

# Pre-Control의 수행도에 관한 소고

서순근<sup>†</sup>

동아대학교 산업경영공학과

## A Note on the Performance of Pre-Control

Seo, Sun-Keun<sup>†</sup>

Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University

### ABSTRACT

**Purpose:** This paper evaluates the performance of the pre-control(PC), an alternative to statistical process control techniques and compares with a control chart considering the tolerance of process.

**Methods:** The previous studies for PC have drawbacks that PC with two linked stages, qualification and running, are discussed separately and independently. Hence this paper analyzes the performance of PC by integrating two stages.

**Results:** Average outgoing quality limits to grasp the outcome of PC are provided by computational results for two process capability indexes,  $C_p$  and  $C_{pk}$  and the usefulness of PC from comparative experiments with modified control charts is commented.

**Conclusion:** Helpful guidelines for quality managers to apply PC in practice and areas of process for PC to be more benefit are presented.

**Key Words:** Average Outgoing Quality, Modified Control Chart, Pre-control Line, Stoplight Control

● Received 20 May 2016, 1st revised 7 July 2016, accepted 30 August 2016

† Corresponding Author(skseo@dau.ac.kr)

© 2016, The Korean Society for Quality Management

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-Commercial use, distribution, and re-production in any medium, provided the original work is properly cited.

※ 이 논문은 동아대학교 교내연구비 지원에 의하여 연구되었음.

## 1. 서론

기업에서 가장 널리 쓰이는 통계적 공정관리(SPC) 기법으로 슈하르트(Shewhart)의 관리도를 들 수 있다. 이 중에서도 활용 빈도가 가장 높은  $\bar{X}-R$  관리도는 일정 간격으로 채취한 부분군의 평균과 범위를 타점하여 공정의 통계적 안정성을 모니터링하며 공정의 통계적 안정상태를 달성하고 유지하는 역할을 한다. 하지만 관리도를 통해 규격에 대한 공정의 충족 정도를 나타내는 공정능력을 직접적으로 고려하지 못하고, 공정이 안정상태에 도달한 후에 별도의 공정능력지수 등으로 이를 평가하고 있다.

관리도가 규격과의 부합여부를 직접적으로 다루지 않는 점을 감안한 대안으로, 모든 표본 단위를 규격과 연관된 세 등급으로 구분하고, 이를 토대로 현장 작업자를 위해 관리도보다 단순한 판정 규칙과 실시 용이성의 특징을 가지는 Pre-Control(이하 PC)이 미국의 여러 기업에서 널리 쓰이고 있다(Ryan 2010). 1954년 Satterthwaite에 최초로 제안되어 Shainin에 의해 보급된 PC는 규격과의 부합여부와 함께 관리도의 역할을 일정 부분 수행함으로써, 특히 빈번하게 준비작업이 필요한 기계 가공공정에 적합하다고 알려져 있다(Ledolter and Swersey 1997).

Shainin(1989)에 따르면 관리도의 사용자가 관리상태를 규격에 부합되는 제품을 생산하는 상태로 혼동하고 있는 경향이 있으며, 이를 구별할 수 있더라도  $\bar{X}-R$  관리도의 경우에 관리한계를 설정하려면 20 ~ 25개의 부분군이 필요한 점을 지적하면서, 이에 반해 PC는 준비작업에 관한 인증단계를 통해 이를 신속하게 평가할 수 있다고 주장하고 있다(Shainin and Shainin 1989; Shainin 1990). 더불어 현장 작업자가 약간의 시간만 투자하면 PC를 적용할 수 있으므로 관리도에 대한 상대적인 이점으로 보고 있다.

한편 PC를 포함한 Shainin이 주창하는 여러 품질개선 방법론(ShaininTM)은 일종의 지적재산권으로 등록되어 있어, 미국에서의 명성과 기업의 활용도에 비해 이에 대한 학술적 연구는 매우 드문 편이다. 다만 PC는 여기에 해당되지 않아 학술적 연구가 그리 많지는 않더라도 있는 편에 속한다.

PC는 착수 인증단계와 운영단계의 규칙으로 구분할 수 있는데, Ledolter and Swersey(1997)는 낮은 공정능력을 가질 경우에 운영단계에서 불필요한 간섭을 하게 되어 변동이 증가할 수 있으며, 특히 착수 인증단계에서 표본크기가 너무 적어 이런 상태의 공정을 합격시키는 위험이 있으므로 공정능력이 높으며, 작은 로트 크기(즉, short run)를 가진 기계작업 공정 경우에 가치를 가진다고 보고하고 있다. 또한 Steiner(1997)는 운영단계의 PC 규칙 및 이를 수정한 Salvia(1988b)의 2단계 규칙 등을 합격판정 관리도(Acceptance Control Chart(ACC))와 비교하여 공정능력 지수가 25/22 ~ 5/3에 속해야 추천할 만 하다고 주장하고 있다. 착수 인증단계의 규칙에 대한 연구로는 Salvia(1987), San Matías et al.(2004), Cox(2013), Giner-Bosch et al.(2016) 등이 있으며, 운영단계의 규칙에 대한 연구로는 전술된 두 연구 외에 Salvia(1988a), Salvia(1988b), Shainin and Shainin(1989), Mackertich(1990), Gruska and Heaphy(1991) 등이 있다. 즉, PC에 비판적인 연구로는 Logothetis(1990), Ledolter and Swersey(1997), Woodall(2000), Ryan(2011) 등을, 이를 옹호하거나 긍정적인 연구로는 Shainin(1990), Steiner(1997), Bhotte and Bhotte(2000), San Matías et al.(2004), Giner-Bosch et al.(2015), 그리고 PC를 다변량 경우로 확장한 Pan(2007) 등을 들 수 있다. 한편 국내에서 PC에 관한 학술적 연구는 거의 전무하다고 볼 수 있다(Kwon et al 2016).

본 논문에서는 크게 세 가지 방향으로 다음과 같이 PC의 수행도를 평가하고자 한다.

첫째, PC를 평가한 대표적인 학술적 논문이 Ledolter and Swersey(1997)와 Steiner(1997)인데, PC의 특성을 고찰하고 비교할 때 PC의 실행방식을 정확하게 반영하지 못한 수식이 일부 포함되어 있다. 따라서 최근에 착수 인증

단계의 인증방식에 관한 설계를 위해 San Matias et al.(2004)과 Giner-Bosch et al.(2016)에 의해 새롭게 도출된 이 단계의 통과확률과 검사 단위의 기댓값에 관한 공식 등을 활용하여 PC의 개별 단계별 특성을 3.1절과 3.2절에서 재분석하고자 한다. 그리고 대상 공정 상황을 상기의 두 논문과 달리 두 공정능력지수인  $C_p$ 와 공정 평균의 이동이 반영된  $C_{pk}$ 로 나타낸다.

둘째, PC는 착수 인증단계(1단계)와 운영단계(2단계)를 유기적으로 결합한 방법론인데, 이를 비판하거나 옹호하는 상기의 연구들은 개별 단계 규칙의 수행도만을 평가하거나, 둘을 동시에 다루더라도 각각 분리하여 검토하고 있다. 따라서 3.3절에서 두 공정능력지수로 나타낸 공정 여건 하에서 두 단계를 결합한 방식으로 PC의 수행도를 평가하여 이 기법의 유용성과 도입 가능 공정 상황을 조사한다.

셋째, 관리도와 비교 시에 규격과 무관한  $\bar{X}$  관리도 등과 비교하고 있는데, 서로 다른 상황에 제기된 기법을 비교하는 것이 타당하지 의문이 생긴다. 따라서 4절에서 규격을 반영하는 수정된 관리도(Modified Control Chart(MCC))와 비교하고자 한다.

그리고 본 논문의 2절에서는 PC의 기초적 방법론과 특성을 다루며, 5절의 결론에서는 논문의 성과와 향후 연구 방향을 기술한다.

## 2. Pre-Control 개관

PC의 1단계와 2단계 외에 품질특성치의 규격영역 내외를 세분하는 사전단계를 0단계로 구별하여 약술한다.

먼저 0단계에서는 Figure 1과 같이 규격상한과 규격하한 간의 간격인 공차  $T$ 를 4등분하여 규격 중간 ( $\mu_0 = (USL + LSL)/2$ )을 포함한 절반을 녹색(G), 양쪽 규격 내에서 G외의 영역을 황색(Y), 규격 밖을 적색(R)영역으로 신호등(stoplight)과 같은 방식으로 구별하고 있다. 여기서 공차 가운데를 구분한 두 선을 PC선(pre-control line)이라 부르며, 한 쪽 규격만 주어지는 경우는 규격의 방향에 해당되는 Figure 1의 한 쪽 편만 사용한다. 정규분포를 따르고 공정능력지수  $C_p$ 가 1이면 녹색영역과 한쪽 황색영역에 속할 확률은 각각 0.8664와 0.0655가 된다.

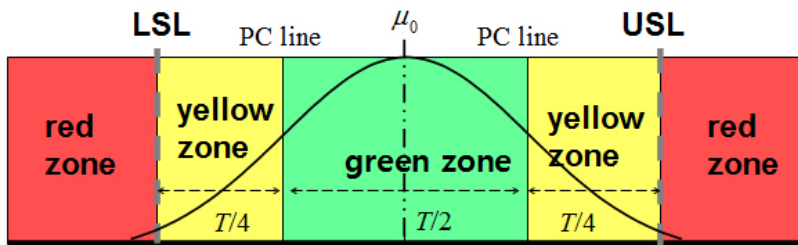


Figure 1. Pre-control classification zone

1단계의 착수 인증규칙은 다음과 같다.

- (i) 5개의 단위를 연속적으로 채취하여 모두 녹색영역에 속하면 이 단계를 통과하여 2단계로 넘어가며, 적색영역에 속하는 단위가 나타나면 규칙 (iii)을 적용한다. 그리고 황색영역에 속하는 단위가 나타나면 규칙 (ii)를 적용한다.
- (ii) 다음 단위를 검사하여 녹색영역에 속하면 이 단위를 포함시켜 규칙 (i)을 다시 적용하며, 황색영역에 속하거나 (즉, 연속 두 단위가 황색영역), 적색영역에 속하면 규칙 (iii)을 적용한다.

(iii) 이 단계를 통과 못할 경우로 원인을 규명하기 위한 실험계획법의 적용 등을 통한 적절한 조치를 취한 후에 다시 착수 인증단계를 거친다.

2단계의 운영규칙은 다음과 같이 2개의 연속된 표본으로 다음과 같이 판정한다.

- (i) 모두 녹색영역에 속하거나 한 단위가 녹색, 다른 단위가 황색영역에 속하면 계속 생산한다.
- (ii) 두 단위가 모두 황색영역에 속하면 공정을 중단하고 공정조절 등을 행하며, 특히 두 단위가 다른 편의 황색영역에 속하면 변동에 대한 조사가 필요한 경우에 속한다.
- (iii) 한 단위라도 적색영역이면 부적합 제품이 생산되고 있으므로 이의 원인을 조사하기 위해 공정을 중단한다.
- (iv) 공정이 중단된 이후 시정조치가 완료되면 1단계의 착수 인증단계의 규칙부터 적용한다.

Shainin(1989)과 Steiner(1997)는 한 단위를 먼저 검사하여 녹색이나 적색영역이면 바로 결정, 황색영역일 경우만 추가로 한 단위를 더 추출하여 위와 같이 판정하는 절차를 채택하고 있으나, 통과 확률의 차이가 크지 않으므로 여기서는 보다 널리 알려진 상기의 판정규칙을 적용한다. 또한 2단계의 규칙 (ii)와 (iii)에 의해 공정이 중단된 마지막 구간에서 생산된 제품에 대해서는 전수검사를 실시할 수도 있다.

한편 PC의 2단계에서는 실제 평균 조절간격 동안 6번의 빈도로 표본을 추출할 것을 추천하며, 추출간격이 길 경우라도 적어도 하루에 한번 정도 표본을 추출하여 상기의 운영규칙을 적용할 것을 권장하고 있다.

### 3. Pre-Control 수행도 평가

#### 3.1 착수 인증단계

특정 단위가 G, Y, R영역에 속할 확률을  $p_g, p_y, p_r$ 라 할 때 착수 인증단계를 통과할 확률  $P_Q$ 는 다음과 같이 주어진다(San Matias et al. 2004).

$$P_Q = \frac{p_g^5(1+p_y)}{1-p_y \sum_{i=1}^4 p_g^i} = \frac{p_g^5(1+p_y)(1-p_g)}{(1-p_g) - p_y p_g (1-p_g^4)} \quad (1)$$

Salvia(1987)는 Markov chain으로 식 (1)을 도출할 수 있는 방법만 제시하였으며, Ledolter and Swersey(1997)는 1단계를 고찰 시에 식 (1) 대신 1단계의 규칙 (ii)를 반영하지 않는  $P_Q$ 로 불완전하게 PC를 검토하였다.

이 단계에서 판정이 날 때까지의 검사된 표본 단위 수( $N_Q$ )의 기댓값  $m_Q$ 는 Markov chain을 이용한 방법(Silvia 1987)이나 첫 단계 분석(first step analysis)을 통한 전확률(total probability) 공식으로 구한 연립 방정식(Giner-Bosch et al. 2016)에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$m_Q = E(N_Q) = \frac{(1 + p_y) \sum_{i=0}^4 p_g^i}{1 - p_y \sum_{i=1}^4 p_y^i} = \frac{1}{(1 + p_g + p_g^2 + p_g^3 + p_g^4)^{-1} + (1 + p_y)^{-1} - 1} \quad (2)$$

만약 착수 인증단계를 실패하여 공정을 중단하고 시정조치를 취하더라도 공정의 개선이 없으며 그대로 유지된다는 가정을 할 경우(공정개선에 대한 보수적 가정)에 이 단계를 통과할 때까지 요구되는 총 검사단위의 기댓값(ATI, Average Total Inspection)  $ATI_Q$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$ATI_Q = \frac{m_Q}{P_Q} \quad (3)$$

대상 공정의 공정능력지수가  $C_p$ 와  $C_{pk}$ 일 때  $k$ 를 허용차( $T/2$ )에 대한 공칭평균(Figure 1과 같이 규격 중앙의  $\mu_0$ )으로부터의 이탈정도를 나타내는 값으로 정의하면 두 지수의 관계는 다음과 같이 표현되어 공정 상태를 두 지수로 나타낼 수 있다.

$$C_{pk} = (1 - k)C_p$$

단,  $k = \frac{|\mu - \mu_0|}{T/2}$ ,  $\mu, \sigma$ 는 각각 공정의 평균과 표준편차임.

공정의 품질특성치( $X$ )가  $N(\mu, \sigma^2)$ (여기서  $\mu \geq \mu_0$ 인 경우로 한정하더라도 일반성을 잃지 않음)를 따를 때  $\sigma = T/(6C_p)$ ,  $\mu = \mu_0 + kT/2$ 가 되므로 식 (1) ~ (3)에 포함된  $p_g, p_y, p_r$ 은  $C_p$ 와  $k$ (또는  $C_{pk}$ )가 주어지면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_g = \Pr\left(\mu_0 - \frac{T}{4} \leq X \leq \mu_0 + \frac{T}{4}\right) = \Pr(-1.5C_p(1+k) \leq Z \leq 1.5C_p(1-k))$$

$$p_y = \Pr\left(\mu_0 + \frac{T}{4} < X \leq \mu_0 + \frac{T}{2}\right) + \Pr\left(\mu_0 - \frac{T}{2} \leq X < \mu_0 - \frac{T}{4}\right)$$

$$= \Pr(1.5C_p(1-k) < Z \leq 3C_p(1-k)) + \Pr(-3C_p(1+k) \leq Z < -1.5C_p(1+k))$$

$$p_r = 1 - p_g - p_y$$

단,  $Z \sim N(0, 1)$

따라서 두 공정능력지수의 여러 가지 값을 통해 대상 공정의 상태를 나타내는 공정평균의 이동량(mean shift)과 표준편차의 공차(또는 이의 1/2인 허용차)에 대한 상대적 크기를 상기의 확률에 반영할 수 있다. Figure 2(a), Figure 3(a)와 3(b)에는  $k$ 가 0, 0.1, 0.3일 때  $C_p$ 가 1 ~ 2로 변할 경우에 각각  $P_Q, m_Q, ATI_Q$ 가 도시되어 있다. 이 그림들을 보면 기대한 대로  $C_p$ 가 증가하거나  $k$ 가 작아지면  $P_Q$ 는 증가,  $m_Q, ATI_Q$ 는 감소하는 경향을 보이지만, 예외적으로  $k=0.3$ 일 때  $m_Q$ 는  $C_p$ 가 증가함에 따라 어느 정도 증가한 후에 감소하는 패턴을 가진다.

또한 Table 1에는  $C_p$ 가 1 ~ 2,  $k$ 가 0 ~ 0.4일 때 각 셀의 상위 3칸에  $P_Q, m_Q, ATI_Q$ 가 정리되어 있다. 예를 들면  $C_p$ 가 1.5일 때  $k$ 가 0.3이면(즉,  $C_{pk} = 1.5 \times 0.7 = 1.05$ ) 공정평균이 공칭값( $\mu_0$ )으로부터  $0.3T/2 = 1.35\sigma$  이동하게 될 경우 착수 인증단계를 통과할 확률은 0.7809, 기대 표본 검사개수는 7.4935, 통과될 때까지의 기대 총 검사

단위 수는 9.5961개가 된다.

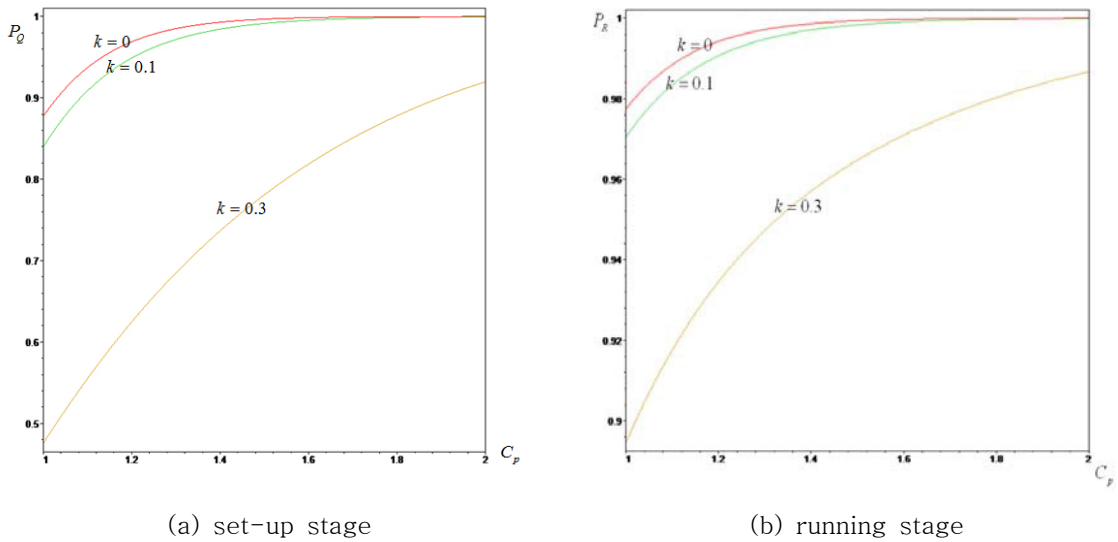


Figure 2. Probability of passing of a sample

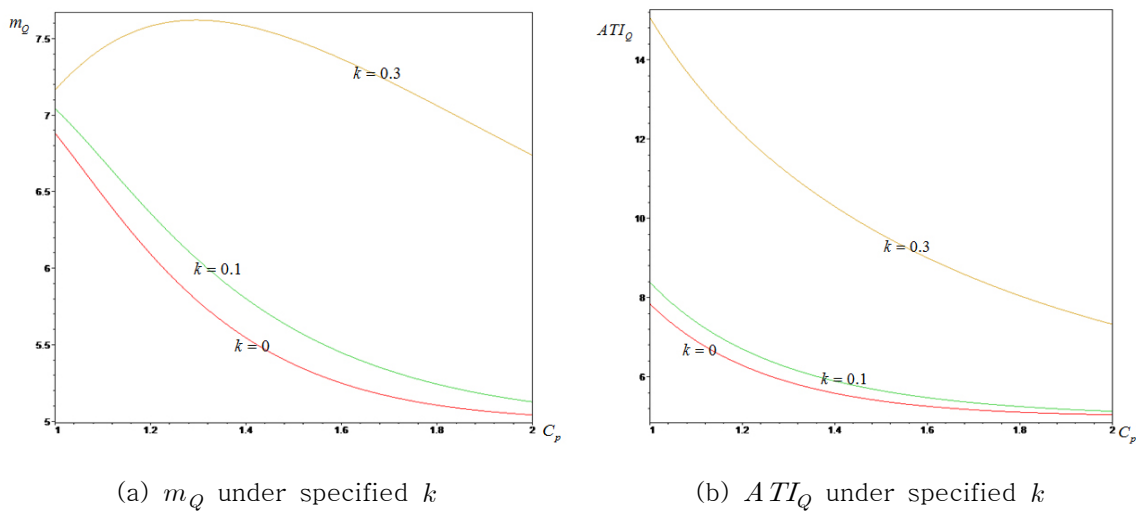


Figure 3. Expected number of items of a sample( $m_Q$ ) and ATI for passing in the set-up stage

### 3.2 운영단계

표본 추출 시마다 운영단계를 통과할 확률  $P_R$ 은 다음과 같이 쉽게 구할 수 있으며, 이로부터 1회 표본추출 시 기대 검사개수  $m_R$ 은 식 (5)로 주어진다.

$$P_R = p_g^2 + 2p_y p_g \tag{4}$$

$$m_R = 1 + p_g + p_y \tag{5}$$

Figure 2(b)에는  $k$ 가 0, 0.1, 0.3일 때  $C_p$ 가 1 ~ 2로 변할 경우에  $P_R$ 이 도시되어 있다. 이 그림을 보면 예상한 대로  $C_p$ 가 증가하거나  $k$ 가 작아지면  $P_R$ 는 증가하는 경향을 보인다. 또한 Table 1에는  $C_p$ 가 1 ~ 2,  $k$ 가 0 ~ 0.4일 때 각 셀의 위에서 4 ~ 5번째 칸에  $P_R, m_R$ 가 정리되어 있다.

Table 1. Statistical performance of Pre-Control by  $C_p$  and  $C_{pk}$

$k \backslash C_p$		0.8	1.0	4/3	1.5	2	$AOQL(C_p^*)$
0	$P_Q$	0.6122	0.8771	0.9884	0.9968	1.0000	0.9124 (0.7022)
	$m_Q$	7.1765	6.8831	5.6953	5.3716	5.0406	
	$ATI_Q$	11.7223	7.8475	5.7621	5.3888	5.0408	
	$P_R$	0.9218	0.9775	0.9978	0.9994	1.0000	
	$m_R$	1.9836	1.9973	1.9999	2.0000	2.0000	
	$AOQ(\%)$	0.7621	0.2188	0.0062	0.0007	0.0000	
0.05	$P_Q$	0.6015	0.8680	0.9859	0.9968	0.9999	0.9121 (0.7061)
	$m_Q$	7.1606	6.9260	5.7617	5.4277	5.0594	
	$ATI_Q$	11.9032	7.9790	5.8439	5.4507	5.0598	
	$P_R$	0.9192	0.9758	0.9974	0.9992	1.0000	
	$m_R$	1.9828	1.9970	1.9999	2.0000	2.0000	
	$AOQ(\%)$	0.7771	0.2394	0.0084	0.0011	0.0000	
0.1	$P_Q$	0.5701	0.8394	0.9769	0.9915	0.9996	0.9080 (0.7178)
	$m_Q$	7.1063	7.0434	5.9624	5.6019	5.1260	
	$ATI_Q$	12.4461	8.3911	6.1036	5.6499	5.1278	
	$P_R$	0.9112	0.9705	0.9957	0.9984	0.9999	
	$m_R$	1.9805	1.9960	1.9998	2.0000	2.0000	
	$AOQ(\%)$	0.8142	0.2990	0.0158	0.0026	0.0000	
0.2	$P_Q$	0.4523	0.7086	0.9128	0.9526	0.9931	0.8494 (0.7631)
	$m_Q$	6.8093	7.3302	6.7475	6.3615	5.5492	
	$ATI_Q$	15.0558	10.3441	7.3924	6.6784	5.5878	
	$P_R$	0.8781	0.9459	0.9850	0.9917	0.9987	
	$m_R$	1.9706	1.9916	1.9993	1.9998	2.0000	
	$AOQ(\%)$	0.8651	0.4896	0.0596	0.0147	0.0001	
0.3	$P_Q$	0.2940	0.4753	0.7030	0.7809	0.9199	0.6947 (0.8236)
	$m_Q$	6.1469	7.1632	7.6161	7.4935	6.7370	
	$ATI_Q$	20.9062	15.0718	10.8339	9.5961	7.3234	
	$P_R$	0.8201	0.8945	0.9508	0.9647	0.9867	
	$m_R$	1.9256	1.9821	1.9974	1.9992	2.0000	
	$AOQ(\%)$	0.7364	0.5868	0.1511	0.0563	0.0012	
0.4	$P_Q$	0.1520	0.2263	0.3376	0.3898	0.5390	0.5906 (0.8575)
	$m_Q$	5.1730	6.9260	7.1273	7.4159	7.7965	
	$ATI_Q$	34.0226	27.0205	21.1116	19.0265	14.4639	
	$P_R$	0.7358	0.8072	0.8704	0.8888	0.9246	
	$m_R$	1.9247	1.9641	1.9918	1.9965	1.9999	
	$AOQ(\%)$	0.4473	0.4106	0.1751	0.0913	0.0066	

$AOQL\%(k^*)$	0.8660 (0.1906)	0.5891 (0.2879)	0.1862 (0.3659)	0.0918 (0.2905)	0.0077 (0.4307)	0.9124 ( $C_p^* = 0.7022$ $k^* = 0.0000$ )
---------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--

전 소결과 같이  $C_p$ 가 1.5일 때  $k$ 가 0.3이면( $C_{pk}$ 는 1.05) 공정평균이 공칭값으로부터  $0.3T/2 = 1.35\sigma$  이동하게 될 경우 표본 추출 시에 운영단계를 통과할 확률은 0.9647, 이때의 표본 당 기대 검사개수는 1.9992개가 된다. 식 (5)의  $m_R$ 은 2에 약간 미달하는 값을 가지며, 공정이 중단될 때까지의 기대 표본추출횟수와 총 검사개수( $ATI_R$ )는 기하분포의 기댓값인  $1/(1-P_R)$ ,  $m_R/(1-P_R)$ 로 구해진다.

### 3.3 두 단계를 결합한 수행도 평가

두 단계를 분리하여 PC의 특성을 검토한 기존 연구와 달리 여기서는 두 단계가 유기적으로 결합된 PC의 특성을 살려 두 단계를 연결하여 검토한다.

착수 인증단계를 통과하면 운영단계에서는 정해진 간격( $n_R$ )에 따라  $n_R, 2n_R, \dots$ 의 구간에서 2개의 표본을 추출하여 계속 생산여부를 판정한다. 각 표본추출 시점에서 운영규칙에 부합되면 계속 생산을 하지만 여기서 부합되지 못하거나 착수 인증단계부터 통과하지 못하게 되면, 여러 조치를 취하더라도 공정개선이 이루어지지 않는 보수적 상황을 가정하여 필요한 물량만큼 생산할 때까지 전수검사를 적용하는 단기간(short run)의 로트 생산방식을 가정한다. 여기서 Shainin and Shainin(1989)과 Bhote and Bhote(2000)에 의해 추천된 6회의 표본추출간격을 적용하면 (즉, 최대 6회 표본추출) 통과가 되지 못할 때까지의 표본추출횟수  $N_S$ 의 기댓값은 다음과 같이 계산된다.

$$E(N_S) = \sum_{j=1}^5 jP_R^{j-1}(1-P_R) + 6Pr(N_S \geq 6) = \sum_{j=0}^5 P_R^j$$

이에 따라 공정평균이 공칭값  $\mu_0$ 와 일치할 경우의 공정능력지수  $C_p$ 와 공정의 평균이 이동하는 정도를 반영한 공정능력지수  $C_{pk}$ 가 주어질 때 두 단계를 결합하고 권장 표본추출횟수를 반영한 PC의 수행도를 선별형 샘플링 검사에 쓰이는 평균출검품질(AOQ, Average Outgoing Quality)에 의해 평가할 수 있다.

따라서 부적합품은 착수 인증단계를 통과하여 운영단계의 생산중단 시점의 해당 구간까지만 부적합품이 포함되므로,  $n_R$ 간격으로 6회까지 표본을 추출한다면 PC의 AOQ는 2개의 표본크기에 포함된 부적합품을 대체할 경우에

$$AOQ = \frac{E(N_S)n_R p_r P_Q P_R}{6n_R} = \frac{p_r P_Q P_R E(N_S)}{6} \tag{6}$$

로 나타낼 수 있다. 한편 Bhote and Bhote(2000)는 착수 인증단계보다 수리적으로 비교적 단순한 운영단계만 고려하여 식 (6)과 유사하게 정의한 값을  $\beta$ 위험으로 명명하여 표(Table 21-1)로 제공하고 있는데 표의 범위가 한정적이고 다수의 오류가 포함되어 있어 활용가치가 떨어진다.

여기서 식 (6)에서 평균출검품질한계(AOQL, Average Outgoing Quality Limit)를 세 가지 방향으로 구할 수 있다. 즉, 첫 번째는  $C_p$ 를 고정시키고  $k$ 의 가능한 범위에 대해, 두 번째는  $k$ 를 고정시키고  $C_p$ 의 가능한 범위에서, 세 번째는  $C_p$ 와  $k$ 의 결합 범위에서 가장 큰 값을 AOQL를 구할 수 있다. 세 가지 경우에 식 (6)의 AOQ를 최대화하는  $C_p$  또는  $k$ 를 폐쇄형(closed form)으로 구할 수 없으므로 수치해법을 이용해 이들을 도출하였다.



세 가지 경우 중에서 먼저 Figure 4(a)에 주어진  $k$ 의 세 값에 대해  $C_p$ 가 변할 경우에(0.5 ~ 2), Figure 4(b)에는 주어진  $C_p$ 의 세 값에 대해  $k$ 가 변할 경우(0 ~ 1)에 AOQL가 존재함을 예시하고 있다.

Table 1에는  $C_p, k$ 의 여러 가지 값의 조합에 대한 AOQL와  $C_p, k$  중 한 쪽을 고정시키고 다른 쪽을 변화시킬 경우 (즉,  $C_p$ 는 0.5~2,  $k$ 는 0~1)의 AOQL과 그 때의  $C_p, k(C_p^*, k^*)$ 이 정리되어 있다. 또한 이를 보면 PC는 주어진 범위의 어떤 공정능력 값과 공정평균의 이동( $k$ ) 하에서도 부적합률이 최대 0.9124%( $C_p^*=0.7022, k^*=0.0000$ )가 된다.

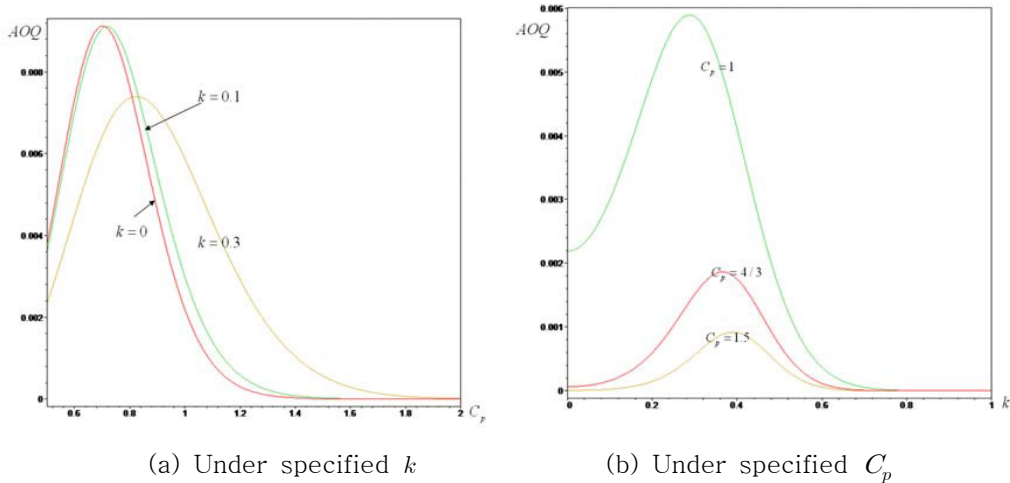


Figure 4. AOQ curves

그리고 세 번째 경우인  $C_p, k$ 의 모든 가능한 결합 범위에서 상기의 AOQL의 존재를 확인할 수 있는 3차원 그래프가 Figure 5에 도시되어 있다.

Table 1을 보면 AOQL은  $k$ 보다  $C_p$ 에 대한 의존도가 높으며, 특히  $k$ 가 작아짐에 따라 AOQL은 이 값을 도출하는  $C_p$ 가 감소됨에 따라 증가하고 있다. 만약  $C_p$ 가 4/3일 때 PC를 적용하면 공정평균의 이동이 어떻게 일어나더라도 AOQL가 0.1862%이하임을 보증한다고 볼 수 있다. 또한 이 경우에  $k$ 가 0.3(공정평균이 공칭값으로부터  $0.3T/2=1.2\sigma$ 를 이동)이 되더라도 AOQL는 0.1511%가 된다.

따라서 두 공정능력지수로 표현되는 공정의 상황과 PC를 적용한 경우의 AOQ와 AOQL, 그리고 이점(실시 용이성과 비용 등)을 고려하여 대상 공정에 대해 이 기법의 적용 여부를 판단할 수 있을 것이다.

### 4. 수정된 관리도와의 비교

PC를 규격과 연관이 없는 보편적인  $\bar{X}, \bar{X}-R$ 관리도 또는 이동평균 관리도(Mackertich 1990) 등과 비교하는 것은 바람직하지 않다. PC의 PC선과 유사한 개념을 채택하는 SPC기법으로 narrow limit gaging(Farnum and Stanton 1991)을 들 수 있으나 이 기법도 규격을 반영하지는 않는다.

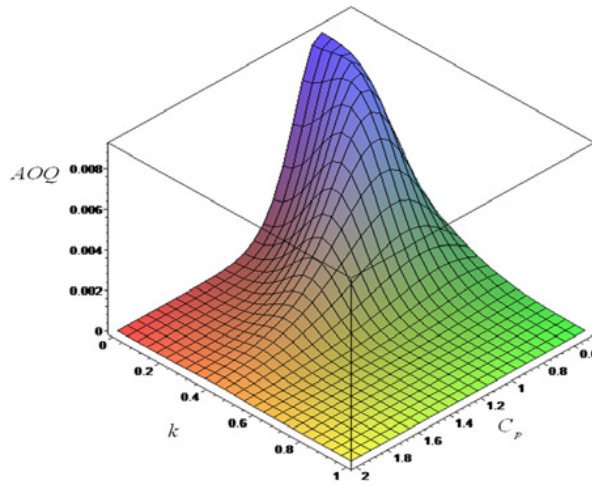


Figure 5. AOQ surface under joint region of  $C_p$  and  $k$

관리도 중에서 규격과 연관시켜 관리한계선을 설정하는 것이 수정된 관리도와 합격판정 관리도(ACC)이다. Steiner(1997)은 ACC와 PC를 비교하고 있는데, ACC의 관리한계 설정에 필요한 생산자 위험률과 소비자 위험률을 어떤 값으로 채택하고 있는지 명시되어 있지 않다. 한편 PC도 두 위험률을 동시에 고려하고 있지 않으므로 두 위험률을 특별하게 명시하지 않는 수정된 관리도(MCC)와 비교하는 것이 공평하다.

수정된 관리도도 여러 유형이 있지만 Wadsworth et al.(1986)와 Wheeler(2004)가 소개한 방식을 따른다. 이 관리도는  $USL - LSL \geq 6\sigma$  ( $C_p \geq 1$ )일 때 두 규격한계로부터 다음과 같이 두 중심선( $\mu_U, \mu_L$ )을 구한 후에,

$$\begin{aligned} \mu_U &= USL - 3\sigma \\ \mu_L &= LSL + 3\sigma \end{aligned}$$

부분군의 크기가  $n$ 일 때 두 관리한계를 다음과 같이 설정한다.

$$UCL = \mu_U + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \mu_0 + \frac{T}{2} - 3\sigma \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \tag{7}$$

$$LCL = \mu_L - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \mu_0 - \frac{T}{2} + 3\sigma \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \tag{8}$$

특히  $n = 2$ 일 때 식 (7)과 (8)의 관리한계를 가진 MCC는 운영단계의 PC와 직접적으로 비교할 수 있다. 대상 공정의 두 공정능력지수가  $C_p, C_{pk}$ 일 때 MCC에서 특정 부분군의 평균이 관리한계 내에 타점될 확률  $P_M$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} P_M &= \Pr(LCL \leq \bar{X} \leq UCL) \\ &= \Pr(-3C_p(1+k)\sqrt{n} + 3(\sqrt{n}-1) \leq Z \leq 3C_p(1-k)\sqrt{n} - 3(\sqrt{n}-1)) \end{aligned} \tag{9}$$

PC의 운영단계에서 특정 표본의 통과 확률  $P_R$ 와 MCC의  $P_M$ (PC와 동일한  $n=2$ 와 가장 널리 쓰이는  $n=5$ 인 경

우)을 동시에 도시한 Figure 6를 보면  $C_p$ 가 4/3이하이고  $k=0.3$ 이면 두 확률이 어느 정도 낮아야 하므로  $n=2$ 인 MCC보다  $n=5$ 인 MCC가 PC와 비교할 만하다.

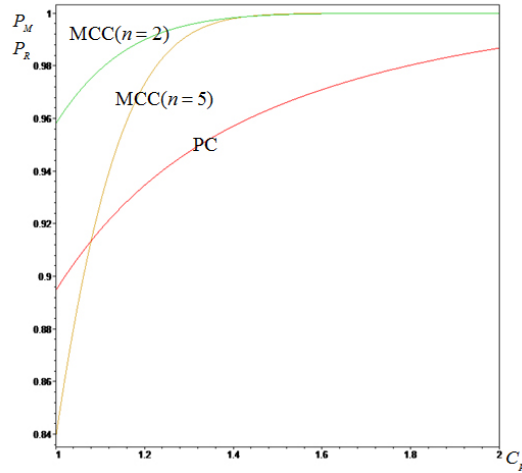


Figure 6. Acceptance probabilities of MCC and PC:  $k=0.3$

다음으로 PC에서 공정중단까지의 기대 표본추출횟수( $ARL_R = 1/(1-P_R)$ )와 MCC의 ARL(Average Run Length)인  $1/(1-P_M)$ 로 비교할 수 있는데, PC와 MCC의 (기대) 표본크기가 같지 않으므로 각각의 ARL과 더불어 공정중단(이상 상태)까지의 기대 총 검사개수  $ATI$ 로 비교하는 것이 합리적이다.

$$ATI_R = m_R \times ARL_R = \frac{m_R}{1-P_R} : \text{PC}$$

$$ATI_M = n \times ARL_M = \frac{n}{1-P_M} : \text{MCC}$$

$k=0.3$ 일 때 PC 운영단계와 MCC의  $ARL_R$ ,  $ARL_M$ ( $n=2$ 와 5)을 동시에 도시한 Figure 7(a)를 보면 역시 Figure 6과 같이 역시  $n=2$ 인 MCC보다  $n=5$ 인 MCC가 PC와 비교할 만하다. 한편 Figure 7(b)의  $ATI_R$ ,  $ATI_M$ ( $n=2$ 와 5)를 비교하면 PC가  $C_p$ 의 모든 범위에서  $n=5$ 인 MCC보다 훨씬 작으므로 MCC보다 PC를 추천할 수 있다.

## 5. 결 론

SPC 기법 중에서 가장 널리 쓰이는 관리도가 규격과의 부합여부를 직접적으로 다루지 않는 점을 감안한 Pre-Control(PC)는 준비작업이 필요한 기계작업 공정 등에 활용되어 어느 정도 성과를 인정받고 있다(Steiner 1997). 그러나 이에 대한 평가도 적극적 추종자와 단순화되고 매우 한정적인 기법으로 격하하는 전문가로 구분되고 있어 상당히 극단적이다.

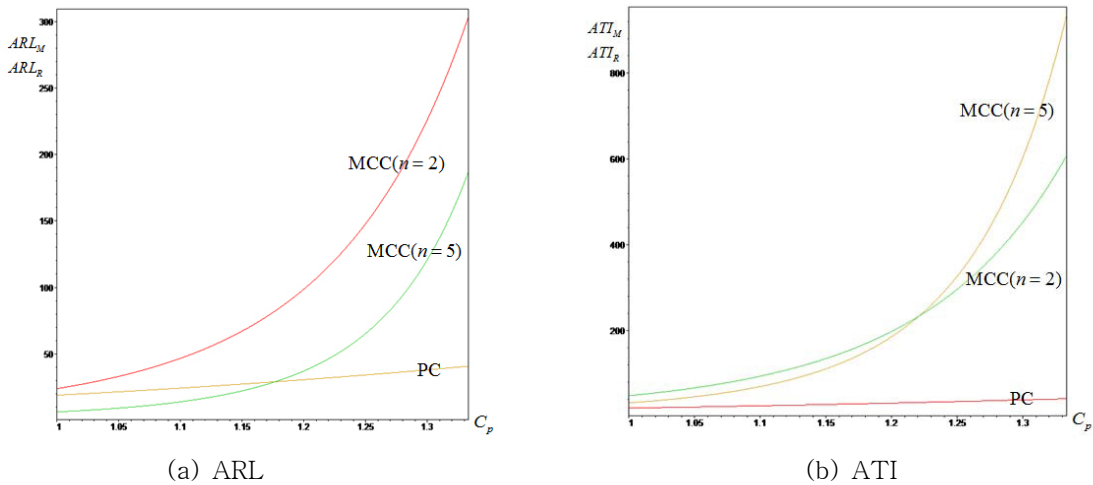


Figure 7. ARL and ATI curves of PC and MCC:  $k = 0.3$

특히 PC는 착수 인증단계와 운영단계를 유기적으로 결합한 방법론인데, 이를 비판하거나 옹호하는 이전 연구들은 착수 인증단계 또는 운영단계의 한 쪽 규칙의 수행도만을 평가하거나, 둘을 동시에 다루더라도 각각 분리하여 검토하고 있다. 따라서 본 논문에서는 먼저 대상 공정의 상황을 두 공정능력지수( $C_p, C_{pk}$ )로 나타내고, 착수 인증단계의 검사 표본단위의 기댓값 등에 관한 최근 연구성과를 반영하여 각 단계의 개별적 특성을 검토하였다. 이를 토대로 두 단계를 결합하고 추천 샘플링 횟수를 반영하여 수치실험을 통해 PC의 수행도를 평가하였다. 즉, PC를 적용할 경우에 공정능력을 반영한 평균출검품질한계를 도출하여 이 기법을 활용할 수 있는 공정 상황에 대한 근거를 제시하였다. 또한 관리도와 비교 시에 규격과 무관한  $\bar{X}$  관리도 등과 비교하고 있는 기존의 다른 연구와 달리, 규격을 반영하는 수정된 관리도와 비교하여 PC의 수행도를 평가하였다.

따라서 본 논문을 통해 PC에 대한 유용성과 한계를 명확하게 파악함으로써, 이를 올바르게 활용할 수 있는 근거와 PC를 실제 현업에서 이를 활용하고자 할 경우에 이 기법의 도입 타당성 검토에 도움이 될 수 있는 대상 공정의 여건(두 공정능력지수)을 제공하였다. 한편 본 논문에서 PC의 수행도를 평가할 때 각 단계를 통과하지 못할 경우에 여러 적절한 조치를 취하더라도 공정의 개선이 없다는, 비록 보수적이지만 현실과 부합도가 높지 않는 가정을 하고 있는 한계점도 있다.

한편 PC는 이론적 엄밀성보다 실제 현장에서 가치를 인정받고 있는 점을 감안하여, 향후에 정규외의 다른 분포를 따를 때와 공정평균과 더불어 산포가 변하거나 자기 상관성이 존재할 경우에도 PC가 강건한(robust) 방법론인지에 관한 연구와 이를 토대로 PC의 대안을 모색하는 후속연구가 요망된다.

## REFERENCES

Bohte, Keki R., and Bhote, Adi K. 2000. World Class Quality: Using Design of Experiments to Make It Happen, 2nd ed. New York, USA: American Management Association.

Cox, Steven, Garside, John A., and Kotsialos, Apostolos. 2013. "Simulation of High Precision Process Control for Set-Up dominant Processes." *Procidia CIRP* 11:379-384.

Farnum, Nicholas R., and Stanton, Laverne W. 1991. "Narrow Limit Gaging." *Quality Engineering* 3:293-307.

- Giner-Bosch, Vincent, San Matías, Susana, Clemente-Ciscar, Monica, and Carrión Andres 2016. "Optimal Design of Pre-Control Plans." *Quality and Reliability Engineering International* 32:623-634.
- Gruska, Gregory F., and Heaphy, Maureen S. 1991. "Stop Light Control-Revisited." *American Society for Quality Control, Statistics Division Newsletter* 11(4):11-12.
- Kwon, Hyuck Moo, Hong, Sung Hoon, Lee, Min Koo, and Lim, Sung Uk. 2016. "Literature Review on the Statistical Quality Control in Journal of the KSQM for 50 Years." *Journal of the Korean Society for Quality Control* 44:1-16.
- Ledolter, Johannes, and Swersey, Arther. 1997. "An Evaluation of Pre-Control." *Journal of Quality Technology* 29:163-171.
- Logothetis, Nicholas. 1990. "The Theory of 'Pre-Control': A Serious Method or a Colourful Naivety?." *Total Quality Management* 1:207-220.
- Mackertich, Neil A. 1990. "Pre-Control vs. Control Charting: A Critical Comparison." *Quality Engineering* 2:253-260.
- Pan, Jeh-Nan. 2007. "A Study of Multivariate Pre-Control Charts." *International journal of Production Economics* 105:160-170.
- Ryan, Thomas P. 2011. *Statistical Methods for Quality Improvement*, 3rd ed. New Jersey, USA: John Wiley & Son.
- San Matías, Susana, Jabaloyes, Jose, and Carrión, Andres 2004. "Some Modifications of the Classical Pre-Control Technique." *Quality and Reliability Engineering International* 20:47-60.
- Salvia, Anthony A. 1987. "Performance of Pre-Control Sampling Plans." *Journal of Quality Technology* 19:85-89.
- Salvia, Anthony A. 1988. "AOQ and AOQL for Stoplight Acceptance Sampling." *Journal of Quality Technology* 20:157-161.
- Salvia, Anthony A. 1988. "Stoplight Control." *Quality Progress* 21(9):39-42.
- Shainin, Dorian, and Shainin, Peter. 1989. "Pre-Control versus  $\bar{X}$  & R Charting: Continuous or Immediate Quality Improvement?." *Quality Engineering* 14:419-429.
- Shainin, Dorian. 1990. "Comments on 'Pre-Control vs. Control Charting: A Critical Comparison' by Neil A. Mackertich." *Quality Engineering* 2:261-267.
- Steiner, Stefan H. 1997. "Pre-Control and Some Simple Alternatives." *Quality Engineering* 10: 65-74.
- Wadsworth, Harrison M., Stephens, Kenneth S., and Godfrey, A. Banton. 1986. *Modern Methods for Quality Control and Improvement*, New York, USA: John Wiley & Son.
- Wheeler, Donald J. 2004. *Advanced Topics in Statistical Process Control*, 2nd ed. Knoxville, USA: SPC Press.
- Woodall, William H. 2000. "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control." *Journal of Quality Technology* 32:341-350.

