

# 도착 및 이탈시점을 이용한 다중서버 대기행렬 추론

박진수<sup>†</sup>

## An Inference Method of a Multi-server Queue using Arrival and Departure Times

Jinsoo Park<sup>†</sup>

### ABSTRACT

This paper presents inference methods for inner operations of a multi-server queue when historical data are limited or system observation is restricted. In a queueing system analysis, autocorrelated arrival and service processes increase the complexity of modeling. Accordingly, numerous analysis methods have been developed. In this paper, we introduce an inference method for specific situations when external observations exhibit autocorrelated structure and observations of internal operations are difficult. We release an assumption of the previous method and provide lemma and theorem to guarantee the correctness of our proposed inference method. Using only external observations, our proposed method deduces the internal operation of a multi-server queue via non-parametric approach even when the service times are autocorrelated. The main internal inference measures are waiting times and service times of respective customers. We provide some numerical results to verify that our method performs as intended.

**Key words** : Multi-server Queue, Autocorrelated Service, Queue Inference, Waiting Time; Service Time

### 요약

본 연구는 다중서버 대기행렬시스템의 관측이 제한되어 있는 경우에 시스템 내부 행태를 추론하는 데에 그 목적이 있다. 대기행렬시스템 분석에 있어 도착 및 서비스시간에 자기상관성이 존재하면 이론적으로 모형화하기가 매우 복잡하고 어렵다. 이에 따라 다양한 분석 기법 및 확률과정 모형들이 개발되었다. 본 논문에서는 외부 관측치에 존재하는 자기상관성과 내부 행태를 관측하기 어려운 경우에 대한 추론 방법을 소개한다. 선행연구의 가정을 완화하여 추론 방법을 제시하고 그에 대한 보조정리 및 정리를 제시한다. 제시된 비모수적 방법을 적용하면 서비스시간에 자기상관성이 존재하더라도 외부 관측치만을 사용하여 다중서버 대기행렬의 내부 행태를 추론할 수 있다. 주요 내부 추론 결과로는 대기시간과 서비스시간을 사용하였다. 또한 제시된 방법의 타당성 검증을 위해 실험 결과를 제시하였다.

**주요어** : 다중서버 대기행렬, 자기상관적 서비스, 대기행렬 추론, 대기시간, 서비스시간

## 1. 서론

최근 대기행렬시스템 모형이 다양화됨에 따라 모형 분석 방법이 점점 복잡해지고 있다. 특히 대기행렬시스템의

도착 및 서비스시간이 자기상관성을 갖는 상황이 빈번하게 발생함에 따라 마코프 도착과정(MAP, Markovian arrival process)<sup>[8]</sup>과 같은 다양한 확률 모형이 개발되어 왔다. 또한 인터넷 트래픽과 같이 자기유사성(self-similarity)이 내포된 데이터의 분석에는 확산과정 근사방법(diffusion process approximation)이 적용된 선행 연구가 있다<sup>[7, 12]</sup>. 그러나 이러한 해석적 모형은 대기행렬시스템에 적용하여 원하는 성능척도를 구하기 어려울 뿐만 아니라 실제 시스템에 적용함에 있어서도 여러 가지 제약이 따른다. 이러한 제약 극복을 위해 Larson의 대기행

**Received:** 20 August 2016, **Revised:** 29 August 2016,  
**Accepted:** 1 September 2016

**† Corresponding Author:** Jinsoo Park  
E-mail: jsf001@yongin.ac.kr  
Department of Management Information Systems,  
Yong In University, Yongin.

렬 추론 엔진(QIE, queue inference engine)<sup>[4,6]</sup>을 필두로 다양한 대기행렬 추론 방법이 대안으로 제안되었다. Baccelli *et al.*<sup>[2]</sup>은 기존에 연구되었던 대부분의 추론연구들을 통합하여 발표하였으며 최근에는 베이시안 추론(Bayesian inference) 방법<sup>[10, 11]</sup>과 최대공산(maximum likelihood)<sup>[11]</sup>을 이용한 방법도 연구된 바 있다. 그러나 이러한 방법들은 대부분 분포적 특성을 가정한 모수적 접근 방법(parametric approach)들이다. 따라서 실제 시스템에 적용하기에는 한계점들이 다소 존재한다. 본 논문에서는 이러한 한계 상황을 극복하기 위해 비모수적 접근 방법(non-parametric approach)을 통한 추론을 소개한다.

본 논문은 2011년 발표된 Park *et al.*<sup>[9]</sup> 연구의 확장으로서 외부 관측치인 도착 및 이탈시점을 이용하여 대기행렬시스템의 내부 관측치인 대기시간과 서비스시간을 추론하는 데 그 목적이 있다. 본 연구의 선행연구인 Park *et al.*<sup>[9]</sup>의 연구는 기본적으로 서비스시간의 독립성을 가정하고 출발한다. 그러나 인터넷과 같이 도착 및 서비스 과정이 복잡한 시스템에서는 서비스시간의 독립성이 보장되지 않는 경우가 많다. 따라서 본 연구에서는 서비스시간의 독립가정을 양의 자기상관성을 갖는 서비스시간으로 확장한다.

서버의 수를 아는 경우에 대한 추론은 선행연구의 결과를 그대로 사용 가능하며 서버의 수를 모르는 경우도 마찬가지로 Park *et al.*<sup>[9]</sup>의 결과를 그대로 사용할 수 있다. 그러나 서버수를 모르는 경우의 추론 방법인 최적화 문제가 정확한 해를 도출할 수 있는 지는 확신할 수 없다. 따라서 이에 대한 보조정리와 정리를 추가 개발하고 이를 증명한다. 또한 제시된 추론 방법의 타당성과 보조정리, 정리의 적용 가능성을 확인하기 위해 가상의 대기행렬시스템을 구성하여 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 이용하여 추론을 수행한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저 2장에서는 본 연구의 선행연구에서 제안된 방법에 대해 상세히 분석하고 고찰한다. 3장에서는 선행연구의 가정 완화와 이에 필요한 보조정리 및 정리를 제시하고 증명한다. 4장에서는 가상으로 구성된 시스템에 대해 시뮬레이션을 수행하여 외부 관측치를 생성하고 본 연구에서 제안하는 추론 방법을 적용한다. 이로부터 제시된 보조정리 및 정리에 대한 재검증을 수행한다. 5장에서는 본 연구의 결론 및 추후 연구 과제를 제안한다.

## 2. 선행연구 고찰

### 2.1 시스템 정의 및 가정

본 절에서는 선행연구인 Park *et al.*<sup>[9]</sup>의 결과를 상세히 고찰한다. 선행연구에서 분석된 대기행렬시스템은 선입선출(FIFO, first in first out) 또는 후입선출(LIFO, last in first out) 대기정책을 갖는  $GII/G/c$  대기행렬시스템이다. 관측은 초기(empty & idle) 상태에서 시작하며 도착과 이탈의 두 외부 관측만 가능하다. 선행연구의 유일한 가정은 서비스시간의 독립성이다. 이는 제시된 정리 및 그 증명을 위해 사용되며, Park *et al.*<sup>[9]</sup>의 연구결과에 상세히 기술되어 있다.

$GII/G/c$  대기행렬시스템 추론을 위해서 먼저 다음과 같은 관측치 및 추론항목을 정의한다.

- $c$  : 서버의 수
- $N$  : 총 고객수
- $A_i$  : 고객  $i$ 의 도착시점
- $D_i$  : 고객  $i$ 의 이탈시점
- $D_{(i)}$  :  $i$ 번째 이탈시점 ( $D_i$ 의 순서통계량)
- $B_i$  : 고객  $i$ 의 서비스 시작시간
- $Q_i$  : 고객  $i$ 의 대기시간
- $S_i$  : 고객  $i$ 의 서비스시간
- $T_i$  : 고객  $i$ 의 시스템 체재시간

여기서  $N, A_i, D_i, D_{(i)}, T_i$ 의 값들은 관측가능하거나 관측 결과로부터 도출 가능한 항목들이다.  $Q_i$ 와  $S_i$ 는 관측 불가능하지만  $B_i$ 를 추론할 경우 모두 유도 가능한 항목이다.  $c$ 의 값을 모르는 경우 이를 찾아내는 것이 본 추론의 최종 목표이다.

### 2.2 추론 방법 및 모형

앞서 언급한 바와 같이  $B_i$ 만 정확히 추론되면 다음과 같은 식에 의해  $Q_i$ 와  $S_i$ 의 도출이 가능하다.

$$Q_i = B_i - A_i \tag{1}$$

$$S_i = D_i - B_i \tag{2}$$

$B_i$ 를 도출하기 위해서는 시스템의 특성을 파악해야 하는데 선입선출과 후입선출의 경우 각각 그 추론방법이 다르다. 그러나 서버의 수를 아는 경우는 간단한 수식에

의해  $B_i$ 의 추론이 가능하다.

선입선출 대기행렬시스템의 경우 다음과 같은 간단한 식에 의해  $B_i$ 를 유도할 수 있으며 Hall<sup>[3]</sup>에 의해 이미 소개된 바 있다.

$$B_i = \begin{cases} A_i, & (i \leq c) \\ \max\{A_i, D_{(i-c)}\}, & (i > c) \end{cases} \quad (3)$$

후입선출 시스템의 경우 나중에 도착한 고객이 먼저 서비스를 시작하므로 선입선출의 경우와 같이 단순한 식으로는 서비스 시작시점의 도출이 어렵다. 따라서 다음과 같은 항목을 먼저 정의해야 한다.

- $N_i^A$  : 고객  $i$  도착시점의 시스템 고객수
- $N_i^D$  : 고객  $i$  이탈시점의 시스템 고객수
- $D^1(n,t)$ : 시점  $t$  이후  $N_i^D = n$ 인 이탈시점

이를 이용하면  $B_i$ 를 다음과 같이 추론할 수 있다.

$$B_i = \begin{cases} A_i, & (N_i^A < c) \\ D^1(N_i^A, A_i), & (N_i^A \geq c) \end{cases} \quad (4)$$

서버의 수를 모르는 경우 그 수를 정확히 추론하면  $B_i$ 들은 식 (3) 또는 (4)에 의해 자동적으로 도출된다. 따라서 다음과 같은 목적함수를 갖는 최적화식의 해인  $\hat{c}$ 을 구하면 자동적으로  $B_i$  및  $Q_i, S_i$ 가 도출된다.

$$\text{Minimize}_{\hat{c}} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{S}_i - \bar{S})^2 \quad (5)$$

이에 대한 공통 제약조건은 다음의 (6), (7), (8)과 같다.

$$s.t. \quad \hat{S}_i = D_i - \hat{B}_i \quad (6)$$

$$\hat{S}_i > 0 \quad (7)$$

$$\hat{c}: \text{integer} \quad (8)$$

여기서  $\hat{B}_i$ 와  $\hat{S}_i$ 는 서버수가  $\hat{c}$ 라는 조건하에서 각각  $B_i$ 와  $S_i$ 의 추정치이다. 식 (6)에 사용된  $\hat{B}_i$ 는 선입선출의 경우 식 (3)에 대응하여 다음 식 (9)와 같은 제약조건 식으로 표현된다.

$$\hat{B}_i = \begin{cases} A_i, & (i \leq \hat{c}) \\ \max\{A_i, D_{(i-\hat{c})}\}, & (i > \hat{c}) \end{cases} \quad (9)$$

후입선출의 경우는 식 (4)에 대응하여 다음의 제약조건 (10)으로 표현된다.

$$\hat{B}_i = \begin{cases} A_i, & (N_i^A < \hat{c}) \\ D^1(N_i^A, A_i), & (N_i^A \geq \hat{c}) \end{cases} \quad (10)$$

최적의  $\hat{c}$  값을 찾기 위한 가장 간단한 방법은 1부터  $N$ 까지의 값을 차례로 대입하는 격자탐색법(grid search)을 사용하는 것이다.

### 3. 대상 시스템의 확장

본 절에서는 선행연구의 한계를 극복하기 위해 보조정리 및 정리를 제시하고 증명한다. 선행연구의 한계점은 서비스시간의 독립성이다. 따라서 본 절에서는 서비스시간이 양의 자기상관적 특성을 갖는 경우로 확장한다. 먼저 서버의 수를 아는 경우는 서비스시간이 자기상관성을 갖더라도 식 (3)과 (4)를 그대로 사용할 수 있다는 것을 직관적으로 알 수 있다. 또한 식 (5)부터 (10)으로 구성된 최적화 문제는 서버의 수를 모르는 경우에 대한 추론에 그대로 적용할 수 있다는 것이 본 연구의 핵심이다. 이를 입증하기 위해 먼저 다음과 같은 보조정리를 제시한다.

**보조정리 1.** 식 (5)부터 (9)로 구성된 선입선출 시스템의 최적화 문제에서  $\hat{c}$ 가 과소 추정된 경우를 가정하자. 만일  $\hat{c}$ 가 과소 추정되면 ( $\hat{c} < c$ ) 관측치의 수  $N$ 의 값이 커질수록 ( $N \rightarrow \infty$ ) 식 (5)의 목적함수가 비가시해 (infeasible solution)를 갖게 된다.

**증명.** 서버수  $\hat{c}$ 이 과소 추정되면 즉, 양의 정수  $k$ 에 대해  $\hat{c} = c - k$ 이면  $\hat{S}_i$ 는 (9)에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{S}_i = D_i - \max\{A_i, D_{(i-c+k)}\}, \quad (i > c - k) \quad (11)$$

식 (11)은 상황에 따라 다음의 두 경우로 분기한다.

$$1) A_i < D_{(i-c+k)} \rightarrow \hat{S}_i = D_i - D_{(i-c+k)}$$

$$2) A_i > D_{(i-c+k)} \rightarrow \hat{S}_i = D_i - A_i$$

과소 추정 시 가시해가 존재하기 위해서는 모든  $i$ 에 대해  $D_i$ 가  $D_{(i-c+k)}$ 보다 커야만 한다. 그러나 서비스시간의 자기상관적 특성은 그 분산을 증가시키고 분산의 증가는  $D_{(i-c+k)} < D_i$ 의 가능성을 내포한다. 즉  $N$ 이 무한히 증가하면 확률 1로  $D_{(i-c+k)} < D_i$ 의 상황이 발생하여 제약조건 (7)을 위반한다. 따라서 보조정리 1이 성립한다. □

보조정리 1에 의하면 관측치의 수가 일정량을 초과하면 과소 추정 시 항상 비가시해가 존재한다. 또한 다음의 정리 1은 제시된 최적화 문제의 해가 정확한 서버수를 찾는다는 것을 보장할 수 있다.

**정리 1.** 관측치의 수  $N$ 의 값이 커질수록 ( $N \rightarrow \infty$ ) 선입선출 시스템의 최적화 문제 (5)부터 (9)는 유일 해인  $\hat{c} = c$ 를 갖는다.

**증명.** 서버의 수  $\hat{c}$ 가 과소 추정되면 보조정리 1에 의해 비가시해가 도출된다. 따라서 과다 추정된 경우에 대해서만 증명하면 된다.

서버의 수  $\hat{c}$ 가 과다 추정된 경우, 즉 양의 정수  $k$ 에 대해  $\hat{c} = c + k$ 이면 서비스 시작시간  $\hat{S}_i$ 는 식 (11)과 유사하게 다음과 같이 유도된다.

$$\hat{S}_i = D_i - \max\{A_i, D_{(i-c-k)}\}, \quad (i > c+k) \quad (12)$$

식 (12)의 경우 항상 가시해가 존재하기 때문에 가능한 상황을 고려해 보자. 먼저 (12)로부터  $\hat{S}_i$ 의 참값  $S_i$ 와의 관계를 다음의 식 (13)과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{S}_i = \begin{cases} D_i - \max\{A_i, D_{(i-c)}\} \\ + [\max\{A_i, D_{(i-c)}\} - \max\{A_i, D_{(i-c-k)}\}] \end{cases} \quad (13)$$

식 (13)은 다음의 세 가지 상황에 따라 분기된다.

- 1)  $A_i < D_{(i-c-k)} < D_{(i-c)}$   
 $\rightarrow \hat{S}_i = S_i + [D_{(i-c)} - D_{(i-c-k)}]$
- 2)  $D_{(i-c-k)} < A_i < D_{(i-c)} \rightarrow \hat{S}_i = S_i + [D_{(i-c)} - A_i]$
- 3)  $D_{(i-c-k)} < D_{(i-c)} < A_i \rightarrow \hat{S}_i = S_i$

이 세 가지 상황을 종합하여 참값  $S_i$ 와의 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{S}_i = S_i + \Delta_i, \quad (\Delta_i \geq 0) \quad (13)$$

만일 서비스시간이 양의 자기상관성을 갖는다면  $\hat{S}_i$ 의 분산이  $S_i$ 의 분산보다 큰 것은 자명하다. 즉 서버의 수를 과다 추정하면 (5)의 목적함수는 그 값이 증가한다.

보조정리 1과 과다 추정시의 상황을 종합하면 (5)의 목적함수는  $\hat{c}$ 의 참값  $c$ 에서 ( $\hat{c} = c$ ) 유일한 최솟값을 갖는다. □

보조정리 1과 정리 1은 선입선출 시스템의 문제에서만 만 아니라 후입선출 시스템 문제에도 그대로 적용이 가능하다. 물론 선입선출에서와 동일한 과정을 이용하면 그 증명도 가능하다. 따라서 본 논문에서는 후입선출에 대한 정리 및 증명을 생략한다. 해를 도출하는 과정은 선행연구에서와 마찬가지로 격자탐색법을 이용하는 방법이 가장 단순하면서도 확실한 방법이라 할 수 있겠다.

본 연구에서 제안된 보조정리 1과 정리 1은 “관측치의 수가 증가할수록”이라는 단서가 달려 있다. 이는 실제 관측치를 이용하여 추론을 수행할 경우 관측치의 수가 적으면 실패할 가능성이 있음을 내포한다. 따라서 본 논문에서는 가상의 시스템을 구성하고 시뮬레이션 수행결과를 이용하여 실험을 통해 보조정리 1과 정리 1이 어느 정도 수준의 관측치 수에서 적용 가능인지 검토해 보도록 한다.

## 4. 실험 결과 및 분석

### 4.1 시스템 구성

본 절에서는 제안된 방법 및 보조정리, 정리의 타당성을 재검증하기 위해 실제 자료를 이용하여 실험을 수행한다. 먼저 다양한 가상의 시스템을 구성하여 시뮬레이션을 수행하고 외부 관측치를 구한다. 다음으로 시뮬레이션으로부터 얻은 데이터에 제시된 추론방법을 적용해 보도록 한다. 자기상관성이 존재하는 확률과정으로는 MAP과 자기회귀(AR, autoregressive) 과정을 수정하여 사용한다.

대기행렬시스템의 도착율을 단위시간당 1로 고정하기 위해 다음과 같은 모수 행렬을 갖는 MAP을 사용한다.

**Table 1.** Service processes used in simulation

$c$	process	parameters
5	MSP	$C_S = 2C/9, D_S = 2D/9$
	MAR	$Y_t =  z_t/0.4062 $
10	MSP	$C_S = C/9, D_S = D/9$
	MAR	$Y_t =  z_t/0.4062 $

$$C = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.1 \\ 1.5 & -16.9 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & 15.3 \end{pmatrix}$$

도착율 1의 수정된 AR (MAR, modified AR) 과정은 다음과 같이 정의한다.

$$X_t = |z_t/1.82|$$

여기서  $\{z_t\}$ 는 순수 AR(1) 과정으로 다음과 같은 식에 의해 정의된다.

$$z_t = 0.9z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

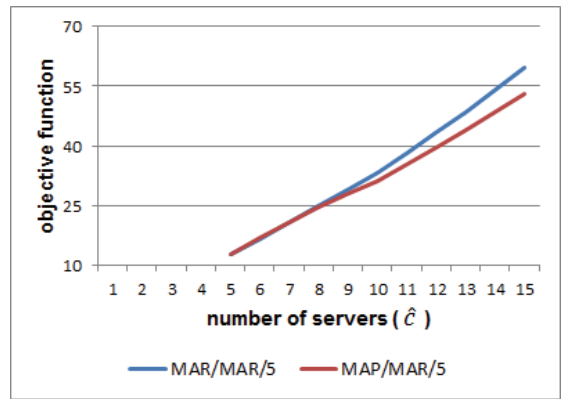
서비스의 경우 서버의 수가 5개인 경우와 10개인 경우로 구분하고 제공로드 (workload, i.e., traffic intensity) 값을 0.9로 고정한다. 서비스과정은 MAP과 동일한 과정인 마코프 서비스과정(MSP, Markovian service process)과 MAR 과정으로 구성한다. 각 서버수에 대한 확률과정 및 모수는 Table 1과 같이 정의한다. Table 1에 사용된  $C, D, z_t$ 는 도착과정에서 사용된 항목들을 지칭한다.

앞서 제시한 도착과정과 서비스과정, 서버의 수, 그리고 대기정책을 조합하면 총 16개의 대기행렬시스템이 구성된다. 각 시스템의 시뮬레이션 결과로부터 도착 및 이탈시점 1,000 쌍(pairs)을 관측하여 본 논문에 제시된 방법론을 적용, 추론을 시도한다. 또한 보조정리 1과 정리 1이 어느 정도의 관측 수준에서 적용 가능한지 알아보기 위해 입력 관측치 수를 변경하면서 해를 도출해 본다.

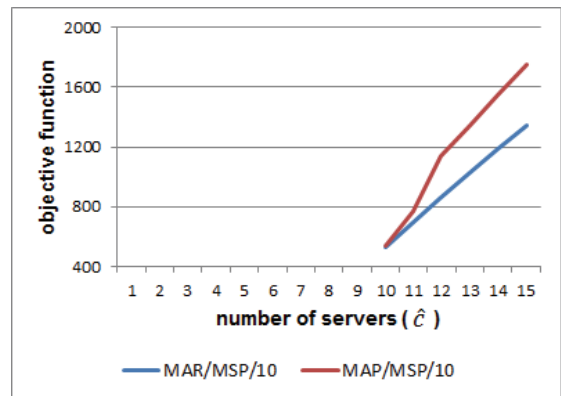
#### 4.2 적용 결과

먼저 서버의 수를 아는 경우에 대한 결과는 선행연구에서와 마찬가지로 정확한 추론 값을 도출하기 때문에 본 결과에서 제외한다. 다음으로 서버의 수를 모르는 경우에 대해 1,000 쌍의 관측치를 이용, 최적화 문제를 해결한 결과 모든 시스템에 대해 올바른 해를 얻을 수 있다.

대표적인 결과를 그림으로 제시해 보면 Fig. 1, Fig. 2와 같다. 두 그래프는 서버수의 변화에 따라 식 (5)에 제시된 목적함수 평가 값의 행태를 보여준다. 값이 표현되지 않은 부분은 해당 서버수에서 보조정리 1의 제약조건이 위배되는 비가시해임을 나타낸다. 또한 Fig. 1은 선입선출 시스템 추론 결과를, Fig. 2는 후입선출 시스템의 결과를 보여준다. Fig. 1과 Fig. 2에서 보는 바와 같이 선입선출과 후입선출 시스템 모두에 대해 1,000 쌍의 관측치는 보조정리 1과 정리 1을 만족시킨다. 두 그림에 표시되지 않은 시스템들도 모두 대동소이한 결과를 보이므로 생략하도록 한다.



**Fig. 1.** Behavior of objective function for FIFO systems



**Fig. 2.** Behavior of objective function for LIFO systems

보조정리 1과 정리 1이 어느 정도 수준의 관측 수에서 적용 가능한지 확인하기 위한 실험결과는 Table 2와 같다. Table 2는 관측치 쌍의 수를 10개씩 증가시키면서 최초로 정확한 해를 찾는 관측치 수를 나타낸 것이다.

**Table 2.** Minimum number of observations finding the exact solutions

arrival	service	MAR		MSP	
	$c$	5	10	5	10
MAR	FIFO	30	70	110	160
	LIFO	30	60	120	160
MAP	FIFO	50	50	100	170
	LIFO	20	50	100	140

Table 2에서 보는 바와 같이 제시된 추론 방법은 비교적 적은 수의 관측치로 정확한 서버의 수를 찾는다. 본 논문에 제시된 16개 시스템 이외에도 다양한 시스템을 구성하여 실험해 보면 제시된 추론 방법이 비교적 적은 수의 관측치를 이용하더라도 올바른 해를 도출함을 확인할 수 있다. 따라서 본 논문에 제시된 보조정리 및 정리는 관측치 수  $N$ 의 값이 적정 수준만 되면 적용 가능하다고 판단된다. 또한 본 논문에 제시된 방법이 올바른 추론 결과를 도출함을 다시 한 번 확인할 수 있다.

## 5. 결론 및 추후연구과제

본 논문은 기존의 선행연구<sup>[9]</sup>에 대한 확장연구로서 선입선출 및 후입선출의 대기정책을 갖는 다중서버 대기행렬시스템 추론을 시도하였다. 고객의 도착시점과 이탈시점을 알면 이로부터 서비스 시작시점을 추론하여 대기시간과 서비스시간을 유도할 수 있다. 또한 서버의 수를 모르는 경우에는 제한한 최적화식을 이용하여 이를 추론할 수 있다. 본 연구는 선행연구의 기본 가정인 서비스시간의 독립가정을 완화하여 양의 자기상관적 서비스과정으로 확장하였으며 보조정리 및 정리를 이용하여 제시된 최적화식이 정확한 해를 찾을 수 있다는 결론을 도출하였다. 또한 실험적 방법을 통해서 본 연구의 타당성을 다시 한 번 검증하였다.

본 논문은 양의 자기상관적 특성을 갖는 서비스시간에 대한 보조정리, 정리를 개발하고 이를 증명하였지만 보다 일반화된 결론을 도출하기 위해서는 음의 자기상관적 특성을 갖는 경우까지 확장되어야 한다. 음의 자기상관관계를 갖는 경우 정리 1의 증명이 어려워지기 때문에 실제 서버수를 찾을 수 있는 새로운 목적함수를 개발해야 할 것이다. 또한 본 연구는 관측 자료를 쌍으로 이용하지만 실제로 관측을 수행할 경우 쌍으로 얻을 수 없는 경우도 많다. 따라서 자료가 쌍이 아닌 단순한 순서로 관측된 경우에 대한 추론 방법의 개발도 가치 있는 연구가 될 것이

라 판단된다.

## References

1. S. K. Acharya, S. V. Rodríguez-Sánchez, C. E. Villarreal- Rodríguez (2013), "Maximum likelihood estimates in an M/M/c queue with heterogeneous servers, International Journal of Mathematics in Operational Research, Vol. 5, No. 4, pp. 537-549.
2. F. Baccelli, B. Kaumann, D. Veitch (2009), "Inverse problems in queueing theory and internet probing", Queueing Systems, Vol. 63 No.1-4, pp. 59-107.
3. R. W. Hall, Queueing methods for services and manufacturing, NJ: Prentice-Hall, 1990.
4. R. C. Larson (1990), "The queue inference engine: Deducing queue statistics from transactional data", Management Science, Vol. 36, No. 5, pp. 586-601.
5. R. C. Larson (1991), "The queue inference engine: Addendum, Management Science", Vol. 37, No. 8, pp. 1062.
6. R. C. Larson (2013), "Queue inference engine, in: Encyclopedia of Operations Research and Management Science", Springer, pp. 1228-1234.
7. S. Lu, F. J. Molz, H. H. Liu (2003), "An efficient, three-dimensional, anisotropic, fractional brownian motion and truncated fractional levy motion simulation algorithm based on successive random additions, Computers & geosciences, Vol. 29, No. 1, pp. 15-25.
8. D. M. Lucantoni, K. S. Meier-Hellstern, M. F. Neuts (1990), "A single-server queue with server vacations and a class of non-renewal arrival processes", Advances in Applied Probability, pp. 676-705.
9. J. Park, Y. B. Kim, T. R. Willemain (2011), "Analysis of an unobservable queue using arrival and departure times", Computers & Industrial Engineering, Vol. 61, No. 3, pp. 842-847.
10. P. R. Savariappan, P. Chandrasekhar, A. Jose (2012), "Bayesian inference for an impatient M/M/1 queue with balking", Journal of Applied Statistical Science, pp. 317.

11. A. Y. Shestopaloff, R. M. Neal (2014), “On bayesian inference for the M/G/1 queue with efficient MCMC sampling”, arXiv preprint arXiv:1401.5548.
12. M. S. Taqqu (2003), “Fractional brownian motion and long-range dependence”, Theory and applications of long-range dependence, pp. 5-38.



**박진수** (jsf001@yongin.ac.kr)

1998 성균관대학교 산업공학과 학사  
2000 성균관대학교 산업공학과 석사  
2008 성균관대학교 산업공학과 박사  
2008~2012 성균관대학교 시스템경영공학과 박사후연구원  
2013~현재 용인대학교 경영정보학과 조교수

관심분야 : 시뮬레이션 방법론, 대기행렬시스템 분석, 시계열 예측