

회귀분석을 이용한 저(低)레이놀즈수 익형 공력성능 연구

진원진^{1,†}¹극동대학교 항공정비학과

Study on the Aerodynamic Performance of Low Reynolds Airfoils using a Regression Analysis

Wonjin Jin^{1,*}¹Dept. of Aviation Maintenance Engineering, Far East University, Korea

Abstract : Using a multiple regression analysis, a total of 78 low-Reynolds-number airfoils are examined in this paper to clarify the systematic relationships between the geometrical parameters of the airfoils and experimentally-determined aerodynamic coefficients. The results show that the effects of the maximum camber and the maximum thickness regarding the maximum lift and the stalling angle of attack, respectively, are major. The lower-surface flatness of the airfoil is also a crucial geometrical parameter for aerodynamic performance. It is proven here that, generally, the application of the regression equations for an assessment of the aerodynamic performance is relatively acceptable, along with an expectation that the lift-curve slope violates the normality assumption.

Key Words : Low Reynolds Airfoil, Airfoil Geometry, Regression Analysis

1. 서 론

익형의 공력성능은 형상요소와 레이놀즈수, 유동의 특성, 표면 거칠기 및 결빙에 의한 표면오염, 그리고 제작허용오차 등에 의하여 영향을 받는다. 특히 익형의 두께(thickness)와 캠버(camber)의 크기 및 위치, 그리고 앞전반경(leading-edge radius) 등의 형상요소는 양향비, 실속, 피칭모멘트 등의 공력특성에 직접적인 연관이 있다. 따라서 성능 요구조건에 부합하는 익형을 설계 및 선정하기 위해서는 익형의 형상 요소에 대한 면밀한 관찰이 필요하다. 아울러 익형의 공력성능은 레이놀즈수 $Re=2.5 \times 10^6$ 이하의 저(低) 레이놀즈

수 영역에서 흔히 발생하는 층류유동 박리와 층류유동의 재부착에 따른 층류박리버블(laminar separation bubble)에 의하여 악화되기도 한다[1]. 저 레이놀즈수 익형의 성능해석 및 저속항공기 개념설계를 위하여 계산의 신속성과 편이성이 높은 Eppler와 XFOIL[2] 등의 패널법(panel method) 코드를 많이 활용한다[3-4]. 그러나 층류박리버블이 발생하고 이에 따라 받음각에 따른 양력의 비선형적 증가 및 실속과 비정상(unsteady) 유동 현상이 발생할 때 계산적 방법을 통한 성능예측 결과는 경우에 따라 실제와 다소 차이가 나타나기도 한다[5].

저 레이놀즈 영역에서의 익형 성능과 층류특성의 영향을 보다 명확하게 규명하기 위하여 수많은 풍동시험이 수행되었다. 특히 Selig[5-9]등은 지난 20년간 일리노이대학의 Applied Aerodynamic Group에서 많은 종류의 저 레이놀즈익형들을 시험 평가하여 소형/저속

무인기, 글라이더, 풍력터빈 등의 개발에 기여했다.

본 연구에서는 일리노이대학에서 시험 및 평가되었던 형상적 특징이 상이한 78개의 저 레이놀즈수 익형을 토대로, 익형 공력계수에 대한 형상변수의 영향력을 고찰하기 위하여 통계적 방법으로 다중회귀분석(multiple regression analysis)을 수행하였다. 이를 통하여 익형의 형상요소와 공력성능간의 연관관계를 정량화하고 보다 체계적으로 정리하여 저 레이놀즈수 익형의 선정과 설계시 참고자료가 될 수 있도록 하였다.

2. 분석 방법

2.1 익형 형상변수 및 공력계수

검토된 78개의 익형에는 Fig.1에 나타난 바와 같이 A18, CLARK-Y, E374 등의 대표적 저 레이놀즈수 익형과 LRN1007 등의 자연층류익형, 그리고 FX63-137, S1223등의 고(高)양력 익형이 포함되어 있다. 검토된 78개의 익형들은 각기 서로 상이한 형상을 갖고 있으므로 기하학적 특징을 6개의 형상변수 즉, θ_{\max} (최대두께) 및 $x\theta_{\max}$ (최대두께위치), cam_{\max} (최대캠버) 및 $x cam_{\max}$ (최대캠버위치), R_{LE} (전연반경), Φ_{TE} (후연각도), LF (하면평탄도)을 통하여 정의하고 익형의 형상좌표와 XFOIL을 사용하여 각각의 값을 추출하였다. 78개의 익형 중 대표 8개의 익형의 형상변수 값의 예가 Table 1에 제시되어 있다. LF 는 전연과 후연의 아랫부분을 잇는 직선을 기준으로 익형하면 형상좌표 값에 대한 편차로 정량화 하였으며, 그 값이 클수록 하면(下面)형상이 직선에 가깝다. LF 는 상면형상과 더불어 층류박리버블에 의한 항력의 증감과 연관이 있다고 알려져 있다[5].

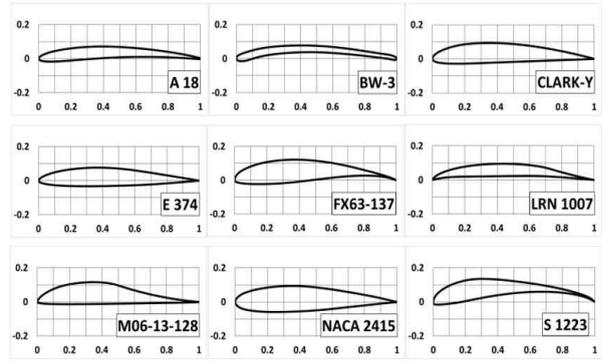


Fig. 1 Geometry of Example Airfoils

Table 1 Geometric Variables of Example Airfoils

Airfoil	θ_{\max} (% C)	$x\theta_{\max}$ (% C)	cam_{\max} (% C)	$x cam_{\max}$ (% C)	R_{LE} (% C)	Φ_{TE} (deg.)	LF (%)
A18	7.26	27.1	3.84	49.3	1.30	38.6	82.3
BW-3	5.02	7.4	5.65	45.4	1.60	79.7	28.4
CLARK-Y	11.70	30.9	3.90	43.5	1.80	17.9	81.4
E374	10.91	34.3	2.24	38.9	1.80	12.1	73.5
FX63-137	13.60	30.9	5.90	56.5	2.20	5.7	66.5
LRN1007	7.27	39.8	5.90	44.6	0.90	6.9	82.0
M06-13-128	12.81	35.0	5.16	35.0	1.20	12.8	95.3
NACA2415	15.00	29.5	2.00	39.6	3.90	22.7	57.8
S1223	11.90	19.8	8.70	49.0	3.10	7.7	17.6

Table 2 Aerodynamic Coefficients of Example Airfoils ($Re=2.0 \times 10^5$)[5-9]

Airfoil	c_{l_a} (-)	$c_{l_{\max}}$ (-)	$c_{d_{\min}}$ (-)	α_{stall} (deg.)	$(c_l/c_d)_{\max}$ (-)	$(c_l^{1.5}/c_d)_{\max}$ (-)
A18	5.087	1.212	13.33	0.0089	69.15	62.19
BW-3	4.827	1.413	11.84	0.0149	69.40	70.57
CLARK-Y	5.250	1.325	15.96	0.0105	64.80	68.21
E374	5.205	1.095	13.13	0.0096	62.90	57.10
FX63-137	5.186	1.726	15.69	0.0147	82.28	102.60
LRN1007	7.290	1.414	15.36	0.0166	72.59	79.68
M06-13-128	5.966	1.491	12.44	0.0219	67.12	81.38
NACA2415	5.258	1.226	14.79	0.0123	57.71	56.49
S1223	4.269	2.183	16.70	0.0190	62.91	75.74

익형의 공력계수는 일리노이대학 저속풍동시험결과 [5-9]에 기반하여 계산 및 도출되었다. 기준 레이놀즈수의 경우 실험 측정값의 분산이 적어지고 비교적 뚜렷한 성능 경향성이 나타나기 시작하는 영역인 $Re = 2.0 \times 10^5$ 로 정하였다. 공력계수로서 c_{l_a} (양력곡선기울기), $c_{l_{\max}}$ (최대양력계수), $c_{d_{\min}}$ (최소항력계수), α_{stall} (실속

받음각), $(c_l/c_d)_{\max}$ (최대양항비) 및 $(c_l^{1.5}/c_d)_{\max}$ (프로펠러기 최장시간비행조건)이 고려되었다. $c_{l\alpha}$ 도출시 층류 박리 이후 받음각 변화와 재부착(reattachment)에 의하여 이력현상(aerodynamic hysteresis)이 발생하는 구간은 제외되었다. Table 2는 78개 익형 중 8개 대표 익형에 대한 공력계수값을 나타낸다.

2.2 회귀분석 방법

회귀분석이란 독립변수와 종속변수 사이의 관계를 규명하는 선형회귀식을 구하여, 종속변수에 대한 독립변수의 영향력을 분석하거나, 독립변수 값이 주어졌을 때 종속변수의 값을 예측하는 방법이다. 아울러, 다수의 독립변수가 존재할 경우 다중회귀분석을 실시하는데, k 개의 독립변수가 존재할 때의 다중선형회귀식은 다음과 같다[10].

$$Y = b_o + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k \quad (\text{Eq. 1})$$

이 때 Y , b_o , b_k , x_k 는 각각 종속변수, 회귀상수, 회귀계수, 독립변수이다. 본 연구에서는 풍동시험[5-9]을 통하여 공력성능이 정의된 78개의 익형을 표본으로 하고, 계산 및 추출을 통하여 정량화된 각각의 공력계수를 Y 로, 각 공력계수값에 영향력이 있는 형상변수들을 x_k 로 취급하여 상용 통계분석 프로그램인 SPSS Statistics 21[11]을 활용하여 다중회귀분석을 진행하였다.

분석결과와 예로서 공력계수 $c_{l_{\max}}$ 에 대한 결과가 Table 3에 제시되었다. R^2 는 결정계수로서 도출된 회귀식의 Y 에 대한 x_k 의 설명력이 크기를 나타내고, 값이 1에 근접할수록 표본 데이터들이 회귀식에 근접하여 분포하므로 회귀식의 적합성이 증가한다. 따라서 $c_{l_{\max}}$ 의 경우 θ_{\max} , $x\theta_{\max}$, cam_{\max} 에 의하여 90.4% 결정됨을 의미한다.

β_k 는 표준회귀계수로서 x_k 의 크기에 관계없이 표준화된 값으로 해당 독립변수의 영향력 비교에 사용된다. 즉, β_k 의 값이 클수록 해당 x_k 가 Y 에 대하여 큰 영향력이 있음 나타내고, β_k 의 값이 음수이면 Y 에 대하여 반비례 증감관계가 있음을 의미한다. t 값은 회귀계수 b_k 에 대한 검정 통계량을 나타내고, t 값이 큰

x_k 의 경우 종속변수 Y 에 대한 영향력이 크다고 해석할 수 있다.

Table 3 Regression Analysis Result for $c_{l_{\max}}$
($n=78$, $R^2=0.904$)

x_k	b_k	Std. error	β_k	t
θ_{\max}	0.02571	0.004	0.279	7.328
$x\theta_{\max}$	-0.00481	0.002	-0.113	-2.875
cam_{\max}	0.11081	0.004	0.908	24.785
β_o	0.78974	0.054	-	14.545

3. 분석 결과

3.1 형상변수의 영향력

Table 4에는 다중회귀분석에 통하여 도출된 표준회귀계수(β_k)값, 즉 공력계수(Y)에 대한 각 형상변수(x_k)의 영향력 크기가 비교 및 정리되어 있다. 유의확률을 의미하는 P 값(P -value)이 일반적 기준인 $P=0.05$ 이상인 형상변수는 해당 공력계수에 영향력이 없으므로 간주하고 제외되었다[10].

$c_{l\alpha}$ 의 경우는 θ_{\max} , R_{LE} , LF , $x\theta_{\max}$ 의 순서로 영향력이 있다고 나타났다. 특히 R_{LE} 의 경우는 비교적 큰 음수 값을 가지므로, 익형의 전연반경이 작을수록 받음각이 증가함에 따라 양력이 급속히 증가함을 의미한다. 아울러, $x cam_{\max}$ 의 β_k 의 값 역시 음수이므로 익형 최대두께위치가 익형 전연쪽으로 전진할수록 양력기울기가 증가함을 보여 준다. $c_{l_{\max}}$ 의 값은 cam_{\max} , θ_{\max} , $x\theta_{\max}$ 의 순서로 영향 받고 있고, 두께보다는 캠버에 대한 β_k 의 값이 상대적으로 크므로 캠버의 영향력이 지배함을 제시하고 있다. 또한 최대두께위치에 대한 β_k 값 역시 음수이므로 최대두께위치가 전진할수록 최대양력이 증가함을 나타낸다.

Table 4 Regression Analysis Results for β_k

$x_k \backslash Y$	c_{l_0}	$c_{l_{max}}$	$c_{d_{min}}$
θ_{max}	0.471	0.279	0.353
$x\theta_{max}$	-0.241	-0.113	-
cam_{max}	-	0.908	0.723
$x cam_{max}$	-	-	-
R_{LE}	-0.414	-	-
Φ_{TE}	-	-	-
LF	0.365	-	-0.233
$x_k \backslash Y$	α_{stall}	$(c_l/c_d)_{max}$	$(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$
θ_{max}	0.650	-	0.280
$x\theta_{max}$	-	-	-
cam_{max}	0.381	0.415	0.724
$x cam_{max}$	0.200	0.254	0.221
R_{LE}	-	-	-
Φ_{TE}	-	-	-
LF	-	0.419	0.283

$c_{d_{min}}$ 의 경우는 cam_{max} , θ_{max} , LF 의 순서로 분석되었고, 최소항력은 익형의 두께와 캠버의 크기에 비례함은 잘 알려져 있지만 회귀분석을 통한 β_k 의 비교 결과, $c_{l_{max}}$ 와 마찬가지로 대한 캠버의 영향이 보다 크다고 나타났다. 아울러, LF 의 β_k 값이 음수인 점에 미루어 익형 하면평탄도(LF)가 높을수록 항력이 감소함을 알 수 있다. 이는 익형 상면 형상이 유사한 경우 익형 하면형상이 평탄할수록 층류박리버블의 크기가 작아진 다[5]라는 사실에 의하여 설명된다.

α_{stall} 에 대한 회귀분석 결과 θ_{max} , cam_{max} , $x cam_{max}$ 의 순서로 나타나 실속받음각의 경우, 두께가 캠버보다 다소 높은 영향력이 있음으로 나타났다. 아울러 분석결과는 익형의 두께와 캠버가 증가할수록 그리고 최대캠버의 위치가 후퇴할수록 실속이 지연됨을 의미하고, 이는 높은 레이놀즈수 영역에 NACA시리즈 익형의 성능 실험에서 관찰된 경향과 일치한다[12].

또한, $(c_l/c_d)_{max}$ 는 LF , cam_{max} , $x cam_{max}$, 그리고 $(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$ 은 cam_{max} , LF , θ_{max} , $x cam_{max}$ 의 순서로 영향을 받는데, 특히 캠버와 평탄도의 영향이 비교적 크다고 나타났다. 이는 높은 레이놀즈수 영역에서 익형의 양항비 역시 캠버의 크기에 좌우된다는[12] 점과 유사하다. 아울러, 평탄한 하면형상의 익형을 장비한

글라이더의 체공능력은 우수하다고 알려져 있는데[7], 회귀분석 결과 역시 $(c_l/c_d)_{max}$ 와 $(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$ 모두 평탄도에 의하여 영향을 받고 있음을 보여주고 있다.

3.2 회귀식 검증

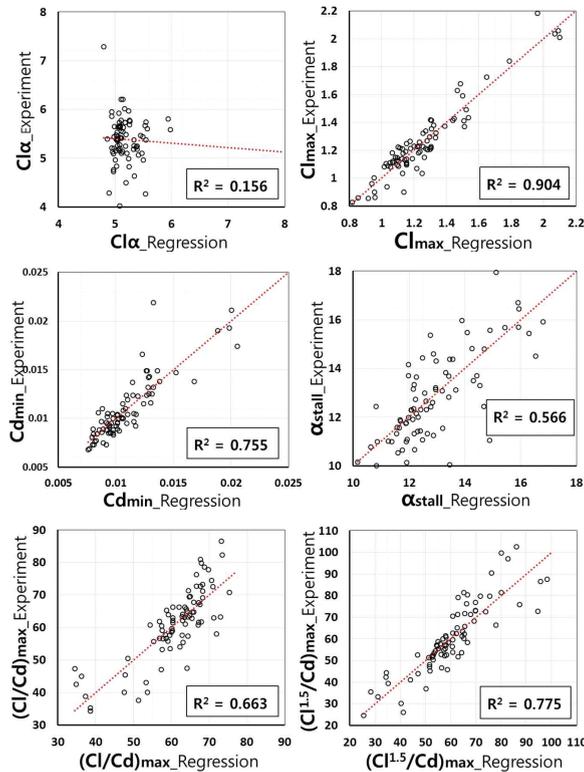
독립변수인 형상변수(x_k)값의 결정을 통하여 종속변수인 공력계수(Y)를 추정할 수 있는 다중선형회귀식의 도출을 진행하였고, 회귀계수(b_k)값과 회귀상수(b_0)값에 대한 분석 결과를 Table 5에 정리하였다. 아울러 다중선형회귀식의 적합성 검증을 위하여, 실험을 통하여 정의된[5-9] 78개 익형의 공력계수값과 도출된 회귀식을 이용한 공력계수 추정 결과 간의 비교를 Fig. 2에 제시하였다.

c_{l_0} 의 경우 선형분포를 따르지 않고 R^2 의 값이 0.156으로서 해당 회귀식의 적합성이 전반적으로 낮은 것으로 나타났다.

이는 대부분의 익형 c_{l_0} 값이 $5\sim 6 \text{ rad}^{-1}$ 범위에 집중되어 있어 정규분포를 따르지 않기 때문이다. 그러나 c_{l_0} 에 대한 형상변수의 유의성과 관련하여 형상변수 θ_{max} , $x\theta_{max}$, R_{LE} , LF 의 P 값이 $P=0.05$ 이하로 나타났다고, 또한 회귀식과 표준회귀계수(β_k)의 유의성은 별개의 개념이므로 Table 4에 제시된 c_{l_0} 에 대한 이들 형상변수의 영향력 분석 결과는 여전히 유효하다고 볼 수 있다. $c_{l_{max}}$ 은 R^2 값이 0.904으로서 비교적 높고, 낮은 $c_{l_{max}}$ 의 익형부터 $c_{l_{max}}=2.0$ 전후의 고양력 익형까지도 회귀식을 통한 $c_{l_{max}}$ 계산이 대체로 실험결과와 비교적 일치하고 있다. 아울러 $c_{d_{min}}$ 의 경우, 검토된 대부분 익형의 $c_{d_{min}}$ 은 0.015 이하에 분포하고 있고 R^2 는 0.755로서 통계적 계산결과가 실험치와 유사함을 볼 수 있다. α_{stall} 의 R^2 값은 0.556으로서 비교적 낮는데, 풍동시험시 실속현상이 완만하게 발생하는 익형의 경우, α_{stall} 을 결정할 때 오차 발생이 가능하고 이를 회귀분석의 입력 자료로 사용하면 형상요소들과 α_{stall} 간 상관관계 모델링의 정확도가 떨어지고, 따라서 회귀식의 적합성 역시 다소 낮아 질 수 있다고 판단된다.

Table 5 Regression Analysis Results for b_k, b_o

$x_k \backslash Y$	c_{l_0}	$c_{l_{max}}$	$c_{d_{min}}$
θ_{max}	0.07510	0.02571	0.00038
$x\theta_{max}$	-0.01769	-0.00481	-
cam_{max}	-	0.11081	0.00104
$x cam_{max}$	-	-	-
R_{LE}	-0.22778	-	-
Φ_{TE}	-	-	-
LF	0.00669	-	-0.00003
b_o	5.07482	0.78974	0.00576
$x_k \backslash Y$	α_{stall}	$(c_l/c_d)_{max}$	$(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$
θ_{max}	0.44309	-	1.59749
$x\theta_{max}$	-	-	-
cam_{max}	0.34366	2.11406	5.47563
$x cam_{max}$	0.02953	0.34237	0.27255
R_{LE}	-	-	-
Φ_{TE}	-	-	-
LF	-	0.11114	0.18537
b_o	6.19803	34.1581	4.18497

**Fig. 2** Comparison of Regression Analysis and the Experimental Data [5-9]

또한 $(c_l/c_d)_{max}$ 와 $(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$ 모두 60~70 범위에서

주로 선형 분포하고, R^2 값은 각각 0.663과 0.775로써 최장시간비행조건 $(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$ 에 대한 회귀분석값이 실험결과에 보다 근접함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 서로 상이한 형상적 특징을 가진 78개의 저 레이놀즈수 익형을 기반으로, 형상적 특징과 공력성능 간의 연관 관계를 다중선형회귀식 도출을 통한 통계적 방법으로 분석해 보았다. 분석결과 익형의 형상요소 중 최대두께(θ_{max})와 최대캠버(cam_{max})가 검토된 6가지의 공력계수 중 대부분에 영향력이 있고, 두께와 캠버의 영향을 모두 받는 공력계수 중 최대양력계수($c_{l_{max}}$)와 최소항력계수($c_{d_{min}}$)에는 캠버가, 실속반음각(α_{stall})에는 두께가 영향력이 큰 것으로 나타났다. 또한 층류박리버블의 증감과 관련 있는 익형 하면평탄도(LF) 역시 익형의 공력성능에 영향력이 있었다. 특히 하면평탄도가 증가하는 경우 양향비, 즉 $(c_l/c_d)_{max}$ 및 $(c_l^{1.5}/c_d)_{max}$ 가 증가하는 것으로 나타났다. 이와 같이 다중회귀분석을 이용하여 각 공력계수에 영향을 미치는 형상요소의 종류와 영향력 순위를 정리하여 상호 연관 관계를 보다 체계적으로 분석할 수 있었다.

아울러, 공력계수에 대한 실험결과와 통계적 계산값과의 비교를 통하여 회귀식을 검증해 본 결과, $c_{l_{max}}$ 에 대한 값이 실험치와 가장 유사하였고, 따라서 회귀식의 적합성이 가장 높았다. 정규분포를 따르지 않는 c_{l_0} 의 실험결과에 대한 회귀식의 적합성은 비교적 낮았으나, 나머지 공력계수의 경우는 대체로 실험결과와 근접한 결과를 보여 주었다.

본 연구에서는 저 레이놀즈수 익형의 공력성능에 영향을 미치는 형상적 특징을 독립변수로 가정하여 검토하였는데, 만약 익형의 형상변수들이 서로 상관관계를 가지고 있다면 다수의 형상변수의 복합적인 영향이 익형의 공력 성능에 작용할 수도 있다. 따라서 요인분석(factor analysis) 혹은 구조방정식 모델링분석(structural equation modeling) 등의 통계기법을 추가 활용한다면, 익형의 형상과 성능 간의 연관관계에 대하여 보다 면밀한 분석이 가능할 것으로 기대된다.

참고 문헌

- [1] B. H. Carmichael, Low Reynolds number airfoil survey, vol. 1, NASA Contract Report, NASA-CR-165803-VOL-1, 1981.
- [2] M. Drela and H. Youngren, XFOIL 6.95 User Guide, tech. rep., MIT Computational Aerospace Sciences Laboratory. Cambridge, USA, 2001.
- [3] H. S. Han, J. H. Park, N. W. Lee, and C. H. Han, “Static Aerodynamics-Structure Coupling Analysis of a 3D Flexible Wing Flying at Low Speed,” Journal of The Society for Aerospace System Engineering, vol. 9, no. 2, pp. 1-6, 2015.
- [4] J. H. Park, Y. S. Kim, and C. H. Han, “Study of Longitudinal Stability and Elevator Control of a Human Powered Aircraft, TORUK MAKTO I,” Journal of The Society for Aerospace System Engineering, vol. 9, no. 3, pp. 12-16, 2015.
- [5] M. S. Selig, J. J. Guglielmo, A. P. Broeren, and P. Giguère, Summary of Low-Speed Airfoil Data, Vol. 1, SoarTech Publications, Virginia Beach, Virginia, USA, 1995.
- [6] M. S. Selig, C. A. Lyon, P. Giguère, C. N. Ninham, and J. J. Guglielmo, Summary of Low-Speed Airfoil Data, Vol. 2, SoarTech Publications, Virginia Beach, Virginia, USA, 1996.
- [7] C. A. Lyon, A. P. Broeren, P. Giguère, A. Gopalarathnam, and M. S. Selig, Summary of Low-Speed Airfoil Data, Vol. 3, SoarTech Publications, Virginia Beach, Virginia, USA, 1998.
- [8] M. S. Selig and B. D. McGranahan, “Wind Tunnel Aerodynamic Tests of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines,” National Renewable Energy Laboratory Subcontractor Report, NREL/SR-500-34515, 2004.
- [9] G. A. Williamson, B. D. McGranahan, B. A. Broughton, R. W. Deters, J. B. Brandt, and M. S. Selig, Summary of Low-Speed Airfoil Data, Vol. 5, SoarTech Publications, Virginia Beach, Virginia, USA, 2012.
- [10] W. Navidi, Statistics for Engineers and Scientists, 3rd edition, McGraw-Hill Inc., New York, USA, 2011.
- [11] IBM SPSS Regression 21, IBM Corp.
- [12] I. H. Abbott and A. E. Von-Doenhoff, Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data, Dover, New York, USA, 1959.

저자 소개



진원진

2009년 Univ. of Kansas 항공우주공학과 박사. 한국항공우주연구원 및 대한항공 항공기술연구원 선임연구원. 2013년~현재 극동대학교 항공정비학과 조교수. 관심분야는 전산유체역학 및 항공기설계