ISSN 2234-4438
융합정보논문지 제7권 제3호 pp. 73-81, 2017 DOI : https://doi.org/10.22156/CS4SMB.2017.7.3.073

내부 그레디언트 정보를 이용한 일반화된 허프변환

장지영*
광주대학교 컴퓨터공학과

Generalized Hough Transform using Internal Gradient Information

Ji Young Chang*
Department of Computer Engineering, Gwangju University

요 약 일반화된 허프변환(GHough)은 임의의 2차원 모델 추출을 위해 사용되는 유용한 기법이다. 그러나 GHough는 모델의 회전과 축척 관련 사전 정보가 없을 경우 모든 경우의 수를 나열하는 변환 방식을 택하기 때문에 4차원 패러미터 배열이라는 방대한 메모리 사용이 불가피하며 실행시간 또한 오래 걸릴 수밖에 없다. 이를 개선하기 위해 제안된 몇몇 n-to-1 변환 방식 들은 4차원 대신 2차원 패러미터 배열 사용만으로도 임의의 모델 추출을 가능케 한 반면 2차원 패러미터 공간에 던져지는 무작위 투표 때문에 모델 추출 오류 가능성 또한 높다 하겠다. 본 논문은 이와 같은 2차원 패러미터 공간에 던져지는 무작위 투표를 감소시키기 위한 방안으로 모델 내부의 추가적인 그레디언트 정보 활용을 제안하며 모델 윤곽선 정보에 추가로 모델 내부 그레디언트 정보를 활용할 경우 2차원 패러미터 공간에 던져지는 무작위 투표수를 효과적으로 줄일 수 있으며 따라서 실행시간 또한 단축될 수 있음을 실험을 통해 입증한다.

키워드 : 컴퓨터비전, 허프변환, 일반화된 허프변환, 임의의 모양 추출, 물체 인식

Abstract The generalized Hough transform (GHough) is a useful technique for detecting and locating 2-D model. However, GHough requires a 4-D parameter array and a large amount of time to detect objects of unknown scale and orientation because it enumerates all possible parameter values into a 4-D parameter space. Several n-to-1 mapping algorithms were proposed to reduce the parameter space from 4-D to 2-D. However, these algorithms are very likely to fail due to the random votes cast into the 2-D parameter space. This paper proposes to use internal gradient information in addition to the model boundary points to reduce the number of random votes cast into 2-D parameter space. Experimental result shows that our proposed method can reduce both the number of random votes cast into the parameter space and the execution time effectively.

Key Words : Computer Vision, Hough Transform, Generalized Hough Transform, Arbitrary Shape Detection, Object Recognition

1. 서론

최근 컴퓨터의 속도가 향상되고 인공지능이 발달하면서 영상 인식은 다시금 세상의 관심을 받고 있다. 영상 인식 기술은 그간 진화를 거듭해왔으며 최근에는 동작인식, 생체 인식, 객체 추적 등 난이도가 높은 부문에서 많은 연구가 진행되고 있다[1-4]. 이와같은 영상인식을 위한 전처리 과정에서 불가결한 기술이 허프변환(HT: Hough Transform)이라 할 수 있으며 기하학적으로 정의가 가능한 직선, 원, 포물선 등의 모델을 입력영상에서

Received 2017-05-15 Revised 2017-05-20 Accepted 2017-06-20 Published 2017-06-30
*Corresponding author : Ji Young Chang (jchang@gwangju.ac.kr)

추출하기 위해 사용되는 기술이다[5]. Duda와 Hart는 HT의 직선추출을 위해 보다 효율적인 극좌표를 사용한 직선의 패러미터화를 제안 했으며 Merlin과 Farber는 HT의 일반화를 통해 추출하고자하는 모델의 축척과 회전 정보를 미리 알고 있을 경우, 임의의 곡선 모델의 추출을 가능케 했다[6,7]. Ballard는 이를 확장하여 축척과 회전에 관계없이 모델 추출이 가능한 일반화된 허프변환(GHough: Generalized Hough Transform)을 제안했으며 이미지 분할을 위한 전처리 알고리즘으로 널리 사용되고 있다[8-10]. 오늘날까지 HT 및 GHough 관련 수백편의 논문이 발간되었고 Illingworth와 Kittler의 고전적인 연구와 최근의 Mukhopadhyay와 Chaudhuri의 연구를 보면 HT 및 GHough와 관련된 실행시간, 메모리 사용, 정확도 개선, 노이즈 민감도 분석 등 다양한 주제가 연구되었음을 알 수 있다[11,12].

GHough는 추출코자하는 2차원 모델의 회전과 축척 관련 정보를 사전에 알 수 있는 경우 매우 효율적인 모델 추출 기법이다. 그러나 모델의 회적과 축척 관련 정보가 사전에 없을 경우 GHough는 4차원 패러미터 배열 사용이 불가피한데 이는 모든 가능한 축척과 회전 관련 경우의 수를 일일이 나열해서 4차원 패러미터 공간으로 1-to-n 변환이 이루어지기 때문이다. 또한 GHough는 높은 추출 정확도가 요구될 경우 축척과 회전 패러미터의 양자화 간격이 미세할 수밖에 없는 관계로 실행시간 또한 임의로 증가한다 하겠다.

2. 관련연구

GHough의 방대한 메모리 사용과 현실적이지 못한 실행시간 문제를 해결하기 위해 몇몇 n-to-1 변환 방식이 제안되었으며 이는 1개의 엣지가 아닌 2개 이상의 엣지를 조합해서 나타나는 기하학적 특성을 기반으로 패러미터 영역으로의 변환을 시도한다. Randomized Hough Transform은 실행시간 단축을 위해 주어진 엣지 중 일부를 무작위로 선택해서 변환 후 각각 계산된 패러미터 값을 기록하고 패러미터 값 중 임계값이 넘을 경우 해당 모델을 추출하는 방식이며, Dual-Point 허프변환(DPHough)과 Modified Generalized Hough Transform은 각각 엣지 쌍 간의 기하학적 특성과 엣지 쌍에서의 그레디언트 각도의 차이를 계산하고 회전 및 축척관련 불변성을 이용해서 패러미터 영역을 4차원에서 2차원으로 대체하는데 성공했다[13-17].

이와 같은 n-to-1 변환방식이 패러미터 영역을 4차원에서 2차원으로 줄이는 데는 성공했으나 엣지 쌍을 기준으로 변환이 일어나기 때문에 입력 영상에 n개의 엣지가 추출된 경우 $O(n^2)$라는 실행시간이 걸릴 수밖에 없으며, 또한 2차원 배열이라는 제한된 공간에 모든 회전과 축척을 고려한 변환(투표)이 이루어지는 관계로 무작위 투표로 인한 모델 추출 오류 가능성이 높다 하겠다.

본 논문의 구성은 먼저 n-to-1 변환 방식 중 하나인 가상선분 기반의 일반화된 허프변환(Virtual Line Segment-based Hough Transform: VHough)을 제안하고 모델 윤곽선 정보만을 사용하는 n-to-1 변환방식의 단점인 2차원 패러미터 공간으로의 과다한 무작위 투표수를 감소시키기 위한 방안으로 모델 내부의 그레디언트 정보를 추가로 활용하는 개선된 방식을 제안한다. 마지막으로 모델 내부 그레디언트 정보를 사용할 경우 패러미터 영역으로의 불필요한 무작위 투표수가 효과적으로 감소되며 따라서 실행시간 또한 단축될 수 있음을 실험으로 입증한다.

3. 가상선분 기반의 일반화된 허프변환

가상선분 기반의 일반화된 허프변환(VHough)은 모델 윤곽선을 구성하는 엣지 픽셀을 각각 2개씩 쌍을 지어 가상선분을 구성하고 회전 및 축척 관련 기하학적 불변량을 사용해서 모델 인코딩 및 모델 추출이 이루어지는 방식이다. VHough는 1) 모델 인코딩 2) 모델 추출 3) 회전, 축척 관련 패러미터 계산의 총 3단계로 구성된다.

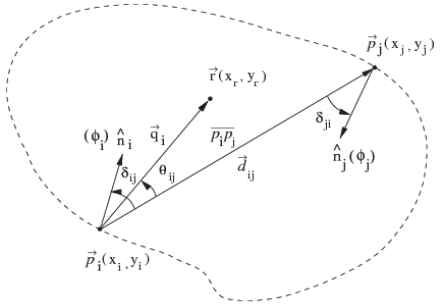


Fig. 1. Model Encoding Scheme : A pair of boundary points ($\vec{p_i}$ and $\vec{p_j}$) is used for the encoding of a model reference point $\vec{r}(x_r, y_r)$

3.1 모델 인코딩

Fig. 1과 같이 일반적인 모양의 윤곽선을 따라 n개의 점으로 구성된 모델을 가정했을 때 다음과 같이 정의하기로 한다.

- $\overrightarrow{p_i}(x_i, y_i)$, $\overrightarrow{p_j}(x_j, y_j)$: i, j 번째 점의 좌표
- $\hat{n}_i = (\cos\phi_i, \sin\phi_i)$, $\hat{n}_j = (\cos\phi_j, \sin\phi_j)$: i, j 번째 점에서의 그레디언트 방향
- $\vec{r}(x_r, y_r)$: 모델 내부의 기준점 좌표
- $\vec{d}_{ij} = \overrightarrow{p_j} - \overrightarrow{p_i}$, $\vec{q}_i = \overrightarrow{p_i} - \vec{r}$.
- δ_{ij} : $\overrightarrow{d_{ij}}$ 와 $\hat{n}_i$ 사이의 시계 반대방향으로 측정된 각도. 즉

$$\delta_{ij} = \left\{\phi_i - \tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) + 2\pi\right\} \bmod 2\pi \ .$$

GHough는 모델 윤곽선 상의 i번째 점 p_i로부터 기준점 $\vec{r}(x_r, y_r)$까지의 오프셋 정보를 해당 점에서의 그레디언트 각도인 ϕ_i 의 함수로 1차원 R-Table에 저장한다. 그러나 VHough는 모델 내부의 기준점 $\vec{r}(x_r, y_r)$을 인코딩하기 위해 다음의 2가지 기하학적 특성을 사용한다.

- 특성 1 δ_{ij} 와 δ_{ji} 는 회전에 불변임
- 특성 2 $\rho_{ij} = |\vec{q}_i| / |\overrightarrow{d_{ij}}|$는 축척 변화에 불변임

즉 $\overrightarrow{p_i}$와 $\overrightarrow{p_j}$ 가 주어졌을 때 기준점 $\vec{r}(x_r, y_r)$의 위치 좌표는

$$x_r = x_i + |\overrightarrow{d_{ij}}| \rho_{ij} \cos\left\{\tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) + \theta_{ij}\right\}$$

$$y_r = y_i + |\overrightarrow{d_{ij}}| \rho_{ij} \sin\left\{\tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) + \theta_{ij}\right\}$$

로 계산 가능하며 특성 1, 2 때문에 모델의 회전과 축척에 관계없이 해당 기준점 좌표를 구할 수 있다. 즉 모델 윤곽선이 n개의 점들로 구성됐다고 했을 때 임의의 2개의 점 $\overrightarrow{p_i}$와 $\overrightarrow{p_j}$를 선택한 후 각각 θ_{ij}와 ρ_{ij} 값을 계산한 후 2차원 Hash Table(H-Table)에 $\lfloor \delta_{ij}/q \rfloor$ 와 $\lfloor \delta_{ji}/q \rfloor$ 를 인덱스로 사용해서 저장한다. (여기서 q 값은 그레디언트 각도의 양자화 간격을 의미함)

모델 인코딩 알고리즘: VHough

• Input

· 모델 윤곽선 상의 n개의 점 들의 좌표 $\left\{\overrightarrow{p_i}(x_i, y_i), i = 1, ..., n\right\}$와 각각의 점에서 계산된 그레디언트 각도 $\{\phi_i \mid i = 1, \cdots, n\}$

· 모델 내부에 선정한 기준점 $\vec{r}(x_r, y_r)$ 좌표

• Output

모델 윤곽선 상의 n개의 점들로부터 2개씩 짝을 지어 각각 계산된 (ρ_{ij}, θ_{ij}) 정보를 $\lfloor \delta_{ij}/q \rfloor$ 와 $\lfloor \delta_{ji}/q \rfloor$ 를 인덱스로 사용해서 저장된 2차원 Hash Table(H-Table) (q : 그레디언트 각도 양자화 간격)

• Procedure

Step 0

$m \times m$ 크기의 2차원 Hash Table(H-Table) 생성, $m = \lfloor 2\pi/q \rfloor$.

Step 1

For $i = 1$ to n do
  For $j = 1$ to n do
    if $(i \neq j)$
      $\delta_{ij} = \left\{\phi_i - \tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) + 2\pi\right\} \bmod 2\pi$
      $\delta_{ji} = \left\{\phi_j - \tan^{-1}(y_i - y_j, x_i - x_j) + 2\pi\right\} \bmod 2\pi$
      $\theta_{ij} = \{\tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) - \tan^{-1}(y_r - y_i, x_r - x_i) + 2\pi\} \bmod 2\pi$
      $|\overrightarrow{d_{ij}}| = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$
      $|\vec{q}_i| = \sqrt{(x_r - x_i)^2 + (y_r - y_i)^2}$
      $\rho_{ij} = |\vec{q}_i| / |\overrightarrow{d_{ij}}|$
      $xindex = \lfloor \delta_{ij}/q \rfloor$
      $yindex = \lfloor \delta_{ji}/q \rfloor$
      Add (ρ_{ij}, θ_{ij}) to H-Table$_{xindex, yindex}$
    end if
  end For
end For

H-Table의 k번째 행과 l번째 열에 해당하는 성분은 (ρ_{ij}, θ_{ij}) 값 들을 저장하게 되며 $k = \lfloor \delta_{ij}/q \rfloor$, $l = \lfloor \delta_{ji}/q \rfloor$ 로 계산되고 모델 윤곽선 상의 i 번째 점과 j번째 점으로부터 얻어진 정보를 기록한다. 즉

$$\text{H-Table}_{kl} = \{(\rho_{ij}, \theta_{ij}) | k = \lfloor \delta_{ij}/q \rfloor, l = \lfloor \delta_{ji}/q \rfloor\}, \quad 0 \le k, l \le \lfloor 2\pi/q \rfloor .$$

Fig. 2는 이와 같이 생성되는 H-Table의 구조를 보여주며 ρ와 θ의 아래첨자인 i와 j는 가독성을 위해 생략하였다.

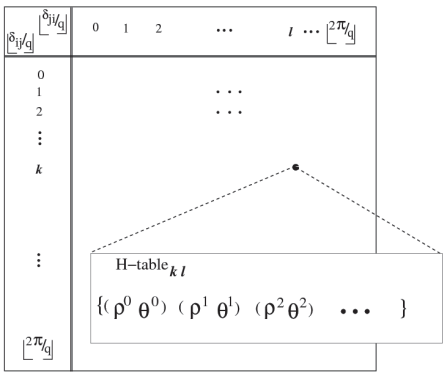


Fig. 2. A typical format of the 2–dimensional H–Table. The possible entry in the k^{th} row and l^{th} column is shown inside the rectangle

3.2 모델 추출

입력 영상에서의 모델 추출은 앞의 모델 인코딩 과정과 유사하게 진행되는데 우선 입력 영상의 전처리과정을 통해 N개의 엣지 픽셀이 추출되었다고 가정하자. 총 N개의 엣지 픽셀 중 i번째 엣지와 j번째 엣지 쌍 $\left(\overrightarrow{P_i}(X_i, Y_i), \overrightarrow{P_j}(X_j, Y_j)\right)$을 고려할 경우 각각의 위치에서 획득한 그레디언트 각도인 Φ_i와 Φ_j는 회전 불변량이라 볼 수 없으나 두 개의 엣지를 연결하는 가상선분 $(\overrightarrow{D_{ij}})$을 기준으로 시계반대 방향으로의 각도를 재계산하면 Fig. 3에 표시된 대로 회전불변한 각도인 Δ_{ij}와 Δ_{ji}를 구할 수 있다. 즉 추출하고자 하는 모델이 입력 영상에서 임의의 각도로 회전하더라도 Δ_{ij}와 Δ_{ji}는 불변량이라 하겠다.

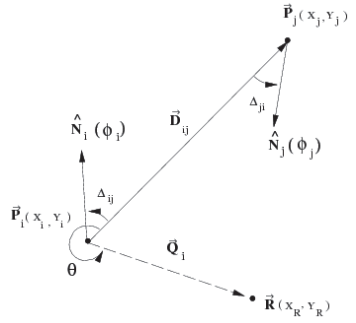


Fig. 3. The possible location of the reference point is obtained by indexing the H–Table using two invariant angles Δ_{ij} and Δ_{ji} and retrieving the (ρ, θ) pairs

그러므로 Δ_{ij}와 Δ_{ji}를 사용해서 인덱싱되는 H-Table이 하나 이상의 (ρ, θ) 정보를 갖고 있을 경우 2차원 Accumulator 배열(A)로 투표가 이루어지며 그 위치는

$$X_R = X_i + \rho\left|\overrightarrow{D_{ij}}\right|\cos\left\{\tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + \theta\right\}$$

$$Y_R = Y_i + \rho\left|\overrightarrow{D_{ij}}\right|\sin\left\{\tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + \theta\right\}$$

로 계산된다. 이때 저장된 ρ 값을 $\overrightarrow{D_{ij}}$의 길이에 곱하기 때문에 모델의 축척 변화가 있더라도 해당 기준점 좌표 계산이 가능하다. 아래는 이러한 모델 추출 알고리즘을 자세히 설명한다.

모델 추출 알고리즘: VHough

- **Input**

$\left\{\overrightarrow{P_i}(X_i, Y_i), i = 1,...,N\right\}$: N개의 엣지 픽셀 좌표 (입력 영상 전처리 후 획득)

$\{\Phi_i, i = 1,...,N\}$: N개의 엣지 픽셀에서 계산된 그레디언트 각도

q : 그레디언트 각도 양자화 간격

- **Output**

입력 영상에서의 모델 기준점 좌표 후보 군

- **Procedure**

Step 0

2차원 Accumulator 배열(A) 생성

Step 1

For $i = 1$ to n do

For $j = i+1$ to N do

$$\Delta_{ij} = \left\{\Phi_i - \tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + 2\pi\right\} \bmod 2\pi$$

$$\Delta_{ji} = \left\{\Phi_j - \tan^{-1}(Y_i - Y_j, X_i - X_j) + 2\pi\right\} \bmod 2\pi$$

$XINDEX = \lfloor \Delta_{ij}/q \rfloor$

$YINDEX = \lfloor \Delta_{ji}/q \rfloor$

For each element (ρ, θ)

in H-Table$_{XINDEX, YINDEX}$ do

$$X_R = X_i + \rho\left|\overrightarrow{D_{ij}}\right|\cos\left\{\tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + \theta\right\}$$

$$Y_R = Y_i + \rho\left|\overrightarrow{D_{ij}}\right|\sin\left\{\tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + \theta\right\}$$

$$A_{X_R, Y_R} = A_{X_R, Y_R} + 1$$

end For

end For

end For

Step 2

2차원 Accumulator 배열 A상에 특정 임계값을 넘는

Local Maximum을 찾아 입력 영상에서의 모델 기준점 후보 군으로 출력

3.3 회전, 축척관련 패러미터 계산

VHough는 2차원 Accumulator 배열 A만을 사용해서 $x-y$ 영역으로 투표를 하는 방식이기 때문에 A상에 나타나는 고점(Local Maximum)으로부터 추출하고자 하는 모델의 회전과 축척 정보를 직접 구할 수 없다. 즉 A상의 고점은 입력 영상에서의 모델 기준점의 위치만을 예기해주기 때문이다. 그러나 Davis가 제한한 아래의 방법을 활용할 경우 회전 및 축척관련 정보 추출이 가능하다[18].

모델 윤곽선을 따라 n 개의 점이 주어졌을 때 아래의 방식으로 모델 인코딩을 한다.

1. 첫 번째 기준점 $\overrightarrow{r_1}$ 을 선정한 후 H-Table1을 인코딩
2. 두 번째 기준점 $\overrightarrow{r_2}$ 를 선정한 후 H-Table2를 인코딩
3. 2차원 Accumulator 배열 A_{orig} 생성
4. H-Table1을 사용해서 A_{orig}로 변환 실행
5. A_{orig} 에서 고점(Local Maximum)을 찾아 k개의 기준점 위치 후보 집합 $C = \{(X_i, Y_i), i=1...k\}$를 만듦. 여기서 각각의 (X_i, Y_i)는 A_{orig}상에서 첫 번째 기준점 $\overrightarrow{r_1}$ 의 위치를 말해 줌
6. 각각의 후보 $(X_i, Y_i) \in C$ 에 대해서, A_{orig}와 동일한 크기의 2차원 배열 A_i을 생성
7. H-Table1을 사용해서 첫 번째 변환을 반복하되 $(X_i, Y_i) \in C$ 에 해당하는 투표가 이루어질 경우에 H-Table2를 사용해서 두 번째 기준점 $\overrightarrow{r_2}$의 위치를 계산해서 A_i에 투표
8. 각각의 A_i 상에서의 고점(즉, 두 번째 기준점 $\overrightarrow{r_2}$의 위치) 좌표를 사용해서 회전 및 축척관련 패러미터 계산

(위의 방식을 사용할 경우 총 2번의 변환이 필요하며 1차 변환에서 추출된 후보의 수가 k일 경우, k 개의 2차원 배열이 필요함)

3.4 모델 내부 그레디언트 활용

Fig. 1의 모델 인코딩 방식은 2개의 점 $\overrightarrow{p_i}$와 $\overrightarrow{p_j}$ 간에 계산된 회전불변량인 δ_{ij}와 δ_{ji}를 인덱스로 사용해서 해당 기준점 $\overrightarrow{r}(x_r, y_r)$의 위치를 H-Table에 기록하고 모델 추출단계에서 입력 영상의 각각의 엣지 쌍 $\overrightarrow{P_i}$와 $\overrightarrow{P_j}$에서 계산된 Δ_{ij}와 Δ_{ji}를 사용해서 H-Table을 인덱싱한 후 그 위치에 저장된 (ρ,θ) 정보가 있을 경우 2차원 Accumulator 배열에 투표를 하게 된다. 그러나 여기에 한 가지 조건을 더 주어서 모델 내부 특정 위치에서의 그레디언트 각도도 일치할 경우에만 투표가 이루어지게 한다면 대부분의 무작위 투표를 줄일 수 있다. 이를 위해 편의상 모델 윤곽선상 두 점 p_i와 p_j의 중점 $\overrightarrow{m_{ij}}$ 에서의 그레디언트 각도 ϕ_{ij} 가 일치할 경우에만 투표가 이루어지도록 알고리즘을 수정하기로 한다. 그러나 Fig. 4에 표시된 대로 p_i와 p_j의 중점에서의 그레디언트 각도 ϕ_{ij}는 회전 불변량이 아니기 때문에 ϕ_{ij}를 선분 $\overline{p_i p_j}$를 기준으로 시계반대방향으로 다시 계산한 각도인 μ_{ij} 를 사용해서 모델 인코딩을 한다. 다시 말해서 VHough는 모델 윤곽선상의 엣지 픽셀 쌍에서 계산된 그레디언트 방향뿐만 아니라 두 픽셀의 중간 지점(모델 내부)에서 계산된 그레디언트 각도도 추가적으로 일치할 경우에만 투표가 발생하도록 설계한다.

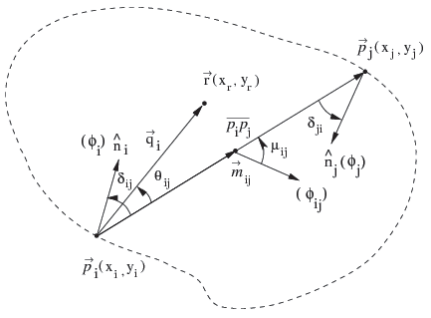


Fig. 4. The gradient ϕ_{ij} at $\overrightarrow{m_{ij}}$ measured from the virtual line segment $\overline{p_i p_j}$ counterclockwise gives the rotation invariant angle μ_{ij} which can be used to index into the H-Table

Fig. 5는 모델 내부의 그레디언트 정보를 인덱스로 사용하기 위한 3차원 Hash Table(H-Table)을 보여주며 인코딩 시 계산되는 각각의 μ_{ij}로 인덱싱하기 위해 한 차원이 증가한 모습이다.

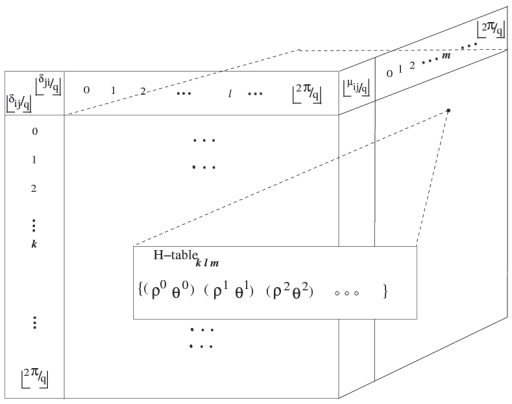


Fig. 5. A typical format of the 3-dimensional H-Table. The entry of H-Table$_{k,l,m}$ is shown inside the rectangle

내부 그레디언트 정보를 추가로 사용하기 위해서 앞서 설명한 모델 인코딩 및 추출 알고리즘을 아래와 같이 수정하기로 한다.

모델 인코딩 알고리즘(VHough : 내부그레디언트 활용)

• **Input**

모델 윤곽선 상의 n개의 점 좌표 $\{\overrightarrow{p_i}(x_i, y_i), i=1,...,n\}$ 와 각각의 점에서 계산된 그레디언트 각도 $\{\phi_i \mid i=1,\cdots,n\}$

• **Output**

3차원 Hash Table(H-Table) : H-Table은 $\lfloor \delta_{ij}/q \rfloor$, $\lfloor \delta_{ji}/q \rfloor$, $\lfloor \phi_{ij}/q \rfloor$ 위치에 계산된 (ρ_{ij}, θ_{ij}) 정보를 저장하며 q 는 그레디언트 각도 양자화 간격임

• **Procedure**

Step 0

$m \times m \times m$ 크기의 3차원 Hash Table(H-Table) 생성. ($m = \lfloor 2\pi/q \rfloor$, q 는 δ_{ij}, δ_{ji}, ϕ_{ij} 의 양자화 간격)

Step 1

For $i=1$ to n do
  For $j=1$ to n do
    if $(i \neq j)$
      $\delta_{ij} = \{\phi_i - \tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) + 2\pi\} \mid \mathrm{mod} \mid 2\pi$
      $\delta_{ji} = \{\phi_j - \tan^{-1}(y_i - y_j, x_i - x_j) + 2\pi\} \mid \mathrm{mod} \mid 2\pi$
      $\theta_{ij} = \{\tan^{-1}(y_j - y_i, x_j - x_i) - \tan^{-1}(y_r - y_i, x_r - x_i) + 2\pi\} \mid \mathrm{mod} \mid 2\pi$
      $\left|\overrightarrow{d_{ij}}\right| = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$
      $\left|\overrightarrow{q_i}\right| = \sqrt{(x_r - x_i)^2 + (y_r - y_i)^2}$
      $\rho_{ij} = |\overrightarrow{q_i}| / |\overrightarrow{d_{ij}}|$
      $xindex = \lfloor \delta_{ij}/q \rfloor$
      $yindex = \lfloor \delta_{ji}/q \rfloor$
      $zindex = \lfloor \mu_{ij}/q \rfloor$
      Add (ρ_{ij}, θ_{ij}) to H-Table$_{xindex,\, yindex,\, zindex}$
    end if
  end For
end For

모델 추출 알고리즘(VHough : 내부그레디언트 활용)

• **Input**

N 개의 엣지 픽셀 $\{\overrightarrow{P_i}(X_i, Y_i), i=1,...,N\}$ 과 각각에서의 그레디언트 각도 $\{\Phi_i, i=1,...,N\}$

q = 그레디언트 각도 양자화 간격

• **Output**

주어진 모델의 기준점 위치 후보 군

• **Procedure**

Step 0

2차원 Accumulator 배열 A 생성

Step 1

For $i=1$ to n do
  For $j=i+1$ to N do
    $\Delta_{ji} = \{\Phi_j - \tan^{-1}(Y_i - Y_j, X_i - X_j) + 2\pi\} \mid \mathrm{mod} \mid 2\pi$
    $\Delta_{ij} = \{\Phi_i - \tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + 2\pi\} \mid \mathrm{mod} \mid 2\pi$
    $M_{ij} = \{\Phi_{ij} - \tan^{-1}(Y_i - Y_j, X_i - X_j) + 2\pi\} \mid \mathrm{mod} \mid 2\pi$
    $XINDEX = \lfloor \Delta_{ij}/q \rfloor$
    $YINDEX = \lfloor \Delta_{ji}/q \rfloor$
    $ZINDEX = \lfloor M_{ij}/q \rfloor$
    For each element (ρ, θ) in H-Table$_{XINDEX,\, YINDEX,\, ZINDEX}$ do
      $X_R = X_i + \rho \left|\overrightarrow{D_{ij}}\right| \cos\{\tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + \theta\}$
      $Y_R = Y_i + \rho \left|\overrightarrow{D_{ij}}\right| \sin\{\tan^{-1}(Y_j - Y_i, X_j - X_i) + \theta\}$
      $A_{X_R,\, Y_R} = A_{X_R,\, Y_R} + 1$
    end For
  end For
end For

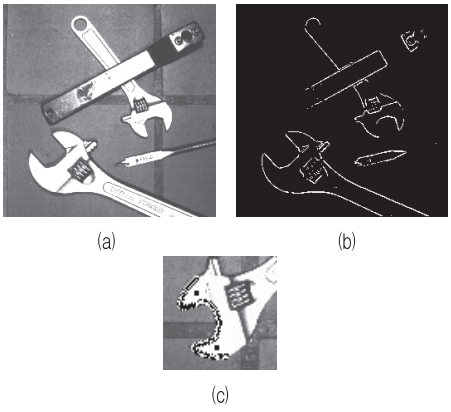
Step 2

2차원 Accumulator 배열A상에 특정 임계값을 넘는

Local Maximum을 찾아 입력 영상에서의 모델 기준점 후보 군으로 출력

4. 실험

VHough 알고리즘이 패러미터 공간에서 어느 정도의 무작위 투표를 감소시키는가를 확인하기 위해 1) 모델 윤곽선 상의 엣지 픽셀 쌍 들만을 사용한 변환과 2) 모델 내부 그레디언트를 추가적으로 사용한 변환 결과를 비교했다.



(a) (b) (c)

Fig. 6. (a) 256 x 256 Wrench image (b) Edge map with 2,273 edge pixels extracted (c) Template image with 80 model points with two reference points selected inside the boundary

본 실험을 위해 인텔 i5 CPU 기반 Solaris 운영체제를 사용했으며 Fig. 6(a)는 입력영상이고 Fig. 6(c)는 Wrench로 구성된 모델영상을 보여준다. 모델 윤곽선을 따라 총 80개의 점을 선택해서 첫 번째 기준점 위치를 인코딩했으며 2차 변환 시 회전, 축적관련 패러미터 계산을 위해 사용할 두 번째 기준점 위치도 보여준다. 그레디언트 양자화 각도는 5도를 사용했으며 Fig. 6(a) 영상에 Sobel 연산자를 적용 후 정규화된 그레디언트 크기의 60%이상에서 엣지 추출한 결과, 총 2,273개의 엣지가 검출됐으며 Fig. 6(b)는 검출된 엣지 Map을 보여준다. Fig. 7은 내부 그레디언트를 사용하지 않고 변환한 결과를 보여주는데 첫 번째 고점 값은 11,662이고 두 번째 고점 값은 8,582를 나타내고 있다. 총 2,782,068개의 투표가 패러미터 영역에 이루어졌고 실행시간은 12.08초가 걸렸다. 반면 Fig. 8은 같은 입력영상 Fig. 6(a)에 내부 그레디언트를 추가로 사용해서 변환한 결과를 보여주며 첫 번째 고점값은 160이고 두 번째 고점값은 113으로 크게 줄었음을 알 수 있다. 또한 총 38,971개의 투표가 패러미터 영역에 이루어졌고 실행시간은 2.01초 걸렸다. Fig. 9은 최종 추출 결과를 보여주며 두 경우 모두 모델 추출에는 성공했으나 내부 그레디언트를 사용한 경우 총 투표수가 2,782,068개에서 38,971개로 크게 감소했고 실행시간도 12.08초에서 2.01초로 개선되었다.

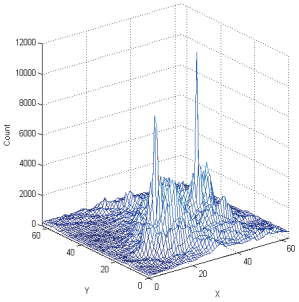


Fig. 7. 2-D Accumulator array showing two peaks; One is 11,662 at (41, 37) and the other is 8,582 at (19, 41)

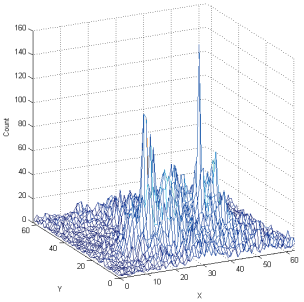


Fig. 8. 2-D Accumulator array using Internal Gradient Information. It shows two peaks; one is 160 at (41, 37) and the other is 113 at (19, 41)

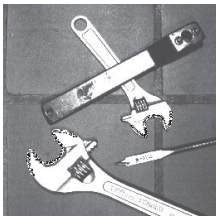


Fig. 9. Recovered Image

Table 1은 VHough와 다른 방법들과의 실행시간, 메모리 및 평균 투표수의 이론적인 비교를 보여준다.

VHough는 평균적인 의미에서 투표수가 적으며 따라서 실행시간이 적게 걸림을 알 수 있다. 이는 VHough가 1차원 Hash Table 대신 3차원 Hash Table을 사용하기 때문에 테이블 밀도가 낮아질 수밖에 없으며 따라서 테이블 인덱싱 확률이 낮아지는 관계로 무작위 투표수가 상대적으로 감소하기 때문이다.

Table 1. Comparison of Time, Storage Complexity and Average Number of Votes with other methods.

Methods	Hash Table	Time	Storage	Average Number of Votes
GHough	$1D$	$O(N^2RS)$	$4D$	$\frac{n}{2\pi/q}\times N^2\times R\times S$
ADPHough	$1D$	$O(N^2)$	$2D$	$\frac{n(n-1)}{2\pi/q}\times N^2$
VHough	$3D$	$O(N^2)$	$2D$	$\frac{n(n-1)}{(2\pi/q)^3}\times N^2$

N: # of edge pixels
R: # of quantization interval for rotation parameter
S: # of quantization interval for scale parameter
n: # of model points
q: quantization interval of gradient angle

5. 결론

본 논문은 일반화된 허프변환의 확장으로 내부 그레디언트를 사용하는 가상선분 기반 일반화된 허프변환(VHough)을 제안했다. VHough는 n-to-1 방식의 알고리즘으로 윤곽선상 2개씩의 엣지 쌍 간 가상선분을 기반으로 회전 및 축척관련 불변량을 사용해서 모델 인코딩 및 추출이 이루어지며 2차원 패러미터 배열(Accumulator) 사용만으로도 모델의 회전과 축척에 관계없이 임의의 모델을 정확히 추출해낼 수 있는 방법이다. 또한 모델 내부의 그레디언트 정보를 추가로 활용할 경우 총 2,782,068개의 투표가 38,971개로 크게 감소했음을 보였으며 실행시간 또한 12.02초에서 2.01초로 단축됐음을 알 수 있었다. 본 논문에서 제안한 방식은 모델 윤곽선만을 사용하는 다른 유사한 n-to-1 변환 방식에 추가로 적용 가능하며 무작위 투표 감소에 공히 기여할 수 있다.

ACKNOWLEDGMENTS

이 연구는 2016년도 광주대학교 대학 연구비의 지원을 받아 수행되었음

REFERENCES

[1] BYAMBASUREN SODGEREL, Y. K. Kim and M. H. Kim, "8-Straight Line Directions Recognition Algorithm for Hand Gestures Using Coordinate Information," *Journal of digital Convergence* , Vol. 13, No. 9, pp. 259-267, Sep. 2015.
DOI : 10.14400/jdc.2015.13.9.259

[2] H. J. Moon, M. H. Lee and K. H. Jeong, "Authentication Performance Optimization for Smart-phone based Multimodal Biometrics," *Journal of digital Convergence*, Vol. 13, No. 6, pp. 151-156, Jun. 2015. DOI : 10.14400/jdc.2015.13.6.151

[3] S. K. Kang and S. H. Chun, "Real-Time Object Tracking Algorithm based on Pattern Classification in Surveillance Networks," *Journal of digital Convergence*, Vol. 14, No. 2, pp. 183-190, Feb. 2016.
DOI : 10.14400/jdc.2016.14.2.183

[4] Y. K. Kim, J. G. Lim and M. H. Kim, "Lip Reading Method Using CNN for Utterance Period Detection," *Journal of digital Convergence*, Vol. 14, No. 8, pp. 233-243, Aug. 2016. DOI : 10.14400/jdc.2016.14.8.233

[5] P. V. C. Hough, *Method and means for recognizing complex patterns*, U.S. Patent 3,069,654. Dec. 1962.

[6] R. O. Duda and P. E. Hart, "Use of the Hough transform to detect lines and curves in pictures," *Communications of the ACM*, Vol. 15, No. 1, pp. 11 - 15, Jan. 1972.
DOI : 10.1145/361237.361242

[7] P. M. Merlin and D. J. Farber, "A parallel mechanism for detecting curves in pictures," *IEEE Transactions on Computers*, Vol. 24, pp. 96 - 98, Jan. 1975.
DOI : 10.1109/T-C.1975.224087

[8] D. H. Ballard, "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes," *Pattern Recognition*, Vol. 13, pp. 111 - 122, 1981.
DOI : 10.1016/0031-3203(81)90009-1

[9] J. Illingworth and J. Kittler, "A survey of the Hough transform," *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol. 44, pp. 87 - 116, Oct. 1988.
DOI : 10.5244/c.1.43

[10] P. Mukhopadhyay and B. Chaudhuri, "A survey of Hough Transform," *Pattern Recognition*, Vol. 48, pp. 993-1010, Mar. 2015.
DOI : 10.1016/j.patcog.2014.08.027

[11] P. P. Roy, U. Pal and J. Lladós, "Seal object detection in document images using GHT of local component shapes," *Procceedings of the 2010 ACM Symposium*

on Applied Computing, Sierre, Switzerland, pp. 23-27, 2010.
DOI: 10.1145/1774088.1774094

[12] C. H. Chung, S. C. Cheng and C. C. Chang, "Adaptive image segmentation for region-based object retrieval using generalized Hough transform," *Pattern Recognition*, Vol. 43, No. 10, pp. 3219-3232, Oct. 2010. DOI: 10.1016/j.patcog.2010.04.022

[13] S. Chiu, C. Wen, J. Lee, K. Lin and H. Chen, "A Fast Randomized Generalized Hough Transform for Arbitrary Shape Detection," *International Journal of Innovative Computing, Information Control* Vol. 8, No 2, 2012.

[14] P. K. Ser and W. C. Siu, "A New Generalized Hough Transform for the Detection of Irregular Objects," *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 6, No. 3, pp. 256-264, Sep. 1995. DOI : 10.1006/jvci.1995.1022

[15] C. P. Chau and W. C. Siu, "Generalized dual-point Hough transform for object recognition," *Proc. of IEEE International Conf. on Image Processing*, Kobe, Japan, pp. 560-564, 1999. DOI : 10.1109/icip.1999.821691

[16] C. P. Chau and W. C. Siu, "Adaptive Dual-Point Hough Transform for Object Recognition," *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 96, No. 1, pp. 1-16, Oct. 2004. DOI : 10.1016/j.cviu.2004.04.005

[17] Preeyakorn TIPWAI, "A Modified Generalized Hough Transform for Image Search," *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol. E90-D, No. 1, Jan. 2007. DOI : 10.1093/ietisy/e90-1.1.165

[18] L. S. Davis and S. Yam, *A generalized Hough-like transformation for shape recognition*, Technical Report 134, University of Texas Computer Sciences, 1980.

저 자 소 개

장 지 영(Ji Young Chang) [정회원]

- 1992년 2월 : Indiana University, 컴퓨터과학 석사
- 1995년 7월 : Indiana University, 컴퓨터과학 박사
- 1995년 9월 ~ 2007년 12월 : 삼성 SDS(주)수석 연구원
- 2008년 3월 ~ 2011년 2월 : 우송대학교 초빙 교수
- 2012년 3월 ~ 현재 : 광주대학교 컴퓨터공학과 교수

<관심분야> : 컴퓨터 비전, Statistical Pattern Recognition, Medical Imaging