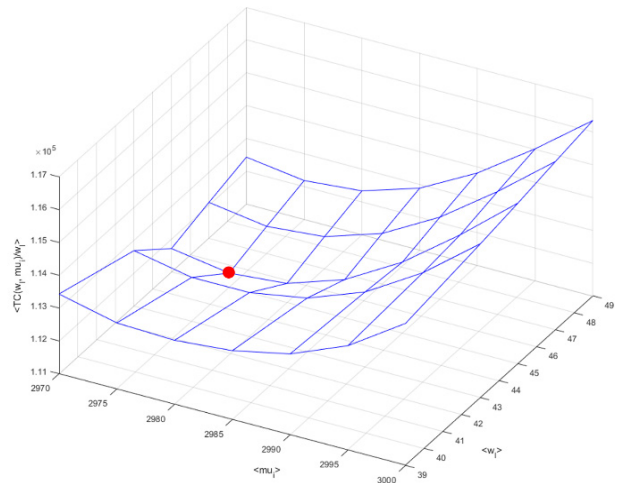
$\mu_I \backslash w_i$	39	43	45	47	49
2970	113429.9	112684.2	111714.0	112087.0	112432.0
2975	113014.3	112333.6	111430.9	111822.4	112184.3
2980	112950.2	112336.8	111582.2	111973.6	112335.5
2985	113101.3	112635.9	112166.0	112539.0	112883.9
2990	113466.9	113286.4	113164.5	113501.3	113813.1
2995	114182.3	114336.6	114461.0	114749.0	115016.0
3000	115329.4	115690.6	115895.6	116129.0	116345.7

결정 변수인 초기 공정평균 설정값 μ_I 는 이론적 탐색 구간이라 할 수 있는 규격하한 2,970그램부터 공정 목표값 3,000그램 사이 구간을 대상 범위로 잡았다. 이는 초기 공정평균 설정 시작점인 2,970그램이 규격하한에 해당하며, 이 경우 부적합률이 50%이므로 마모에 의한 공정평균의 상향 이동을 고려하면, 그 이하의 값은 의미가 없기 때문이다. 또한 종료점을 3,000그램으로 설정한 이유는 마모에 따른 공정평균의 이동으로 인한 부적합률과 재료비의 상승을 고려하여 공정 목표값 3,000그램 보다 낮게 초기 공정평균을 설정해야 함에 있기 때문이다.

예제에 대한 계산은 MATLAB을 이용하였으며, 두 결정 변수 μ_I 와 w_i 에 대한 목적식의 결과를 <Table 1>에 나타내었다. 그리고 이에 대한 개략적 모습을 그래프를 <Figure 2>에 나타내었다.

두 결정 변수에 대한 최적해는 $\mu_I = 2,975$ 그램과 $w_i = 45$ 이며, 이때 총비용함수는 111,430.9로 최소값이다.

예상대로 최적 공정평균의 초기 설정값 μ_I 는 규격하한인 2,970그램과 공정 목표값 3,000그램 사이에 존재함을 확인할 수 있었다. 마모수준의 최적 마모한계 w_i 에 대해서는 최적해가 존재하는 부분영역에 대한 계산 결과만 발췌하여 제시하였다. <Figure 2>를 통해 목적식이 w_i 에 대해



<Figure 2> $TC(w_i, \mu_I)/w_i$ for μ_I, w_i

완전한 convex 함수가 아님을 확인할 수 있었으며, 이는 앞서 언급한 것처럼 목적함수가 여러 비용함수 그 중에서도 특히 계단함수를 포함하고 있기 때문이다.

5. 결론

본 연구에서는 공정평균의 이동 문제에 대해 기존 연구들에서 개별 분야로 접근해 온 모형들을 통합하여 실제 공정에 보다 근접한 모형을 제시하였다. 제시한 모형에서 결정변수는 단위 마모당 총비용을 최소화 하는 초기 공정평균 설정값과 공정 조정이 필요한 마모한계이며, 수치예제를 통해 최적해를 제시하고, 이를 통해 본 연구에서 제시한 모형의 전반적인 특성을 파악할 수 있었다. 추후 손실함수를 2차 형식이 아닌 형태로 변형하거나, 공정 목표값 m 을 기준으로 손실함수를 달리 설정하는 등의 기존 연구들의 응용 형태를 본 연구에도 적용할 수 있을 것이다. 특히, 단위 마모당 생산 제품수에 대해 분포함수를 적용하여 보다 더 일반화된 모형이 이어질 수 있을 것으로 생각한다.

Acknowledgement

This study was supported by the research fund of Kumoh National Institute of Technology.

References

[1] Ahn G.H. and Jang J.S., Determination of Starting Value and the Resetting Time for a Production Process with Linear Shift in a Process Mean, *Journal of the Korean*

- Society for Quality Management*, 1998, Vol. 26, No. 4, pp. 51-64.
- [2] Arcelus, F.J., Banerjee, P.K., and Chandra, R., Optimal Production Run for a Normally Distributed Quality Characteristics Exhibiting Non-Negative Shifts in Process Mean and Variance, *IIE Transactions*, 1982, Vol. 14, No. 2, pp. 90-98.
- [3] Barlow, R.E. and Hunter, L.C., Optimum Preventive Maintenance Policies, *Operations Research*, 1960, Vol. 8, No. 1, pp. 90-100.
- [4] Boyles, R.A., The Taguchi Capability Index, *Journal of Quality Technology*, 1991, Vol. 23, No. 1, pp. 17-26.
- [5] Chen, C.H., Determining the optimum process mean based on Asymmetric Quality Loss Function and Rectifying Inspection Plan, *IEEE : Industrial Engineering Management Conference*, 2004, pp. 1080-1084.
- [6] Gibra, I.N., Optimal Control Processes Subject to Linear Trends, *The Journal of Industrial Engineering*, 1967, Vol. 18, pp. 35-41.
- [7] Golhar, D.Y., Determination of the Best Mean Contents for a Canning problem, *Journal of Quality Technology*, 1987, Vol. 19, pp. 82-84.
- [8] Hunter, W.G. and Kartha, C.D., Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process, *Journal of Quality Technology*, 1977, Vol. 9, pp. 176-180.
- [9] Kamat, S.J., A Smoothed Bayes Control of a Variable Quality Characteristic with Linear Shift, *Journal of Quality Technology*, 1976, Vol. 8, pp. 98-104.
- [10] Kim, D.H. and Chung, Y.B., A Development of Expected Loss Control Chart Using Reflected Normal Loss Function, *Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2016, Vol. 39, No. 2, pp. 91-98.
- [11] Lee, D.K., Determination of Wear Limit and the Initial Setting Position of Tool for a Machining Process, *Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 1994, Vol. 17, pp. 91-98.
- [12] Lee, J.H., Park, T.H., Kwon, H.M., Hong, S.H., and Lee, M.K., Optimum target values for manufacturing processes when drifting rate in the process mean is normally distributed, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, 2010, Vol. 38, No. 4, pp. 98-104.
- [13] Lee, M.K. and Bai, D.S., Determination of the Optimal Target Values for a Canning Process with Linear Shift in the Mean, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, 1994, Vol. 20, No. 1, pp. 3-13.
- [14] Makis, V., Optimal tool replacement with asymmetric quadratic loss, *IIE Transaction*, 1996, Vol. 28, No. 6, pp. 463-466.
- [15] Manuele, J., Control Chart for Determining Tool Wear, *Industrial Quality Control*, 1945, Vol. 1, pp. 7-10.
- [16] Mun, H.J. and Chung, Y.B., A Study on Multivariate Process Capability Index using Quality Loss Function, *Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2001, Vol. 25, No. 2, pp.1-10.
- [17] Pandit, S.M. and Wu, S.M., Time Series and System Analysis with Applications, John Wiley & Sons, 1983, pp. 307, 490-491.
- [18] Park, K.S., Optimal Wear-Limit Replacement with Wear Dependent Failures, *IEEE Transactions on Reliability*, 1988, Vol. 37, No. 3, pp. 293-294.
- [19] Quesenberry, C.P., A SPG Approach to Compensating a Tool-Wear Process, *Journal of Quality Technology*, 1988, Vol. 20, No. 4, pp. 220-229.
- [20] Rahim, M.A. and Tuffaha F., Integrated Model for Determining the Optimal Initial Settings of the Process Mean and the Optimal Production Run Assuming Quadratic Loss Functions, *International Journal of Production Research*, 2004, Vol. 42, No. 16, pp. 3281-3300.
- [21] Schneider, H., Colm O'Connell, and Tang, K., Optimal Production Process Subject to AOQL Constraint, *Naval Research Logistics Quarterly*, 1988, Vol. 35, No. 3, pp. 383-396.
- [22] Springer, C.H., A Method for Determining the Most Economic Position of a Process Mean, *Industrial Quality Control*, 1951, Vol. 8, pp. 36-39.
- [23] Sule, D.R. and Harmon, B., Determination of Coordinated Maintenance Scheduling Frequencies for a Group of Machines, *AIEE Transactions*, 1979, Vol. 11, No. 1, pp. 540-548.

ORCID

Do-Kyung Lee | <http://orcid.org/0000-0003-3255-0261>