

Development of Expected Loss Capability Index Using Reflected Normal Loss Function

Dong-Jin Chun · Young-Bae Chung[†]

Department of Industrial Management Engineering, Incheon National University

역정규 손실함수를 이용한 기대손실 능력지수의 개발

전동진 · 정영배[†]

인천대학교 산업경영공학과

Process quality control, which prevents problems and risks that may occur in products and processes, has been recognized as an important issue, and SPC techniques have been used for this purpose. Process Capability Index (PCI) is useful Statistical Process Control (SPC) tool that is measure of process diagnostic and assessment tools widely use in industrial field. It has advantage of easy to calculate and easy to use in the field. C_p and C_{pk} are traditional PCIs. These traditional C_p and C_{pk} were used only as a measure of process capability, taking into account the quality variance or the bias of the process mean. These are not given information about the characteristic value does not match the target value of the process and this has the disadvantage that it is difficult to assess the economic losses that may arise in the enterprise. Studies of this process capability index by many scholars actively for supplement of its disadvantage. These studies to evaluate the capability of situation of various field has presented a new process capability index. C_{pm} is considers both the process variation and the process deviation from target value. And C_{pm}^+ is considers economic loss for the process deviation from target value. In this paper we developed an improved Expected Loss Capability Index using Reflected Normal Loss Function of Spring. This has the advantage that it is easy to realistically reflect the loss when the specification is asymmetric around the target value. And check the correlation between existing traditional process capability index (C_{pk}) and new one. Finally, we propose the criteria for classification about developed process capability index.

Keywords : Expected Loss, Economic Loss, Process Capability, Target Value

1. 서론

경쟁력을 가진 기업이 되기 위해서는 고객측면에서 고객의 다양한 요구를 만족시킬 수 있는 품질의 제품을 효과적(Effective)으로 생산해야 한다. 또한 동시에 제품이 완전하지 못함으로써 발생하는 낭비, 비용, 잠재적 손해

등의 손실(Loss)을 최소화하여 최소의 입력(Input)으로 최대의 출력(Output)을 창출할 수 있는 기업측면에서 경제적인 품질의 제품을 생산하는 것이 경쟁사들에 비하여 전략적 우위를 점할 수 있는 핵심 역량이 되었다.

품질의 향상이 기업 경쟁력 강화의 중요한 요소로 인식되고 있는 상황에서 기업은 고객의 요구와 기업 이해관계자들의 요구사항들을 동시에 충족시킬 수 있는 품질의 제품을 생산해야 할 필요가 있다. 이를 위해서 개발단계에서 제품과 공정에서 발생할 수 있는 문제점들을 미리 예측(Prediction)하여 신제품에 반영하는 사전 품질관

Received 12 January 2017; Finally Revised 22 February 2017;
Accepted 23 February 2017

[†] Corresponding Author : ybchung@incheon.ac.kr

리가 근래에 중요시 되고 있으나, 제조 공정에서 발생될 수 있는 제품과 공정의 문제점들을 예방(Prevention)하는 공정품질 관리 또한 중요한 문제로 인식되고 있다.

통계적 공정관리(Statistical Process Control)의 기법 가운데 공정의 질적인 생산능력을 평가하는 척도로서 가장 보편적으로 통용되고 있는 것이 공정능력지수(Process Capability Index)이다. 이는 계산이 용이하고 현장에서 사용하기 간편하다는 장점으로 인해 공정의 진단 및 평가의 척도로서 과거부터 널리 이용되고 있는 도구이다[5]. 이러한 공정능력지수에 관한 연구는 많은 학자들에 의해 활발히 이루어지고 있으며, 대부분의 연구는 공정능력을 평가하는 다양한 현장의 상황에 맞는 새로운 공정능력지수들을 제시하고 이를 현장에 적용시키면서 발전해 왔다[4].

전통적인 공정능력지수 C_p 와 C_{pk} 는 단지 품질의 산포나 공정평균의 치우침을 고려하여 공정능력을 평가하는 척도로 광범위하게 활용되어 왔다. 그러나 이는 품질 특성치가 목표치와 얼마나 일치하고 있는지에 대한 정보를 주지 못한다는 것과 이로 인하여 기업에 발생할 수 있는 경제적 손실에 대한 평가가 어렵다는 단점을 가지고 있다.

이러한 단점을 보완하기 위해 품질 특성치가 목표치로부터 가지는 편의(bias)를 고려한 공정능력지수로 Chan et al.[2]은 C_{pm} 을 제시하였고, Bolyes[1]는 목표치로부터 품질특성치에 대한 변동으로 Taguchi의 2차 손실함수를 적용한 기대손실을 이용하여 C_{pm}^+ 를 제안하였다. 또한 Kim [10]은 Taguchi 2차 손실함수를 이용하여 공정에서 발생할 수 있는 최대기대손실과 공정 평균기대손실의 비율로써 공정관리 능력을 평가하고자 하는 기대손실 능력지수 (E_c : Expected Loss Capability Index)를 개발하였다. 그러나 Taguchi의 2차 손실함수는 목표치로부터 품질특성치의 편차가 증가함에 따라 발생하는 손실이 일정하게 증가하는 2차 함수를 적용하고 있다는 점에서 품질 변동에 따른 경제적 손실을 현실적으로 반영하는데 한계가 있다. Spiring[11]은 Taguchi의 2차 손실함수의 이러한 단점을 보완할 수 있는 역정규 손실함수(RNLF : Reflected Normal Loss Function)를 제안하였다. 이는 가장 이상적(ideal) 특성치인 목표치와 품질특성치의 차이에 의해 발생하는 변동에 따른 손실을 보다 잘 설명해줄 수 있는 손실함수이다.

따라서 본 연구에서는 Spiring의 역정규 손실함수를 적용한 기대손실을 이용하여 개선된 기대손실 능력지수를 개발하고, 기존에 개발된 E_c 와의 성능을 비교하여 제안하고자 하는 역정규 기대손실 능력지수의 효과를 입증하고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 역정규 손실함수

Spiring[11]에 의해 제안된 역정규 손실함수는 정규분포의 역함수를 근거로 하고 있다. 이는 목표치 T를 중심으로 $(-\infty, T]$ 구간에서 감소하고 $[T, \infty)$ 구간에서는 증가하는 성향을 모두 나타내며 목표치에서 유일한 최소값을 갖는 점에서 손실함수의 일반적 특성을 잘 반영하고 있다[5]. 공정의 특성치 x가 정규분포를 따르는 경우 역정규 손실함수 $L(x, T)$ 는 아래 식 (1)과 같다.

$$L(x, T) = A \left[1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma} e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma^2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma}} \right] = A \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma^2}} \right) \quad (1)$$

여기서 T는 공정에서 달성하고자 하는 이상값(ideal value)인 목표치이고, γ 는 형상모수(shape parameter)이다. 형상모수 γ 를 수식으로 나타내면 다음 식 (2)와 같다.

$$\gamma = \frac{\Delta}{4} \quad (2)$$

Δ 는 최대손실비용 A가 첫 번째 발생하는 시점에서 목표치로부터 떨어진 거리를 의미한다. 이는 공정에서 규격을 벗어난 제품이 생산될 경우 손실이 최대로 발생하므로 Δ 는 공정의 허용차로 볼 수 있다. 역정규 손실함수에서 형상모수 γ 가 증가 할수록 공정 허용차인 Δ 또한 증가하게 되므로 손실의 증가 폭은 완만해지고, 반대의 경우 손실증가 폭은 급격해진다.

2.2 공정능력지수

전통적인 공정능력지수인 C_p 는 Juran[7]에 의해 제시되었으며 이는 규격 폭에 대한 공정의 자연공차의 비율로 정의되고, 규격상한(S_U)과 규격하한(S_L)이 주어졌을 때 공정평균이 양쪽 규격의 중심에 대하여 치우침이 없다고 가정할 경우 다음 식 (3)과 같다.

$$C_p = \frac{S_U - S_L}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma} \quad (3)$$

단, $T = S_U - S_L$

공정능력지수 C_p 는 단위에 영향을 받지 않으므로, 서로 다른 공정들의 능력을 비교할 수 있으나, 규격의 중심과 공정평균 사이의 치우침(bias)을 고려하지 않기 때문에 잠재적 공정능력을 측정한다는 단점이 존재한다. 이러한 단점에 의해 C_p 는 공정평균의 변화에 대한 정보를 반영하지 못하기 때문에 현실적인 공정능력 척도로서 적당하지 않다.

Kane[8]은 이러한 단점을 보완하기 위해 공정평균이 규격의 중심으로부터 갖는 치우침을 고려한 공정능력지수 C_{pk} 를 식 (4)와 같이 제시하였다.

$$C_{pk} = \min\left(\frac{S_U - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - S_L}{3\sigma}\right) = (1-K)C_p \quad (4)$$

$$\text{단, } K = \frac{|M - \mu|}{T/2}$$

$$T = S_U - S_L$$

$$M = \frac{S_U + S_L}{2}$$

Chan et al.[2]은 목표치인 T 로부터 공정 평균 μ 와의 편차의 기대가를 고려한 평가도구로 C_{pm} 을 제안하였으며 다음 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} C_{pm} &= \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{E[(Y - T)^2]}} \\ &= \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{[\sigma^2 + (\mu - T)^2]}} \\ &= \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

C_{pm} 은 기존의 C_p 와 C_{pk} 에 비하여 더 많은 정보량을 제공할 수 있는 공정능력지수로 공정변동 및 공정평균의 치우침을 고려하고 목표치가 주어질 때의 경우 목표치에 대한 공정평균의 일치 정도까지 고려한 공정능력척도로서 그 활용도가 높다고 할 수 있다.

Bolyes[1]는 Taguchi의 이차손실함수의 기대손실에 근거한 공정능력지수로 C_{pm}^+ 를 다음 식 (6)과 같다.

$$C_{pm}^+ = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{E(L)}} \quad (6)$$

C_{pm}^+ 는 공정의 산포에 의해서만 공정능력을 평가하지 않고 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적 손실에 대한 정보까지 포함하여 보다 유용한 정보를 제공하게 하는 공정평가척도라고 할 수 있다.

그러나 Taguchi의 2차 손실함수는 정규공정이고 대칭

적인 손실함수의 경우에만 잘 설명될 수 있다는 한계를 가지고 있다. Chung and Mun[5]은 Spiring의 역정규 손실함수의 기대손실을 이용한 공정능력지수인 C_{pl} 를 다음 식 (7)과 같이 제시하였다.

$$C_{pl} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E[L(x, T)]}} \quad (7)$$

2.3 기대손실 능력지수

기대손실 능력지수(E_c)는 망목특성의 Taguchi 2차 손실함수를 사용하여 규격을 벗어났을 때 발생할 수 있는 최대 손실비용 Max EL(Maximum Expected Loss)과 안정된 상태의 공정 평균과 산포에 대하여 구한 평균기대손실 \overline{EL} 의 비율로 나타내며 이들을 구하는 식은 각각 다음 식 (8)~식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Max EL} &= k[\sigma^2 + \{(T \pm \Delta) \mp T\}^2] \\ &= k\{\sigma^2 + (\pm \Delta)^2\} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\overline{EL} = \frac{\sum_{i=1}^K EL_i}{K} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{k\{\sigma^2 + (\pm \Delta)^2\}}{[\sum_{i=1}^K k\{\sigma_i^2 + (\mu_i - T)^2\}]/K} \\ &= \frac{\text{Max EL}}{\overline{EL}} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 T 는 공정 목표치, Δ 는 공정 허용차($\pm \Delta$)이고 k 는 기대손실의 비용상수, K 는 ELCC[9]에서 부분군의 수를 의미한다. E_c 는 공정에서 발생 가능한 최대 손실비용에 대하여 공정 기대손실을 어느 정도 수준의 여유를 가지고 공정 손실비용을 관리하고 있는가를 보여주는 척도라고 할 수 있다.

3. 역정규 기대손실 능력지수의 개발

역정규 손실함수는 규격의 형태에 따라 좌우 대칭인 경우와 비대칭인 경우가 있다. 본 논문에서는 이 두 가지 경우 모두를 고려할 수 있는 역정규 기대손실 능력지수($RNEL_c$: Reflect Normal Expected Loss Capability Index)를 개발하도록 한다.

3.1 역정규 기대손실 능력지수

3.1.1 규격이 좌우 대칭인 경우

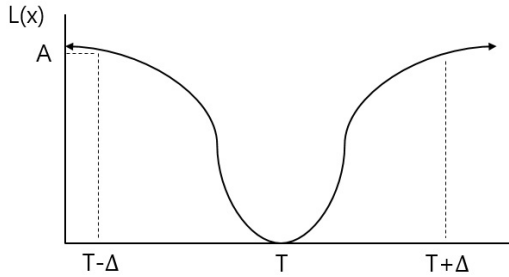
공정의 규격이 목표값을 중심으로 좌우 대칭인 경우

($T \pm \Delta$) 사용되는 역정규 손실함수 $L(x, T)$ 의 기대손실 $E[L(x, T)]$ 는 다음 식 (11)과 같다[11].

$$E[L(x, T)] = A \left[1 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^2 + \gamma^2}{\sigma^2 \gamma^2} \left(x - \frac{\sigma^2 T + \gamma^2 \mu}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)^2 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)} dx \right] \tag{11}$$

$$= A \left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(\mu - m)^2}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)} \right]$$

역정규 손실함수가 목표치를 중심으로 대칭일 경우 예는 <Figure 1>과 같다.



<Figure 1> Example of Symmetrically RNLf

규격이 좌우 대칭인 경우의 역정규 기대손실 능력지수 $RNEL_c$ 는 공정에서 평균적으로 발생하고 있는 역정규 기대손실 $E[L(x, T)]$ 과 규격($T \pm \Delta$)을 벗어날 경우 발생할 수 있는 역정규 기대손실의 최대치인 $E[L(x, T)]_{\max}$ (Maximum Reflect Normal Expected Loss Capability Index)의 비율로 나타내며 이는 다음 식 (12)와 같다.

$$RNEL_c = \frac{E[L(x, T)]_{\max}}{E[L(x, T)]} \tag{12}$$

$$= \frac{A \left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(\Delta)^2}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)} \right]}{A \left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)} \right]}$$

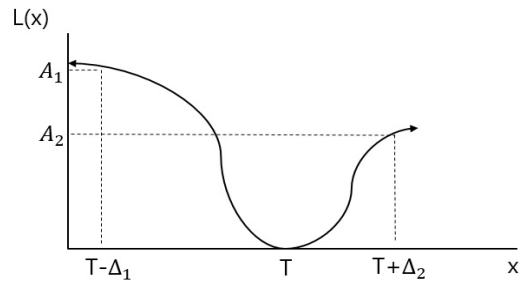
$$= \frac{\left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(\Delta)^2}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)} \right]}{\left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)} \right]}$$

$RNEL_c$ 는 공정에서 발생 가능한 기대손실의 최대치에 대하여 공정에서 발생하고 있는 기대손실의 비율의 정도

로 공정의 관리능력을 평가하고자 하는 도구이다. 식 (12)에서 볼 수 있듯 규격이 정해지면 공정의 $E[L(x, T)]_{\max}$ 은 고정된 상수 값이 되므로 공정에서 현재 발생하고 있는 기대손실에 따라 능력지수가 변하게 된다. 공정 중심이 목표치와 일치할수록, 공정 산포가 작을수록 공정에서 발생하는 기대손실의 값은 작아진다. 따라서 $RNEL_c$ 의 값이 1보다 커지게 되며 그 값이 클수록 관리의 정도가 좋다고 할 수 있다.

3.1.2 규격이 좌우 비대칭인 경우

역정규 손실함수는 Taguchi 2차 손실함수와 달리 목표치를 중심으로 비대칭일 경우에도 손실에 대한 현실적인 반영이 용이하다는 것 또한 장점이라고 할 수 있다. <Figure 2>는 목표치를 중심으로 손실함수가 비대칭의 모습을 할 경우의 예이다.



<Figure 2> Example of Asymmetrically RNLf

위의 <Figure 2>에서 확인할 수 있듯이, 특성치 x 가 목표치 T 와 일치할 경우는 손실이 최소가 되고, 목표치를 중심으로 손실함수가 감소하는 구간($x < T$)에서는 $T - \Delta_1$ 거리에서 최대손실 A_1 이 발생하고, 손실함수가 증가하는 구간($x > T$)에서는 $T + \Delta_2$ 에서 최대손실 A_2 가 처음으로 발생하게 된다.

<Figure 2>의 경우는 특성치가 목표치보다 작을 경우 더 큰 손실이 발생하는 비대칭 규격일 경우 역정규 손실의 예시이다. 이때 제품의 특성치가 목표치보다 작을 경우 손실이 더 크게 발생하며 그 증가 정도가 크게 되므로 $\gamma_1 < \gamma_2$ ($\Delta_1 < \Delta_2, A_1 > A_2$)인 경우가 된다.

역정규 손실함수가 대칭·비대칭일 경우 모두를 표현할 수 있는 일반적인 식으로 나타내면 다음 식 (13)과 같다.

$$L(x, T) = \begin{cases} A_1 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_1^2}} \right), & x < T \\ A_2 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_2^2}} \right), & x > T \end{cases} \tag{13}$$

형상모수 γ 는 손실함수가 비대칭일 경우 각각 $\gamma_1 = \frac{\Delta_1}{4}$, $\gamma_2 = \frac{\Delta_2}{4}$,이며, 대칭일 경우는 $\gamma_1, \gamma_2 = \gamma = \frac{\Delta}{4}$ 이다. 일반식으로 나타낸 손실함수의 기대가인 기대손실을 구하면 아래 식 (14)와 같다[11].

$$\begin{aligned} E[L(x, T)] &= \int_{-\infty}^T A_1 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_1^2}}\right) f(x) dx \\ &+ \int_T^{\infty} A_2 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_2^2}}\right) f(x) dx \\ &= A_1 F(u) + A_2 \{1 - F(u)\} \\ &- \int_{-\infty}^T A_1 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_1^2}}\right) f(x) dx \end{aligned} \quad (14)$$

$F(u)$ 는 누적정규분포함수를 의미하며 $u = \frac{T - \mu}{\sigma}$ 이다. 좌우 비대칭 규격의 경우 $RNEL_c$ 는 다음 식 (15)와 같다.

$$RNEL_c = \frac{E[L(x, T)]_{\max}}{E[L(x, T)]} \quad (15)$$

$$= \frac{A_{\max} \left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma_{\min}^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_{\min}}{\sigma^2 + \gamma_{\min}^2} \right)^2} \right]}{\left\{ A_1 F(u) + A_2 \{1 - F(u)\} - \int_{-\infty}^T A_1 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_1^2}}\right) f(x) dx + \int_T^{\infty} A_2 \left(1 - e^{-\frac{(x-T)^2}{2\gamma_2^2}}\right) f(x) dx \right\}}$$

여기서 공정에서 발생 가능한 최대 기대손실비용인 $E[L(x, T)]_{\max}$ 는 하측 규격을 벗어날 때와 상측 규격을 벗어날 때 중 더 큰 손실이 발생하는 경우를 기준으로 정해진다. 따라서 최대 손실함수에 적용되는 최대 손실비용 A 는 $A_{\max} = \max(A_1, A_2)$ 이다. 또한 최대 손실이 발생하는 규격의 폭은 손실비용이 더 큰 쪽으로 증가하므로 허용차 $\Delta_{\min} = \min(\Delta_1, \Delta_2)$, 허용차에 따라 정해지는 형상모수 $\gamma_{\min} = \min(\gamma_1, \gamma_2)$ 이다.

3.2 $RNEL_c$ 의 분류기준 설정

본 논문에서 개발한 $RNEL_c$ 를 현장에서 활용하기 위해서는 각 수치에 맞는 등급 분류기준이 필요하다. 이에 따라 전통적 공정능력지수인 C_{pk} 와 $RNEL_c$ 의 함수적 관계를 파악하고 등급분류 기준을 제시하기 위해서 $RNEL_c$ 을 종속

변수(y)로 하고 C_{pk} 를 독립변수(x)로 하여 회귀분석을 진행하였으며 이에 대한 관계식은 아래 식 (16)과 같다.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times x_i \quad (16)$$

$$\text{단, } \hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}, \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \times \bar{x}$$

이때 $\hat{\beta}_1$ 은 회귀계수로 회귀직선의 기울기를 나타내며 $\hat{\beta}_0$ 는 y절편이다.

또한 <Table 1>은 위의 식에 따라 C_{pk} 와 $RNEL_c$ 의 관계를 이용하여 역정규 기대손실 능력지수의 등급 분류기준을 정한 것이다.

<Table 1> Table of Classification Criteria

Class		ELCI	
0	-	$RNEL_c \geq$	$\beta_0 + \beta_1 \times 1.67$
1	$\beta_0 + \beta_1 \times 1.67$	$> RNEL_c \geq$	$\beta_0 + \beta_1 \times 1.33$
2	$\beta_0 + \beta_1 \times 1.33$	$> RNEL_c \geq$	$\beta_0 + \beta_1 \times 1.00$
3	$\beta_0 + \beta_1 \times 1.00$	$> RNEL_c \geq$	$\beta_0 + \beta_1 \times 0.67$
4	$\beta_0 + \beta_1 \times 0.67$	$> RNEL_c$	-

$RNEL_c$ 는 앞서 언급한 바와 같이 공정에서 발생 가능한 최대 손실비용 대비 현재 공정에서 발생하고 있는 기대손실의 비율로 공정의 관리 정도를 파악할 수 있도록 하는 값이다. C_{pk} 공정능력지수 분류기준과 유사하게 <Table 1>에 따라 0급은 기대손실 관리 능력이 매우 충분한 경우, 1급은 기대손실 관리 능력이 충분한 경우, 2급은 기대손실 관리 능력이 보통, 3급은 기대손실 관리 능력이 부족, 4급은 기대손실 관리 능력이 매우 부족한 경우이다.

이때 3, 4급의 경우 공정에서 발생하는 기대손실이 상당히 크기 때문에 공정 개선이 필요하다.

4. 수치 예

제안하고자 하는 $RNEL_c$ 의 적용사례를 보이기 위하여 공정의 μ 와 σ 의 변화에 따라 C_{pk} , E_c , $RNEL_c$ 각 능력지수들을 산출하여 비교 하였다.

4.1 좌우대칭 규격

공정에서 규격을 설정할 경우 목표값을 중심으로 좌우대칭인 경우가 일반적이다. 이에 따라 손실함수 역시 좌우대칭의 모양이 된다. 규격이 좌우대칭인 경우 평균과

산포의 변화에 대하여 각 능력지수의 산출 예를 보이기 위하여 목표값 $T = 0$, 규격은 $T \pm 5$, 최대 손실비용 $A = 100$ 으로 설정하였다.

이에 대하여 각 지수들을 산출한 결과의 예시는 아래 <Table 2>와 같다.

<Table 2> Example of C_{pk} , E_c , $RNEL_c$ when Symmetric Tolerance, $\sigma = 0.5$

	μ	C_{pk}	E_c	$RNEL_c$
1	0.5	3.00	50.50	7.45
2	1.0	2.67	20.20	3.37
3	1.5	2.33	10.10	1.98
4	2.0	2.00	5.94	1.44
5	2.5	1.67	3.88	1.19
6	3.0	1.33	2.73	1.08

<Table 3> Example of C_{pk} , E_c , $RNEL_c$ when Symmetric Tolerance, $\sigma = 1.0$

	μ	C_{pk}	E_c	$RNEL_c$
1	0.5	1.50	20.80	3.88
2	1.0	1.33	13.00	2.78
3	1.5	1.17	8.00	2.00
4	2.0	1.00	5.20	1.55
5	2.5	0.83	3.59	1.29
6	3.0	0.67	2.60	1.15

<Table 4> Example of C_{pk} , E_c , $RNEL_c$ when Symmetric Tolerance, $\sigma = 1.5$

	μ	C_{pk}	E_c	$RNEL_c$
1	0.5	1.00	10.90	2.61
2	1.0	0.89	8.38	2.27
3	1.5	0.78	6.06	1.90
4	2.0	0.67	4.36	1.60
5	2.5	0.56	3.21	1.38
6	3.0	0.44	2.42	1.24

<Table 2>~<Table 4>에서 확인할 수 있듯이 공정의 μ 가 이동하여 치우침이 커질수록, σ 가 증가하여 공정 산포가 커질수록 C_{pk} , E_c , $RNEL_c$ 는 점점 작아지는 것을 확인할 수 있다. 이는 세 가지 능력지수 모두 공정의 치우침과 산포에 대한 반영이 가능함을 나타낸다. 하지만 C_{pk} 의 경우 평균의 이동에 대한 치우침보다 산포에 더 많은 영향을 받게 되기 때문에 공정의 능력을 현실적으로 반영하지 못할 수도 있다. 예로 $\mu = 3.0$, $\sigma = 0.5$ 의 경우 해당 공정 산포의 6배가 이동하여 공정에 치우침이 발생한 경우 공

정능력은 $C_{pk} = 1.33$ 으로 1급, 공정능력이 충분하다는 결과로 해석할 수 있다. 하지만 해당 공정의 경우 목표치로부터 치우침을 반영한 손실을 고려한다면 다른 해석이 가능할 것이다. 이에 반하여 공정이 목표치를 만족하지 못함으로 인하여 발생하는 기대손실의 개념을 활용한 능력지수인 E_c , $RNEL_c$ 는 공정의 치우침에 대한 정보 역시 적극적으로 반영하여 공정의 능력을 좀 더 현실적으로 반영해 주는 것을 볼 수 있다. 또한 Taguchi 2차 손실함수를 이용한 E_c 는 손실의 증가가 일률적이기 때문에 평균의 변화에 따라 지수 변화의 폭이 일정한 것을 볼 수 있으며, $RNEL_c$ 는 손실의 증가가 목표치 주변에서 급격하게 일어나며 규격에 가까워질수록 기울기가 완만해지는 역정규 손실함수의 특성이 반영 되어 μ 가 3.0까지 이동하였을 경우 1에 가까운 값을 나타내고 있다.

$RNEL_c$ 의 등급 분류 기준을 만들기 위해 <Table 3>의 데이터를 바탕으로 C_{pk} 와 $RNEL_c$ 의 상관 분석을 행하였으며 그 결과는 아래 <Table 5>, <Table 6>과 같다.

<Table 5> ANOVA Table of Regression Analysis when Symmetric Tolerance

Model	Sum of Square	Degree of freedom	Mean Square	F	Significant level
Regression model	4.929	1	4.929	34.435	0.004 ^b
Residual error	0.573	4	0.143		
Total	5.501	5			

^adependent variable : $RNEL_c$

^bprediction value : (constant), C_{pk}

<Table 6> Model Summary when Symmetric Tolerance

Model	R	R^2	R^2_{adj}	Standard error
1	0.947 ^a	0.896	.870	.37834

^aprediction value : (constant), C_{pk}

분석결과 표본 상관계수 $r = 0.947$ 로 두 능력지수 사이에는 매우 강한 양의 상관관계가 있음을 확인하였다. 또한 C_{pk} 와 $RNEL_c$ 사이의 함수적 관련성을 확인하기 위하여 동일 데이터를 이용하여 회귀분석을 진행하였으며 이는 식 (16)에 의하여 다음 식 (17)과 같이 표현된다.

$$\widehat{RNEL}_c = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times C_{pk} \tag{17}$$

$$= -1.349 + 3.191 \times C_{pk}$$

도출한 회귀식은 유의수준 $\alpha = 0.01$ 로 유의하며 이에 따른 결정계수 $r^2 = 0.8977$ 이다. 이는 전체 변동 중 회귀식

에 의해 89.7%의 설명이 가능하다는 것을 나타낸다. 식 (17) 의하여 좌우대칭일 경우 $RNEL_c$ 의 등급분류 기준을 나타내면 아래 <Table 7>과 같다. 이때 가장 낮은 등급의 지수를 산출할 경우 1 이하의 값은 1.00로 한다.

<Table 7> Example Table of Classification Criteria when Symmetric Tolerance

Class		ELCI	
0	-	$RNEL_c \geq$	3.98
1	3.98	$> RNEL_c \geq$	2.90
2	2.90	$> RNEL_c \geq$	1.84
3	1.84	$> RNEL_c \geq$	0.79
4	0.79	$> RNEL_c$	-

4.2 좌우비대칭 규격의 경우

공정 규격의 또 다른 경우는 목표값을 중심으로 좌우 규격의 폭이 다른 경우도 있을 수 있다. 다시 말해 공정 규격이 좌우 비대칭인 경우에도 공정능력을 구해야 할 경우도 있다. 공정 규격이 좌우 비대칭이 된다면 발생하게 되는 손실 역시 좌우가 다를 것이며 이에 따라 손실함수 역시 좌우 비대칭의 모양이 된다. Spiring의 역정규 손실함수는 좌우 비대칭의 손실 또한 반영이 용이하다. 규격이 좌우 비대칭인 경우 평균과 산포의 변화에 대하여 각 능력지수의 산출 예를 보이기 위하여 목표값 $T = 0$, 규격은 상하측 규격을 달리하여 하측 규격은 $T-4$, 상측 규격은 $T+6$ 인 경우로 설정하였다. 이 경우는 목표값 보다 작은 값이 나올 경우 손실이 큰 값이 나왔을 경우보다 더 큰 경우, 즉 망대특성의 경우이며, 이에 따른 최대 손실비용 $A_1 = 100(x < T)$, $A_2 = 70(x > T)$ 으로 설정하였다. 이에 대하여 각 지수들을 목표값인 0을 기준으로 상향이동, 하향이동의 경우로 나누어 각각 산출한 결과의 예시는 <Table 8>, <Table 9>와 같다. 앞서 언급한대로 음의 값을 갖는 μ 의 경우는 목표치보다 작은 경우이다.

<Table 8>, <Table 9>에서 확인할 수 있듯이 공정에서 상향이동 했을 경우보다 하향이동 했을 때 더 많은 손실이 발생하므로 하향이동의 경우에 기대손실 능력지수가 더 낮게 나오는 것을 확인할 수 있다. 이때 양의 값을 갖는 μ 는 공정평균이 목표값($T = 0$)보다 큰 경우이다. 반대의 경우, 즉 이때 양의 값을 갖는 μ 값이 음의 값인 경우는 목표값 보다 작은 공정평균을 의미한다. 하지만 C_{pk} 는 상향이동과 하향이동 모두 동일하게 나타내고 있으며 좌우 비대칭 규격으로 $T-4$, $T+6$ 임에도 불구하고 좌우 대칭의 $T \pm 5$ 의 경우와 같이 규격 폭은 10으로 동일하게 적용되고 있음에 기인한다.

<Table 8> Upward Shift Example of C_{pk} , $RNEL_c$ when Asymmetric Tolerance, $\sigma = 1.0$

	μ	C_{pk}	$RNEL_c$
1	0.5	1.50	5.44
2	1.0	1.33	4.54
3	1.5	1.17	3.36
4	2.0	1.00	2.55
5	2.5	0.83	2.07
6	3.0	0.67	1.78
7	3.5	0.50	1.61
8	4.0	0.33	1.52
9	4.5	0.17	1.46
10	5.0	0.00	1.44
11	5.5	0.00	1.42
12	6.0	0.00	1.41

<Table 9> Downward Shift from Target Value Example of C_{pk} , $RNEL_c$ when Asymmetric Tolerance, $\sigma = 1.0$

	μ	C_{pk}	$RNEL_c$
1	-0.5	1.50	3.36
2	-1.0	1.33	2.28
3	-1.5	1.17	1.67
4	-2.0	1.00	1.34
5	-2.5	0.83	1.16
6	-3.0	0.67	1.07
7	-3.5	0.50	1.02
8	-4.0	0.33	1.00

좌우 대칭의 경우에서와 같이 $RNEL_c$ 의 등급 분류 기준을 만들기 위해 <Table 8>의 데이터를 바탕으로 C_{pk} 와 $RNEL_c$ 의 상관 분석을 행하였으며 그 결과는 아래 <Table 10>, <Table 11>과 같다.

<Table 10> ANOVA Table of Regression Analysis when Asymmetric Tolerance

Model	Sum of Square	Degree of freedom	Mean Square	F	Significant level
Regression model	15.156	1	15.156	28.906	0.000b
Residual error	5.243	10	0.524		
Total	20.399	11			

^adependent variable : $RNEL_c$

^bprediction value : (constant), C_{pk}

<Table 11> Model Summary when Asymmetric Tolerance

Model	R	R ²	R _{adj} ²	Standard error
1	0.862 ^a	0.743	0.717	0.37834

a. prediction value : (constant), C_{pk}

분석 결과 표본 상관계수 r = 0.862로 좌우 비대칭 규격의 경우에서도 두 능력지수 사이에 강한 양의 상관관계가 있음을 확인하였다. 또한 C_{pk}와 RNEL_c 사이의 함수적 관계를 확인하기 위하여 회귀분석을 진행하였으며 이는 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \widehat{RNEL}_c &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times C_{pk} \\ &= 1.243 + 1.954 \times C_{pk} \end{aligned} \quad (18)$$

도출한 회귀식은 유의수준 α = 0.01로 유의하며 이에 따른 결정계수 r² = 0.743이다. 이는 전체 변동 중 회귀식에 의해 74.3%의 설명이 가능하다는 것을 나타낸다. 식 (18)에 의하여 좌우 비대칭일 경우 RNEL_c의 등급분류 기준을 나타내면 아래 <Table 12>과 같다.

<Table 12> Example Table of Classification Criteria in Asymmetric Tolerance

Class		ELCI	
0	-	RNEL _c ≥	4.51
1	4.51	> RNEL _c ≥	3.84
2	3.84	> RNEL _c ≥	3.20
3	3.20	> RNEL _c ≥	2.55
4	2.55	> RNEL _c	-

5. 결론

공정의 산포 및 생산이 안정되었을 때 양산공정이 갖는 질적인 생산능력을 평가하는 통계적 공정관리의 기법들 중에 가장 보편적으로 산업계에서 사용되는 공정능력의 척도로서 공정능력지수(Process Capability Index)가 사용되고 있다. 이러한 전통적인 공정능력지수 C_p와 C_{pk}는 공정의 산포에 대한 정보를 이용하여 공정능력을 평가하는 척도로 현재까지 광범위하게 활용되고 있다. 그러나 이는 품질특성치가 목표치와 얼마나 일치하고 있는지에 대한 정보를 주지 못한다는 점과 이로 인한 기업의 경제적 손실에 대한 평가가 어렵다는 단점을 가지고 있다. 이를 보완하기 위하여 기존의 연구에서 Taguchi의 2차 손실 함수를 적용한 기대손실 능력지수(E_c)가 개발된 바 있

다. 하지만 이 역시 공정에서 발생하는 공정이 정규분포를 따르고 규격이 좌우 대칭인 경우에 대해서만 설명이 가능하다는 단점이 존재한다. 이러한 Taguchi 2차 손실 함수의 단점을 보완하고자 Spiring은 역정규 손실함수를 제안하여 가장 이상적인 특성치인 목표치와 품질특성치의 차이에 의해 발생할 수 있는 변동에 따른 손실함수가 개발된 바 있다.

본 논문에서는 기존 연구의 단점을 보완하여 역정규 손실함수의 기대손실을 활용하여 공정의 질적 능력을 평가할 수 있는 척도를 개발하고자 하였다. 본 연구에서 개발한 역정규기대손실 능력지수(RNEL_c)는 기존 연구에서 개발된 E_c의 단점을 보완하여 규격의 형태에 따라 공정의 규격이 목표치를 중심으로 좌우대칭인 경우뿐만 아니라 좌우 규격의 한계가 다른 비대칭인 경우에도 공정의 손실을 효과적으로 반영할 수 있는 척도이다.

본 논문에서 개발한 RNEL_c의 효과를 입증하기 위하여 C_{pk}와 E_c와 함께 공정에서 발생할 수 있는 변화에 대해서 시뮬레이션을 진행하였다. 이를 통해 좌우대칭규격에서 공정평균인 μ가 이동하여 치우침이 커질수록, σ가 증가하여 공정 산포가 커질수록 C_{pk}, E_c, RNEL_c는 점점 작아지는 것을 확인할 수 있었다. 이때 E_c, RNEL_c는 산포에 대한 정보뿐만 아니라 목표치와의편차에 의해 발생하는 손실에 대한 정보까지 포함하고 있는 척도이다. 이 과정에서 공정의 능력이 충분한 경우 E_c의 수치는 C_{pk}와 비교해 보았을 때 너무 큰 차이를 보여 이질감을 느낄 수 있었으나 RNEL_c는 E_c에 비해 보다 현실적인 수치들을 나타내는 경향을 볼 수 있었다. 이에 더하여 좌우 비대칭 규격에 대해서도 시뮬레이션을 진행하였으며 이 경우 E_c는 Taguchi 2차 손실함수의 특성상 손실을 반영하지 못하였고 C_{pk}는 음의 값을 나타내는 등 공정에서 발생할 수 있는 손실을 효과적으로 반영하지 못하였다. 그러나 RNEL_c는 이 경우에도 평균 이동에 따른 능력지수의 변화 또한 합리적으로 증가 또는 감소함을 확인하였다.

이러한 결과들을 바탕으로 RNEL_c의 등급 분류 기준을 만들기 위하여 C_{pk}와 RNEL_c의 상관 분석을 행한 결과 공정규격이 좌우 대칭인 경우와 비대칭인 경우 모두 능력지수 사이에는 매우 강한 양의 상관관계가 있음을 확인하였고 C_{pk}와 RNEL_c사이의 함수적 관련성을 확인하기 위하여 회귀분석을 진행하여 분류기준을 제시하였다.

본 논문에서 제안한 RNEL_c는 공정에서 발생하는 손실에 대하여 공정 규격이 좌우대칭인 경우는 물론이고 비대칭인 경우에서도 공정의 질적 능력 변화에 따라 발생할 수 있는 기대손실의 관리능력을 측정할 수 있는 척도로서 활용될 수 있을 것이다.

References

- [1] Bolyes, R.A., The Taguchi Capability index, *Journal of Quality Technology*, 1991, Vol. 24, No. 4, pp. 17-26.
- [2] Chan, L.K., Cheng, S.W., and Spiring, F.A., A New Measure of Process Capability : C_{pm} , *Journal of Quality Technology*, 1988, Vol. 30, No. 3, pp. 162-175.
- [3] Chung, Y.B. and Kim, Y.S., A Study on The Process Capability Index using Loss Function, *Journal of the Korean Institute of Plant Engineering*, 2011, Vol. 16, No. 3, pp. 99-106.
- [4] Chung, Y.B. and Kim, Y.S., Comparison and Application of Process Capability indices, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2007, Vol. 30, No. 4, pp. 182-189.
- [5] Chung, Y.B. and Mun, H.J., A Study on Process Capability Index using Reflected Normal Loss Function, *Journal of The Korean Society for Quality Management*, 2002, Vol. 30, No. 3, pp. 66-78.
- [6] Chung, Y.B. and Yeom, G.C., *Statistical Quality Control*, Seongandang, 2010.
- [7] Juran, J.M., *Quality Control handbook*(3rd ed), McGraw-Hill, Inc., New York, 1974.
- [8] Kane, V.E., Process Capability Indices, *Journal of Quality Technology*, 1986, Vol. 18, No. 1, pp. 41-52.
- [9] Kim, D.H. and Chung, Y.B., Design of Expected Loss Control Chart Considering Economic Loss, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2013, Vol. 36, No. 2, pp. 56-62.
- [10] Kim, D.H., Park, H.G., and Chun, Y.B., Development of Expected Loss Capability Index Considering Economic Loss, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2013, Vol. 36, No. 4, pp. 109-115.
- [11] Spiring, F.A., The Reflected Normal Loss Function, *Canadian Journal of Statistics*, 1993, Vol. 21, No. 3, pp. 321-330.

ORCID

Dong-Jin Chun | <http://orcid.org/0000-0003-1820-8208>

Chung-Young Bae | <http://orcid.org/0000-0003-4259-6677>