

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 45(12), 1076-1083(2017)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2017.45.12.1076

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

레이다 전파굴절에 의한 발사체 추적오차 추정

서광교*, 김윤수**, 신블라디미르***, 송하룡****, 최용태****

Estimation of Launch Vehicle Tracking Error due to Radio Refraction

Gwang-Gyo Seo*, Yoonsoo Kim**, Vladimir Shin***, Ha-Ryong Song**** and Yong-Tae Choi****

Graduate School of Mechanical and Aerospace Engineering,

Research Center for Aircraft Parts Technology, Gyeongsang National University* · **

Department of Information and Statistics, Gyeongsang National University***

Flight Safety Technology Team, Korea Aerospace Research Institute****

ABSTRACT

This paper discusses the error estimation in radar measurement data obtained while tracking a launch vehicle. It is known that typical radar measurement data consist of the true positional or orientation information on the vehicle being tracked, random noise and a deterministic bias due to radio refraction. Unlike previous research works, this paper proposes a tracking-error (mainly bias) estimation method solely based on the single radar measurement with no aid of other measurement such as GPS. The proposed method has been verified with real measurement data obtained while tracking the KSLV-I launch vehicle.

초 록

본 논문은 발사체를 추적하는 단일 레이더 시스템에서 측정된 데이터에 포함된 오차를 추정하는 기법에 관한 내용을 다룬다. 레이더 시스템의 발사체 추적 데이터에는 발사체의 실제 위치, 방위각 혹은 고각 정보와 무작위 잡음, 그리고 전파굴절에 의한 바이어스가 포함되어져 있는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 기존연구내용과는 달리, GPS와 같은 타 추적 데이터를 사용하지 않고 단일 레이더 시스템의 발사체 추적 데이터만을 사용해 레이더 추적 데이터에 포함된 바이어스를 정확하게 추정하는 기법을 소개한다. 제안된 기법을 실제 나로호(KSLV-I) 추적 데이터에 적용하여 그 정확성을 검증하였다.

Key Words : Launch vehicle(발사체), Radio refraction(전파굴절), EKF(확장칼만필터)

1. 서 론

발사체의 궤적생성 및 최적화는 주어진 발사체의 초기조건에서 최종 목표궤도나 지점에 가장

효과적으로 발사체가 도달하게 하기 위한 궤적을 설계하는 것이며, 발사체의 성능분석 및 임무설계에 있어 매우 중요하다[1]. 그리고 생성된 궤적을 발사체가 잘 추종하는지 관측하는 것 또한 때

† Received : August 7, 2017 Revised : October 15, 2017 Accepted : October 29, 2017

** Corresponding author, E-mail : yoonsoo@gnu.ac.kr

우 중요하다. 관측에는 여러 탐지장치들(레이다, GPS, INS 등)이 있고 정확한 관측을 위해선 각 탐지장치들의 수신정보를 융합할 필요가 있다. 하지만 각 탐지장치들의 탐지방범 및 추적 신뢰도는 상이하므로[2], 기본적으로 하나의 탐지장치에서 최적의 추적 결과를 얻는 것이 바람직하다. 특히 GPS의 경우 각종 환경요인 및 의도적인 제밍(jamming) 등에 의해 데이터의 신뢰도가 매우 낮아질 수 있어 GPS 데이터 활용 시 주의가 필요하다. 일반적으로 발사체 추적 데이터에는 다수의 요인(다중경로, 클러터, 전파굴절 등)으로 인해 잡음과 바이어스가 포함되어 있어, 이러한 잡음과 바이어스의 특성을 파악해서 우주발사체의 정확한 비행궤적 추적이 이루어져야 한다[3].

항공우주연구원에서는 발사체 추적 데이터에 포함된 잡음 및 바이어스 추정 등 발사체 추적 성능 향상을 위한 연구를 지속적으로 진행해 오고 있다. 대표적인 예로 2014년에는 레이다의 전파굴절효과를 바이어스의 주된 이유로 가정한 후 환경요인의 영향을 반영한 비선형 Clark모형을 기반으로 전파굴절각을 계산 및 보정하여 GPS의 데이터와 비교하였으며[3], 2015년에는 발사체 추적 데이터에 포함된 바이어스를 GPS 데이터를 사용하여 정의한 후 실시간으로 추정 및 제거하는 알고리즘을 제안하였다[4]. 하지만, [3]의 경우 비선형 Clark모형을 통해 전파굴절각을 계산 시 바이어스와 잡음이 포함된 레이다 측정 고각을 사용하기에 잡음 및 바이어스가 전파굴절각 계산 오차를 유발하며, [4]의 경우는 바이어스 추정에 GPS 데이터가 직접적으로 사용되어 레이다 측정 데이터만으로는 발사체 위치를 정확히 추정할 수 없다. 전파굴절 보정관련 외국사례[5]도 문헌에서 발견되지만, 전파굴절 보정이 실제 발사체 추정에 사용된 사례는 보안상의 이유 등으로 구체적인 내용을 찾기 어려운 것으로 파악된다.

본 논문에서는 기존의 연구와 차별화된 단일 레이다로 측정한 데이터만을 사용한 잡음 및 바이어스 추정기법을 제안한다. 이를 위해 먼저 레이다 측정데이터에 포함된 무작위 잡음(random noise)의 통계학적 정보(평균, 분산 등)를 저역통과필터(low-pass filter)를 통해 추정한다. 다음으로 선형 발사체 항법 방정식 모델에 레이다 측정 변수(거리, 방위각 및 고각)와 바이어스 모델을 추가해 비선형 항법 방정식 모델을 구성하고, 구성된 모델을 선형화한 후 확장칼만필터(Extended Kalman Filter; EKF)를 적용하여 레이다 측정데이터에 포함된 바이어스를 추정한다. 본 논문에서 제안하는 바이어스 추정기법은 GPS 데이터를

사용하지 않고 단일 레이다 측정데이터만을 사용했다는 점을 비롯해 레이다 측정데이터에 포함된 무작위 잡음의 통계학적 특성을 그대로 유지하면서 비교적 단순한 방법으로 추정을 수행하였다는 점(추정에 사용된 항법 방정식 모델이 잡음의 복잡한 비선형 변환(예: [6]) 등을 요구하지 않음)에서 기존의 연구와 큰 차이가 있다. 또한 본 논문에서는 제안한 추정기법을 2013년 3차 발사된 나로호(KSLV-I)의 실제 추적 데이터에 적용하여 그 정확성을 검증하였다.

II. 본 론

2.1 발사체 항법 방정식 및 추정 모델

2.1.1 기존 발사체 항법 방정식 및 추정 모델

[3, 4]에서는 발사체 추적 데이터에 포함된 바이어스 추정을 위해 지구중심고정좌표계(ECEF)를 사용해 식 (1)과 같이 3차원 위치 및 속도를 상태변수로 정의하고 뉴턴의 가속도 법칙에 기반하여 식 (2)와 같이 발사체 항법 방정식 모델을 구성하였다.

$$X = [x \dot{x} y \dot{y} z \dot{z}]^T; \tag{1}$$

$$\dot{X} = f(X). \tag{2}$$

상태변수 추정을 위해 상기 상태방정식을 오일러 근사방법을 사용해 이산화 하면 3차원 등속도 모델을 아래와 같이 표현할 수 있다. (기존의 연구에서는 바이어스와 잡음의 특성을 파악하기 위해 발사 전 구간이 아닌 2단 로켓 분리 후 무추력 구간에서의 항법 방정식을 고려하였다.)

$$x_{k+1} = x_k + T\dot{x}_k; \tag{3}$$

$$\dot{x}_{k+1} = \dot{x}_k.$$

식 (3)에서 x_k, \dot{x}_k 는 발사체의 x 좌표축에 대한 위치와 속도를 나타내고, T 는 샘플링 간격을 나타낸다. (y 와 z 의 표현도 식 (3)의 x 와 같다.) 또한, 식 (3)은 아래와 같이 공명잡음(W_k , 평균이 0이고 공분산이 Q 인 백색 가우시안 잡음으로 가정)을 포함한 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$X_{k+1} = FX_k + W_k; \tag{4}$$

$$F = \begin{bmatrix} A & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & A & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & A \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 \bar{Q} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & \sigma_y^2 \bar{Q} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & \sigma_z^2 \bar{Q} \end{bmatrix}, \bar{Q} = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix}.$$

발사체 추적에 사용되는 레이더는 식 (1)에서 정의한 상태변수들을 측정하지 않고 거리(Range, ρ), 방위각(Azimuth, ϕ) 및 고각(Elevation, θ)을 측정하므로, 관측방정식은 식 (4)와 같이 선형으로 표현되는 상태방정식과는 달리 다음과 같은 비선형 모델로 표현된다.

$$Z_k = \begin{bmatrix} \rho \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} + V_k = h(X_k) + V_k. \quad (5)$$

위 수식에서 비선형 함수 $h(X_k)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$h(X_k) = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan^{-1}(y/x) \\ \tan^{-1}(z/\sqrt{x^2 + y^2}) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

식 (5)에서 $V_k = [v_k^r, v_k^\phi, v_k^\theta]^T$ 는 관측 잡음이며 역시 백색 가우시안 잡음이라 가정한다. [4]에서는 식 (6)에 Debiased 변환[6]을 적용하여 발사체 위치 정보를 계산 후 GPS 데이터와의 비교를 통해 레이더 측정데이터에 포함된 바이어스를 계산하였다. 하지만 상기 방법은 비선형 변환과정에서 관측 잡음의 통계학적 특성이 매우 복잡하게 변하게 되며, 또한 추정된 바이어스 값이 GPS 데이터의 신뢰도에 의해 결정된다는 단점이 있다.

2.1.2 전파굴절 모델

발사체의 고각이 감소하여 0도에 가까워지면 발사체를 추적하는 레이더에서 발사한 전파가 바다 위의 섬, 바다 표면에 의한 반사 등에 의해 굴절되게 되어 신뢰도가 떨어진다. 또한 레이더의 측정데이터(특히 고각)에 바이어스가 포함되어, 전파굴절을 보정하기 위해 아래와 같은 Clark 모델이 사용된다[3].

$$b(\theta) = \begin{cases} (N_0 \times 10^{-6}) \cot(\theta) & (\text{단, } 10 < \theta < 90 \text{ [deg]}); \\ (N_0 \times 10^{-6}) \cot(\theta) \times \beta_1(\theta) & (\text{단, } 2 < \theta \leq 10 \text{ [deg]}); \end{cases}$$

$$\beta_1(\theta) = c_1 - \frac{c_2}{\theta} + \frac{c_3}{\theta^2} - \frac{c_4}{\theta^3};$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 1.03585796; \\ c_2 &= 1.072014 \times 10^{-2}; \\ c_3 &= 1.279119 \times 10^{-8}; \\ c_4 &= 1.227363 \times 10^{-8}. \end{aligned}$$

상기 식에서 알 수 있듯이 전파굴절각($b(\theta)$)은 고각의 비선형함수로 주어진다. 고각이 2도 미만일 경우, 고각 측정데이터 자체의 신뢰도가 현저히 떨어지므로 Clark 모델이 정의되어 있지 않다.

Figure 1의 상단 그래프는 Clark 모델에서 요구하는 기상환경 변수 $N_0 = 312.5$ 를 적용하여 계산한 전파굴절에 의한 바이어스 값을 보여준다. 그래프를 통해 발사체 발사 후 고각이 감소하면서 레이더가 측정한 고각에 포함된 바이어스 값이 증가하는 것을 알 수 있다. 하단의 그래프는 레이더 측정데이터(고각)에서 바이어스를 보정한 값과 GPS 데이터를 통해 계산한 고각과의 비교를 통해 Clark 모델이 전파굴절각을 잘 예측하고 있음을 보여준다. 하지만 [3]에서와 같이 잡음과 바이어스를 이미 포함한 레이더 측정데이터(고각)를 Clark 모델에 직접적으로 적용해 얻은 전파굴절각은 오차를 포함할 수밖에 없다. Clark 모델을 올바르게 사용하기 위해서는 바이어스와 잡음이 제거된 발사체의 실제 고각 정보가 필요하기 때문이다.

2.1.3 개선된 발사체 항법 방정식 및 추정 모델

앞 절들에서 언급한 문제점들을 보완하기 위해 본 논문에서는 기존 발사체 항법 방정식 모델에 레이더 측정 변수 및 바이어스 모델까지 포함시켜 새로운 발사체 항법 방정식 및 추정 모델을 제시한다. 이를 위해 아래와 같이 상태변수를 정의한다.

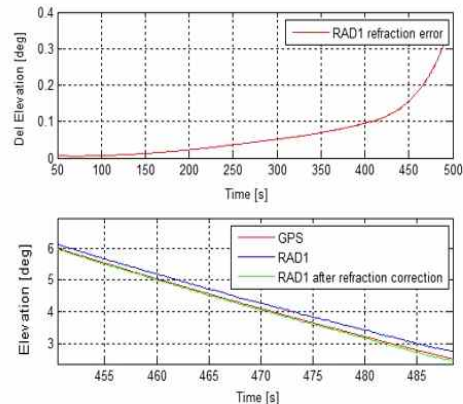


Fig. 1. Elevation after refraction correction[3]

$$X_k = [x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_{k-1}, y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_{k-1}, z_k, \dot{z}_k, \ddot{z}_{k-1}, \rho_k, \phi_k, \theta_k, b_k]^T \quad (7)$$

상태변수를 식 (7)과 같이 정의하게 되면, 항법 방정식의 형태가 비선형이 되어 복잡해진다는 단점이 있다. 하지만 고각의 바이어스를 정확하게 추정하기 위해선 기존의 연구처럼 바이어스가 포함된 고각 정보를 그대로 활용하기보다는, 고각을 아래 식 (8)과 같이 실제 고각, 바이어스 및 잡음의 선형조합으로 표현하고 실제 고각을 추정한 후, 추정된 고각으로 바이어스를 구하면 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다.

$$\theta_{m,k} = \theta_k + b_k + v_k^\theta, \quad b_k = b(\theta_k). \quad (8)$$

상태변수 추정을 위해 식 (7)에 정의한 상태변수에 기초해 발사체 동역학 식 (2)를 다시 정의한 후 이산화를 수행한다. 이 때 기존의 등속도 혹은 등가속도 모델이 아닌 보다 일반적인 가속도 모델 (발사단계 전 구간에서 적용 가능한 모델)을 적용하면 상태변수 추정을 위한 동역학 모델을 아래와 같이 표현할 수 있다. (y 와 z 에 대한 표현은 아래 x 에 대한 것과 유사하게 정의된다.)

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + T\dot{x}_k + (T^2/2)w_k^x; \\ \dot{x}_{k+1} &= \dot{x}_k + T(a_k^x + w_k^x); \quad a_k^x = \frac{\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}}{T}; \\ \rho_{k+1} &= \rho_k + T\dot{\rho}_k; \quad \phi_{k+1} = \phi_k + T\dot{\phi}_k; \\ \theta_{k+1} &= \theta_k + T\dot{\theta}_k; \quad b_{k+1} = b_k + T\dot{b}_k. \end{aligned}$$

상기 식에서 a_k^x 는 x 축 방향 가속도의 추정치로서 공정잡음 w_k^x 가 더해진다. w_k^x 는 식 (4)와 유사하게 구동기에서 발생하는 무작위 백색 가우시안 잡음(평균 0, 분산 σ_x^2)으로 가정하였다. 또한 $\dot{\rho}$, $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, \dot{b} 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \frac{x\dot{x}}{\rho} + \frac{y\dot{y}}{\rho} + \frac{z\dot{z}}{\rho}; \\ \dot{\phi} &= \frac{x\dot{y}}{x^2 + y^2} - \frac{\dot{x}y}{x^2 + y^2}; \\ \dot{\theta} &= \frac{\dot{z}\sqrt{x^2 + y^2}}{\rho^2} - \frac{xz\dot{x}}{\rho^2\sqrt{x^2 + y^2}} \\ &\quad - \frac{yz\dot{y}}{\rho^2\sqrt{x^2 + y^2}}; \end{aligned}$$

$$\dot{b} = \begin{cases} -(N_0 \times 10^{-6})\csc^2(\theta)\dot{\theta} & (\text{단, } 10 < \theta < 90 \text{ [deg]}); \\ -(N_0 \times 10^{-6})\csc^2(\theta)\dot{\theta} \times \beta_1(\theta) \\ + (N_0 \times 10^{-6})\cot(\theta)\dot{\theta} \times \beta_2(\theta) & (\text{단, } 2 < \theta \leq 10 \text{ [deg]}); \end{cases}$$

$$\beta_2(\theta) = \frac{c_2}{\theta^2} - \frac{2c_3}{\theta^3} + \frac{3c_4}{\theta^4}.$$

식 (7)과 같이 상태변수를 정의하게 되면, 레이더의 측정 변수를 비롯한 고각 바이어스까지 상태변수에 포함되어 있기 때문에 다음과 같이 간단한 행렬식으로 관측방정식을 정의할 수 있다.

$$Z_k = CX_k + V_k; \quad (9)$$

$$C = \begin{bmatrix} 00000000001000 \\ 0000000000100 \\ 00000000000011 \end{bmatrix}.$$

2.2 잡음의 공분산 추정

발사체 추적데이터에 포함된 오차 추정 시 고려해야 하는 잡음으로 공정잡음(process noise; W_k)과 측정잡음(measurement noise; V_k)이 있다. 공정잡음은 발사체 구동기 입력이나 상태변수에 직접적인 영향을 주는 모든 예상치 못한 무작위 신호를 나타내며, 발사체에 작용하는 외부 충격, 전자기적 교란, 바람에 의한 외란 등에서 기인한다. 이러한 공정잡음은 쉽게 예측할 수 없으므로 본 논문에서는 공정잡음의 공분산(Q)을 임의의 상수(예: 단위행렬)로 가정하고 향후 확장 칼만필터(EKF)를 설계하였다.

공정잡음과는 달리 측정잡음의 경우, 대부분 센서의 규격정보에 의해 상수로 결정될 수 있다 [7]. (향후 확장칼만필터 사용을 위해) 비록 측정잡음을 백색잡음이라 가정했지만, 일반적으로 측정잡음의 주파수는 고주파 대역에 속하므로 Fig. 2와 같이 실제 데이터를 저역통과필터(차단주파수는 레이더의 샘플링 간격을 고려해 100 rad/sec로 가정)에 통과시킨 후, 통과된 데이터와 실제 데이터와의 차이가 측정잡음이라고 가정하고 측정잡음의 공분산을 추정하였다. 실제로 나로호 발사체 추적데이터를 저역통과필터에 통과시킨 후 분석을 수행한 결과 측정잡음은 발사체 비행 이벤트(발사, 음속돌파, 페어링분리, 1단로켓정지, 1단로켓분리, 역추진로켓점화, 2단로켓점화, 2단로켓연소종료/목표궤도진입, 위성분리/궤도진입)와 무관하게 유사한 특성(정규분포 및 유사한 분산 값)을 갖는 것을 확인하였다.

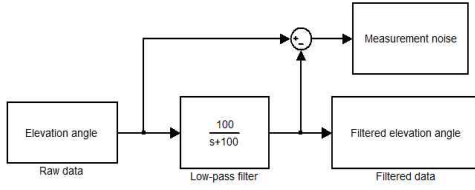


Fig. 2. Estimation of measurement noise

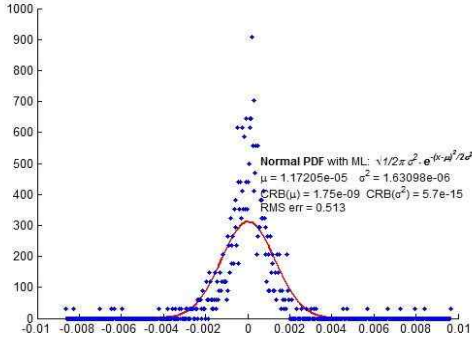


Fig. 3. Distribution of measurement noise

Figure 3은 고각의 측정잡음 분포를 나타낸 것으로, 이 경우 측정잡음의 분산이 발사단계와 무관하게 10^{-6} 정도의 크기를 갖고 평균이 0인 정규분포도로 근사되는 것을 확인하였다. 이 값을 다음 절의 확장칼만필터로 바어어스 추정 시 측정잡음의 공분산(R)을 정할 때 사용하였다.

2.3 확장칼만필터(EKF)

확장칼만필터는 비선형 모델에 적용 가능한 칼만필터이다. 기본적인 개념은 칼만필터와 유사하지만, 상태변수 식 (7)로 표현된 식 (2)와 같은 항법 방정식 모델은 직접적으로 상태천이행렬을 제공하지 않기 때문에, 상태천이행렬을 비선형모델의 자코비안(Jacobian; 식 (10))으로 대체하여 쓴다. 자코비안은 항법 방정식에 포함된 비선형함수를 모든 상태변수에 대해 선형화(편미분)하여 구할 수 있다. 편미분 값은 매 순간 추정된 상태변수 값(\hat{X}_k)을 사용해 얻는다.

$$A_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

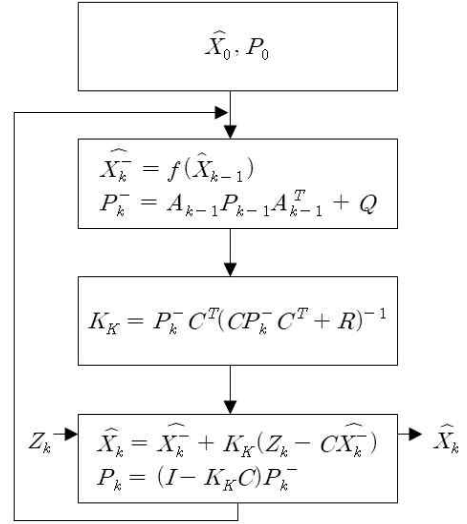


Fig. 4. EKF algorithm

식 (10)에 의해 구해진 (13×13 행렬) A_k 는 오차의 공분산을 추정할 때 사용된다. 확장칼만필터 알고리즘은 Fig. 4와 같이 요약할 수 있다. 알고리즘 내 \hat{X}_k^- 와 P_k^- 는 상태변수 및 공분산의 추정(예측)값을 의미하고, A_k 는 이산화 된 상태천이행렬을, Z_k 는 측정값을, K_k 는 칼만이득을 의미한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{y^2 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \dot{x} \\ &\quad - \frac{xy\dot{y}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{xz\dot{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial y} &= \frac{x^2 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \dot{y} \\ &\quad - \frac{xy\dot{x}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{yz\dot{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial z} &= \frac{x^2 + y^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \dot{z} \\ &\quad - \frac{zx\dot{x}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{zy\dot{y}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial y} &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial z} &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial x} &= \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} \dot{x} + \frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2} \dot{y}; \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial y} &= \frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2} \dot{x} - \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} \dot{y}; \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial z} &= \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \dot{x}} &= \frac{-y}{x^2+y^2}; \quad \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \dot{y}} = \frac{x}{x^2+y^2}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x} &= \frac{z(2x^4+x^2y^2-y^4-y^2z^2)\dot{x}}{(x^2+y^2)^{3/2}(x^2+y^2+z^2)^2} \\ &+ \frac{xyz(3x^2+3y^2+z^2)\dot{y}}{(x^2+y^2)^{3/2}(x^2+y^2+z^2)^2} \\ &- \frac{xz(x^2+y^2-z^2)}{\sqrt{x^2+y^2}(x^2+y^2+z^2)^2}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial y} &= \frac{xyz(3x^2+3y^2+z^2)\dot{x}}{(x^2+y^2)^{3/2}(x^2+y^2+z^2)^2} \\ &+ \frac{z(2y^4+x^2y^2-x^4-x^2z^2)\dot{y}}{(x^2+y^2)^{3/2}(x^2+y^2+z^2)^2} \\ &- \frac{yz(x^2+y^2-z^2)}{\sqrt{x^2+y^2}(x^2+y^2+z^2)^2}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial z} &= -\frac{x(x^2+y^2-z^2)\dot{x}}{\sqrt{x^2+y^2}(x^2+y^2+z^2)^2} \\ &- \frac{y(x^2+y^2-z^2)\dot{y}}{\sqrt{x^2+y^2}(x^2+y^2+z^2)^2} \\ &- \frac{2zz\sqrt{x^2+y^2}}{(x^2+y^2+z^2)^2}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{x}} &= \frac{-xz}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2}}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{x}} &= \frac{-xz}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2}}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{y}} &= \frac{-yz}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2}}; \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{z}} &= \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2+z^2}. \end{aligned}$$

바이어스의 미분인 \dot{b} 은 고각(θ)과 고각의 미분($\dot{\theta}$)을 포함함으로 위치와 속도의 함수가 된다. 따라서 \dot{b} 의 자코비언을 구할 때, 고각뿐만 아니라 위치와 속도에 대한 편미분도 고려해야한다. 이를

수식으로 표현하면 다음과 같다. (y 와 z 에 대한 표현도 아래 x 에 대한 것과 유사하게 정의된다.)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{b}}{\partial x} &= -(N_0 \times 10^{-6}) \csc^2(\theta) \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x}; \\ \frac{\partial \dot{b}}{\partial x} &= -(N_0 \times 10^{-6}) \csc^2(\theta) \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x}; \\ \frac{\partial \dot{b}}{\partial \theta} &= \begin{cases} 2(N_0 \times 10^{-6}) \cot(\theta) \csc^2(\theta) & (\text{단, } 10 < \theta < 90 \text{ [deg]}); \\ 2(N_0 \times 10^{-6}) \cot(\theta) \csc^2(\theta) \times \beta_1(\theta) \\ - 2(N_0 \times 10^{-6}) \csc^2(\theta) \times \beta_2(\theta) \\ + (N_0 \times 10^{-6}) \cot(\theta) \times \beta_3(\theta) & (\text{단, } 2 < \theta \leq 10 \text{ [deg]}); \end{cases} \\ \beta_3(\theta) &= -\frac{2c_2}{\theta^3} + \frac{6c_3}{\theta^4} - \frac{12c_4}{\theta^5}. \end{aligned}$$

2.4 수치적 고려사항

식 (10)과 같이 비선형함수를 미분하여 자코비언 A_k 를 정의하게 되면, 발사 초기단계에서 레이다와 발사체 간 거리가 작은 경우 일부 편미분 값들이 매우 커지게 되는 상황이 발생한다. 이 경우 공분산행렬(P_k) 및 칼만이득(K_k)도 함께 비정상적으로 커져 발사 초기단계에서 확장칼만 필터가 발산하려는 경향성을 갖게 된다. 이를 방지하기 위해 칼만이득을 아래와 같이 정규화하는 것을 고려해 볼 수 있다.

$$\widehat{K}_k = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & \lambda I_4 \end{bmatrix} \frac{K_k}{\|K_k\|}. \tag{11}$$

식 (11)에서 I_n 는 $n \times n$ 단위행렬을, λ 는 관측기 극점들($A_k - \widehat{K}_k C$ 의 고유치들)의 크기가 언제나 1을 넘지 않도록 시뮬레이션을 통해 정할 수 있는 값이다. 본 논문에서는 $\lambda = 10^{-1}$ 가 발사 전체단계에서 확장칼만필터의 수렴을 보장해주는 값이었다.

또한, 상태변수들의 단위 및 크기를 고려해 적절한 크기변환(Scaling)을 고려해 볼 수 있다. 이러한 크기변환이 고려되지 않으면 상대적으로 매우 큰 값을 갖는 상태변수가 필터 내부의 수치연산에 부정적인 영향을 미쳐 타 상태변수 값을 발산하게 만든다. 실제로 식 (7)에 정의된 상태변수들은 위치, 속도, 각 등 서로 다른 단위와 크기

1) 본 논문의 핵심주제인 고각이 작은 발사단계(1단로켓분리 후 레이다 측정데이터에 상대적으로 큰 바이어스가 포함된 단계; 레이다와 발사체가 간의 거리가 충분히 확보된 단계)에서의 바이어스 추정을 위해서는 상기 언급한 정규화 적용 없이 표준 확장칼만필터만으로도 충분하다.

를 가진다. 특히 위치와 속도의 경우 지구중심 고정좌표계(ECEF)를 기준으로 계산되는 값이므로 10^6 정도의 크기를 가지게 되고, 따라서 필터 내부에 위치와 속도에 관련된 모든 값에 10^{-6} 을 곱해 필터 내부의 모든 연산이 안정적으로 이루어질 수 있도록 하였다. 즉, 식 (7)에서 정의한 상태변수를 다음과 같이 X_s 로 재 정의하여 상태변수 추정 관련 연산들을 수행한 후, 원래의 상태변수 X 로 변환해 결과 값을 얻었다.

$$X_{s,k} = \left[\frac{x_k}{10^6}, \frac{\dot{x}_k}{10^6}, \frac{x_{k-1}}{10^6}, \frac{y_k}{10^6}, \frac{\dot{y}_k}{10^6}, \frac{y_{k-1}}{10^6}, \frac{z_k}{10^6}, \frac{\dot{z}_k}{10^6}, \frac{z_{k-1}}{10^6}, \rho_k, \phi_k, \theta_k, b_k \right]^T.$$

2.5 바이어스 추정결과

제안한 추정기법을 KSLV-I 3차 발사 추적데이터에 적용하고, 추정의 정확성을 검증하기 위해 동일한 발사체 궤적에 대한 GPS 데이터를 통해 거리, 방위각 및 고각 정보를 얻어 추정결과와 비교를 수행하였다. GPS 데이터의 경우 위치오

차를 포함하고 있지만 식 (6)을 통한 변환 후 얻어진 방위각이나 고각 정보는 상당히 정확하다고 생각할 수 있다. Fig. 5의 상단 그래프는 레이더 측정 고각, GPS 데이터를 통해 얻은 고각, 그리고 레이더 측정 고각으로부터 [3]에서 제시한 방법으로 전과굴절각 바이어스를 보정한 후의 그래프를 보여준다. (그래프는 발사단계 중 레이더 측정 고각에 바이어스가 심하게 영향을 주는 구간에 대해서만 보였다.) 그림에서 보듯이 GPS를 통해 얻은 고각과 레이더 측정 고각으로부터 전과굴절각 바이어스를 보정한 후의 고각은 최대 0.05 deg 정도의 차이를 보인다.

Figure 5의 하단 그래프는 확장칼만필터를 통해 추정된 바이어스를 포함한 고각($\hat{\theta} + \hat{b}$), 레이더 측정 고각, GPS 데이터를 통해 얻은 고각, 그리고 확장칼만필터를 통해 추정된 고각($\hat{\theta}$)을 보여준다. 그림에서 보듯이 GPS를 통해 얻은 고각과 확장칼만필터로 추정된 고각의 차이는 최대 0.02 deg 정도로, Clark 전과굴절각 모델을 단순히 적용해 얻은 기존 결과[3]보다 본 논문에서

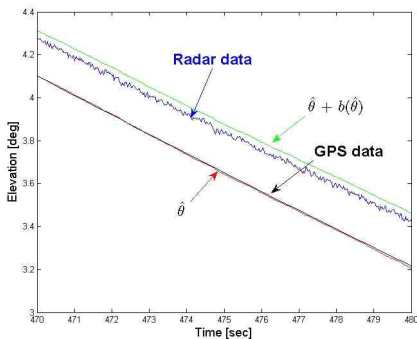
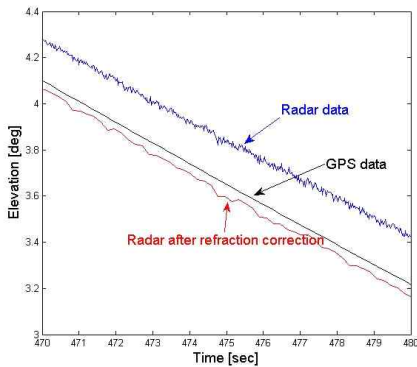


Fig. 5. Radar raw data, EKF estimates and GPS data for elevation

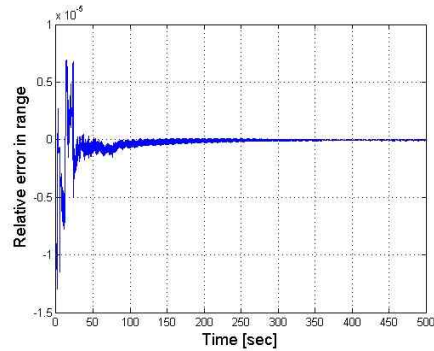


Fig. 6. Relative error in range between GPS and estimated data

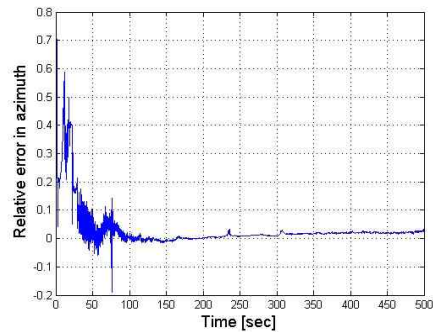


Fig. 7. Relative error in azimuth between GPS and estimated data

제한한 추정기법이 보다 정확하게 바이어스를 추정함을 알 수 있다.

Figure 6, 7은 발사단계 전 구간에 대해 거리 (ρ)와 방위각(ϕ)에 대한 GPS데이터와 추정결과와의 상대오차를 나타낸다. GPS데이터 자체 오차(특히 고각이 큰 발사 초반부)로 인해 상대오차 값이 다소 크게 나타나는 구간이 있지만, 발사단계 전 구간에 대해 본 논문에서 제안한 확장칼만필터가 대체로 잘 수렴함을 그림을 통해 알 수 있다.

III. 결 론

본 논문은 발사체를 추적하는 레이더 시스템에서 측정된 데이터에 포함된 오차(주로 전파굴절에 의한 바이어스)를 추정하는 기법에 관한 내용을 다뤘다. 이를 위해 Clark 전파굴절 모델을 오차를 포함한 레이더 측정 고각에 바로 적용하거나[3], GPS 데이터를 직접적으로 사용해 바이어스를 추정하는 기존 결과[4]와는 차별화된 추정기법을 제안하였다. 본 논문에서는 먼저 위치와 속도로 구성된 기존의 상태 변수에 위치에 따라 비선형으로 변하는 거리, 방위각 및 고각을 비롯해, 고각에 따라 비선형으로 변하는 바이어스까지 포함시킨 비선형 발사체 항법 방정식 모델을 제안하였다. 이러한 방식의 모델링은 레이더 측정데이터에 포함된 바이어스 및 잡음의 특성을 그대로 보존한다는데 그 장점이 있다. 이렇게 제안된 비선형모델을 바탕으로 확장칼만필터를 사용하여 바이어스를 포함한 모든 상태 변수를 추정하였다. 다만 제안한 확장칼만필터(고각이 매우 작아지는) 발사체 발사 후 약 260초 이후에 적용할 때는 수렴에 문제가 없었지만, 발사 전체단계에 대해 적용 시 발산하는 경향성을 보였다. 이러한 문제를 해결하기 위해 두 가지 수치적 요소를 고려해 필터를 적용하였다. 첫째, 발사 초기단계에서 칼만계인의 값이 비정상적으로 커지는 것을 방지하기 위해 정규화를 적용하였다. 둘째, 상대변수들의 단위 및 크기 차이로 수치적인 오차 발생의 가능성이 커져, 적절한 크기보정을 통해 모든 상대변수가 일정한 값 사이에서 변화도록 하였다. 결과적으로 발사단계 전 구간에 대해 본 논문에서 제안한 확장칼만필터가 잘 수렴하는 것을 확인할 수 있었으며, 특히 전파굴절에 의한 고각의 바이어스는 기존의 방법(GPS 데이터 대비 최대 0.05 deg의 오차) 대비 매우 정확하게 추정(GPS 데이터 대비 최대 0.02 deg 오차)되는 것을 볼 수 있었다. 논문에서 제안한 확장칼만필터가 대체로 잘 수렴함을 그림을 통해 알 수 있다.

후 기

본 연구는 우주센터 2단계 사업 및 2017 과학 기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원(NRF-2017R1A5A1015311)을 받아 수행되었습니다.

References

- 1) Roh, W. R., and Kim, Y. D., "Trajectory Optimization of Multi-stage Launch Vehicle using Time Domain Finite Element Method," *Proceeding of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences Spring Conference*. April 1998, pp. 446~451.
- 2) Kim, C. P., Ha, J. S., Noh, S. U., Park, S. R., Choi, W. K., and Kang, D. K., "Processing Real-Time Flight Test Data for the Estimation of the Coordinate Position of Projectiles by Multiple Radars," *The Journal of Korean Institute of Next Generation Computing*. Vol. 12, No. 2, 2016, pp. 43~53.
- 3) Yun, S. Y., and Lyou, J., "Flight trajectory generation through post-processing of launch vehicle tracking data," *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*. Vol. 19, No. 6, 2014, pp. 53~61.
- 4) Song, H. R., "Performance Enhancement of Launch Vehicle Tracking Using GPS-based Multiple Radar Bias Estimation and Sensor Fusion," *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*. Vol. 20, No. 6, 2015, pp. 47~56.
- 5) Xu, T., and Nai-yuan, X., "Atmospheric Refraction and Path Bending Delay," *Chinese Astronomy and Astrophysics*. Vol. 33, 2009, pp. 217~222.
- 6) Suchomski, P., "Explicit Expressions for Debaised Statistics of 3-D Converted Measurements," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronics System*. Vol. 35, No. 1, pp. 368~370.
- 7) Han, Y. S., Song, H. R., and Kim, K. T., "Noise Estimation of Launch Vehicle Tracking Algorithm Using Auto-Regression Model and Auto-Correlation Method," *Proceeding of Institute of Control, Robotics and Systems*. May 2015, pp. 83~84.