

광학식 자유곡면 형상복원 알고리즘 개발

김병창

경남대학교 기계공학부

A algorithm development on optical freeform surface reconstruction

ByoungChang Kim

School of Mechanical Engineering, Kyungnam University

요약 광기전공학 기술이 융합된 광학계의 발달은 광학계를 구성하는 부품의 표면이 비구면 또는 자유곡면으로 진화하고 있다. 본 논문에서는 광학식 자유곡면의 국부영역으로부터 직교하는 2방향의 곡률을 정의하여 전체 형상을 복원하는 알고리즘을 제안하였다. 8.4 m 자유곡면 형상을 가진 반사거울에 구현된 알고리즘을 적용한 결과 형상복원 최대오차 0.065 nm, 평균제곱근 오차 0.013 nm로 복원됨을 확인하였다. 프루브의 위치오차 발생에 대한 노이즈 민감도를 해석한 결과, 2 mm 오차에 대해서도 형상복원 최대오차 30 nm, 제곱평균제곱근 오차 8.7 nm로 위치오차에 매우 둔감한 알고리즘임을 확인하였다.

• 주제어 : 광기전융합, 광학식 자유곡면, 곡률측정, 형상복원, 수학알고리즘

Abstract The demand for accurate freeform aspheric surface is increasing to satisfy the optical performance. In this paper, we develop the algorithm for opto-mechatronics convergence, that reconstruct the surface 3D profiles from the curvature data along two orthogonal directions. A synthetic freeform surface with 8.4 m diameter was simulated for the testing. The simulation results show that the reconstruction error is 0.065 nm PV(Peak-to-valley) and 0.013 nm RMS(Root mean square) residual difference. Finally the sensitivity to noise is diagnosed for probe position error, the simulation results proving that the suggested method is robust to position error.

• Key Words : Opto-mechatronics convergence, Optical freeform surface, Curvature measurement, Surface reconstruction, Mathematical algorithm

1. 서론

인류는 오래 전부터 캄캄한 밤하늘로부터 쏟아지는 별빛들을 바라보며 우주의 자연현상을 탐구해왔다. 우주저 멀리에서 출발해 우리의 작은 수정체에서 모아지는 별빛들은 식별할 수 있는 거리와 공간분해에 한계가 있다. 광학기술이 발달하면서 인류는 더 넓고 더 잘 만들어

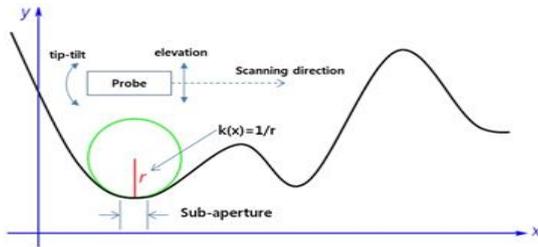
진 망원경을 설계하고 제작할 수 있게 되었으며, 이와 더불어 광학식 표면의 발달사가 시작된다. 빛을 반사시키거나 굴절시켜 빛을 모으는 광학식 표면이 구면에서부터 비구면으로, 최근에는 자유곡면으로 진화함에 따라 최근 광학계는 구성 부품 수는 줄어들고, 광학적 특성은 더욱 향상되는 경향을 보이고 있다.[1,2] 광학식 표면 중 평면 또는 구면은 형상의 설계, 제조, 측정이 현재 모두 용이한

*Corresponding Author : 김병창(bckim@uok.ac.kr)

Received September 12, 2016
Accepted October 20, 2016

Revised October 10, 2016
Published October 31, 2016

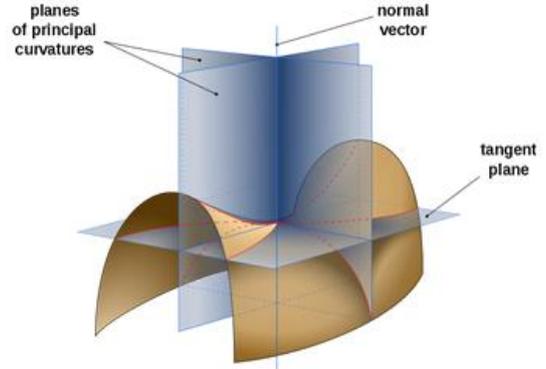
반면, 구면을 벗어나 비구면의 형상이 되면, 비구면의 절대적 형상기준 부재로 인해 정밀도 높은 비구면 형상을 제작하거나 측정하는 것이 불가능해진다. 이를 극복하기 위해 보정광학계(Null optics) 등을 삽입하여 비구면형상을 측정하는 방법 등이 제안될 수 있으나,[3] 추가로 사용되는 보정광학계의 제작비용 및 보정광학계 자체의 보정문제 등이 다시 측정정밀도를 감소시킬 수 있는 여지를 제공한다.[4,5,6] 비구면 또는 자유곡면은 표면의 부분적 기하학적 변화를 순차적으로 측정한 다음 각각의 국부영역을 조합하여 전체 형상을 복원하는 sub-aperture방법이 적용되어야 하는데, 전체형상을 스캔하는 과정에서 프루브의 위치오차가 형상복원 결과에 큰 영향을 미치는 약점을 가지고 있다. 일반적인 sub-aperture방법은 그림 1에서와 같이 스캔 중 측정 프루브의 높이변화나 기울기 변화에 영향을 받는 반면, 국부영역의 곡률은 브루브의 위치나 자세에 의존하지 않는 고유특성을 보이기 때문에, 국부영역에서 곡률을 측정하여 전체 형상을 복원하는 곡률법(curvature measurement)이 자유곡면 형상 복원법으로 대두되고 있다.



[Fig. 1] Curvature variation does not depend on attitude of probe

대영역을 가진 광학식 자유곡면 형상을 나노미터급으로 측정할 수 있는 곡률법이 1990년 Glen에 의해 최초 제안되었으며,[7] 2001년 독일표준연구소(PTB)에 의해 LACS(Large Area Curvature Sensor)로 구현되었다.[8,9,10,11,12] 미국표준연구소(NIST)는 2004년 LACS를 심화시킨 GEMM(The Geometry Measuring Machine)을 개발함으로써 비구면 측정에 적용하였다.[13,14] 하지만, Glen에 의해 제안되고, 독일표준연구소 및 미국표준연구소에서 구현된 곡률법은 비구면 또는 자유곡면 형상 중 한 개의 라인을 따라 측정되고 복원되는 알고리즘이므로, 표면 위의 한 점의 곡률이 방향에 따라 달라지는 경우는 표현할 수 없는 약점을 가진다.[15] 그림2와 같이

직교하는 두 방향으로 주면(Principal plane)을 정의하고 주면이 표면과 교차하는 2D 프로파일을 따라 두 방향의 곡률을 각각 정의할 수 있다.



[Fig. 2] Two curvatures along the orthogonal axis at the measuring point on the surface

2. 형상복원 알고리즘

2.1 한 축 방향 프로파일 복원 알고리즘

직교좌표 시스템에서 높이형상 $z(y)$ 와 곡률 $k(y)$ 의 관계는 다음의 식(1)과 같이 비선형 이차미분방정식으로 표현되는 Frenet's 식으로 주어진다.[16]

$$\frac{d^2 z(y)}{dy^2} = k(y) \cdot \left[1 + \left(\frac{dz(y)}{dy} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

여기에서 y 는 1차원적 위치를 나타내며, $z(y)$ 와 $k(y)$ 는 그 위치에서의 형상과 곡률을 각각 나타낸다. 식(1)을 이용하면, 주어진 형상으로부터 각 위치의 곡률 계산이 가능하며, 역으로 각 위치의 곡률로부터 수치적 적분을 통해 전체 형상을 복원도 가능하다. 따라서, 전체 형상을 복원하기 위해서는 각 위치(y)에서 일정 간격으로 곡률값을 측정하고, 다음과 같은 순서에 따라 수치적분을 수행한다.

비선형 이차미분방정식인 식(1)의 해는 형상함수 $z(y)$ 와 상관없이 간단한 적분의 형태로 나타낼 수 있다. 여기서 곡률의 적분값(φ)과 초기점에서의 일차미분 형상값(z'_0)에 의해 결정되는 상수(α)를 각각 아래와 같이 정의하면,

$$\varphi(y) = \int_{y_0}^y \kappa(\zeta) d\zeta \quad \alpha = \frac{z_0'}{\sqrt{1 + z_0'^2}}$$

$$k_x = \begin{bmatrix} k_{11}^x & \cdots & k_{1M}^x \\ \vdots & k_{ij}^x & \vdots \\ k_{N1}^x & \cdots & k_{NM}^x \end{bmatrix} \quad k_y = \begin{bmatrix} k_{11}^y & \cdots & k_{1M}^y \\ \vdots & k_{ij}^y & \vdots \\ k_{N1}^y & \cdots & k_{NM}^y \end{bmatrix} \quad (4)$$

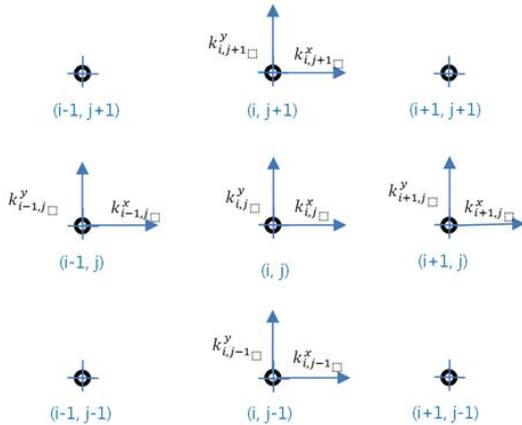
식(1)의 해는 식(2)와 같이 유도된다.

$$\frac{dz(y)}{dy} = \frac{\varphi(y) + \alpha}{\sqrt{1 - (\varphi(y) + \alpha)^2}} \quad (2)$$

따라서, 각 국부영역에서 측정된 곡률의 적분값(φ)과 초기상수(α)로 구성된 식(2)를 이용한 일련의 적분을 통해 전체 형상을 복원할 수 있다.

2.2 직교 방향 프로파일 복원 알고리즘

한 축 방향의 곡률로부터 2차원 프로파일을 복원한 알고리즘을 3차원으로 확대하면 그림3과 같이 정의할 수 있다. 각 측정점에서 x축, y축 방향의 곡률 $k(x)$ 와 $k(y)$ 를 식(1)과 같이 각각을 표현하면 식(3)과 같다.



[Fig. 3] Two orthogonal curvature at measuring point

$$k(x) = \frac{z''(x)}{[1 + z'^2(x)]^{3/2}} \quad (3)$$

$$k(y) = \frac{z''(y)}{[1 + z'^2(y)]^{3/2}}$$

여기에서 i, j 는 측정점의 위치를 나타내며, k^x, k^y 는 식(3)의 $k(x), k(y)$ 를 각각 표시한다. $N \times M$ 측정점에 대한 곡률을 행렬로 표현하면 식(4)와 같다.

각 측정점(i, j)의 곡률(k)은 Frenet방정식의 해를 통해 기울기(s)로 계산되며 두 방향에 대한 기울기 행렬식은 식(5)와 같이 표현할 수 있다.[16]

$$S_x = \begin{bmatrix} s_{11}^x & \cdots & s_{1M}^x \\ \vdots & s_{ij}^x & \vdots \\ s_{N1}^x & \cdots & s_{NM}^x \end{bmatrix} \quad S_y = \begin{bmatrix} s_{11}^y & \cdots & s_{1M}^y \\ \vdots & s_{ij}^y & \vdots \\ s_{N1}^y & \cdots & s_{NM}^y \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 기울기 행렬의 각 요소는 아래와 같이 정의되고, φ 는 곡률 k 의 적분을 의미한다.

$$s_{ij}^x = \frac{\varphi_{ij}^x(x) + \alpha}{\sqrt{1 - (\varphi_{ij}^x(x) + \alpha)^2}} \quad \varphi_{ij}^x(x) = \int_{x_0}^x \kappa_{ij}^x(\zeta) d\zeta$$

$$s_{ij}^y = \frac{\varphi_{ij}^y(y) + \alpha}{\sqrt{1 - (\varphi_{ij}^y(y) + \alpha)^2}} \quad \varphi_{ij}^y(y) = \int_{y_0}^y \kappa_{ij}^y(\zeta) d\zeta$$

식(5)의 기울기 행렬은 Southwell 적분법을 이용해 복원형상 $z(x, y)$ 를 결정할 수 있다. [16] 아래 식(6) $N \times M$ 측정점에 대해 복원된 형상의 행렬식을 보여준다. 여기서 P 는 복원형상의 높이 $z(x, y)$ 를 나타낸다.

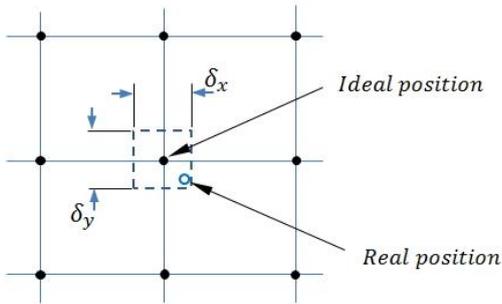
$$P = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \cdots & \rho_{1M} \\ \vdots & \rho_{ij} & \vdots \\ \rho_{N1} & \cdots & \rho_{NM} \end{bmatrix} \quad (6)$$

3. 형상복원 알고리즘 검증

3.1 위치오차 민감도 검증

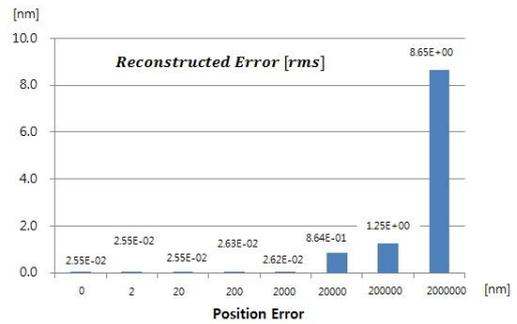
일련의 국부영역으로부터 기하학적 변수를 측정한다. 다음 각각의 국부영역을 조합하여 전체 형상을 복원하는 sub-aperture방법은 프루브의 이동과정에서 발생하는 프루브의 위치오차 및 자세오차가 형상 복원 결과에 반영되는 약점을 가지고 있다. 본 논문에서 적용한 곡률법은 프루브의 위치오차 및 기울기오차에 둔감한 특징을

가지고 있으므로 이를 검증하기 위해 그림4와 같이 일정 영역의 범위에서 프루브의 위치오차를 발생시킨 후 형상 복원 알고리즘을 적용하였다. 위치오차는 그림4와 같이 x, y방향으로 각각 δ_x , δ_y 만큼의 최대 오차영역을 설정하고, 오차범위 내에서 임의로 오차를 발생시켰다.



[Fig. 4] Random error boundary while probe scanning

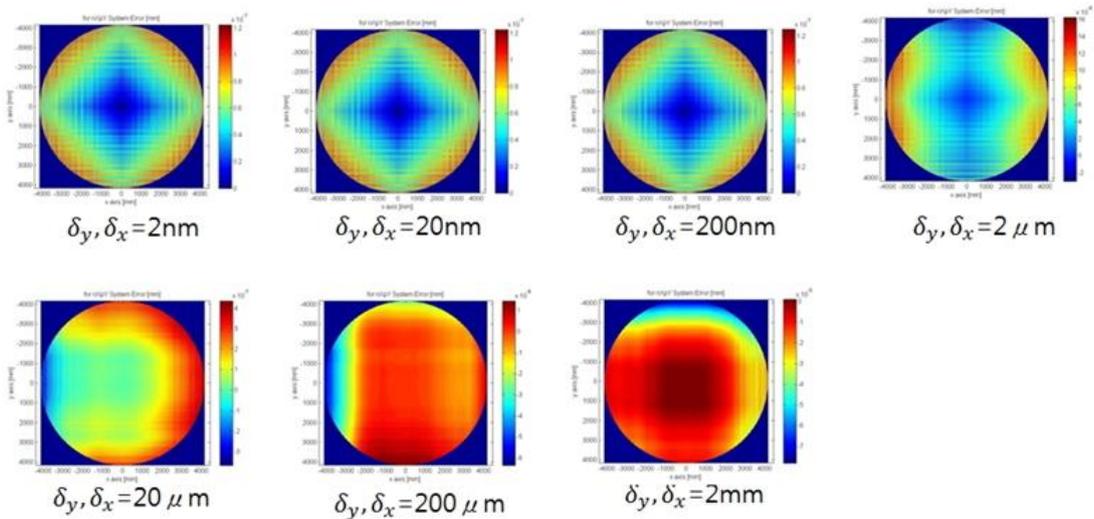
최대오차 범위를 2 nm, 20 nm, 200 nm, 2 μ m, 20 μ m, 200 μ m, 2 mm로 설정하였을 때, 오차범위에 따른 수치적 복원오차는 그림5와 같다. 랜덤 위치오차가 최대 2 mm 발생한 경우에도 복원오차는 30 nm 최대오차(PV), 8.7 nm 제곱평균제곱근 오차(RMS)로 프루브의 위치오차에 매우 둔감한 결과를 보인다. 그림6은 위치오차 설정에 따른 복원된 형상의 오차맵을 나타내며, 복원대상물의 제원은 3.2에서 자세히 언급하기로 한다.



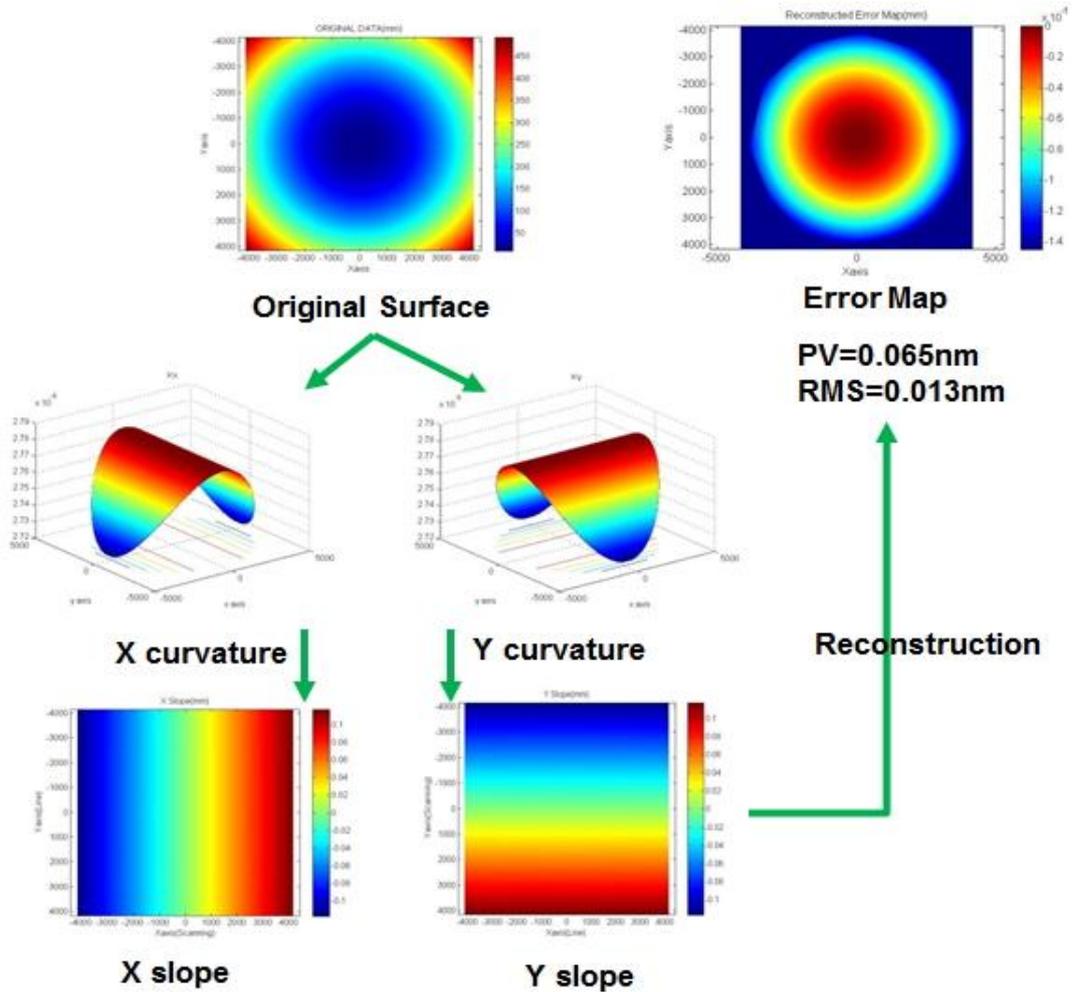
[Fig. 5] Surface reconstruction error caused by probe position error(2nm, 20nm, 200nm, 2 μ m, 20 μ m, 200 μ m, 2mm)

3.2 형상복원 오차 검증

제한한 곡률법 알고리즘을 검증하기 위해 현재 아리조나대학에서 개발 중인 25 m급 천체망원경 GMT (Giant Magellan Telescope)의 제원에 형상복원법을 적용하였다.[17] GMT는 구경 8.4 m 반사거울 7장으로 구성된 25.4 m 거대망원경이며, 망원경 전체 형상은 비구면이지만 망원경을 구성하는 각 장의 거울은 비축대칭인 자유곡면에 해당한다. 곡률반경(ROC) 36,000 mm, 원추상수(k) -0.998286, 유효구경(Clear aperture) 8.365 m 제원을 이용하여 그림7과 같이 가상의 광학식 표면을 형성시키고, 제안한 알고리즘 적용 절차에 따라 곡률, 기울기, 형상복원 과정을 수행하였다. 최종적으로 최초 생성한 형상과 복원된 형상 사이의 형상복원 오차를 획득한 결



[Fig. 6] Surface reconstruction error map caused by probe position error



[Fig. 7] The processes and results of surface reconstruction

과, 8.4 m 원형구간에서 PV 0.065 nm, RMS 0.013 nm를 획득하였다.

4. 결론

한 축 방향의 곡률을 이용하여 프로파일을 복원하였던 곡률법 알고리즘을 직교하는 두 방향으로 확대한 형상복원 알고리즘을 제안하였다.

국부영역으로부터 곡률을 획득하고 전체 형상을 복원하는 곡률법은 프루브의 구동오차에 매우 둔감한 특징을 가지고 있어서 자유곡면 형상복원법의 가장 유망한 방법으로 인식되고 있으며, 본 논문에서는 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 제안된 알고리즘 검증을 위해 GMT의 8.4 m 반사경 설계제원에 대해 시뮬레이션을 수행하였으며, 시뮬레이션 결과 PV 0.065 nm, RMS 0.013 nm 형상복원오차를 획득하였다.
2. 시뮬레이션에 따르면 브루브의 위치오차에 대한 오차민감도가 낮아 개발한 알고리즘은 위치오차에 매우 둔감한 것으로 결론지을 수 있다.

ACKNOWLEDGMENTS

이 연구결과물은 2014학년도 경남대학교 학술진흥연구비 지원에 의한 것임.

REFERENCES

- [1] B.A. Kang, H.J. Oh, B.H. Jeong, N.I. Jeong, "A Study on the PMMA Lens Fabrication for Surgical Light Based on Injection Molding Convergence Process", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 6, No. 1, pp. 43-48, 2015.
- [2] K.Y. Choi, "A Study on The Development of Process and Equipment for Heat Radiating Module Nano-Tube Manufacturing System", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 2, No. 3, pp. 45-50, 2011.
- [3] J. H. Burge, "Applications of computer-generated holograms for interferometric measurement of large aspheric optics," Proc.SPIE 2576, pp. 258-269, 1995.
- [4] K.W. Park, J.Y. Lee, "Algorithm of Decoding the Data Codeword in Two-Dimensional QR Code", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 4, No. 4, pp. 21-29, 2013.
- [5] H.J. Han, H.C. Lee, and J.Y. Lee, "Algorithm of Decoding the Base 256 mode in Two-Dimensional Data Matrix Barcode", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 4, No. 3, pp. 27-33, 2013.
- [6] H.J. Han, J.Y. Lee, "Algorithm of Converged Corner Detection-based Segmentation in the Data Matrix Barcode", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 6, No. 1, pp. 7-16, 2015.
- [7] P. E. Glenn, "Angstrom level profilometry for submillimeter to meter-scale surface errors," Proc. SPIE 1333, pp. 326-336, 1990.
- [8] I. Weingartner, M. Schulz, P. Thomsen-Schmidt, and C. Elster, "Measurement of steep aspheres: a step forward to nanometer accuracy," Proc.SPIE 4449, pp. 195-204, 2001.
- [9] I. Weingartner, M. Schulz, and C. Elster, "Novel scanning technique for ultra-precision measurement of topography," Proc.SPIE 3782, pp. 306-317, 1999.
- [10] M. Schulz, and I. Weingartner, "Measurement of steep aspheres by curvature scanning : a uncertainty budget," Proc. 2nd euspen International conference, pp. 478-481, 2001.
- [11] C. Elster, J. Gerhardt, P. Thomsen-Schmidt, M. Schulz, and I. Weingartner, "Reconstructing surface profiles from curvature measurement," Optik 113, pp. 154-158, 2002.
- [12] M. Schulz, R.D.Geckeler, and J. Illeemann, "High accuracy form measurement of large optical surfaces," Recent developments in traceable dimensional measurements II, Proc.5190, pp. 211-219, 2003.
- [13] B. C. Kim, T. Saiag, Q.Wang, J. Soons, R. S. Polvani and U. Griesmann, "The Geometry Measuring Machine(GEMM) Project at NIST," Proc. ASPE pp. 108-111, 2004.
- [14] U. Griesmann, N. Machkour-Deshayes, J. Soons, B. C. Kim, Q. Wang, J. R. Stoup, and L. Assoufid, "Uncertainties in aspheric profile measurements with the geometry measuring machine at NIST," Proc. SPIE 5878, 2005.
- [15] B.C. Kim, S.W. Lee, G.H. Kim, S.W. H., "Aspheric Surface Reconstruction from Curvature data along two orthogonal directions ," Proc.SPIE.OPTIFAB, 9633, pp. 153-157, 2015.
- [16] ByoungChang Kim, "Development of aspheric surface profilometry using curvarure method," International journal of precision engineering and manufacturing, Vol.16, No.9, pp. 1963-1968, 2015.
- [17] <http://www.gmto.org/resources>

저자소개

김 병 창(ByoungChang Kim) [정회원]



- 1998년 2월 : KAIST기계공학과 (공학석사)
 - 2003년 2월 : KAIST기계공학과 (공학박사)
 - 2003년 7월 ~ 2005년 2월 : 미국 표준연구소(NIST)연구원
 - 2012년 8월 ~ 2013년 8월 : 아리조나대학교 광기술센터 연구원
 - 2005년 3월 ~ 현재 : 경남대학교 기계공학부 교수
- <관심분야> : 광기전공학, 광학식 자유곡면형상 측정, 3D 프린터