

강도함수가 감소패턴을 따르는 NHPP 소프트웨어 신뢰모형에 관한 비교 연구

김희철* · 김정범** · 문송철***

A Comparative Study on Software Reliability Model for NHPP Intensity Function Following a Decreasing Pattern

Hee Cheul Kim* · Jong Buam Kim** · Song Chul Moon***

Abstract

Software reliability in the software development process is an important issue. In infinite failure non-homogeneous Poisson process software reliability models, the failure occurrence rates per fault, can be presented constant, monotonic increasing or monotonic decreasing pattern. In this paper, the reliability software cost model considering decreasing intensity function was studied in the software product testing process. The decreasing intensity function that can be widely used in the field of reliability using power law process, log-linear processes and Musal-Okumoto process were studied and the parameter estimation method was used for maximum likelihood estimation. In this paper, from the software model analysis, we was compared by applying a software failure interval failure data considering the decreasing intensity function

The decreasing intensity function model is also efficient in terms of reliability in the arena of the conservative model can be used as an alternating model can be established. From this paper, the software developers have to consider life distribution by preceding information of the software to classify failure modes which can be gifted to support.

Keywords : Software Reliability, NHPP, Decreasing Intensity Function, Mission Time, Laplace Trend Test

Received : 2016. 10. 04. Revised : 2016. 10. 28. Final Acceptance : 2016. 12. 30.

* Professor, Dept. of Industrial & Management Engineering, Namseoul University, e-mail : kim1458@nsu.ac.kr

** Professor, Dept. of Academic Cooperation Foundation, Namseoul University, e-mail : jbkim@nsu.ac.kr

*** Corresponding Author, Professor, Department of Computer Science, Namseoul University, 91 Daehak-ro, Seonghwan-eup, Seobuk-gu, Cheonan-si, Chungcheongnam-do, 31020, Korea, e-mail : moon@nsu.ac.kr

1. 서 론

과학기술이 급속하게 발전함에 따라 더 강력한 소프트웨어 기능의 급속한 발전과 함께 소프트웨어의 복잡성이 크게 증가함으로써 소프트웨어 테스트 및 신뢰성 평가의 어려움이 증대하고 있다. 소프트웨어 시스템의 품질을 보장하기 위해 소프트웨어 테스트 및 신뢰성 평가기술이 절실히 필요하다.

소프트웨어 테스트의 목적은 소프트웨어 시스템 요구 사항을 충족시키는지를 조사하는 것이다. 이러한 사항은 운용자의 필수사항과 검사 비용을 충족시켜야 한다. 소프트웨어 고장 조사측면에서 제반비용을 축소하기 위해서는 소프트웨어의 신뢰성의 추이와 조사비용을 예측 할 수 있으면 효율적인 사항이 될 수 있다. 따라서 소프트웨어 제품의 결함사항을 진단하기 위한 모형 개발이 궁극적인 목표하다. 현재까지 여러 소프트웨어 신뢰성 모형이 제시되어 왔다.

여러 가지 모형에서 비동질적 포아송 과정(non-homogeneous Poisson process; NHPP)을 이용한 모델[Gokhale and Trivedi, 1999]은 에러 탐색 진단측면에서는 효율적인 모델로 간주되고 이 모델은 에러가 나타나면 원인을 찾아 바로 보완되고 디버깅 시행에서 다른 결함이 나타나지 않는다는 가정을 하고 있는 모델이다.

이 영역에서 Gokhale and Trivedi[1999]은 고양된 비동질적인 포아송 과정(Enhanced NHPP)을 제안하였고 Goel and Okumoto[1978]은 지수적인 소프트웨어 신뢰성 모형(Exponential software reliability growth model)을 제시 하였다. Huang[2005]은 일반화 로지스틱 테스트 노력함수(Generalized logistic testing-effort function)와 변환점모수(Change-point parameter)를 적용하여 고장진단이 가능한 소프트웨어 신뢰성 변화 추이 기법을 제안하기도 하였고 S-형태 모형

은 소프트웨어 관리자들에 소프트웨어 및 검사 도구에 익숙해지는 학습 과정을 설명 할 수 있다고 하였다[Kuei-Chen et al., 2008]. 또한, 대수 선형 위험함수를 이용한 학습과정 특성을 연구하기도 하였다[Kim, 2015].

따라서 본 논문에서는 소프트웨어 제품 테스트 시행에서 강도함수가 감소추이를 따르는 비동질적인 포아송 과정 소프트웨어 신뢰성 모형에 관한 신뢰도 성능을 비교분석 하였다. 이 연구의 목적은 신뢰성 분야에서 많이 사용되는 파워로우 과정, 로그선형 과정과 Musal-Okumoto과정을 이용한 감소형 강도함수를 사용한 모형을 이용하여 신뢰도 성능을 비교하고자 한다.

2. 제안된 강도함수가 감소패턴을 따르는 NHPP 모형

2.1 파워어 로우 과정(Power Law Process)

파우어 로우 과정에 대한 강도함수는 다음과 같은 수식으로 요약 할 수 있다[Guida et al., 2014; Yoo, 2015].

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} t^{\beta-1} \quad (1)$$

이 강도함수는 $\alpha, \beta > 0$ 이고 $\beta < 1$ 일 경우 감소패턴을 가진다고 하였다[Guida et al., 2014].

그러나 식 (1)의 강도함수를 $a = \alpha^{-\beta}$, $b = \beta$ 으로 변수변환하면 강도함수는 다음과 같이 유도된다[Chen, 2010].

$$\lambda(t) = abt^{b-1} \quad (2)$$

여기서 a 는 척도모수(Scale parameter)이고 b 는 형상모수(Shape parameter)를 의미한다.

이 경우에 다음의 관계식에 근거하여 평균값 함수를 유도할 수 있다.

$$m(t) = \int_0^t \lambda(t) = at^b \quad (3)$$

그리고 강도함수와 평균값 함수이용하면 NHPP 모형의 우도함수는 다음과 같이 표현된다[Gokhale and Trivedi, 1999; Sylwia, 2007].

$$L_{NHPP}(\theta | \underline{x}) = \left(\prod_{i=1}^n \lambda(x_i) \right) \exp[-m(x_n)] \quad (4)$$

$$= \left(\prod_{i=1}^n abx_i^{b-1} \right) \exp(ax_n^b)$$

단, $\underline{x} = (x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_n)$, $\theta = (a, b)$ 는 모수공간을 의미한다.

모수 추정방법은 최우추정법(MLE)을 사용하였다. 최우추정법을 사용될 로그 우도함수는 식 (4)를 이용하면 다음과 같은 형태로 유도 할 수 있다.

$$\ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x}) = \quad (5)$$

$$n \ln a + n \ln b + (b-1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - a x_n^b$$

즉, a 와 b 에 관하여 편미분을 시행하여 식 (6)과 같은 조건식을 충족하는 \hat{a}_{MLE} 와 \hat{b}_{MLE} 을 수치 해석적 기법으로 추정할 수 있다[Yoo, 2015].

$$\frac{\partial \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x})}{\partial a} = \frac{n}{a} + x_n^b = 0 \quad (7)$$

$$\text{즉, } \hat{a} = \frac{n}{x_n^b}$$

$$\frac{\partial \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x})}{\partial b} = \frac{n}{b} + \sum_{i=1}^n \ln x_i - a x_n^b \ln x_n \quad (8)$$

$$= 0$$

2.2 로그 선형 과정(Log-linear Process)

로그 선형 과정에 대한 강도함수는 다음과 같이 요약 할 수 있다[Guida et al., 2014].

$$\lambda(t) = a \exp(bt) \quad (9)$$

이 강도함수는 $a > 0$, $-\infty < b < \infty$ 이고 $b < 0$ 일 경우 감소패턴을 가진다고 하였다[Guida et al., 2014]. 이 경우에 다음의 관계식에 근거하여 평균값함수를 유도할 수 있다.

$$m(t) = \int_0^t \lambda(t) = (a/b) [\exp(bt) - 1] \quad (10)$$

파우어 로우 과정과 유사하게 NHPP 모형의 우도함수는 다음과 같이 요약 할 수 있다[Gokhale and Trivedi, 1999; Sylwia, 2007].

$$L_{NHPP}(\theta | \underline{x}) = \left(\prod_{i=1}^n \lambda(x_i) \right) \exp[-m(x_n)] \quad (11)$$

$$= \left(\prod_{i=1}^n a e^{bx_i} \right) \exp[-(a/b)(e^{bx_n} - 1)]$$

단, $\underline{x} = (x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_n)$, $\theta = (a, b)$ 는 모수공간을 의미한다.

모수 추정방법은 최우추정법(MLE)을 기초로 하였고 최우추정법을 사용할 로그 우도함수는 식 (11)과 관련하여 다음과 같은 형태로 요약 할 수 있다.

$$\ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x}) = \quad (12)$$

$$n \ln a + b \sum_{i=1}^n x_i - \frac{a}{b} e^{bx_n} + \frac{a}{b} = 0$$

즉, a 와 b 에 대하여 편미분 하여 다음과 같은 식을 만족하는 \hat{a}_{MLE} 와 \hat{b}_{MLE} 을 수치 해석적 방법으로 계산할 수 있다[Yang, 2015].

$$\frac{\partial \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x})}{\partial a} = \frac{n}{a} - \frac{1}{b} e^{bx_n} + \frac{1}{b} = 0 \quad (13)$$

$$\text{즉, } \hat{a} = \frac{nb}{e^{bx_n} - 1}$$

$$\frac{\partial \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x})}{\partial b} = \sum_{i=1}^n x_i + \frac{a}{b^2} e^{bx_n} - \frac{a}{b^2} = 0 \quad (14)$$

2.3 Musa–Okumoto 과정

Musa–Okumoto 과정에 대한 강도함수는 다음과 같이 알려져있다[Guida et al., 2014].

$$\lambda(t) = a/(bt+1) \tag{15}$$

이 강도함수는 $a, b > 0$ 일 경우 감소패턴을 가진다고 하였다[7].

이 경우에 다음의 관계식에 근거하여 평균값 함수를 유도할 수 있다.

$$m(t) = \int_0^t \lambda(t) = (a/b) \ln(bt+1) \tag{16}$$

파우어 로우 과정과 유사하게 NHPP 모형의 우도함수는 다음과 같은 수식의 형태가 된다[Gokhale and Trivedi, 1999; Sylwia, 2007].

$$\begin{aligned} L_{NHPP}(\theta | \underline{x}) & \tag{17} \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \lambda(x_i) \right) \exp[-m(x_n)] \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{a}{bx_i+1} \right) \exp[-(a/b) \ln(bx_n+1)] \end{aligned}$$

단, $\underline{x} = (x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_n)$, $\theta = (a, b)$ 는 모수공간을 의미한다.

모수 추정방법은 최우추정법(MLE)을 사용하였고 최우추정법을 이용하기 위한 로그 우도함수는 식 (17)과 관련하여 다음과 같은 형태가 된다.

$$\begin{aligned} \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x}) & \tag{18} \\ &= \ln a - \sum_{i=1}^n \ln(bx_i+1) - \frac{a}{b} \ln(bx_n+1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

즉, a 와 b 에 대하여 편미분을 시행하여 다음과 같은 식을 만족하는 \hat{a}_{MLE} 와 \hat{b}_{MLE} 을 수치 해석적 방법으로 계산할 수 있다[Yoo, 2015].

$$\frac{\partial \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x})}{\partial a} = \frac{n}{a} - \frac{\ln(bx_n+1)}{b} = 0 \tag{19}$$

$$\text{즉, } \hat{a} = \frac{nb}{\ln(bx_n+1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L_{NHPP}(\theta | \underline{x})}{\partial b} & \tag{20} \\ &= - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{bx_i+1} + \frac{a}{b^2} \ln(bx_n+1) - \frac{ax_n}{b(bx_n+1)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

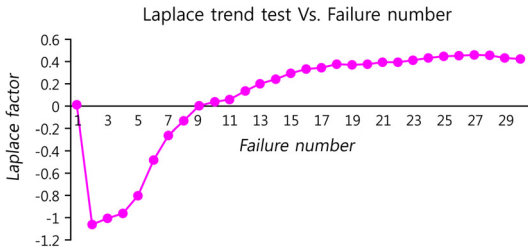
3. 소프트웨어 고장시간 분석

이 절에서는 소프트웨어 고장 시간자료 정보 [Sylwia, 2007](Failure time data)를 이용하여 본 논문에서 제안하는 소프트웨어 신뢰모형들에 대한 신뢰도 성능을 비교분석하고자 한다. 이 자료의 고장시간은 13.853 시간단위에 30번의 고장이 일어난 자료정보이며 <Table 1>에 요약되어 있다.

<Table 1> Failure Time Data of Software

Failure Number	Failure Time (hours)	Failure Number	Failure Time (hours)
1	0.0094	16	10.0192
2	0.05	17	10.4077
3	0.4064	18	10.4791
4	4.6307	19	11.0706
5	5.1741	20	11.325
6	5.8808	21	11.5284
7	6.3348	22	11.9226
8	7.1654	23	12.0294
9	7.2316	24	12.074
10	8.2604	25	12.1835
11	9.2962	26	12.3549
12	9.3812	27	12.5381
13	9.5223	28	12.8049
14	9.8783	29	13.4615
15	9.9346	30	13.853

또한 자료에 대한 신뢰성을 확보하기 위하여 자료에 대한 추세검정이 실시되어야 한다[Kim, 2015]. 추세분석에는 일반적으로 라플라스 추세검정(Laplace trend test)을 이용하고자 한다. 이 검정을 시행한 결과 <Figure 1>에서 라플라스 요인(Factor)이 -2와 2사이에 추정됨으로서 즉, 극단값(Extreme value)이 포함하지 않으므로 이 자료를 기초하여 신뢰성장모형을 비교분석 하는 작업이 가능함을 보여주고 있다[10].



<Figure 1> Laplace Trend Test

모수추정은 최우추정법을 기초한 비선형 방정식의 계산방법은 수치 해석적 기본 방법인 이분법(Bisection method)을 사용하였다. 이러한 계산은 파워어 로우 과정과 Musa-Okumoto 과정은 초기 값을 0.001과 5.000을, 그리고 로그-선형과정은 -0.001 과 5.000을, 허용한계(Tolerance for width of interval)는 10^{-5} 을 부여하고 수렴성을 확보하기 위하여 충분한 반복 횟수인 100번을 C언어를 사용하여 모수추정이 이루어 졌다. 최우추정법의 추정결과와 모형에 대한 적합성의 기준으로서 MSE(평균제곱오차)와 R^2 (결정계수)가 <Table 2>에 나열 되었다.

평균제곱오차는 실제 관찰 값과 예측 값에 대한 차이를 추정하는 도구로서 다음과 같이 알려져 있다[6].

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (m(x_i) - \hat{m}(x_i))^2}{n - k} \quad (21)$$

<Table 2> Parameter Estimation and MSE , R^2

Model	MLE		Model Comparison	
	\hat{a}	\hat{b}	MSE	R^2
Power law process	1.4802	1.1448	20.3234	0.8903
Log-linear process	4.2329	-0.1106	81.825	0.6833
Musa-Okumoto process	19.8422	2.3136	127.995	0.68331

Note) MLE : Maximum likelihood estimation;
 MSE : Mean square error;
 R^2 : Coefficient of determination

단, $m(x_i)$ 은 시간(0, x_i]까지 나타난 고장들의 누적수를 의미하고 $\hat{m}(x_i)$ 는 x_i 시점까지 평균값 함수로부터 추정된 고장의 누적수를 나타낸다. 그리고 n 은 관찰 값의 수를 의미하고 k 는 모수의 수를 나타낸다. 즉 비교결과에 있어서 평균제곱오차 값이 작으면 비교적으로 효율적인 모형이 된다.

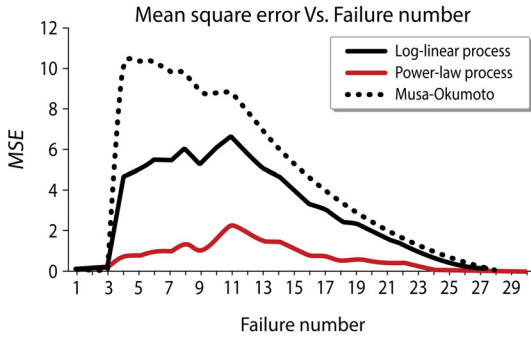
R^2 (결정계수)는 관찰 값의 차이에 대한 설명력을 나타내는 도구로서 다음과 같은 형태로 알려져 있다[11].

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (m(x_i) - \hat{m}(x_i))^2}{\sum_{i=1}^n \left(m(x_i) - \frac{\sum_{j=1}^n m(x_j)}{n} \right)^2} \quad (22)$$

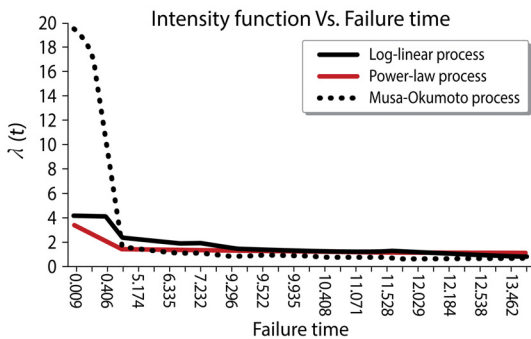
즉, 비교에 있어서 결정계수 값이 크면 상대적으로 효율적인 모형이 된다.

이 표에서 파워어 로그과정이 로그-선형과정과 Musa-Okumoto 과정보다 실제 값과 예측 값에 대한 차이를 추정하는 평균제곱오차가 낮게 나타나고 있다. 즉 파워어 로그과정이 효율적모형으로 예측 할 수 있다. 각 고장수에 따른 MSE값은 <Figure 2>에서 보여주고 있다. 이 그림에서 초반부의 고장수일 경우에는 Musa-Okumoto 과정이 가장 높게 나타나고 고장수가 증가할수

록 그 폭이 좁아지고 있음을 확인 할 수 있다. 예측 값의 차이에 대한 설명력을 의미하는 결정계수도 파워 로그과정이 다른 과정보다 높게 나타나기 때문에 효율적인 모형으로 판단할 수 있다.

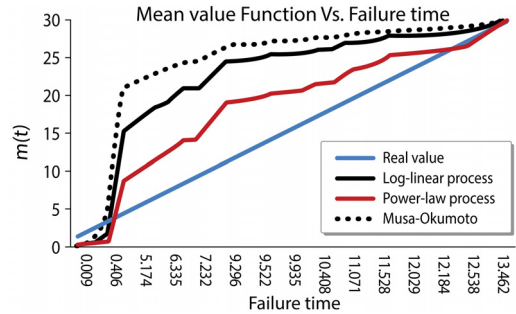


<Figure 2> Mean Square Error

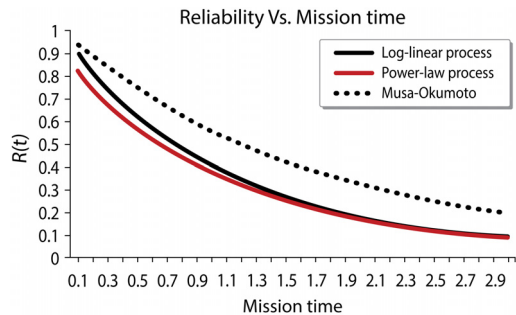


<Figure 3> Pattern of intensity function

<Figure 3>은 강도함수에 대한 패턴이 요약되었다. 이 그림에서 모든 모형은 고장시간이 지남에 따라 감소형태를 보이고 있다. 특히 Musa-Okumoto 모형은 급격한 감소형태를 보이는 속성을 가지고 있다. <Figure 4>는 평균값 함수에 대한 패턴이 요약되었다. 이 그림에서 모든 모형은 참값과의 차이에서 과대평가 추이가 이루어졌고 Musa-Okumoto 모형이 다른 모형에 비해 참값과의 차이의 폭이 작은 추세를 보이고 있다.



<Figure 4> Pattern of Mean Value Function



<Figure 5> Pattern of Reliability

NHPP 모형에서 테스트 시점 x_n 에서 소프트웨어 고장이 일어난다고 하는 가정 하에서 신뢰 구간 $(13.835, 13.835 + t)$ 사이에서 소프트웨어의 고장이 일어나지 않을 확률인 신뢰도(Reliability) (단, t 는 임무시간(Mission time), $x_{30} = 13.853$) $\hat{R}(t | 13.853)$ 는 다음과 같은 형태로 유도된다[Yoo, 2015; Kim, 2016; Yang, 2015].

$$\begin{aligned} \hat{R}(t | 13.853) &= e^{-\int_{13.853}^{13.853+t} \lambda(\tau) d\tau} \quad (23) \\ &= \exp[-\{m(t+13.853) - m(13.853)\}] \end{aligned}$$

즉, 신뢰도 패턴은 <Figure 5>에서 요약되었다. 이 그림에서 임무시간에 대한 신뢰도 그림에서는 Geol-Okumoto 모형이 다른 모형과 비교했을 때 임무시간이 증가할수록 Geol-Okumoto 모형이 다른 모형보다 각 고장시점에서 신뢰도의 상승으로 추정되고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 소프트웨어 운용자들이 소프트웨어 고장원인 및 검사 도구에 활용 할 수 있는 강도함수가 감소형을 따르는 모형에 대하여 비교 연구 하였다. 그 결과 파워 로우과정이 로그선형과 Musa-Okumoto 과정보다 실제 값과 예측 값에 대한 차이를 추정하는 평균제곱오차가 낮고 예측 값의 차이에 대한 설명력을 의미하는 결정계수도 제일 높게 추정되었기 때문에 파워 로우 모형이 다른 모형보다 효율적인 모형으로 판단 할 수 있다. 그러나 미래 임무시간에 대한 신뢰도 그림에서는 Musa-Okumoto 모형이 로그선형과 파워 로우 모형보다 임무시간이 증가할수록 신뢰도의 높게 추정 되었다. 결국 이 분야에서 기존의 모형의 하나의 대안으로 파워 로우 모형이 Musa-Okumoto 모형과 로그선형보다는 효율적으로 사용할 수 있음을 확인할 수 있었다. 이 연구를 통하여 소프트웨어 개발자들은 다양한 강도함수를 고려함으로써 소프트웨어 고장형태에 대한 사전지식을 파악하는데 도움을 줄 수 있으리라 사료된다.

References

- [1] Gokhale, S. S. and Trivedi, K. S. A, "The time/structure based software reliability model", *Annals of Software Engineering*, Vol. 8, No. 1, 1999, pp. 85-121.
- [2] Goel, A. L. and Okumoto, K., "Time-dependent fault detection rate model for software and other performance measures", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 28, No. 3, 1978, pp. 206-211.
- [3] Huang, C.-Y., "Performance analysis of software reliability growth models with testing-effort and change-point", *Journal of Systems and Software*, Vol. 76, No. 2, 2005, pp. 181-194.
- [4] Kuei-Chen, C., Yeu-Shiang, H., and Tzai-Zang, L., "A study of software reliability growth from the perspective of learning effects", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 93, No. 10, 2008, pp. 1410-1421.
- [5] Kim, H.-C., "The Property of Learning effect based on Delayed Software S-Shaped Reliability Model using Finite NHPP Software Cost Model", *Indian Journal of Science and Technology*, Vol. 8, No. 34, 2015, pp. 1-7.
- [6] Yoo, T.-H., "The Infinite NHPP Software Reliability Model based on Monotonic Intensity Function", *Indian Journal of Science and Technology*, Vol. 8, No. 14, 2015, pp. 1-7.
- [7] Guida, M., Poli, P., and Pulcini, G., "Reliability analysis and prediction of the failure process of some traction converters", *WIT Transactions on The Built Environment*, Vol. 135, 2014, pp. 279-290.
- [8] Chen, Z., "Empirical Bayes Analysis on the Power Law Process with Natural Conjugate Priors", *Journal of Data Science*, Vol. 8, 2010, pp. 139-149.
- [9] Sylwia, K. B., "Makeham's Generalized Distribution", *Computational Methods in Science and Technology*, Vol. 13, No. 2, 2007, pp. 113-120.
- [10] Kanoun, K. and Laprie, J. C., "Handbook of Software Reliability Engineering", R. Lyu, Editor, chapter Trend Analysis, McGraw-Hill New York, NY, 1996, pp. 401-437.
- [11] Kim, H.-C., "A Performance Analysis of

Software Reliability Model using Lomax and Gompertz Distribution Property”, *Indian Journal of Science and Technology*, Vol. 9, No. 20, 2016, pp. 1-6.

[12] Yang, T.-J., “The Comparative Study of NHPP

Software Reliability Model Based on Log and Exponential Power Intensity Function”, *The Journal of Korea Institute of Information, Electronics, and Communication Technology*, Vol. 8, No. 6, 2015, pp. 445-452.

■ 저자소개



Cheul Hee Kim

He received a MS and a PhD from the Department of Statistics at Dongguk University in 1992 and 1998, respectively.

He has been a professor in the Department of Industrial & Management Engineering at Namseoul University since 2005. His current research interests include software reliability engineering, computer statistics, and information systems.



Jong Buam Kim

He received a MS and a Ph.D from Yonsei University and Soongsil University. Engineering. Currently, he is a professor at Namseoul University,

an assistant professor of industry-academy cooperation and a master professor at Big Data Expert. Ariba Korea, CEO, Sejong Cyber University, and Head of Mobile Applications.



Song Chul Moon

He received a MS and a PhD from the KAIST. Dept. Info. Engineering and Kookmin Univ. Dept. Info. Mgt. He is currently a Chairman for JITAM

(Journal of Information Technology Application and Management) in Korea Information Technology Application and Management Society. Main interesting field : S/W Engineering, Ubiquitous computing, Datamining, Mgt. Info. Sys.