

Design of Robust Expected Loss Control Chart

Hyeung-Jun Lee · Young-Bae Chung[†]

Department of Industrial and Management Engineering, Incheon National University

로버스트 기대손실 관리도의 설계

이형준 · 정영배[†]

인천대학교 산업경영공학과

Control Chart is a graph which dots the characteristic values of a process. It is the tool of statistical technique to keep a process in controlled condition. It is also used for investigating the state of a process. Therefore many companies have used Control Chart as the tool of statistical process control (SPC). Products from a production process represent accidental dispersion values around a certain reference value. Fluctuations cause of quality dispersion is classified as a chance cause and a assignable cause. Chance cause refers unmanageable practical cause such as operator proficiency differences, differences in work environment, etc. Assignable cause refers manageable cause which is possible to take actions to remove such as operator inattention, error of production equipment, etc. Traditionally $\bar{x}-R$ control chart or $\bar{x}-s$ control chart is used to find and remove the error cause. Traditional control chart is to determine whether the measured data are in control or not, and lets us to take action. On the other hand, RNELCC (Reflected Normal Expected Loss Control Chart) is a control chart which, even in controlled state, indicates the information of economic loss if a product is in inconsistent state with process target value. However, contaminated process can cause control line sensitive and cause problems with the detection capabilities of chart. Many studies on robust estimation using trimmed parameters have been conducted. We suggest robust RNELCC which used the idea of trimmed parameters with RNEL control chart. And we demonstrate effectiveness of new control chart by comparing with ARL value among traditional control chart, RNELCC and robust RNELCC.

Keywords : Inverted Normal Loss Function, Robust Control Chart, Average Run Length, Expected Loss

1. 서론

오늘날 글로벌 무한경쟁 시대에서 품질경쟁력은 기업의 생존에 가장 필수적인 요건으로 자리 잡게 되었다. 날로 경쟁이 치열해지고 있는 요즘 우리 기업이 생존하고 번영하기 위해서 품질적 우위는 경쟁의 가장 핵심적이 요소가 되었다. 따라서 고품질의 제품을 생산하기 위해서는 공정을 과학적으로 관리해야 할 필요가 생기게 되는데 바

로 통계적 공정관리가 그 역할을 하고 있으며 이 중 핵심적인 관리 툴(tool)이 관리도(Control Chart)이다.

관리도란 공정의 상태를 나타내는 특성치를 그려낸 그래프로 공정을 관리 상태로 유지하고 공정의 관리상태 유무를 조사하기 위해 이용되는 통계적 기법이다[1]. 관리도 기능은 이상 원인에 의한 변동이 공정상에 발생하는 경우 통계적 신호를 제공하여 이에 적절한 대처를 하기 위한 것이라 할 수 있다.

관리도는 1924년 Shewhart에 의해 고안된 3 σ 법 관리 기법으로 미국, 영국, 일본 등 전 세계가 국가규격으로 채택하여 사용하고 있어 공정을 감시하는 최고의 통계적 도구로 자리매김하고 있다. 일반적으로 생산 공정에서

생산된 제품은 어떤 기준 값을 중심으로 우연적인 산포를 나타내게 되어 있다. 그렇지만 잘 관리되지 못하고 있는 경우는 품질산포에 이상적인 변동이 나타나게 되는데 이러한 변동의 원인은 우연 원인(chance cause)과 이상원인(assignable cause)으로 구분된다. 우연원인은 작업자의 숙련도 차이, 작업환경의 차이 등 현실적으로 관리가 불가능한 원인을 말하고 이상 원인은 작업자의 부주의, 생산설비의 이상 등 조치를 충분히 취할 수 있고 제거되어야 하는 원인을 말한다. 따라서 반복되는 공정에서 채취한 데이터의 변동에서 이상한 패턴이 검출되는 경우, 관리자는 조사를 통해 이상 원인을 발견하고 제거하여 우연 원인에 의한 산포만이 존재하게 하는 통계적 관리 상태를 유지하게 해야 할 것이다. 전통적인 관리도는 $\bar{x}-R$ 관리도 또는 $\bar{x}-s$ 관리도를 들 수 있다. 여기서 \bar{x} 관리도는 공정평균의 위치와 공정의 안정성을 나타내고, R 또는 s 는 공정 산포의 변화를 감시하는 관리도이다.

Shewhart 관리도는 정규분포의 성질을 이용하여 $\mu \pm 3\sigma$, 즉 공정이 가지는 자연산포를 근거로 하여 관리하는 도구이다. 이는 공정이 가지는 중심위치와 산포 정보에 기반하여 공정의 관리 유무를 감시하고자 하는 것이다. 이 경우 타점되는 품질특성치가 관리한계를 벗어나는지에 대한 정보로 공정을 관리하게 되며, 이때 설정되는 관리한계는 공정이 가지는 산포인 σ 를 기준으로 형성 된다.

하지만 기존 Shewhart 관리도는 제품 특성치가 관리한계 내에 존재하더라도 목표치와 일치하지 못했을 경우 발생하는 사회적 손실에 대한 정보는 얻을 수 없다. 그러므로 공정을 관리함에 있어 관리한계로 산포의 안정성만 고려할 것이 아니라, 기업에서 가장 이상적인 품질특성치라 할 수 있는 목표치와 일치하는 제품 생산이 가능하도록 관리 할 필요가 있다[5].

김동혁[4, 5]은 비록 관리상태에 있다 하더라도 생산된 제품이 공정 목표치와 불일치 상태에 있을 수 있음을 주목하고 이로 인해 경제적 손실 정보를 알려주어 이상적(ideal)인 품질목표치에 일치되게 관리할 수 있는 방법으로 Taguchi의 이차손실함수를 활용한 기대손실 관리도(ELCC : Expected Loss Control Chart)와 이의 단점을 보완한 역정규 기대손실 관리도(RNELCC : Reflected Normal Expected Loss Control Chart)를 제시하였다.

그러나 공정에 이상치(outlier)가 포함되어 있는 경우 관리선이 민감하게 반응하여 변화하기 때문에 관리도가 해야하는 주요 기능인 이상원인 탐지능력에 문제가 생길 수 있다. 이에 따라 공정변화에 효과적으로 저항할 수 있는 대안적인 강건한 추정치 연구가 여러 학자들에 의해 다양하게 진행되어 왔다. 김용준[6]은 Schoonhoven et al. [7, 8]이 제안한 평균과 산포의 추정치 중 절사모수를 이용하여 오염된 공정을 위한 강건한 관리도를 제안한 바

있다.

이에 본 논문에서는 역정규손실함수를 활용한 기대손실 관리도(RNELCC)의 장점과 강건한 관리도(Robust Control Chart)의 장점을 활용하여 오염공정에서도 뛰어난 이상원인 탐지능력과 더불어 관리 상태에서도 경제적 손실정보를 알려줄 수 있는 로버스트 RNELCC를 제시하고자 한다. 또한 $\bar{x}-R$ 관리도, RNELCC와 성능을 비교함으로써 제안한 관리도의 성능을 보이고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 $\bar{x}-R$ 관리도

2.1.1 \bar{x} 관리도

\bar{x} 관리도는 부분군에서 계산된 \bar{x} 들을 타점하여 공정의 중심이 변화되고 있는가를 감시하는 관리도이다. 관리도의 중심선(CL : central line)은 품질 특성값의 평균에 해당되는 $E(\bar{x}) = \mu$ 로 이루어지며, 관리한계선은 CL을 기준으로 \bar{x} 의 편차인 $D(\bar{x})$ 의 3배 거리에 위치하고 있다. 위쪽에 위치한 관리한계선을 관리상한선(UCL : upper control limit)이라고 하고 아래쪽에 위치한 관리한계선을 관리하한선(LCL : lower control limit)이라고 한다. 한편, 공정 표준값이 정해져 있는 경우는 모수값 μ, σ 가 설정되어 있는 경우로 볼 수 있으므로 이를 대신하여 표준값 μ_0, σ_0 를 사용하고 그렇지 않은 경우 각각의 추정치를 사용하여 계산하며 그 식은 다음 식 (1)과 같다.

$$CL = \hat{\mu} = \bar{\bar{x}}$$

$$\begin{aligned} UCL &= \hat{\mu} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\ &= \bar{\bar{x}} + \frac{3}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL &= \hat{\mu} - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\ &= \bar{\bar{x}} - \frac{3}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i}{k}$, $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$ 로 계산되며, $A_2 = \frac{3}{d_2 \cdot \sqrt{n}}$ 으로 군크기 n 에 의해서 결정되는 계수값이다.

2.1.2 R 관리도

R 관리도는 부분군에서 계산된 R을 타점한 후, 공정의 산포가 변화되고 있는가를 감시하는 관리도로 관리하려는 공정의 우연변동에 해당되는 군내산포를 감시한다. R 관리도의 CL은 품질특성이 갖는 산포의 중심값에 해당되는 $E(R) = d_2\sigma$ 로 이루어지며, 관리한계선은 중심선을 기준으로 R의 편차인 $D(R) = d_3\sigma$ 의 3배 거리에 위치한다. 한편, 공정 표준값이 정해져 있는 경우는 모수값 σ 가 지정되어 있는 경우로 볼 수 있으므로 표준값 σ_0 를 사용하여 관리선을 설정하고 그렇지 않은 경우 모수값 대신 모수 추정치를 사용하게 되는데 그 식은 다음 식 (2)와 같다. 이때 모수 추정치인 $\hat{\sigma}$ 은 \bar{R}/d_2 를 사용한다.

$$\begin{aligned} CL &= d_2\hat{\sigma} \\ &= d_2\frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= \bar{R} \\ UCL &= (d_2 + 3d_3)\hat{\sigma} \\ &= (d_2 + 3d_3)\frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= (1 + 3\frac{d_3}{d_2})\bar{R} \\ &= D_4\bar{R} \\ LCL &= (d_2 - 3d_3)\hat{\sigma} \\ &= (d_2 - 3d_3)\frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= (1 - 3\frac{d_3}{d_2})\bar{R} \\ &= D_3\bar{R} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$ 이며, D_3, D_4 는 관리계수로서 n 에 의하여 정의되는 값이다.

2.2 로버스트 추정치

기존 Shewhart 관리도는 공정에 이상치가 포함되어 있는 경우 관리선이 민감하게 반응하여 변화함으로써 이상 원인 탐지 능력에 문제가 발생할 수 있다. 이에 여러 학자들이 \bar{x} , R보다 공정변화에 강건하게 대응할 수 있는 추정치에 대한 연구를 해왔다.

Schoonhoven et al.[7, 8]은 각 모수 추정치들의 평균 제곱 오차(MSE : Mean Squared Error)를 비교하는 방법

을 사용하여 관리도 작성시 공정에 이상치(outlier)가 혼입 되었을 경우 이에 강건하게 저항할 수 있도록 하는 절사모수의 원리를 사용한 추정치인 $\overline{TM}_\alpha, \overline{s}_\alpha$ 를 제안하였다. 여기에서 \overline{TM}_α 은 각 부분군에서 구한 TM_i 들의 $100 \times \alpha\%$ 절사평균을 의미하며, TM 은 Tukey에 의해 제안된 tri-mean을 의미하고 이를 구하는 식은 아래와 같다[11, 12].

$$TM_i = (Q_{i,1} + 2Q_{i,2} + Q_{i,3})/4 \quad (3)$$

여기서 $Q_{i,q}$ 는 부분군 i에서 구한 q번째 사분위수를 의미하며 이때 $q = 1, 2, 3$ 이다. \overline{s}_α 역시 각 부분군에서 구한 표본표준편차 s_i 들로부터 구한 $100 \times \alpha\%$ 절사평균을 의미한다. 로버스트 추정치란 이와 같이 절사모수의 개념을 활용한 중심위치 및 산포 추정치를 활용한 것으로 공정에 침투한 이상치(outlier)에 대하여 민감하게 영향을 받지 않는 추정치를 의미한다.

2.3 기대손실 관리도

기대손실(EL : Expected Loss) 관리도[5]는 타점하는 품질특성치의 기대손실 평균을 중심으로 할 때 이를 기준으로 편차의 3배 거리를 관리한계로 한다.

이 경우 Taguchi의 2차 손실함수 중 망목특성을 적용하여 각 군의 평균 및 편차 정보를 활용해 기대손실 EL_i 를 타점하여 관리하는 방법이다.

망목특성의 Taguchi 2차 손실함수는 기본적으로 특성치의 값이 목표치와의 편차가 크면 클수록 손실이 커지며 이 편차가 0이면 손실이 없다는 가정하에 2차식으로 근사화한다고 제안하였다[2]. Taguchi의 망목특성 2차 손실함수를 구하는 식은 식 (4)와 같다.

$$L(x) = k(x - T)^2 \quad (4)$$

이때 k 는 손실을 화폐로 환산해주는 비용 상수인데 허용차($\pm \Delta$)를 넘는 경우 제품 수리 및 폐기 비용으로 A 만큼 발생된다면, $k = \frac{A}{\Delta^2}$ 이다. x 는 제품 특성치이고 T 는 목표치이다.

이때, 기대손실을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$E[L(x)] = k[\sigma^2 + (\mu - T)^2] \quad (5)$$

기대손실이 망목특성임을 고려할 때, 이를 최소화하려면 공정평균 μ 가 목표치 T 와 일치해야하고, 공정산포 σ^2 이 작아야 할 것이다.

기대손실 관리도의 관리한계를 구하기 위한 손실함수 편차식은 아래와 같다.

$$D[L(x)] = k\sigma \sqrt{2\{\sigma^2 + 2(\mu - T)^2\}} \quad (6)$$

이를 통해 기대손실 관리도의 CL은 기대손실의 평균값(\overline{EL})으로 한다.

$$CL = \overline{EL} \quad (7)$$

이때, $\overline{EL} = \frac{\sum_{i=1}^k EL_i}{k}$ 이다.

EL 관리도의 관리한계는 CL인 \overline{EL} 를 중심으로 기대손실 편차의 3배 거리로 설정하고 그 식은 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} UCL &= \overline{EL} + 3 \frac{D[L(x)]}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{EL} + 3 \frac{k\sigma \sqrt{2(\sigma^2 + 2(\mu - T)^2)}}{\sqrt{n}} \\ LCL &= \overline{EL} - 3 \frac{D[L(x)]}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{EL} - 3 \frac{k\sigma \sqrt{2(\sigma^2 + 2(\mu - T)^2)}}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (8)$$

이때 기대손실 특성상 0보다 작아질 수 없고, 손실비용의 망소특성을 감안할 때 관리하한선은 고려하지 않는다.

2.4 역정규 기대손실 관리도

역정규 손실함수를 활용한 RNELCC[4]는 공정에서 발생하는 품질특성치 \bar{x}_i 와 목표치 T의 불일치로 인해 발생하는 기대손실을 관리하기 위한 도구이다.

Spiring의 역정규 손실함수는 Taguchi 2차 손실함수의 대안적인 손실함수로 목표치를 만족시키지 못 함에 따라 발생하는 손실을 보다 합리적으로 설명해준다. 아울러 정규분포를 따른다면 손실함수가 대칭일 경우뿐만 아니라 비대칭적인 경우에도 활용이 가능하다.

역정규 기대손실 편차 $D[EL(\hat{\mu}_i, T)]$ 는 아래와 같다. 이때 $\hat{\mu}_i$ 는 각 군으로부터 구할 수 있는 위치모수 추정치이다.

$$D[EL(\hat{\mu}, T)] = \frac{\overline{R}_s}{d_2} \quad (9)$$

d_2 는 군의 크기 $n = 2$ 일 경우에 해당하는 관리계수로 1.128로 적용한다. 또한 \overline{R}_s 는 각 군에서 타점하는 $EL(\hat{\mu}_i, T)_i$ 로부터 산출한 이동범위 들의 평균이며, 그에 대한 산출식은 아래 식 (10)과 같다.

$$\overline{R}_s = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} R_{si}}{k-1} \quad (10)$$

역정규 기대손실 관리도의 중심선은 아래와 같다.

$$CL = \overline{EL}(\hat{\mu}_i, T) \quad (11)$$

이때, $\overline{EL}(\hat{\mu}_i, T) = \frac{\sum_{i=1}^k EL(\hat{\mu}_i, T)_i}{k}$ 이고 $\hat{\mu}_i$ 는 각 군으로부터 구한 표본평균 \bar{x}_i 를 사용한다.

역정규 기대손실 관리도의 관리한계는 중심선(CL)인 $\overline{EL}(\hat{\mu}_i, T)$ 를 중심으로 기대손실 편차의 3배 거리에 위치하고 그 식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} UCL, LCL &= \overline{EL}(\hat{\mu}_i, T) \pm 3 \frac{D[EL(\hat{\mu}_i, T)]}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{EL}(\hat{\mu}_i, T) \pm 3 \frac{\overline{R}_s}{\sqrt{n} \times d_2} \end{aligned} \quad (12)$$

역정규 기대손실 관리도의 기대손실비용은 최소값이 0이고, 망소특성이므로 관리하한선은 고려하지 않는다.

3. 로버스트 기대손실 관리도의 설계

3.1 로버스트 기대손실 관리도

역정규 손실함수를 이용한 로버스트 RNELCC는 기존에 연구된 바 있는 RNELCC에서 관리선 설정 과정에 절사모수의 원리를 적용한 관리도이다. 이는 RNELCC를 이용하여 공정을 해석함에 있어 공정에 존재하는 이상원인 또는 이상치(outlier)로부터 강건하게 저항하여 관리선을 설정하는데 영향을 주지 못하도록 하여 관리도의 성능을 향상시키고자 하는 공정관리 도구이다.

3.1.1 역정규 기대손실 및 편차

본 연구에서 타점하는 특성치는 기존 연구의 RNELCC의 경우와 동일한 역정규 기대손실 $EL_i(\bar{x}_i, T)$ 이며 관리한계를 설정하기 위한 편차는 다음 식 (13)과 같이 구한다[4].

$$\begin{aligned} EL_i(\bar{x}_i, T) &= A \left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} e^{\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\mu}_i - T}{\sigma^2 + \gamma^2} \right)^2 \right)} \right] \\ D[EL(\hat{\mu}, T)] &= \frac{\overline{R}_s}{d_2} \end{aligned} \quad (13)$$

$\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 는 부분군에서 구한 공정모수의 추정치이다.

A는 규격을 벗어났을 경우 발생하는 단위당 재처리 또는 폐기 비용이며 T는 목표값이고, γ 는 형상모수이다. 형상모수 γ 를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{\Delta}{4} \tag{14}$$

여기서 Δ 는 최대손실비용 A가 첫 번째 발생하는 시점에서 목표치로부터 떨어진 거리를 의미한다. d_2 는 군의 크기 $n = 2$ 일 경우에 해당하는 관리계수로 1.128로 적용한다. 또한 \bar{R}_s 는 각 군에서 타점하는 $EL(\hat{\mu}_i, T)_i$ 로부터 산출한 이동범위들의 평균이다.

3.2 관리선 설정

로버스트 RNELCC는 중심선과 관리한계선을 설정할 때 절사모수의 원리를 사용하며 이는 다음 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} CL &= \overline{EL}(\bar{x}_i, T)_\alpha \\ &= \frac{1}{k-2[k\alpha]} \times \left[\sum_{i=[k\alpha]+1}^{k-[k\alpha]} EL_i(\bar{x}_i, T) \right] \\ UCL &= \overline{EL}(\bar{x}_i, T)_\alpha + 3 \times \frac{\bar{R}_{s_\alpha}}{d_2} \end{aligned} \tag{15}$$

이때 α 는 절사율을 의미하며 $0 < \alpha < 0.5$ 의 값을 갖는다. $[x]$ 는 천정함수로 x 보다 작은 정수들 중 가장 큰 정수 값을 의미한다. \bar{R}_{s_α} 는 α 만큼 절사된 이동범위이며 다음식 (16)과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{R}_{s_\alpha} = \frac{1}{k-2[k\alpha]} \times \left[\sum_{i=[k\alpha]+1}^{k-[k\alpha]} R_{si} \right] \tag{16}$$

본 연구에서 사용되는 기대손실은 공정이 목표치에 일치할수록, 공정 산포가 작을수록 0에 가까운 망소특성을 가지므로 LCL은 고려하지 않는다.

4. 실험 및 분석

관리도의 성능은 타점되는 특성치가 관리한계선을 벗어날 확률인 p와 관측치가 처음으로 관리한계를 벗어날 때까지의 타점 수(RL : Run Length)의 평균인 평균 런 길이(ARL : Average Run Length)에 의해 평가될 수 있다. 관리도는 공정에 변화가 생겼을 경우 관리자에게 조기에 신호를 주어야 하므로 ARL 값이 작을수록 이상원인을 탐지할 수 있는 능력이 좋은 것이라고 볼 수 있다[3].

본 연구에서는 각 관리도에 대해서 공정의 데이터가 $N(0, 1^2)$ 를 따르는 경우를 정상범주로 설정하고, 공정이 변화될 수 있는 다양한 경우를 고려하여 기존 $\bar{x}-R$, RNELCC와 로버스트 RNELCC에 대하여 각각의 ARL 비교를 통해 설계한 관리도의 성능을 확인하고자 한다.

4.1 공정변화 설계

본 논문에서는 각 관리도가 나타내는 성능을 확인하기 위하여 다음과 같이 공정 평균 및 산포에 변화가 생길 수 있는 세 가지 상황을 모두 고려하여 수치 예를 보임으로써 공정변화에 대응하는 각 관리도의 성능을 비교하고자 한다.

- (1) 공정관리 미흡으로 인하여 공정 평균에 이상이 발생하게 된 경우로 이로 인하여 공정 데이터가 $N(0, 12)$ 에서 $N(0+\Delta_\mu, 1^2)$ 로 변화된 경우이다. 이때 공정평균은 Δ_μ 만큼 변화되며 변화량 $\Delta_\mu = 0.5, 1.0, 1.25$ 이다.
- (2) 공정관리 미흡으로 인하여 공정 산포에 이상이 발생하게 된 경우로 이로 인하여 공정 데이터가 $N(0, 1^2)$ 에서 $N(0, (1 \times \Delta_\sigma)^2)$ 로 변화된 경우이다. 이때 공정산포는 Δ_σ 만큼 변화되며 변화량 $\Delta_\sigma = 1.25, 1.5, 1.75$ 이다.
- (3) 공정관리 미흡으로 인하여 공정 평균과 산포에 모두 이상이 발생하게 된 경우로, 이로 인하여 공정 데이터가 $N(0, 1^2)$ 에서 $N(0+\Delta_\mu, 1^2 \Delta_\sigma^2)$ 로 변화된 경우이다. 이때 공정평균과 산포의 변화량 $[\Delta_\mu, \Delta_\sigma] = (0.5, 1.25), (0.5, 1.5), (1.25, 1.5), (1.25, 1.75)$ 이다.

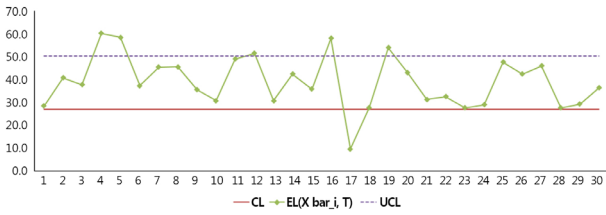
4.2 수치 예

각 관리도의 성능 비교를 위하여 군의 크기 $n = 5$, 군의 수 $k = 30$ 으로 설정하여 타점하도록 하였다. 또한 로버스트 RNELCC의 경우 절사율 $\alpha = 0.2$ 로 설정하였다.

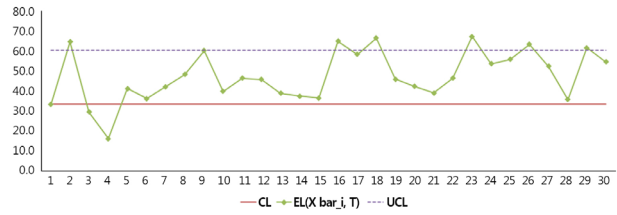
아래 <Table 1>은 공정 평균에 변화가 생긴 경우의 각 관리도의 ARL 비교 결과를 나타낸다. 각 경우에 대하여 모두 로버스트 RNELCC가 가장 작은 ARL 값을 가지는 것을 볼 수 있다.

<Table 1> p, ARL Values in a Case of Mean Shift

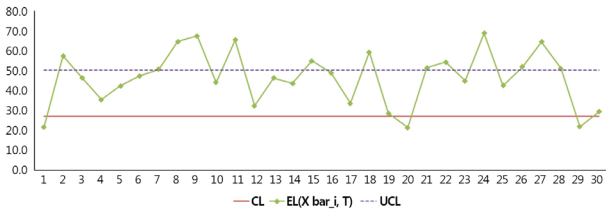
	Δ_μ	\bar{x}	R	RNEL	Robust RNEL
p	0.5	0.126	0.068	0.132	0.184
	1.0	0.273	0.074	0.310	0.418
	1.25	0.445	0.069	0.488	0.674
ARL	0.5	7.94	14.71	7.58	5.43
	1.0	3.66	13.51	3.23	2.39
	1.25	2.25	14.49	2.05	1.48



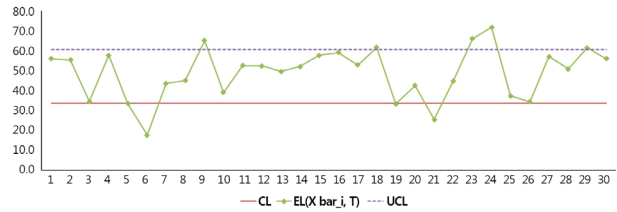
<Figure 1(A)> Robust RNELCC for $N(0.5, 1^2)$



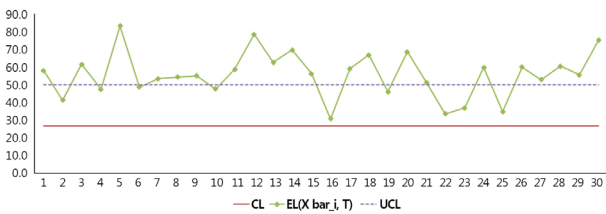
<Figure 2(A)> Robust RNELCC for $N(0, 1.25^2)$



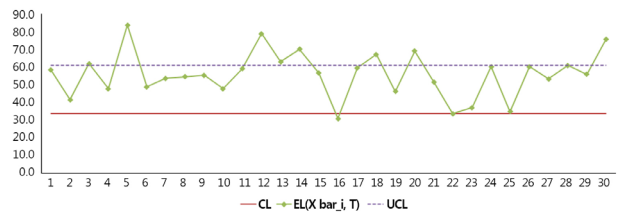
<Figure 1(B)> Robust RNELCC for $N(1.0, 1^2)$



<Figure 2(B)> Robust RNELCC for $N(0, 1.5^2)$



<Figure 1(C)> Robust RNELCC for $N(1.25, 1^2)$



<Figure 2(C)> Robust RNELCC for $N(0, 1.75^2)$

<Figure 1(A)>~<Figure 1(C)>은 각 평균변화의 정도에 따른 로버스트 RNELCC의 타점 양상이다. 평균의 변화량이 커질수록 공정의 변화를 탐지해내는 능력이 우수해짐을 확인할 수 있다.

<Table 2>는 공정산포에 변화가 생긴 경우 각 관리도의 ARL 비교 결과이다. 산포변화의 경우에도 로버스트 RNELCC가 가장 작은 ARL값을 가짐으로써 기존의 RNELCC보다 개선됨을 보이고 있다.

<Table 2> p, ARL Values in a Case of Variance Shift

	Δ_σ	\bar{x}	R	RNEL	Robust RNEL
p	p	1.25	0.237	0.057	0.177
	1.5	0.141	0.237	0.203	0.246
	1.75	0.208	0.257	0.252	0.395
ARL	ARL	1.25	4.22	17.54	5.65
	1.5	7.09	4.22	4.93	4.07
	1.75	4.81	3.89	3.97	2.53

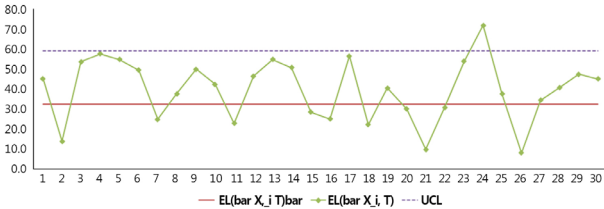
<Figure 2(A)>~<Figure 2(C)>는 공정의 산포변화에 따른 로버스트 RNELCC의 타점 양상이다. 평균변화의 경우와 마찬가지로 산포 변화량이 증가할수록 타점되는 점들이 관리한계선 근처로 접근함으로써 공정 변화의 탐지 능력이 좋아지는 것을 확인할 수 있다.

마지막으로 <Table 3>은 공정 평균과 산포에 모두 영향을 받아 공정이 변화된 경우의 각 관리도별 ARL 비교 결과이다. 평균과 산포 모두 변화된 경우 기존 RNELCC와의 격차는 극적으로 크지 않으나 $\bar{x}-R$ 관리도보다는 더 나은 성능을 보이고 있고 각 관리도들 중에 가장 작은 ARL값을 나타내고 있으므로 제안하고자 하는 로버스트 RNELCC가 변화를 탐지하는 능력이 가장 좋은 것을 확인할 수 있다.

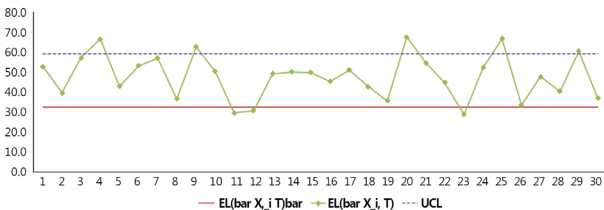
<Table 3> p, ARL Values in a Case of Mean and Variance Shift

	$\Delta_\mu, \Delta_\sigma$	\bar{x}	R	RNEL	Robust RNEL
P	0.5, 1.25	0.105	0.117	0.178	0.180
	0.5, 1.5	0.188	0.139	0.243	0.251
	1.25, 1.5	0.480	0.195	0.513	0.528
	1.25, 1.75	0.484	0.294	0.562	0.581
ARL	0.5, 1.25	9.52	8.55	5.62	5.56
	0.5, 1.5	5.32	7.19	4.12	3.98
	1.25, 1.5	2.08	5.13	1.95	1.89
	1.25, 1.75	2.07	3.40	1.78	1.72

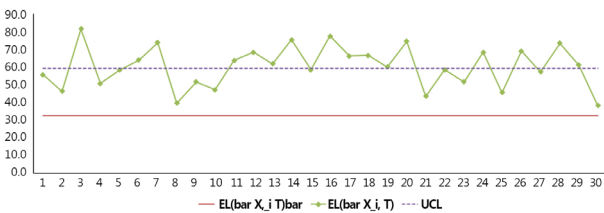
<Figure 3(A)>~<Figure 3(C)>은 공정 평균과 산포 모두 변화된 경우의 로버스트 RNELCC의 타점 양상이다. 평균과 산포가 모두 변한 경우에도 변화량의 증가에 따라 확연한 차이를 보이고 있음을 확인할 수 있다.



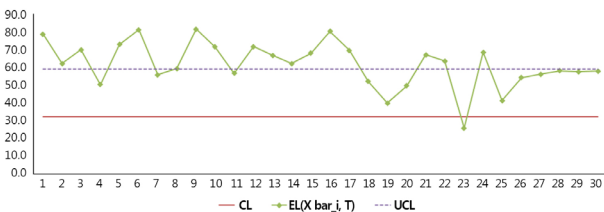
<Figure 3(A)> Robust RNELCC for $N(0.5, 1.25^2)$



<Figure 3(B)> Robust RNELCC for $N(0.5, 1.5^2)$



<Figure 3(C)> Robust RNELCC for $N(1.25, 1.5^2)$



<Figure 3(D)> Robust RNELCC for $N(1.25, 1.75^2)$

본 연구에서 제시한 로버스트 RNELCC와 $\bar{x}-R$ 관리도, RNELCC의 성능 비교를 위하여 동일한 데이터 세트로 각 관리도에 적용시켜본 결과는 <Table 1>~<Table 3>과 같이 확인되었다. 앞서 언급한바 있듯이 공정에 이상원인이 혼입되거나 공정이 변화된 경우 관리도의 ARL 값은 작을수록 그 변화를 탐지해 내는 능력이 좋은 것이라 할 수 있다. 이에 대하여 각 결과표에서 확인할 수 있듯이 공정평균의 변화, 공정산포의 변화, 공정 평균 및 산포의 변화에 대하여 변화를 탐지해내는 능력은 가장

작은 ARL 값을 나타내는 관리도인 로버스트 RNELCC가 가장 우수함을 확인할 수 있다.

또한 아래 <Table 4>~<Table 6>은 로버스트 RNELCC의 절사율 변화에 따른 성능변화를 나타낸 것이다. 각 절사율의 변화에 따른 ARL의 변화를 살펴보면 공정 평균이 변화한 경우, 공정 산포가 변화한 경우 모두 절사율이 증가할수록 ARL이 작은 값을 가지는 경향을 볼 수 있다. 절사율 증가에 따른 로버스트 RNELCC의 성능 개선 정도는 평균변화의 경우가 산포변화의 경우보다 더 좋다고 할 수 있다. 이는 공정 평균이 변화할 경우 공정의 분포가 직접적으로 상향 또는 하향이동이 되기 때문에 변화량이 클수록, 절사율이 증가할수록 많은 요소들이 걸러지기 때문으로 해석된다. 평균과 산포가 동시에 변화된 경우는 절사율의 변화에 따른 성능의 차이가 매우 경미한 것을 볼 수 있다.

<Table 4> Performance Comparison of the Trimmed Ratio Changes in a Case of Mean Shift

	Δ_μ	α		
		0.1	0.15	0.2
p	0.5	0.119	0.148	0.171
	1.0	0.312	0.360	0.398
	1.25	0.559	0.616	0.656
ARL	0.5	8.40	6.76	5.85
	1.0	3.21	2.78	2.51
	1.25	1.79	1.62	1.52

<Table 5> Performance Comparison of the Trimmed Ratio Changes in a Case of Variance Shift

	Δ_μ	α		
		0.1	0.15	0.2
p	0.5	0.179	0.197	0.203
	1.0	0.209	0.230	0.238
	1.25	0.353	0.376	0.386
ARL	0.5	5.59	5.08	4.93
	1.0	4.78	4.35	4.20
	1.25	2.83	2.66	2.59

<Table 6> Performance Comparison of the Trimmed Ratio Changes in a Case of Mean and Variance Shift

	$\Delta_\mu, \Delta_\sigma$	α		
		0.1	0.15	0.2
p	0.5, 1.25	0.187	0.188	0.184
	0.5, 1.5	0.260	0.262	0.256
	1.25, 1.5	0.537	0.540	0.534
	1.25, 1.75	0.590	0.594	0.587
ARL	0.5, 1.25	5.35	5.32	5.43
	0.5, 1.5	3.85	3.82	3.91
	1.25, 1.5	1.86	1.85	1.87
	1.25, 1.75	1.69	1.68	1.70

위의 결과를 바탕으로 절사율이 증가할수록 대체적으로 로버스트 RNELCC의 공정변화 탐지 능력은 향상되는 것을 볼 수 있다. 하지만 절사율이 증가한다는 것은 공정에서 취한 정보의 손실을 의미하므로 무조건 크다고 좋은 것이라 단정지을 수는 없다. 따라서 공정의 여건에 따라 적절한 절사율의 적용이 필요하다. 초기 공정도입기의 경우 높은 절사율을 적용하고, 어느 정도 공정이 안정되었을 경우 점차로 절사율을 낮추어 가는 등의 것이 그 예라 할 수 있다.

5. 결 론

최근 기업들은 공정의 자동화 및 생산관리기법의 고도화로 인하여 경쟁이 더욱 치열해지고 있다. 또한 소비자들의 높아져가는 욕구를 만족시키기 위해서는 그에 따른 합리적인 관리기법이 요구됨은 물론이다. 그렇기 때문에 기업은 기존의 공정 관리기술만으로는 시장에서 살아남기 어려운 실정이 되었다. 이러한 요구에 부응하여 공정 산포의 합리적 관리에 더하여 공정 목표치에 부합할 수 있도록 하는 RNELCC 등의 새로운 공정 관리기법에 대한 연구들이 활발히 이루어지고 있다.

이러한 연구경향에 더하여 본 논문에서는 공정을 해석하고 관리함에 있어 돌발적인 요소들이 공정에 침투함으로써 하여 공정 해석에 왜곡을 발생시킬 수 있는 경우, 절사 모수의 개념을 활용하여 이에 강건하게 대응하고 해당 요인을 잘 탐지해낼 수 있는 관리도를 개발하여 제시하였다. 제시한 관리도는 수치 예를 통하여 기존 관리도와 비교한 결과 돌발적 성향의 오염된 데이터를 탐지해내는데 성능이 더 우수한 관리도임을 보여주었다.

따라서 본 논문에서 제안한 관리도를 활용하면 공정 산포를 합리적인 수준으로 관리할 수 있고 공정의 목표값에 부합하는 관리가 가능 할뿐만 아니라 초기공정 또는 공정 파라미터 변경시 공정특성을 해석해야 하는 단계에서 예상치 못한 돌발적 요인들에 영향에 대응하는 강건한 관리도로 공정을 관리하는 것이 가능할 것이라 기대된다.

References

- [1] Chung, Y.B. and Yeom, G.C., *Statistical Quality Control*, Seongandang, 2010.
- [2] Chung, Y.B., A Multivariate Process Capability Index using Expected Loss, *Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2005, Vol. 28, No. 4, pp. 116-123.
- [3] Jensen et al., Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties : A Literature Review, *Journal of Quality Technology*, 2006, Vol. 38, No. 4, pp. 349-364.
- [4] Kim, D.H. and Chung, Y.B., Design of Expected Loss Control Chart by Using Reflected Normal Loss Function, *Society of Korea Industrial and System Engineering fall conference*, 2015, pp. 56-62.
- [5] Kim, D.H. and Chung, Y.B., Design of Expected Loss Control Chart Considering Economic Loss, *Journal of Society of Korea Industrial and System Engineering*, 2013, Vol. 36, No. 2, pp. 56-62.
- [6] Kim, Y.J., Kim, D.H., and Chung, Y.B., The Design of Robust Control Chart for A Contaminated Process, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, 2012, Vol. 40, No. 3, pp. 327-336.
- [7] Schoonhoven, M., Nazir, H.Z., Riaz, M., and Does, R.J.M.M., Robust Location Estimators for the \bar{x} Control Chart, *Journal of Quality Technology*, 2011, Vol. 43, No. 4, pp. 363-379.
- [8] Schoonhoven, M., Riaz, M., and Does, R.J.M.M., Design and Analysis of Control Chart for Standard Deviation with Estimated Parameters, *Journal of Quality Technology*, 2011, Vol. 43, No. 4, pp. 307-333.
- [9] Spiring, F.A. and Yeung, A.S., A general Class of Loss Functions with Industrial Applications, *Journal of Quality Technology*, 1998, Vol. 30, No. 2, pp. 152-162.
- [10] Spiring, F.A., The Reflected Normal Loss Function, *Canadian Journal of Statistics*, 1993, Vol. 21, pp. 321-330.
- [11] Tukey, J.W., *Exploratory Data Analysis*, Reading, MA : Addison-Wesley, 1997.
- [12] Wang, T., Li, Y., and Cui, H., ON Weighted Randomly Trimmed Means, *Journal of Systems Science and Complexity*, 2007, Vol. 20, No. 1, pp. 47-65.

ORCID

Hyeung-Jun Lee | <http://orcid.org/0000-0002-9849-4242>
 Young-Bae Chung | <http://orcid.org/0000-0003-4259-6677>