

이산 TDCIM과 이산 PID 제어기 사이의 관계 규명 Identification of the Relationship Between the Discrete TDCIM and the Discrete PID Controller

박상현^{1*} · 정의인¹ · 신동관¹

Sang Hyun Park, Eui In Jeong and Dong Gwan Shin

Received: 10 Oct. 2017, Accepted: 21 Nov. 2017

Key Words : PID Controller(PID 제어기), Time-Delay Control(시간지연 제어기법), Internal Model Control(내부모델 제어기법), Robot Manipulator(로봇 매니퓰레이터)

Abstract: Time-delay control with internal model (TDCIM) is the controller for robot manipulators that applies the time-delay estimation and the concept of internal model control (IMC). TDCIM is robust against unknown dynamics and non-linear friction like coulomb friction and static friction. It is simple and computationally efficient. This study presents the relationship between the discrete TDCIM and the discrete PID controller. The PID controller is the most popular control law in the real application. But often the PID controller can be difficult to achieve the desired level of control performance. The result in this study provides a good candidate solution to these situations.

1. 서 론

PID 제어기는 실제 응용분야에서 사용되는 제어법칙의 90% 이상을 점유¹⁾ 할 정도로 대중적인 제어법칙이다. 사용되는 게인들은 물리적 의미가 직관적이고 이해하기 쉽다. 때문에 복잡한 제어이론을 잘 모르는 사람들도 친숙하게 활용 가능하다.

하지만 대다수 현실에서 PID 제어기의 게인 선정은 체계적인 방법에 의해 이루어지기보다는 시행착오(try and error)와 경험을 바탕으로 이루어지고 있다.⁴⁾ 이 같은 PID 게인 선정 방식은 종종 상당한 시간과 노력을 요구하기도 하는데, 다 자유도로 구성된 로봇 매니퓰레이터가 그러한 예에 해당한다. 로봇의 각 축 동역학은 비선형적인 관계를 통해 서로 연관

되어 있다. 따라서 게인 선정 과정은 개별 축의 독립적인 과정을 통해 이루어질 수 없다. 하나하나의 게인 튜닝을 진행하면서 전체 로봇의 제어 성능을 검토해야 하며, 선정된 게인들 간의 상호 연관성도 고려하여야 한다. 6축 로봇의 경우 이같이 선정되어야 하는 게인이 18개에 달한다.

로봇 매니퓰레이터의 PID 게인 선정을 체계적으로 진행하기 위한 해법의 하나로 시간지연 제어기법(Time-Delay Control: TDC)²⁾을 이용하는 방법이 있다.⁴⁾ TDC는 비선형 플랜트에 대한 제어 알고리즘의 하나로 예측 못한 외란과 모델링되지 않은 비선형 동역학에 강인한 제어 성능을 보인다.²⁻⁶⁾ 그런데 TDC를 이산구현하면 PID 제어기를 이산구현 한 것과 같은 구조가 된다는 것이 발견되었다. 이를 이용하여 PID 제어기가 TDC와 동등해지도록 게인을 선정하는 것이 TDC를 이용한 PID 게인 선정 방법이다. 이 방법은 알려지지 않은 모델링에 강인한 PID 게인을 찾을 수 있는 체계적인 방법이며, 그 효과는 6축 로봇을 이용한 실험에서 입증된 바 있다. 하지만 이렇게 구현된 PID 제어기는 쿨롬 마찰력과 같은 비선형 마찰력⁵⁾이 작용하면 현저한 성능 저하가 발생하는 단

* Corresponding author: yejipark2@gmail.com

1 R&D Center, Robostar Co., Ltd. Ansan 426-220, Korea
Copyright © 2017, KSFC

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

점을 지니고 있다. TDC와 동등해지는 PID 제어기이기 때문에 불연속적인 동역학에 취약한 TDC의 특성⁵⁻⁶⁾ 또한 나타나는 것이다.

TDCIM(Time-Delay Control with Internal Model)⁵⁾은 TDC에 내부모델 제어기법(Internal Model Control: IMC)의 개념을 적용하여 비선형 마찰에 의해 발생하는 TDC의 문제를 개선시킨 제어기이다.

본 연구에서는 TDCIM의 이산구현 된 구조를 분석하고, 이산 PID 제어기와의 관계를 규명하였다. 여기에서 얻어진 결과는 비선형 마찰이 작용하는 로봇을 제어해야 하는 상황에서 기존의 TDC를 이용한 PID 제어기를 대신할 수 있는 하나의 좋은 대안이 될 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 TDC 및 TDCIM에 대한 이론적 배경을 요약하였다. 3장에서는 이산 TDCIM 제어기를 유도하고 이산 PID 제어기와의 연관성을 분석하였으며, 4장에서는 시뮬레이션을 통해 제안된 TDCIM과 PID 제어기의 관계를 검증하였다. 마지막으로 5장에서는 결론을 서술하고 있다.

2. 이론적 배경

2.1 TDC를 이용한 로봇 매니플레이터 제어^{2,5)}

n -DOF 로봇 매니플레이터의 동역학은 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + w = \tau \quad (1)$$

여기에서 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta} \in \mathbb{R}^n$ 는 각각 조인트의 위치, 속도, 가속도를 의미하고, $M(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 관성행렬, $V(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^n$ 는 코리올리 및 원심력(Coriolis and Centrifugal forces), $G(\theta) \in \mathbb{R}^n$ 는 중력에 해당한다. 그리고 $w \in \mathbb{R}^n$ 는 마찰력 및 외란을 포함한 모델링 되지 않은 동역학을, $\tau \in \mathbb{R}^n$ 는 제어입력을 의미한다. $M(\theta)$ 에 기준하여 상수 대각행렬 $\bar{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 를 도입할 경우 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{M}\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) &= \tau \\ H(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) &= (M(\theta) - \bar{M})\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + w \end{aligned} \quad (2)$$

Computed torque 방법에 기반 할 때 식 (2)의 플랜트를 제어하기 위한 제어입력은 상수 대각행렬

$K_D, K_P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 를 이용하여 식 (3)과 같이 설계된다. \hat{H} 은 H 의 추정(estimation)을, e 는 추종오차(tracking error)를 의미한다.

$$\begin{aligned} \tau(t) &= \bar{M}u(t) + \hat{H}(t) \\ u(t) &= \ddot{\theta}_{d(t)} + K_D\dot{e}(t) + K_Pe(t) \\ e(t) &\equiv \theta_{d(t)} - \theta(t) \end{aligned} \quad (3)$$

TDC에서는 H 가 시간에 대해 연속이라는 가정 하에 \hat{H} 을 다음과 같이 시간지연추정(Time-Delay Estimation: TDE)을 이용하여 계산한다.

$$\hat{H}(t) \approx H_{(t-L)} = \tau_{(t-L)} - \bar{M}\ddot{\theta}_{(t-L)} \quad (4)$$

L 에는 일반적으로 제어입력을 생성하는 샘플 주기를 사용한다. 식 (3)에 식 (4)를 대입함으로써 TDC의 제어입력을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau(t) &= \tau_{(t-L)} - \bar{M}\ddot{\theta}_{(t-L)} \\ &\quad + \bar{M}(\ddot{\theta}_{d(t)} + K_D\dot{e}(t) + K_Pe(t)) \end{aligned} \quad (5)$$

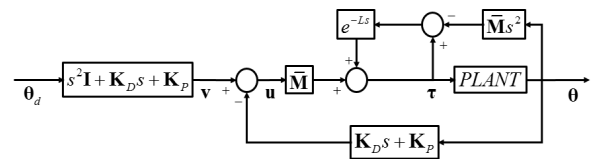


Fig. 1 Block diagram of TDC

식 (2)에 식 (5)을 대입하고 식 (4)를 적용하면 다음과 같은 폐 루프 오차동역학을 얻을 수 있다.

$$\ddot{e}(t) + K_D\dot{e}(t) + K_Pe(t) = \epsilon(t) \quad (6)$$

여기에서 ϵ 은 다음과 같이 정의되는 시간지연추정 오차를 의미한다.

$$\epsilon(t) \equiv \bar{M}^{-1}(H(t) - H_{(t-L)}) \quad (7)$$

TDC는 시간지연추정을 사용하기 때문에 플랜트의 동역학 모델 정보를 거의 필요로 하지 않는다. 이로 인하여 각종 모델링 되지 않은 동역학이나 외란에 강인한 특성을 지닌다.^{2,6)} 반면 w 에 비선형 마찰력과 같이 시간에 대해 불연속적인 요소가 작용할 경우 급격한 성능 저하가 나타난다.

2.2 IMC 개념을 활용한 TDC의 개선⁵⁾

TDCIM(Time-Delay Control with Internal Model)은 내부모델 제어기법(Internal Model Control: IMC)에서의 개념을 TDC에 적용하여 TDC에서 발생하는 시간 지연추정 오차를 감소시킨 제어기이다. TDCIM에서의 시간지연추정 오차 감소는 제어성능을 크게 향상시키는 결과로 나타났는데 이는 비선형 마찰력에 대해서도 효과가 있음이 검증되었다.

IMC의 개념은 Fig. 2와 같다. 여기에서 G 는 플랜트를 나타내며, G_m 은 플랜트의 모델, Q 는 IMC 제어기, y_d 는 기준입력(reference input), y_δ 는 기준입력과 피드백 입력의 차이, v 는 제어입력, y 는 플랜트의 출력, y_m 은 플랜트 모델의 출력, d 는 외란을 각각 나타낸다. Fig. 2를 통해 IMC의 폐 루프 전달함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$y(s) = \frac{GQ}{1 + Q(G - G_m)} y_d + \frac{1 - G_m Q}{1 + Q(G - G_m)} Gd \quad (8)$$

식 (8)로부터, $Q = G_m^{-1}$ 으로 제어기를 구현하면 IMC의 폐 루프 시스템에서는 기준입력의 완벽 추종(perfect reference tracking)이 달성되는 것을 알 수 있다.

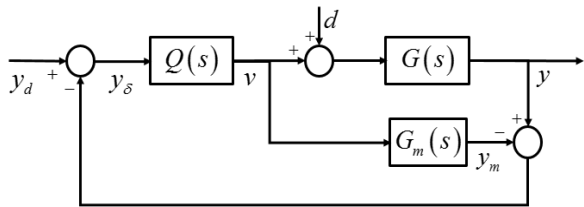


Fig. 2 Block diagram of IMC

TDCIM의 유도과정은 IMC 개념을 적용하기 위해 TDC가 적용된 폐 루프 시스템을 개 루프 시스템으로 해석하는 것에서 출발한다.

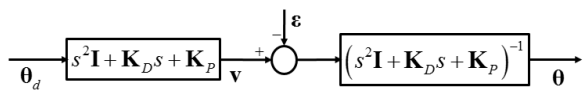


Fig. 3 Open loop block diagram of TDC

TDC의 오차동역학인 식 (6)에서 기준입력에 의한 부분, v 를 다음과 같이 정의한다.

$$v = \ddot{\theta}_d + K_D \dot{\theta}_d + K_P \theta_d \quad (9)$$

v 와 식 (6)을 이용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\theta} + K_D \dot{\theta} + K_P \theta = v - \epsilon \quad (10)$$

식 (10)으로부터 TDC의 폐 루프 블록 다이어그램은 Fig. 3에서와 같이 개 루프 형태로 간략화 된다.

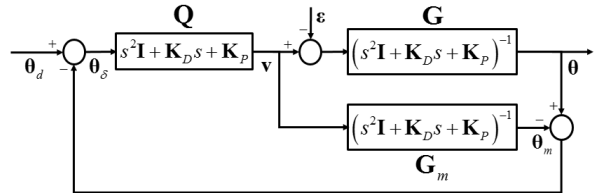


Fig. 4 Reduced block diagram of TDCIM

즉 TDC는 로봇의 비선형 동역학을 시간지연추정과 PD 피드백을 통해 선형화시킨 후 선형화 된 플랜트에 대해 피드포워드 제어를 하고 있는 형태로 해석할 수 있다. 여기에서 시간지연추정 오차는 외란처럼 작용한다. 선형화 된 플랜트 부분을 IMC의 플랜트, G 로 고려하면 Fig. 4에서와 같이 IMC의 개념을 적용할 수 있다.

Fig. 4에서 간략화 되어 있는 TDC의 시간지연추정 및 PD 피드백 부분을 자세히 하면 Fig. 5와 같은 전체 TDCIM의 블록 다이어그램을 얻을 수 있다. Fig. 1과 Fig. 5의 비교에서 알 수 있듯이 TDCIM에서는 TDC에서 사용되던 기준입력 θ_d 대신 IMC 피드백이 추가된 θ_δ 를 입력하게 된다.

$$\theta_\delta = \theta_m + \theta_d - \theta \quad (11)$$

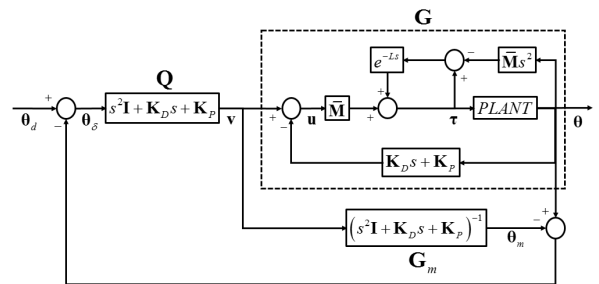


Fig. 5 Block diagram of TDCIM

TDC의 제어입력, 식 (5)에서 θ_d 대신 θ_δ 를 적용하면 다음과 같은 TDCIM의 제어입력을 얻을 수 있다.

$$\tau(t) = \tau(t-L) - \overline{M} \ddot{\theta}_{(t-L)} + \overline{M} (\ddot{\theta}_{\delta(t)} + K_D (\dot{\theta}_{\delta(t)} - \dot{\theta}_{(t)}) + K_P (\theta_{\delta(t)} - \theta_{(t)})) \quad (12)$$

3. 이산 TDCIM 제어기와 이산 PID 제어기

3.1 이산 TDCIM 제어기

식 (12)의 t 를 이산화 된 표현 k 로 치환하면 다음과 같다.

$$\tau_{(k)} = \tau_{(k-1)} - \overline{M}\ddot{\theta}_{(k-1)} + \overline{M}(\ddot{\theta}_{\delta(k)} + K_D(\dot{\theta}_{\delta(k)} - \dot{\theta}_{(k)}) + K_P(\theta_{\delta(k)} - \theta_{(k)})) \quad (13)$$

대다수의 로봇에는 조인트의 속도 및 가속도 센서가 없다. 따라서 식 (13)의 $\ddot{\theta}_{(k-1)}$ 과 $\dot{\theta}_{(k)}$ 의 계산에는 보통 수치미분이 이용된다. 중앙차분(central difference)을 이용하는 것이 후방차분(backward difference)보다 더 정확하기 때문에⁷⁾ 시간지연추정의 계산에 필요한 $\ddot{\theta}_{(k-1)}$ 은 다음과 같이 계산한다.

$$\ddot{\theta}_{(k-1)} = \frac{\theta_{(k)} - 2\theta_{(k-1)} + \theta_{(k-2)}}{L^2} \quad (14)$$

반면 PD 피드백 계산에 사용되는 $\dot{\theta}_{(k)}$ 는 미래의 값 $\theta_{(k+1)}$ 을 알 수 없기 때문에 후방차분을 이용하여 다음과 같이 계산한다.

$$\dot{\theta}_{(k)} = \frac{\theta_{(k)} - \theta_{(k-1)}}{L} \quad (15)$$

Fig. 4에서 알 수 있듯이 $Q = G_m^{-1}$ 이므로 θ_m 과 θ_δ 는 다음의 관계를 만족시킨다.

$$\theta_m = (G_m Q)\theta_\delta = \theta_\delta \quad (16)$$

식 (11)에 식 (16)을 대입하고 θ_δ 의 인과관계(causality)를 고려하면 다음 식이 얻어진다.

$$\theta_{\delta(k)} = \theta_{\delta(k-1)} + \theta_{d(k)} - \theta_{(k)} \quad (17)$$

식 (17)로부터 다음과 같은 $\dot{\theta}_{\delta(k)}$, $\ddot{\theta}_{\delta(k)}$ 의 이산구현된 수식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{\delta(k)} &= \frac{\theta_{\delta(k)} - \theta_{\delta(k-1)}}{L} = \frac{\theta_{d(k)} - \theta_{(k)}}{L} \\ \ddot{\theta}_{\delta(k)} &= \frac{\theta_{d(k)} - \theta_{d(k-1)} - \theta_{(k)} + \theta_{(k-1)}}{L^2} \end{aligned} \quad (18)$$

그리고 식 (17)은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\theta_{\delta(k)} = \theta_{\delta(0)} + \sum_{j=1}^k (\theta_{d(j)} - \theta_{(j)}) \quad (19)$$

제어가 시작되기 전, 즉 $k < 1$ 인 경우, 식 (17)의 IMC 피드백에 해당하는 $\theta_{\delta(k-1)} - \theta_{(k)}$ 는 0으로 놓을 수 있다. 따라서 식 (17)에 $k = 0$ 을 대입하면 $\theta_{\delta(0)} = \theta_{d(0)}$ 이 얻어지며, 이를 식 (19)에 대입하면 $\theta_{\delta(k)}$ 를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\theta_{\delta(k)} = \theta_{d(0)} + \sum_{j=1}^k (\theta_{d(j)} - \theta_{(j)}) \quad (20)$$

앞서 얻어진 식 (14), 식 (15), 식 (18), 식 (20)을 식 (13)에 대입하면 다음과 같이 이산 TDCIM의 제어입력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{(k)} &= \tau_{(k-1)} + \overline{M} \left[\frac{\theta_{d(k)} - \theta_{d(k-1)} - 2\theta_{(k)} + 3\theta_{(k-1)} - \theta_{(k-2)}}{L^2} \right. \\ &\quad \left. + K_D \frac{\theta_{d(k)} - 2\theta_{(k)} + \theta_{(k-1)}}{L} \right. \\ &\quad \left. + K_P \left(\sum_{j=1}^k (\theta_{d(j)} - \theta_{(j)}) + \theta_{d(0)} - \theta_{(k)} \right) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)의 마지막 $K_P(\cdot)$ 에 해당하는 항을 단순화하기 위해 다음과 같은 $\theta_{(k)}$ 의 표현을 고려한다.

$$\theta_{(k)} = \sum_{j=1}^k (\theta_{(j)} - \theta_{(j-1)}) + \theta_{(0)} \quad (22)$$

식 (22)를 이용하면 식 (21)의 마지막 $K_P(\cdot)$ 에 해당하는 항을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\begin{aligned} &K_P \left(\sum_{j=1}^k (\theta_{d(j)} - \theta_{(j)}) + \theta_{d(0)} - \theta_{(k)} \right) \\ &= K_P \left(\sum_{j=1}^k (\theta_{d(j)} - 2\theta_{(j)} + \theta_{(j-1)}) + \theta_{d(0)} - \theta_{(0)} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

상당수 실제 로봇 제어에 있어서 최초 기준입력, $\theta_{d(0)}$ 는 엔코더 값, $\theta_{(0)}$ 와 동일하게 설정된다. 이 같은 사실을 기반으로 하여 $\theta_{d(0)} - \theta_{(0)} = 0$ 을 가정한다면 식 (23)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_P \left(\sum_{j=1}^k (\boldsymbol{\theta}_{d(j)} - \boldsymbol{\theta}_{(j)}) + \boldsymbol{\theta}_{d(0)} - \boldsymbol{\theta}_{(k)} \right) \\ &= \mathbf{K}_P \sum_{j=1}^k (\boldsymbol{\theta}_{d(j)} - 2\boldsymbol{\theta}_{(j)} + \boldsymbol{\theta}_{(j-1)}) \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)를 식 (21)에 대입하면 이산 TDCIM의 제어 입력은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{(k)} &= \boldsymbol{\tau}_{(k-1)} + \\ & \frac{\overline{\mathbf{M}}}{L^2} \left[\begin{aligned} & \boldsymbol{\theta}_{d(k)} - \boldsymbol{\theta}_{d(k-1)} - 2\boldsymbol{\theta}_{(k)} + 3\boldsymbol{\theta}_{(k-1)} - \boldsymbol{\theta}_{(k-2)} \\ & + \mathbf{K}_D \frac{\boldsymbol{\theta}_{d(k)} - 2\boldsymbol{\theta}_{(k)} + \boldsymbol{\theta}_{(k-1)}}{L} \\ & + \mathbf{K}_P \sum_{j=1}^k (\boldsymbol{\theta}_{d(j)} - 2\boldsymbol{\theta}_{(j)} + \boldsymbol{\theta}_{(j-1)}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

본 연구에서는 식 (25)의 물리적인 의미를 해석하기 위해 다음과 같이 정의되는 $\boldsymbol{\theta}^*$ 를 고려하였다.

$$\boldsymbol{\theta}_{(k)}^* \equiv \boldsymbol{\theta}_{(k)} + (\boldsymbol{\theta}_{(k)} - \boldsymbol{\theta}_{(k-1)}) = 2\boldsymbol{\theta}_{(k)} - \boldsymbol{\theta}_{(k-1)} \quad (26)$$

식 (26)은 엔코더 값, $\boldsymbol{\theta}_{(k)}$ 에 $\boldsymbol{\theta}_{(k)} - \boldsymbol{\theta}_{(k-1)}$ 를 보정하여 현재 값에 더 근접한 조인트 위치를 추정하는 것으로 해석될 수 있다. 식 (25)에 식 (26)을 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{(k)} &= \boldsymbol{\tau}_{(k-1)} + \\ & \frac{\overline{\mathbf{M}}}{L^2} \left[\begin{aligned} & \boldsymbol{\theta}_{d(k)} - \boldsymbol{\theta}_{d(k-1)} - \boldsymbol{\theta}_{(k)}^* + \boldsymbol{\theta}_{(k-1)}^* \\ & + \mathbf{K}_D \frac{\boldsymbol{\theta}_{d(k)} - \boldsymbol{\theta}_{(k)}^*}{L} + \mathbf{K}_P \sum_{j=1}^k (\boldsymbol{\theta}_{d(j)} - \boldsymbol{\theta}_{(j)}^*) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

여기에서 $\boldsymbol{\theta}_{(k)}^*$ 와 $\boldsymbol{\theta}_{d(k)}$ 의 차이로부터 얻어지는 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{e}_{(k)}^* \equiv \boldsymbol{\theta}_{d(k)} - \boldsymbol{\theta}_{(k)}^* \quad (28)$$

식 (28)로부터 식 (27)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{(k)} &= \boldsymbol{\tau}_{(k-1)} + \\ & \frac{\overline{\mathbf{M}}}{L} \left(\frac{\mathbf{e}_{(k)}^* - \mathbf{e}_{(k-1)}^*}{L} + \mathbf{K}_D \mathbf{e}_{(k)}^* + \mathbf{K}_P L \sum_{j=1}^k \mathbf{e}_{(j)}^* \right) \end{aligned} \quad (29)$$

식 (29)로부터 다음과 같은 이산 TDCIM의 제어 입력을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{(k)} &= \boldsymbol{\tau}_{(0)} + L \sum_{j=1}^k \boldsymbol{\tau}_{(j)}^\dagger \\ \boldsymbol{\tau}_{(k)}^\dagger &= \\ & \frac{\overline{\mathbf{M}}}{L} \left(\frac{\mathbf{e}_{(k)}^* - \mathbf{e}_{(k-1)}^*}{L} + \mathbf{K}_D \mathbf{e}_{(k)}^* + \mathbf{K}_P L \sum_{j=1}^k \mathbf{e}_{(j)}^* \right) \end{aligned} \quad (30)$$

3.2 Integrated PID(iPID) 제어기의 이산화

식 (30)으로부터 이산 TDCIM 제어기의 구조는 $\boldsymbol{\theta}$ 대신 $\boldsymbol{\theta}^*$ 를 사용한 적분 PID(Integrated PID: iPID) 제어기에 해당함을 예측할 수 있다. iPID 제어기는 연속시간영역에서 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{(t)} &= \boldsymbol{\tau}_{(0)} + \int_0^t \boldsymbol{\tau}_{PID(\sigma)} d\sigma \\ \boldsymbol{\tau}_{PID(t)} &= \mathbf{K} \left(\mathbf{T}_D \dot{\mathbf{e}}_{(t)}^* + \mathbf{e}_{(t)}^* + \mathbf{T}_I^{-1} \int_0^t \mathbf{e}_{(t)}^* d\sigma \right) \end{aligned} \quad (31)$$

식 (32)는 식 (31)을 이산 구현한 결과인데, 식 (30)과 동일 구조임을 확인할 수 있다. 식 (30)과 식 (32)가 동등해지기 위한 두 제어기 사이의 계인 관계를 Table 1에 정리하였다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{(k)} &= \boldsymbol{\tau}_{(0)} + L \sum_{j=1}^k \boldsymbol{\tau}_{PID(j)} \\ \boldsymbol{\tau}_{PID(k)} &= \\ & \mathbf{K} \left(\mathbf{T}_D \frac{\mathbf{e}_{(k)}^* - \mathbf{e}_{(k-1)}^*}{L} + \mathbf{e}_{(k)}^* + \mathbf{T}_I^{-1} L \sum_{j=1}^k \mathbf{e}_{(j)}^* \right) \end{aligned} \quad (32)$$

Table 1 Relationship between TDCIM and iPID

iPID parameters	TDCIM parameters
\mathbf{K}	$\frac{\overline{\mathbf{M}}\mathbf{K}_D}{L^2}$
\mathbf{T}_D	\mathbf{K}_D^{-1}
\mathbf{T}_I	$\mathbf{K}_D\mathbf{K}_P^{-1}$

4. 시뮬레이션

제안된 iPID 제어기와 TDCIM이 동등한지 검증하기 위해 두 가지 제어기를 각각 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 사용된 환경은 Fig. 6과 같이 중력이 작용하고 있는 1 DOF 매니퓰레이터이다. 조인트에는 5Nm/(rad/s)의 점성 마찰력과 5Nm의 쿨롬 마찰력을 적용하였다. 링크길이 및 질량에는 각각 $l = 1\text{m}$ 와 $m = 1\text{kg}$ 을 사용하였다. 제어입력은 1ms의 주기로 계산하였다. 시뮬레이션에 사용된 기준 궤적은 다음과 같다.

$$\theta_d = 10(1 - e^{-2\pi t/5})\sin(-2\pi t/5) \text{ (deg)} \quad (33)$$

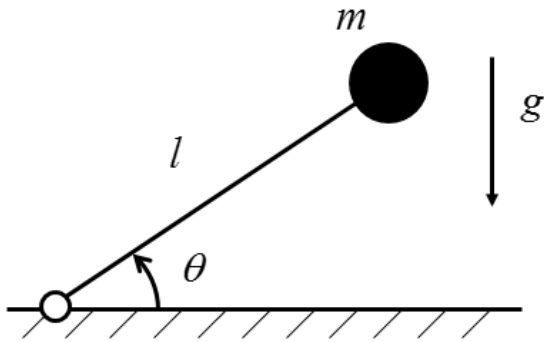


Fig. 6 One DOF manipulator

제인에 해당하는 \bar{M} , K_D , K_P 에는 각각 $\bar{M} = 0.5$, $K_D = 20$, $K_P = 100$ 을 적용하였으며, L 은 샘플 주기와 동일하게 1ms로 설정하였다. 기술된 값 및 Table 1의 관계를 통해 iPID 제어기의 제인은 $K = 10^7$, $T_D = 0.05$, $T_I = 0.2$ 으로 계산된다.

Fig. 7은 두 가지 제어기에 의한 추종오차 및 제어 입력을 나타내고 있다. TDCIM에 의한 결과를 실선으로, iPID에 의한 결과를 점선으로 표기하였는데, 두 그래프가 사실상 겹쳐져 있는 상황이다. 이 같은 사실로부터 3장에서 분석한 TDCIM과 PID 제어기 사이의 관계가 옳다는 것을 확인할 수 있다.

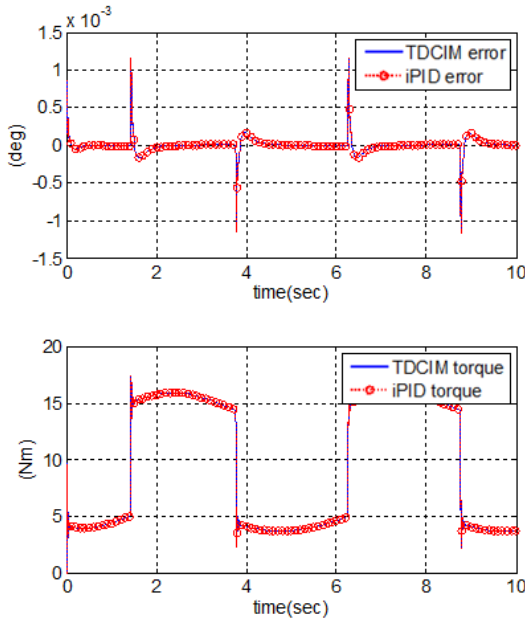


Fig. 7 TDCIM vs. iPID

5. 결론

이산 TDCIM의 제어입력이 θ^* 를 사용한 이산 PID 제어기의 적분형태와 동등하다는 사실을 발견하고 시뮬레이션을 통해 이를 검증하였다. 본 연구에서 얻어진 TDCIM과 iPID 사이의 관계는 향후 이루어질 TDC 및 PID 관련 연구에 많은 통찰을 제공할 것으로 기대된다.

References

- 1) Y. Lin, K. H. Ang, and G. C. Y. Chong, "Patents, software, and hardware for PID control," IEEE Control Syst. Mag., Vol. 26, No. 1, pp. 42-54, 2006.
- 2) T. C. Hsia, T. A. Lasky, and Z. Guo, "Robust independent joint controller design for industrial robot manipulators," IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 38, No. 1, pp. 21-25, 1991.
- 3) P. H. Chang, and S. J. Lee, "A straight-line motion tracking control of hydraulic excavator system," Int. J. Mechatronics, Vol. 12, No. 1, pp. 119-138, 2002.
- 4) P. H. Chang, and J. H. Jung, "A systematic method for gain selection of robust PID control for nonlinear plants of second-order controller canonical form," IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol. 17, No. 2, pp. 473-483, 2009.
- 5) G. R. Cho, P. H. Chang, S. H. Park, and M. Jin, "Robust tracking under nonlinear friction using time-delay control with internal model," IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol. 17, No. 6, pp. 1406-1414, 2009.
- 6) M. Jin, S. H. Kang, and P. H. Chang, "Robust compliant motion control of robot with nonlinear friction using time-delay estimation," IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 55, No. 1, pp. 258-269, 2008.
- 7) Raymond P. Canale, Numerical Methods for Engineers 3rd Ed, McGRAW-HILL, Singapore, pp.91-95, 1998.