

얼굴그림(Face Plot)을 활용한 수학영재교육의 사례연구

김응환¹⁾

본 연구는 탐색적 자료분석 영역에서 얼굴그림(face plot)을 활용한 수학영재교육의 효과를 알아보기 위하여 선발된 중학교 수학 영재학생들 7명을 대상으로 사례연구를 수행하였다. 본 연구에서는 융합교육인 STEAM교육의 철학을 바탕으로의 2개의 변수에서 여러 개의 다변수를 취급할 수 있는 수학영재 수업과제를 토론과 실험을 통하여 탐구하였다. 이 수학과제(mathematical task)는 다변수의 확산적 사고와 다중적인 사고를 할 수 있는 얼굴그림을 만드는 탐색적 자료분석의 새로운 한 가지 방법이다. 본 연구문제로는 수학 영재 학생들의 통계영역의 탐색적 자료분석의 원리와 개념에 대한 탐구과정으로서 수학에 관한 흥미와 태도 면에서 어떠한 변화가 나타나는가를 면담과 관찰을 통하여 연구하고 통계교육의 시사점을 발견하고자 하였다.

연구결과로는 영재학생들 스스로 자연현상에 대한 이해와 표현에서 두 변량 이상의 다변량 자료분석방법을 시도해봄으로써 수학적 패턴, 소비자를 위한 자료의 시각화, 관계에 대한 창의적인 통찰 능력의 발현에 도움을 준다는 것을 발견하였다. 또한 자료의 시각화 방법과 관계를 통계적이며 직관적인 다변량 분석의 표현 방법을 이해함으로써 자유롭고 창의적인 발상의 전환을 통하여 수학과 통계에 대한 실생활과의 융합 관계에 대하여 흥미와 태도가 생겨났음을 발견하였다.

주요용어 : 얼굴그림, 영재교육, STEAM교육, 탐색적 자료분석, 다변량 분석, 수학과제

I. 서론

실생활에서의 자료분석은 우선적으로 탐색적 자료분석(Exploratory Data Analysis)을 통하여 문제해결과 새로운 지식의 단서를 발견하고 귀납적이며 과학적인 관찰과 실험의 구체적인 작업을 시도한다. 컴퓨터와 인터넷 그리고 통신기술의 진보는 우리의 생활과 교육환경을 드라마틱하게 바꾸고 있다. 과학과 기술의 발전에는 늘 수학적 아이디어들과 통계적 분석이 그것의 근본의 바탕을 이루고 있는 경우가 많다. 영재학생들에게 있어서 학교수학에서 수학기론의 개념과 원리를 배우고 나서 수학적 아이디어를 확장하여 실생활과 융합하는 과정에서 관심과 열정을 발견하는 일은 자주 있다. 또한 통계교육에서의 자료분석의 환경 변화는 영재학생들의 지식의 획득과 발견을 위한 큰 출발점이 된다. 그렇다면 통계 지식의 습득에서 자료분석을 통한 생활 주변에서의 발견들이 영재수업을 받는 학생들의 학습동기의 발생

* MSC2010분류: 97D80, 97K80
1) 공주대학교 (yhkim@kongju.ac.kr)

적 자극과 반응은 무엇들이 있을까 궁금하다. 특히 창의적인 발상 전환을 통한 혁신적인 상상력과 흥미 태도에는 어떤 변화가 있을 것인가 또한 탐구할만한 가치가 있다고 생각한다.

미국의 전국교사협회인 NCTM(2000)은 중고등학교의 수학교육에서는 학생들에게 적극적이고 합리적인 의사결정을 위한 자료분석과 확률단원의 교육을 권장하고 있다. 최근의 한국의 2015년 개정 수학교육과정에서도 학교수학의 수학교육 발전을 위하여 통계적 소양의 교육을 강조하고 합리적인 의사결정을 위한 기초로서 탐색적 자료분석의 교육을 권유하고 있다(교육부, 2015). 특별히 한국창의재단(2013, 2016)은 “2009년 OECD 국가들을 대상으로 한 ‘국제학업성취도 평가(PISA)’의 조사 결과에서 우리나라의 학업성취도는 중국과 핀란드에 이어 3위의 성적을 기록했다. 2011년 실시한 ‘수학·과학 성취도 비교연구(TIMSS)’에서는 우리나라가 과학 성취도 1위, 수학 성취도 2위를 차지했다. 여기서 문제는 높은 학업성취도에도 불구하고 학습에 대한 흥미, 자발성에 있어서는 하위권 수준을 벗어나지 못하고 있다는 점이다.”를 지적하면서 우리나라 학생들의 융합적 사고력과 문제해결능력을 키우기 위한 하나의 전략으로 STEAM교육을 바탕으로 한 인재육성의 필요성과 실천을 주장하였다.

교육부(2015)은 2015년 수학과 교육과정 개정에 대한 의견으로서 우리나라 학생들의 확률과 통계 영역에 대한 소양이 상대적으로 낮은 것으로 판단하고 이것은 우리나라의 확률과 통계 교육과정을 점검하고 교수학습방법을 개선할 필요가 있음을 권장하고 있다. 김정란과 김응환(2017)은 통계소양교육에 대한 분석을 통하여 통계소양교육 강화를 위한 교사교육에 대한 시사점과 설득하고 있다. 지금까지의 기존 교육과정에서는 통계 내용이 주어진 자료의 수동적인 처리에 머무는 경향이 있음을 지적하고, 이것을 실생활 중심의 통계내용의 재구성과 능동적이고 발상전환적인 창조적 자료분석을 지도해줄 것을 요구하면서 이러한 문제점을 극복해야 하는 구체적인 수학과제의 개발의 필요성을 역설하고 있다.

현재 과학영재학생을 위한 교육과정은 어느 정도 정규교육과정으로부터 자유를 허용하기 때문에 실제로 학교의 수학교실에서 일어나는 입시경쟁을 바탕으로 한 반복적인 문제풀기의 수학교육을 벗어날 수가 있다. 이러한 이점을 활용하여 차별화된 수학과제를 바탕으로 내재적 동기(intrinsic motivation)의 유발을 촉진할 수가 있다. 구체적으로 무엇인가를 만들고 실행하고 상상하는 수학수업을 통하여(doing mathematics) 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 갖게 할 수가 있다. 특히 영재학생들에게는 실행하는 수학과제와 환경을 제공하여 스스로 궁리하는 생각연습의 사고훈련과 꾸준한 지식누적을 할 수 있도록 해야 한다고 생각한다. 이것은 Freudenthal이 구성주의적 교수학습의 실행하는 현실수학(real mathematics education)의 실천을 강조하는 것과 일맥상통하다. 본 연구에서는 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

영재학생들에게 STEAM 수학과제로서 얼굴그림을 통한 수업이 학생들의 흥미와 태도를 어떻게 변화시키는가?

연구의 절차로는 한국의 A대학의 중학교 과학영재학생 7명을 대상으로 2017년 1학기에 4차시에 걸쳐서 수업을 실행하고 관찰하면서 개별면담과 수업 결과 생산물을 통해 자료를 얻고 그 결과를 분석한다.

II. 이론적 배경

1. 학습동기 유발

우리가 수학 수업에서 수학과제를 사용하는 여러 가지 이유들 중의 하나는 학생들의 학습 동기유발 측면이 있다. 여기서는 학습동기 유발에 관한 이론적인 배경을 간단히 확인해보기로 한다.

Schunk와 2인(1996)은 학습동기에 대한 연구에서 다음과 같이 설명하고 있다.

“동기는 목표지향 활동이 유발되고 유지되는 심리적 과정이다. 즉 동기란 결과라기보다는 과정이다. 그러므로 우리는 동기를 직접적으로는 관찰하지 못하며 오히려 행동(예: 과제에 대한 선택, 노력, 끈기)과 언어적 표현(예: 나는 정말로 이것을 공부하길 원한다.)으로부터 유추하게 된다. 동기는 행동의 강도와 방향을 규정짓는 목표를 포함한다. 동기는 신체적 또는 정신적 활동을 필요로 한다. 마지막으로 동기화된 활동은 유발되고 지속된다. 또한 동기가 수업실행에서 미치는 영향은 우리가 무엇을 언제 어떻게 배우는가에 따라 민감하게 발생한다. 그리고 학습에 동기화된 학생들은 새로운 학습을 하게 되는 경우 그 학습을 계속하고자 하는 호기심과 내적 동기를 갖게 된다(Schunk, 1996).

학습동기에 관한 여러 연구이론들을 Shunk(2013, pp89-90)에서 재인용하면 다음과 같다. “학습동기의 초기 이론들은 하고자 하는 의지(욕구, 필요, 목적)와 의지의 실천의 관점에서 보았다. 행동주의 심리학이론은 자극과 반응의 연합을 강조하고 있다. 대표적인 것으로는 Thorndike의 연결주의 이론, Skinner의 조작적 조건화 이론 등을 들 수 있다. 또한 Woodworth의 신체 기체의 최적상태를 추구하는 내적인 힘을 강조하는 추동이론과 Tolman의 행동의 목표지향적인 유목적적 행동주의가 있다. 인본 심리학자인 Rogers는 인간의 삶속에서의 중심 동기는 실현 경향성이며 이것은 개인성장과 전체성을 성취하는 지속적인 과정이라고 믿었다. 사람들은 긍정적 존중과 자기존중을 필요로 하며 이 둘을 발전시키는데 결정적 요소는 무조건적인 긍정적 존중을 받는 것이다. 교육에서 교사의 역할은 학습자원을 제공하고, 학생들이 목표를 분명히 하도록 돕고, 긍정적인 존중 분위기를 조성하는 것을 통해 학습을 촉진하는 것이다.”

현실적으로 대부분의 교사들은 자기가 실제로 경험한 학습에 대하여 관심이 많으며 자신만의 교육 신념을 갖게 마련이다. 이 신념과 동기는 학생들의 직관적 이해에 반영하기도 하고 자기 자신의 행동에도 영향을 미친다. 학습과 활동은 수행과제와 문제해결의 동기에 영향을 미치기 때문에 동기, 학습, 수행은 상호 관련성을 가지고 있다고 할 수 있다. 특히 통계와 자료분석 수업에서는 발견학습의 수업 환경을 조성하고 특별한 수학과제와 함께 테크놀로지나 교구를 사용하는 경우에는 이것을 사용하지 않는 경우와의 장단점이 늘 존재한다. 학생들이 공부에 긍정적 분위기를 갖게 되면 몰입하게 되고 이 몰입을 통하여 창의적인 생각이 일어나게 된다. 본 연구의 관심은 보다 더 구체적인 실생활과 관련된 STEAM 교육을 지향하는 수학과제의 발견에 있다.

2. 생산적 애쓰(productive struggle)과 학생의 구성주의적 활동

Hiebert and Grouws(2007)과 Granberg(2016)는 그들의 논문에서 수학의 개념이해를 개발하기 위한 애쓰는 노력을 생산적 애쓰(productive struggle)이라고 다음과 같이 소개하고 있다.

“이것은 쉽게 풀리지는 않지만 호기심과 과제집착을 가져올 수 있는 도전 문제에 대하여 학생들은 개인적인 정서에 맞게 궁리하며 각각 노력하는 경우를 말한다. 즉 생산적 애쓰라고 정의한 깊은 의미는 문제해결을 위한 긍정적인 인내심과 궁리를 의미한다고 생각할 수 있다. 이 생산적 애쓰는 학생들의 사전 지식이 불충분할 경우나 새로운 지식에 노출되거나 수용하기 어려울 때 발생한다. 하지만 학생들이 온몸을 바쳐 어떠한 과제를 해결하려고 노력할 때야 말로 몰입하고 성공하고 발견하는 기쁨을 맛보게 된다.”

이화연과 김용환(2016)은 학생들이 생산적 애쓰의 한 증거로서 적극적으로 수작업으로 수학 노트를 활용한 수학 수업에서 개념 형성과 수업태도에 관한 연구에서 수학노트를 활용하여 개념을 좀 더 잘 정리하고 다질 수 있었다는 것을 관찰하였다. 수업에 진중하게 집중하게 되고 잠을 자거나 조는 학생이 거의 없었으며 결과적으로 자신감과 흥미 면에 있어 긍정적인 영향을 주었다고 하였다. 특히 교사와의 친밀한 관계 속에서 보다 원활히 수업을 진행 할 수 있었다고 하였다. 특히 고호경(2005)은 수학교사들의 전문성을 살리기 위해 실험수업을 과감하게 도입하여 각 학생들의 개별화 지도를 위한 창의적인 교수방법을 제안하고 있다.

특히 John Mason and Sue Johnston-Wilder(2015, 권오남 외 10인 번역)는 자신의 저서인 “수학과제의 설계와 활용(Designing and Using Mathematical Tasks)”에서 교사들이 제공하는 수학과제들의 목적은 학생들이 어떤 지식의 개념과 과정을 이해하고 과제를 수행하는 활동을 통해 과제를 다루는 기술을 연마하기 위함이라고 설명하고 있다.

배우는 학생들이 기술을 익히고 생산적 애쓰를 연습하도록 기회를 주기 위해서는 토론과 실행하는 수학교실을 운영하고, 교사들이 특별히 준비한 STEAM 교육의 정신을 포함하는 수학과제를 디자인하여 학생들에게 생산적 애쓰의 결과의 열매를 발견하고 성공의 경험하고 기쁨과 성취를 얻을 수 있도록 해야 한다고 생각한다. 이 선행연구들은 대부분 수업에 직접 간여하고 있는 수학교사의 전문성을 강화하고 수학과제를 통해 학생을 어떻게 지도해야 할 것인가의 창의적인 교수방법을 탐구할 것을 강조하고 있음을 알 수 있다.

최근에 소용되고 있는 피아제의 조작적 구성주의나 Ernest의 사회적 구성주의에서는 학생 주도의 활동수업을 강조하고 있다. 그리고 Glasersfeld의 급진적 구성주의 입장에서의 활동을 통한 반영적 추상화나 지식의 주관적 생성과 함께 Vygotsky의 근접발달영역에 대한 언어와 사고의 교육은 모두 다 학생 활동중심의 수업을 강조하고 있다. 이 때 활동하는 수업에서 사용하는 행동 용어들에 대하여 다음과 같은 것들을 생각해 볼 수 있다.

탐색하기, 표현하기, 설명하기, 조사하기, 공식화하기, 예측하기,
상상하기, 발견하기, 개발하기, 풀기, 정당화하기, 묘사하기,
구성하기, 증명하기, 사용하기, 보여주기(Walle, 1998).

위와 같은 용어들이 적재적소에 사용되는 수업환경은 물론 실험교구를 활용한 수학과제의 개발과 적용은 더욱더 그 효과가 있을 것이다.

3. STEAM과 융합인재교육의 필요성과 교육방법

영재교육을 위한 탐색적 자료분석의 수업의 필요성을 위해서, 한국창의재단(2016)에서 융합적 사고력과 문제해결능력을 키우기 위한 STEAM교육을 강조하는 맥락을 참고하여 인용하기로 한다.

“2011년 실시한 ‘수학·과학 성취도 비교연구(TIMSS)’에서는 우리나라가 과학 성취도 1위, 수학 성취도 2위를 차지했다. 여기서 문제는 높은 학업성취도에도 불구하고 학습에 대한 흥미, 자발성에 있어서는 하위권 수준을 벗어나지 못하고 있다는 점이다. 이러한 현상에는 여러 가지 이유가 있겠지만, 학교에서 진행되는 일방적인 지식 전달식, 암기식 과학수업도 하나의 원인이라 할 수 있다. 주입식·암기식 문제 풀이 중심의 수업 방식으로는 시험지를 통해 측정하는 성취도는 높일 수 있었다. 하지만 학교 수업시간에는 교과서에서 배우는 내용이 실생활과 연계되어 있음에도 불구하고 교과서와 실생활을 분리하는 경향이 있어 학생들의 흥미를 끌어내지 못하고 있는 실정이다. 바로 이러한 수학교육의 문제점을 개선하기 위하여 융합인재교육 STEAM 시작되었다(한국창의재단, 2016).”

또한 한국창의재단(2016)은 STEAM교육에서 융합적 소양(STEAM Literacy)을 강조하고 있다. 그것은 학교 현장 적용 초기 단계에 과학(Science), 기술(Technology), 공학(Engineering), 수학(Mathematics) 등 각 분야를 연결하는 형태의 연계와 융합 사례를 말한다. STEAM은 교사가 교과서 속 개념을 직접 강의하는 대신에, 주어진 문제를 학생이 자발적으로 재 정의하고 해결하는 과정을 통해 여러 분야의 학문을 통합해 사고하고 스스로 지식을 깨우치게 하는 교육이다.

이러한 융합교육의 과제는 구체적으로 수학기간에 교사에 의하여 수학과제가 적절하게 상황을 제시하여 학생이 문제해결의 필요성을 구체적으로 느낄 수 있게 하고, 학생이 스스로 문제해결방법을 찾아가는 설계를 할 기회를 제공하여 학생이 문제를 스스로 자기의 의지에 해결했다는 성공의 기쁨과 경험을 얻도록 하는 것이 무엇보다도 중요하다.

4. 탐색적 자료분석에 관한 문헌 내용

Tukey(1976)는 자신의 저서에서 시행착오를 거듭하면서도 독립적이고 자유롭게 “스스로 실행해보는” 탐색적 자료분석의 중요성을 주장하고 있다. 竹内善和(1983)는 확률통계단원에서의 의미와 흥미를 돋우기 위한 얼굴그림의 형태를 가진 안형(顔形) 그래프를 이용한 수업의 사례를 들면서 학생들에게 수학과제를 제공하는 하나의 방법론을 보여주고 있다. 김웅환과 이석훈(2015)은 통계교육에서의 큰 방향은 자료분석을 보다 더 강조해서 중고등학교에서는 다루어야 한다는 주장을 하고 있으며, 탐색적 자료분석의 창조적 발상의 전환의 중요성을 강조하고 있다. 즉 데이터에 근거한 자료분석의 결과로서 그래프로의 요약과 표현은 데이터의 종류와 특성에 따라 아주 특별한 여러 가지 다양한 그래픽 표현이 요구된다. 우리는 늘 쉽고 편리하고 간편한 그리고 효율적인 그래픽을 원한다. 여기서는 수집된 각 데이터의 시각적 표현으로 요약을 제공하게 되는 여러 가지 유용한 그래프의 표현방법이 있다. 각각의 간단하고 명료한 실습을 통하여 학생들에게 탐색적 자료분석의 준비학습을 다양하게 유도할 수 있는 내용으로는 다음과 같은 예제들이 있다.

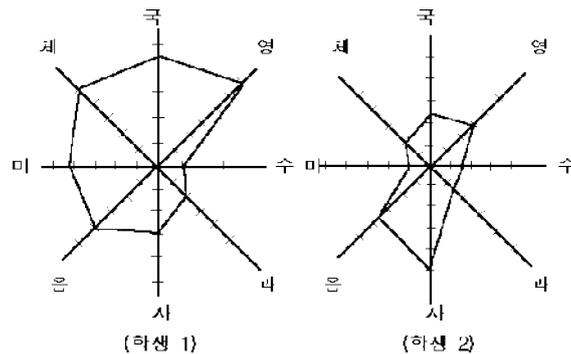
1) 별 그림(star plot)

보통 우리는 변수를 1, 2개를 취급하였으나, 별그림은 여러 개의 변수를 함께 취급하여 각 개체의 특징을 비교하는 방법이다. 그리는 방법은 우선 변수의 개수만큼 직교좌표축을 바탕으로 축을 그리고, 전체자료에서 최대 최소값을 비교하여 축의 눈금을 적절하게 결정한다. 그리고 각 변수의 값을 점을 찍은 후에 서로 선으로 연결하여 그림을 그린다.

예를 들어 다음 <표 II-1>과 같은 2명의 중간고사 성적이 개인별로 얻어진 결과를 별그림으로 그려보자. 이 경우에는 영역이 넓게 퍼져 있을수록 전반적으로 우수한 학생임을 표현하게 된다.

<표 II-1> 개인별 중간고사성적

학생 번호	국	영	수	과	사	음	미	체
1	수	우	가	미	양	우	수	수
2	미	미	양	양	수	우	가	양



[그림 II-1]

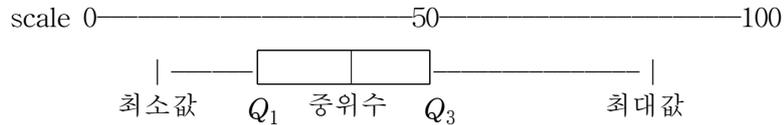
이 그림에서는 독립된 한 학생의 전체적 성적을 이미지의 모양을 통해 알 수 있으며 특히 수학이 매우 저조함을 볼 수 있다. 학생들로 하여금 한 개체에 대한 여러 과목의 성적결과를 그림으로 표현하는 시도를 통한 관찰된 자료의 분석 실험으로 유용하다.

2) 상자 그림(box plot)

때때로 우리는 각각의 구조와는 달리 전체적인 자료의 이미지를 얻고자 할 때가 있다. 이러한 목적을 위하여 개발된 것이 상자그림(box plot)이다.

상자그림은 [그림 II-2]와 같이 x축을 따라 상자를 길게 그린 그림이다. 이 상자그림의

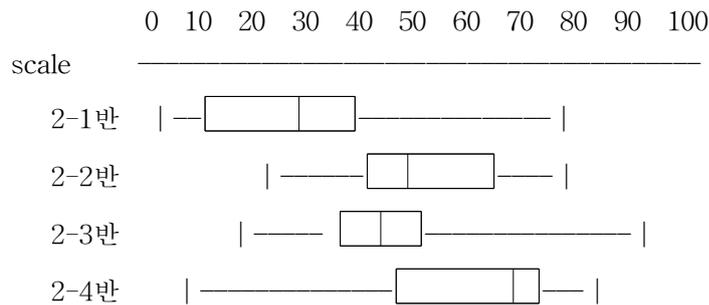
아이디어는 자료의 50%를 중점적으로 표현하기 위한 상자를 그림으로써 자료의 주요 위치를 파악하려는 것이다. 이 상자그림에는 5가지 수치(최소값, Q_1 , 중위수, Q_3 , 최대값)를 포함하고 있다. 여기서 필요한 5가지 수치는 줄기그림에서 간단하게 얻어질 수 있는 값들이다.



[그림 II-2] 상자그림

또한 중위수로부터 제1, 제3사분위수까지의 거리는 분포의 기울어짐(skewness)을 알 수가 있으나 분포의 봉우리의 수는 알기 어렵다. 그리고 여러 집단의 분포를 동시에 비교할 필요가 있을 경우 상자그림이 많은 것을 설명해준다.

[예 3-16] 어느 중학교의 2학년 4개 학급의 중간고사 수학성적을 학급간에 비교하고 싶다고 할 때 다음 [그림 II-3]처럼 각 학급간의 전체적인 비교를 할 수 있다.



[그림 II-3] 4개 학급의 수학성적

III. 연구 방법

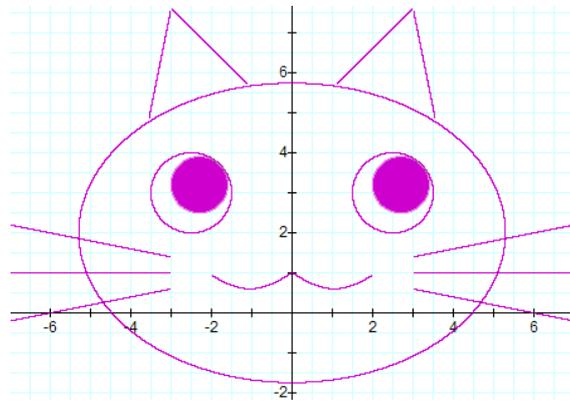
1. 연구 참여자와 연구시기

본 연구의 참여자는 충남에 소재한 과학영재학교 소속의 중학교 영재학생 7명이다. 본 연구는 2017년 1학기 영재수업의 4차시의 분량의 수업을 실행한 연구 결과이다. 여기서 수행하고자 하는 수학내용의 수준은 학생들이 통계의 자료분석 그래프를 만들고 해석하는 수준의 준비학습이 이루어진 상태이면 충분히 가능하다.

2. STEAM 교육을 위한 수학과제 탐색

연구에 참여한 중학교 영재학생을 중심으로 STEAM 교육의 정신을 바탕으로 한 통계그래픽의 시각화를 실험할 내용으로서 여러 개의 변수를 동시에 표현할 수 있는 상상력을 경험하는 얼굴그림을 수학과제로 선정하였다.

본 수학과제인 얼굴그림(face plot)은 정규 교육과정에 들어 있지 않다. 교육부의 2015년 수학과 개정 교육과정 속에는 중고등학교의 학교수학에서 통계의 그래픽 지도내용으로는 대체로 1차원이나 2차원의 자료에 대한 요약에 다루어 왔다. 그러나 오늘날에는 정보를 처리하고자 하는 요구가 크게 일어나고 있으며, 다차원의 자료를 묘사하는 방법은 없을까 하는 궁리를 하게 된다. 얼굴그림은 [그림 III-1]과 같은 그림으로서 다차원의 자료를 2차원의 얼굴 모습에 표현하는 유용한 방법이다. 문득 이런 자료분석을 하려면 컴퓨터를 사용하여야겠다는 생각이 들지도 모르나, 얼마든지 손으로 손쉽게 나타낼 수가 있다.



[그림 III-1]

이 얼굴그림을 고안한 사람은 러시아의 Chernoff이고, 그가 이 그림을 고안하게 된 동기는 “인간의 마음의 표현은 사람의 얼굴을 접했을 때에 최대한 발휘된다.”라는 신념에 근거한 것이라고 한다. 얼굴그림에는 화안어어(和顔愛語: 얼굴에 미소를 띠고 환하게 웃는 얼굴은 사랑을 전하는 말과 같다.)라는 깊은 생각의 이미지를 품고 있는 말이기도 하다.

다음 얼굴들은 체르노프의 포로야구의 피쳐 들의 성적 기록을 얼굴표정으로 나타낸 것이다. 단, 이 그래프는 그림 을 기초로 하여 컴퓨터로 그려진 것이다.



[그림 III-2] 프로야구 선수들의 성적 얼굴

얼굴그림을 그리는 데는 특별한 약속은 없지만 각 부분인 눈, 코, 입 등의 전환된 의미를 실험자 각자가 임의로 정의하고 그에 따라 척도를 부여한 다음 자유로운 발상으로 그릴 수 있다는 것이다. 이 결과들은 자연스럽게 다차원의 자료가 다양한 모습의 얼굴 그림으로 자연스럽게 표현되게 되어 있음을 발견할 수 있다. 그 얼굴들로부터 전체적인 인상이 받아들여지는 느낌을 가질 수 있다. 나름대로 이 얼굴그림의 장점을 서술해 본다면

- 1) 얼굴의 연속적인 변화를 통하여 자료의 특성을 나타낼 수 있다.
- 2) 다차원의 자료를 1, 2차원으로 차원축소를 할 수 있다.
- 3) 시각적으로 강렬한 인상을 줄 수 있다.
- 4) 유사한 얼굴끼리의 군집(cluster)으로 집단의 특징을 구분할 수도 있다.

앞의 얼굴그림을 보면서 현재 우리의 학교수학의 통계그래픽에 대한 지금까지의 통계의 자료분석의 교육은 조금은 고정적 사고에 갇혀 있었던 것 아니었던가하는 생각이 든다. 자료의 요약과 정리의 수업활동에서 부여된 그래프의 역할을 고려해본다면, 그래프의 본질은 자신의 의도를 소비자에게 효과적으로 전달하고 상대방이 알고 싶은 정보를 얻도록 도와주는 도구로 생각할 수 있다. 이러한 측면을 주목한다면 실제 통계수업 시간에 정말 여러 가지의 그래프가 지도되는 것도 좋은 일이라 생각된다.

3. 수업설계와 수업관찰

[수업설계안의 개념]

중학교의 교육과정과 교육활동은 변수가 x, y 2개인 경우의 함수관계를 취급한다. 통계단원의 자료분석 내용의 경우에도 2개의 변수를 갖는 자료를 다룬다.

토론과 실험을 통해 수학영재 학습내용의 범위를 유연하게 적용하여 얼굴그림을 도입하여 창의적으로 다변량 자료의 분석 방법을 상상해보고 확장할 수 있는 기회를 시도해 보았다. 소요시간은 4 차시 시간 이내면 가능하다.

단계 1 : 변수가 1개인 경우(키)

[예] 어느 학급의 학생 11명의 각각의 형제자매의 수를 조사한 결과의 도수그림이다.

형제의 수: 1, 2, 2, 3, 2, 3, 2, 2, 2, 1, 7

X							
X	X		X				

1	2	3	4	5	6	7	

[그림 III-3] 도수 그림

단계 2 : 변수가 2개인 경우(시간 t 와 주가 p)



[그림 III-4] 한국의 연도별 출생자수(1992년부터 2012년)

단계 3 : 변수가 4개인 경우(수학, 영어, 음악, 과학)

다음 <표 III-1>은 얼굴그림을 수학과제로 한 수업에서 사용한 데이터의 예이다. 중학교의 임의의 학생의 10명의 학기말 성적(수, 우, 미, 양, 가)을 바탕으로 얼굴그림의 표현을 연구 대상 학생들에게 수학과제로 탐구하도록 한다. (수업준비물: 자, 연필, 색연필, 모눈종이).

<표 III-1> 학기말 성적표

교과 \ 학생	kim	son	lee	park	kang	pee	bak	yoo	min	choi
수학	수	수	수	미	가	양	양	가	수	가
영어	우	수	우	수	우	수	수	미	수	가
음악	우	우	미	우	우	양	양	미	가	가
과학	우	수	우	가	양	미	우	미	수	미

[수업의 관찰과 면담]

단계 1과 단계 2를 실행하면서 자료분석의 동기부여와 관심을 유도한 후에 본격적인 얼굴

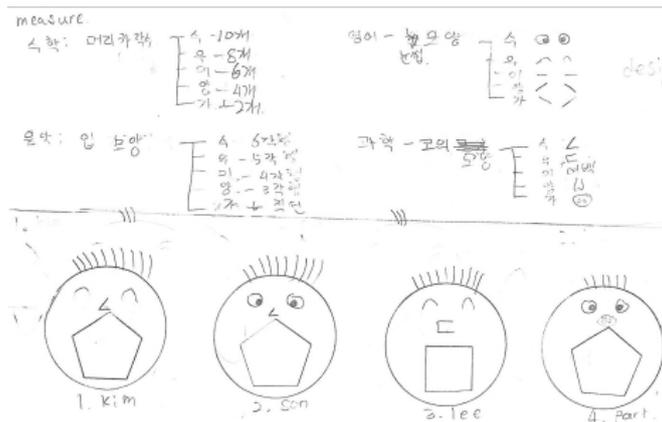
그림의 주제로 넘어가게 된다. 각자가 얼굴그림 수학과제를 완성하는 수업을 실행하면서 학생들이 궁금해 하는 것과 자신이 해결하였던 문제해결의 전략 등을 설명하도록 하고 그 결과물을 발표하고 제출하면서 본인이 느끼는 바를 설명하도록 하였다.

IV. 결과의 분석

1. 학생인터뷰 에피소드

중학교 영재학생들 7명을 대상으로 2017년 1학기에 탐색적 자료분석에 관한 수업을 4차시 동안 실시한 후에 수학학습 태도에 대한 인터뷰 내용과 에피소드의 기록과 자료분석 결과를 분석하고 지면의 제약으로 학생의 그림표현의 일부분만을 발췌하여 제시하면 다음과 같다.

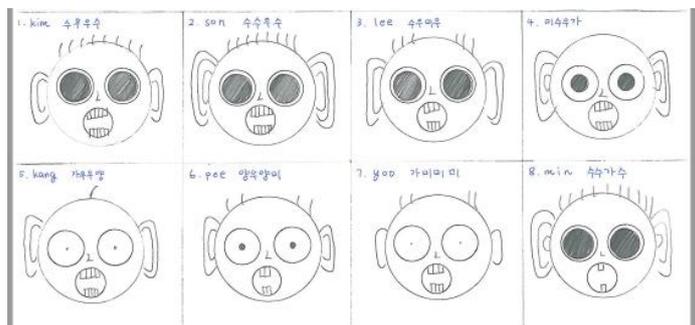
<학생 김> : “얼굴그림 그리기의 활동은 오래 기억에 남을 것으로 생각합니다. 실제로 만들이가 재미있었습니다. 개념이해에는 별다른 차이가 없으니 교육환경에 따라 선택하면 좋겠다고 생각합니다. 이 결과를 요약하면 대체적으로 손으로 하는 작업 활동은 재미있는 활동이었고 다양한 변수를 한곳에 표현하고자하는 시도를 빠르게 해볼 수 있어서 좋았습니다.”



[그림 IV-1] 학생 김의 얼굴그림

<학생 김>은 자료분석을 하기 전에 각 변수의 5단계 척도를 기준으로 잡고 사이즈별로 정도를 정한 것과 다른 그림으로 다르게 구별한 표현으로 그 방법이 일치되지 못하였음을 발견하지 못하는 오류를 범하고 있다. 차후에 왜 우리가 일관성 있게 척도를 크기로 나타내야하는지의 필요성을 발견하도록 지도하였다.

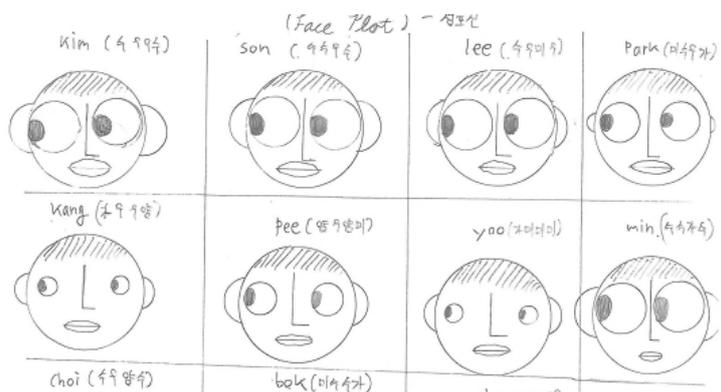
<학생 박> : “선생님 어떻게 시작을 할지 당황스러웠지만 데 잠시 궁리를 하니 생각이 나기 시작 했어요. 평소의 생각에 지금 배운 상상력으로 그림을 시도해 보았는데 참으로 신기하고 재미가 있습니다. 초등학교 시절에 미술을 잘할 걸 그랬나 봅니다. 통계의 분석이 여러 가지임을 처음 느껴봅니다. 재미있습니다.”



[그림 IV-2] 학생 박의 얼굴그림

<학생 박>은 얼굴 그림을 표현하고자 할 때 미리 정한 규칙을 설명함이 없이 자기 생각만을 가지고 그림을 그리기 시작하였다. 어느 변수는 크기로 하지만 어느 변수는 색깔로 분류하는 시도를 해서 구별을 하고 있다. 소비자를 위한 탐색적 자료분석에서의 깊은 의미를 간과하고 있으나 창의적으로 표현하고 있음을 발견할 수 있다. 변수의 척도의 기준을 제시하지 못하면서도 일을 시작하고 있음을 알 수 있다.

<학생 허> : “내 마음대로 그림을 그릴 수 있다니 재미있습니다. 그림의 결과로 무엇을 발견할 수 있을지가 궁금해지는데요. 여하튼 끝까지 인내심을 가지고 해보겠습니다.”

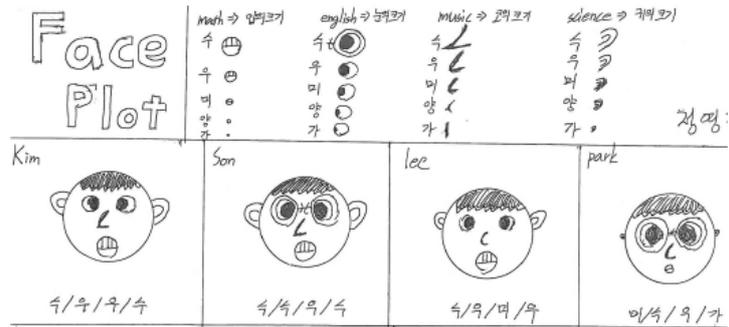


[그림 IV-3] 학생 허의 얼굴그림

<학생 허>는 얼굴그림에 자료의 척도의 내용(수우미양가)를 직접 기록하는 노력을 보였으나 이것이 무엇을 의미하는지 자세한 지표를 제시하지 못하고 있어서 아쉬웠다. 분석이 끝나고 토론 시간에 이런 저런 결과물의 검토를 통하여 왜 그림에서 친절한 안내가 필요한지를 스스로 발견하게 되었다.

<학생 정> : “자료분석에서 여러 가지 내용을 한 곳에 그린다는 것이 새롭네요. 어떻게 하면 멋진 그림이 될까를 고민하게 되는데요. 궁금하긴 하지만 여러 학생의 성적을 그려보겠습니다. 조금 마음이 설레이네요. 만화그리기가 취미거든요.”

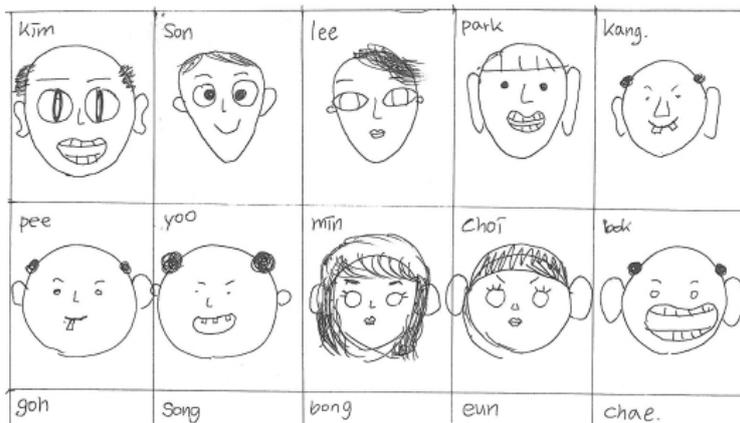
얼굴그림(Face Plot)을 활용한 수학영재교육의 사례연구



[그림 IV-4] 학생 김의 얼굴그림

<학생 김>의 특징은 분명하게 성적과 척도의 크기에 대하여 명확한 정의를 내리고 시작하는 정돈된 모습을 보이고 있다. 안정된 그림과 구별되는 얼굴로 학급 전체의 학생에 대한 그림을 그려서 분류하는 특징을 제대로 설명하고 있음을 알 수 있다.

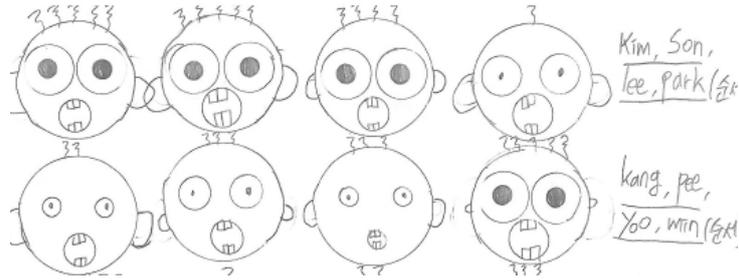
<학생 최> : “선생님 저는 학생들의 얼굴을 아예 다른 그림으로 그려보려고 합니다. 그려지는 얼굴에 어떤 특징을 잡아야 할지 걱정은 되지만 서로 비교가 가능하게 그려보겠습니다. 아주 재미있네요. 자료를 한번 다른 모양으로 변환한다는 일이 재미있기도 하고요 무언가 발견될 것 같은 스릴이 있습니다.”



[그림 IV-5] 학생 김의 얼굴그림

<학생 최>의 그림은 우선적으로 척도의 정의를 분명하게 시작하지 못하고 있으며 얼굴그림을 그리긴 그리는데 그리는데 분석의 목적을 잘 인식하는데 실패하고 있는 것처럼 느낌이 든다. 분석이 끝나고 학생들과 토론에서 여러 가지 문제점들을 반성하게 되고 우리가 자료 분석 시에 점검해야할 사항들을 스스로 발견하게 되었다.

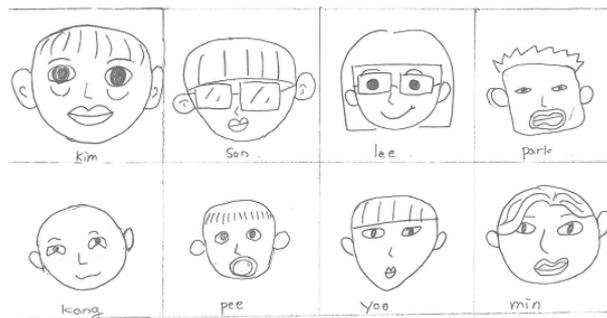
<학생 노> : “자료를 그림으로 바꾼다고 하는데 보통은 한 개의 변수를 다루는데 한꺼번에 여러개의 변수를 모아 본다는 것이 새롭네요. 선생님 이것을 분석해서 어디에 사용하게 되나요?”



[그림 IV-6] 학생 최의 얼굴그림

<학생 노>의 의문에 대한 답은 즉답으로 설명하지 않고 1 시간 가량의 자료분석 그리기가 거의 끝나고 학생들의 자유 토론 시간에 자연스럽게 그 질문에 대한 답을 얻을 수가 있게 되었다. 자료의 특징을 그 이미지로 큰 밑그림의 이미지를 받을 수 있는 탐색적 자료분석의 초벌을 경험할 수 있었다.

<학생 고> : “ 선생님 저는 학생들의 얼굴을 서로 다르게 그려보았습니다. 아주 다른 얼굴을 하고 있으나 각 교과와 성적의 척도는 모양과 크기로 구별하려고 하는데요, 어떻게 할까요?”



[그림 IV-7] 학생 고의 얼굴그림

<학생 고>의 자유로운 생각에 응원을 보내고 자신이 생각한 방법대로 실시를 하도록 하고 그 방법이 어떤 효과가 있었는지는 차후에 토론과 대화 시간에 결론을 얻기로 하였다.

결론적으로 주어진 자료에 대한 얼굴그림을 각자가 자기만의 생각으로 만든 다음 그 생산한 결과물을 가지고, 자기가 선택하고 결정한 방법들이 어떤 장단점을 가지고 있나를 발견할 수 있고 반성할 수 있다. 유별나고 특별한 표현 방법인지를 서로 토론하고 비교함으로써 확인하는 과정에서 자신의 아이디어와 노력의 결과를 의사소통을 통하여 확인하게 되니 그 구체적인 소득에 대한 매우 소중하고 유익하고 즐거운 경험을 하게 되었음을 확인할 수 있었다.

본 연구의 면담과 수업실행 후의 토론을 통해 얻은 시사점은 다음과 같다. 학생들이 탐색적 자료분석에서 기존의 틀에서 벗어나 보다 자유로운 자기생각과 판단 하에 실행하는 경험을 해 보았다. 다변량 자료를 그래픽을 통하여 독특하고도 차별화된 과학적 변환의 결과로서 여러 가지 사실들을 발견할 수 있다는 자신감과 창의성을 스스로 발견하게 되었다. 누가 시켜서 하는 것이 아닌 자기 스스로 판단하여 공부해보겠다는 의지와 동기와 호기심의 발동이 생겼다는 그 자체가 큰 수확이었다는 것을 발견할 수 있었다.

VI. 결론

본 연구는 학교수학에서 통계영역의 탐색적 자료분석에 관한 중학교영재학생들의 흥미와 태도의 변화에 관한 실험을 실시하고 그 특징을 관찰하고자 하였다. 영재학생들에게 STEAM교육의 수학과제로서 얼굴그림을 통한 수업이 학생들에게 미치는 흥미와 태도에 어떤 변화들이 일어나는가에 대한 관찰과 탐구를 하였다.

한국의 A사범대학에서 운영하고 있는 과학영재교육원의 중학생 7명을 대상으로 연구하였고, 2017년 1학기에 연구자가 구성한 통계그래픽의 표현에 대한 4차시 수업을 실시하는 동안 실행한 수학과제 수행을 통하여 토론수업을 진행하였다. 그 결과는 개인별 면담을 통하여 이루어 졌다.

본 연구의 결론은 다음과 같다.

첫째, 통계영역의 자료분석 수학수업에서 1개나 2개의 변수를 다루는 그래픽의 수준을 다변량으로 확대한 얼굴그림 그리기의 수학과제 활동이 중학교 영재 학생들의 호기심과 즐거움을 제공하고 통계영역의 자료분석 수업단원의 내재적 학습동기를 자극하였음을 확인하였다.

둘째, 중학교 수학교육과정의 내용을 약간 벗어나긴 하였으나 STEAM 교육의 융합정신을 반영한 창의적인 발상전환을 일으키는 수학과제의 개발이 유용할 수 있음을 발견하였다.

셋째, 학생들 스스로 문제해결의 방법을 궁리하고 생산적인 애쓰음을 통하여 자신만의 만들기과 성공의 경험을 하게 되어 긍정과 몰입과 창의를 자연스럽게 연결하는 학생들의 능동적인 수업의 참여를 유도할 수 있었다.

결론적으로 창의적이고 융합적인 실생활과의 수학 내용간의 연계성 강화가 학생들의 호기심과 흥미태도를 자극할 수 있음을 확인함으로써, 수학지식의 유용성과 스스로의 선택과 능동적인 수업의 긍정적 참여가 몰입과 창의에 가치가 있음을 확인할 수 있었다. 특히 예비교사교육과 교사의 재교육 연수시간에 창의적인 수학학습 동기유발과 활동하는 수학학습을 위하여 학생들이 실제적으로 경험할 수 있도록 하는 구체적이고 유용한 수학과제의 개발과 탐구의 교육과 경험 축적이 지속되어야 할 것으로 생각된다.

참고문헌

- 고호경 (2005). 수학교육에서 실험수업의 의의와 특성, **한국학교수학회논문집**, 8(1).
교육부 (2015). **2015 중고등학교 수학교육과정**, 교육부.
김응환, 이석훈 (2015). **통계와 확률 교육**, 경문사, 서울
김정란, 김응환 (2017). 미국의 통계소양교육 분석을 통한 우리나라 교사교육방향의 탐색, **한국학교수학회논문집**, 20(2), 163-186.
이화연, 김응환 (2016). 수학 학습부진아 지도를 위한 노트쓰기활동에 관한 연구, **한국학교수학회논문집**, 19(3). 277-290.
한국과학창의재단 (2013). **교구 및 공학도구를 활용한 평가기반 조성**(Building the Foundation of Process-based Assessment Using Manipulatives and Technologies), 한국과학창의재단 연구보고서 2013-6, pp. 24-28.(korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity).
한국과학재단 (2016). **수학중심의 STEAM 세상을 읽는 수학교재**. 연구보고서 2016-09.
竹内善和 (1983). **顔形 그래프를 사용한 統計指導**, **교육과학 수학교육**. No. 287. pp. 75-82, 명치도서, 일본.
Granberg, C. (2016). Discovering and addressing errors during mathematics problem solving-A productive struggle, *The Journal of mathematical Behavior* 42, 33-48.
Hiebert, J & Grouws, D. A. (2007). *The effects of classroom mathematics teaching on student's learning*, Second handbook of research on mathematics teaching and learning Vol. 1. pp. 371-404.
Hull, T. C. (2013). *Project Origami*. Second edition, CRC Press, Boca Raton, pp. 49-62.
Mason, J. & Johnston-Wilder, S. (2015). **수학과제의 설계와 활용**, 권오남외 10인 역, 경문사, 서울.
Pintrich, P. R. & Schunk, D. H. (1996). *Motivation in Education: Theory, Research and Application*, Prentice Hall.
Schunk, D. H. & Pintrich, P. (2013). **학습동기: 이론과 연구와 지원**, 신중호 역, 학지사, 서울.
Tukey, J. W. (1976). *Exploratory Data Analysis*. Princeton University and Bell Telephone Laboratories. Princeton, New Jersey Christmas.
Van de Walle, J. A. (1998). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally*, third edition, Longman.

The study of the Gifted Students Education about Doing Mathematical Task with the Face Plot

Yunghwan Kim²⁾

Abstract

This study is to figure out the activity and disposition of gifted students with face plot in exploratory data analysis at middle school mathematics class. This study has begun on the basis of the doing mathematics at multivariate analysis beyond one variable and two variables. Gifted students were developed the good learning habits themselves.

According to this result, Many gifted students have an interesting experience at data analysis with Face Plot. And they felt the useful methods of creative thinking about graphics with doing mathematics at mathematical tasks. I think that teachers need to learn the visualization methods and to make and to develop the STEAM education tasks connected real life. It should be effective enough to change their attitudes toward teaching and learning at exploratory data analysis.

Key Words : Face Plot, Gifted students education, Exploratory data analysis, Multivariate analysis, Mathematical task, STEAM education.

Received October 23, 2017

Revised December 7, 2017

Accepted December 11, 2017

* MSC2010 classification : 97D80, 97K80

2) Kongju National University (yhkim@kongju.ac.kr)