

동일 평면상에서 연성된 Mindlin 판 구조물의 에너지흐름유한요소해석

박영호
창원대학교 조선해양공학과

Energy Flow Finite Element Analysis(EFFEA) of Coplanar Coupled Mindlin Plates

Young-Ho Park
Naval Architecture and Marine Engineering, Changwon National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Energy flow analysis(EFA) is a representative method that can predict the statistical energetics of structures at high frequencies. Generally, as the frequency increases, the shear distortion and rotatory inertia effects in the out-of-plane motion of beams or plates become important. Therefore, to predict the out-of-plane energetics of coupled structures in the high frequency range, the energy flow analyses of Timoshenko beam and Mindlin plate are required. Unlike the energy flow model of Kirchhoff plate, the energy flow model of Mindlin plate is composed of three kinds of energy governing equations(out-of-plane shear wave, bending dominant flexural wave, and shear dominant flexural wave). This paper performed the energy flow finite element analysis(EFFEA) of coplanar coupled Mindlin plates. For EFFEA of coplanar coupled Mindlin plates, the energy flow finite element formulation of out-of-plane energetics in the Mindlin plate was performed. The general EFFEA program was implemented by MATLAB® language. For the verification of EFFEA of Mindlin plate, the various numerical applications were done successfully.

Keywords : Energy flow analysis(EFA, 에너지흐름해석법), Mindlin plate theory(MPT, Mindlin 판 이론), Energy flow finite element analysis(EFFEA, 에너지흐름유한요소해석), Inertia rotatory effect(회전관성효과), Shear distortion effect(전단변형효과), Wave transmission analysis(WTA, 파동전달해석), High frequencies(고주파수 대역), Statistical energy analysis(SEA, 통계적에너지해석법)

1. 서론

에너지흐름해석법(EFA, Energy flow analysis)은 최근 통계적인 접근 방법이 고주파수 대역에서 구조물의 진동소음 응답 예측에 합리적인 기법으로 인지되고 있는 상황에서 하부시스템 내의 국부적인 재진처리를 할 수 없고 하부시스템 정의 방법에 따라 해석결과가 일관성이 부족해 질 수 있는 통계적에너지해석법(SEA, Statistical energy analysis)의 단점을 보완할 수 있는 대안으로 제시되고 있는 해석 기법이다.

에너지흐름해석법은 초기 Belov 등은 구조물의 진동에너지가 열에너지처럼 흐른다고 가정하여 제안되었고 (Belov, et al., 1977), 그 이후 여러 연구들에 의해 가장 기본적인 구조요소인 막(membrane)의 횡진동(out-of-plane vibration), 봉(rod)의 종

진동(longitudinal vibration) 및 비틀림진동(torsional vibration), Euler 보(beam)와 Kirchhoff 판(plate)의 굽힘진동(flexural vibration) 대한 열전도 방정식 형태의 에너지지배방정식이 유도되었다 (Wohlever & Bernhard, 1992; Bouthier & Bernhard, 1995). 그 이후에는 구조요소에 대한 에너지지배방정식 유도뿐만 아니라 연성 구조물의 에너지흐름해석을 위해 각 구조요소 간의 파동전달해석(WTA, wave transmission analysis)과 다양한 구조요소가 연성된 경우에 대한 에너지흐름해석이 수행되고 있다 (Cho, 1993; Park, 2013; Seo, et al., 2002).

또한 일반적인 복합구조물의 에너지흐름해석을 위해 기 유도된 구조요소 에너지지배방정식에 유한요소기법(FEM, finite element method)과 경계요소기법(BEM, boundary element method) 같은 수치기법(numerical technique)을 적용하여 임의의 형상의 복합구조물에 대한 에너지흐름해석을 가능하게 할 수

있는 에너지흐름유한요소해석(EFFEA, energy flow finite element analysis)과 에너지흐름경계요소해석(EFBEA, energy flow boundary element analysis)이 연구되고 있다 (Cho, 1993; Lee, 2006).

최근에는 고주파수 대역의 구조요소의 면외진동(out-of-plane vibration)에서 중요해지는 회전관성효과(inertia rotatory effect)와 전단변형효과(shear distortion effect)를 반영하고 임계주파수와 상관없이 일반적인 형태의 진동 에너지흐름해석법을 완성하고자 Timoshenko 보와 Mindlin 판의 면외진동 파동에 대한 에너지흐름해석 모델이 개발되었다 (Park & Hong, 2006a; 2006b; 2008). 또한 연성구조물로 확장을 위해 Park은 동일평면상에서 연성된 Mindlin 평판구조물의 에너지흐름해석이 수행되었다 (Park, 2015).

본 논문은 고주파수 대역에서 복합구조물의 진동에너지 예측 정확성을 높이기 위해 Mindlin 판의 면외진동에 대한 에너지흐름 유한요소해석이 수행되었으며 이를 위해 에너지지배방정식에 유한요소기법을 도입하여 정식화하고 유한요소수치해석 결과와 에너지지배방정식의 해석해와 비교하였다.

2. Mindlin 판의 에너지흐름모델

Park (2008)은 Mindlin 평판과 Timoshenko 보의 면외진동에 대해 고주파수 대역에서 중요한 회전관성효과와 전단변형효과를 반영할 수 있는 일반적인 형태의 에너지흐름모델을 유도하였다 (Park & Hong, 2008). 식 (1)은 Mindlin 판의 에너지지배방정식을 나타낸다.

$$\frac{c_{g,m}^2}{\eta\omega} \left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \langle e_m \rangle + \eta\omega \langle e_m \rangle = \Pi_{in,m} \quad (1)$$

($m = OPSW, BDFW, SDFW$)

여기서, OPSW, BDFW, SDFW는 각각 면외전단파(OPSW, out-of-plane shear wave), 굽힘우세휨파(BDFW, bending dominant flexural wave), 전단우세휨파(SDFW, shear dominant flexural wave)를 의미하고 η 는 이력구조감쇠계수, ω 는 가진 각 주파수, $\langle e \rangle$, Π_{in} 와 $c_{g,i}$ 는 각 파동의 시공간 평균된 에너지밀도, 입력파워와 균속도로 균속도는 식 (2)-(4)와 같이 표현될 수 있다. 또한 Mindlin 판의 전체 면외 에너지밀도는 각 파동의 에너지 밀도의 합으로 표현된다.

$$c_{g,OPSW} = \frac{Gk_1}{\rho\omega} \quad (2)$$

$$c_{g,BDFW} = \frac{2k_3^3\kappa GD - k_2\rho\omega^2(D + \kappa GI)}{k_3^2\rho\omega(D + \kappa GI) - 2\rho^2\omega^3 I + \rho h\omega\kappa G} \quad (3)$$

$$c_{g,SDFW} = \frac{2k_3^3\kappa GD - k_3\rho\omega^2(D + \kappa GI)}{k_3^2\rho\omega(D + \kappa GI) - 2\rho^2\omega^3 I + \rho h\omega\kappa G} \quad (4)$$

여기서, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 는 굽힘강성(flexural rigidity), E 는 탄성 계수, G 는 전단계수, ν 는 포아송비, I 는 단면 관성모멘트, κ 는 전 단보정계수(shear correction factor), h 는 평판의 두께이며 k_1, k_2 와 k_3 은 각각 OPSW, BDFW, SDFW의 파수(wavenumber)로 다음과 같다.

$$k_1 = \sqrt{\frac{\rho I \omega^2 - \kappa G h}{G I}} \quad (5)$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{\rho\omega^2}{2} \left(\frac{1}{\kappa G} + \frac{I}{D} \right) + \sqrt{\frac{\rho^2\omega^4}{4} \left(\frac{1}{\kappa G} - \frac{I}{D} \right)^2 + \frac{\rho h\omega^2}{D}}} \quad (6)$$

$$k_3 = \sqrt{\frac{\rho\omega^2}{2} \left(\frac{1}{\kappa G} + \frac{I}{D} \right) - \sqrt{\frac{\rho^2\omega^4}{4} \left(\frac{1}{\kappa G} - \frac{I}{D} \right)^2 + \frac{\rho h\omega^2}{D}}} \quad (7)$$

Park (2014)은 동일평면상의 Mindlin 판의 면외 에너지예측을 위해 파동전달해석을 수행하였다.

3. 동일 평면상에서 연성된 Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해석

3.1 Mindlin 판의 에너지흐름모델의 유한요소 정식화

Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해석을 위해 식 (1)에 가중잔여법을 적용한다. 갤러킨법(Galerkin method)과 발산정리(divergence theorem)를 이용하여 에너지지배방정식을 약한 형태(weak form)로 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int_D \left\{ \frac{c_{g,m}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e_m \rangle \cdot \nabla v + \eta\omega \langle e_m \rangle v \right\} dD - \int_D \Pi_{in,m} v dD - \int_{\Gamma} v \left(\vec{n} \cdot \frac{c_{g,m}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e_m \rangle \right) d\Gamma = 0 \quad (8)$$

여기서, 아래첨자 m 은 면외 파동의 유형을 의미하며 벡터 n 은 경계 Γ 의 바깥쪽으로 향하는 단위벡터, v 는 갤러킨법의 가중함수(weight function)로 근사해의 기저함수(base function)로 구성되고 기저함수(ϕ_j)는 라그랑제 다항식(lagrange interpolation function)이 사용된다.

$$\langle e \rangle_m = \sum_{j=1}^4 e_j \phi_j \quad (9)$$

$$\{q\} = \{q^+\} - \{q^-\} \quad (21)$$

$$\{e\} = \{e^+\} + \{e^-\} \quad (22)$$

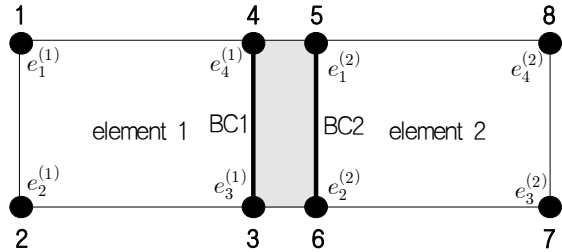


Fig. 1 Two 4-node quadrilateral EFFE elements

위에서의 식들을 이용하면 식 (11)에서 Q_m 행렬은 에너지밀도로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{q\} = [P - I][C][P + I]^{-1}\{e\} = [J]\{e\} \quad (23)$$

여기서, $[J]$ 행렬은 연결요소행렬이라고 한다.

식 (23)을 이용하면 식 (11)은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$[K_m^{(e)} - J_m^{(e)}]\{e_m^{(e)}\} = \{P_m^{(e)}\} \quad (24)$$

식 (24)는 연성된 Mindlin 판의 면외에너지 밀도를 유한요소해석할 수 있는 선형 행렬식으로 이를 이용하면 각 요소마다 m 타입 파동의 에너지밀도를 얻을 수 있다.

3.2 동일 평면상에서 연성된 Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해석 예

본 절에서는 앞에서 유도된 동일평면상에서 연성된 Mindlin 판의 진동에너지 분포를 예측을 위한 에너지흐름유한요소법의 타당성을 검증한다. 에너지흐름유한요소법은 편미분 방정식인 에너지지배방정식을 수치기법으로 해석하는 기법이다. 따라서 일반적으로 유한요소해석기법의 타당성 검증은 미분방정식의 해석해와 비교하기 때문에 본 절에서도 Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해는 연성된 평판의 에너지지배방정식 해석해(exact solution)와 비교 검증한다.

검증을 위한 해석 모델은 Fig. 2와 같은 동일평면상에서 연성된 두 개의 Mindlin 평판을 선정하였다. 두 평판의 둘레는 모두 단순지지(simply-support)되어 있는 것으로 가정한다.

모든 경계가 단순 지지된 연성된 평판의 에너지흐름 해석하는 Levy-type의 급수해를 이용하였다. 가진점과 두 평판의 연결부를 기준으로 세 개의 영역으로 나누어진다 (Park, 2015).

$$\langle e_m \rangle_i = \sum_{n=0}^{\infty} E_{m,i}^{(n)}(x_i) \cos(k_n y) \quad (k_n = n\pi/L_y) \quad (25)$$

$$\langle I_m \rangle_i = -\frac{c_{g,m,i}^2}{\eta_i \omega} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \right) \langle e_m \rangle_i \quad (26)$$

여기서, m 은 파동의 종류로 OPSW, BDFW, SDFW를 의미하고 i 는 평판의 영역을 나타낸다.

$$F\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\exp(j\omega t)$$

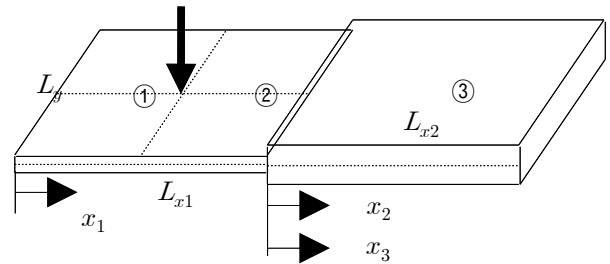


Fig. 2 Coplanar coupled Mindlin plates

식 (25)를 에너지지배방정식인 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$E_{m,i}^{(n)}(x_i) = E_{m,i}^{+(n)}(x_i) + E_{m,i}^{- (n)}(x_i) \quad (27)$$

$$= A_{m,i}^{+(n)} \exp(-\lambda_{m,i}^{(n)} x_i) + A_{m,i}^{- (n)} \exp(\lambda_{m,i}^{(n)} x_i)$$

여기서, $\lambda_{m,i}^{(n)} = k_n^2 + (\eta_i \omega / c_{g,m,i})^2$ 이다.

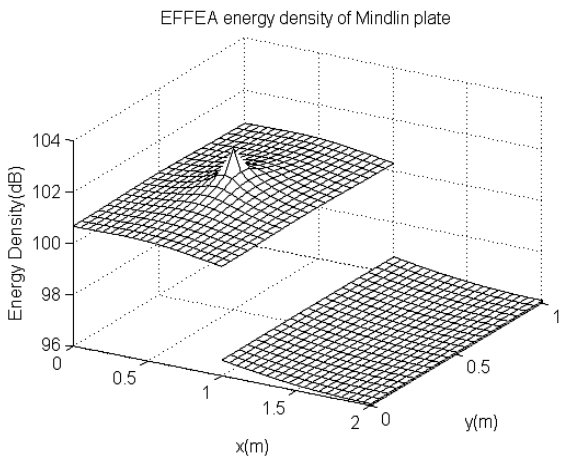
식 (27)에서와 같이 각 파동에 대해 한 영역에서 두 개의 미지수가 있기 때문에 총 18개의 미지수가 존재한다.

경계조건으로는 단순 지지된 경계는 파워가 0이며, 가진점에서는 에너지밀도는 연속이고 가진 파워를 포함한 파워의 연속조건이 부여되고, 경계에서는 각 평판에 존재하는 파동간의 파동 변환을 고려한 파워연속조건이 적용 된다.

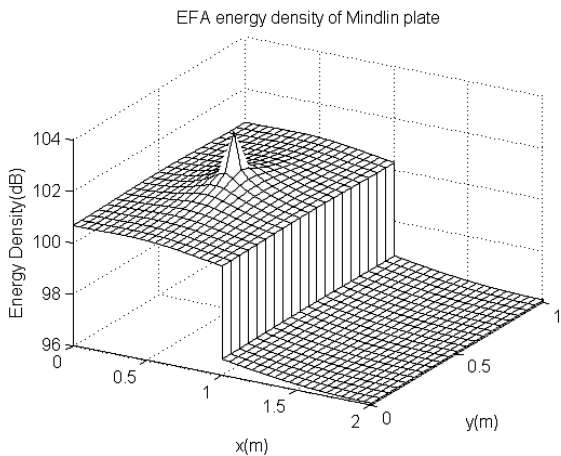
Mindlin 판의 면외진동에너지 예측을 위한 에너지흐름유한요소 프로그래밍은 기존 Kirchhoff 판의 에너지흐름유한요소법과는 달리 주파수에 따라 자유도가 달라진다. Mindlin 판의 경우에는 임계주파수($\omega_c = \sqrt{\kappa Gh / \rho I}$)를 기준으로 임계주파수보다 높은 가진주파수 대역에서는 앞에서 언급한 OPSW, BDFW, SDFW에 따른 에너지밀도를 모두 고려해야하고 임계주파수보다 낮은 주파수 대역에서는 BDFW에 의한 에너지밀도만 반영된다.

$$\langle e \rangle_{total} = \begin{cases} \langle e \rangle_1 + \langle e \rangle_2 + \langle e \rangle_3 & (\omega \geq \omega_c) \\ \langle e \rangle_2 & (\omega < \omega_c) \end{cases} \quad (28)$$

여기서 1,2,3 첨자는 각각 OPSW, BDFW, SDFW를 의미한다.



(a) Energy flow finite element analysis



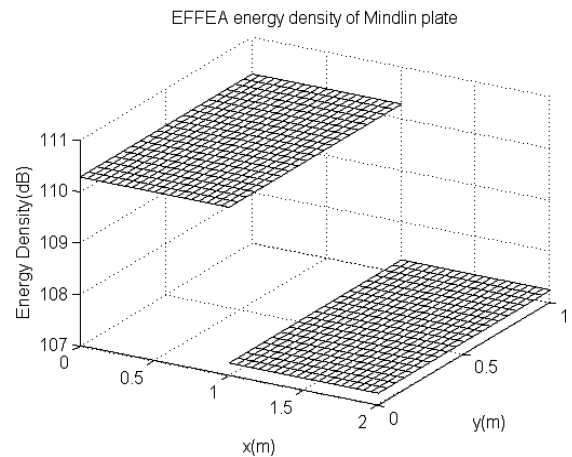
(b) Energy flow analysis

Fig. 3 Comparison between EFFE and EFA of coplanar coupled Mindlin plate (1000Hz, $\eta = 0.1$)

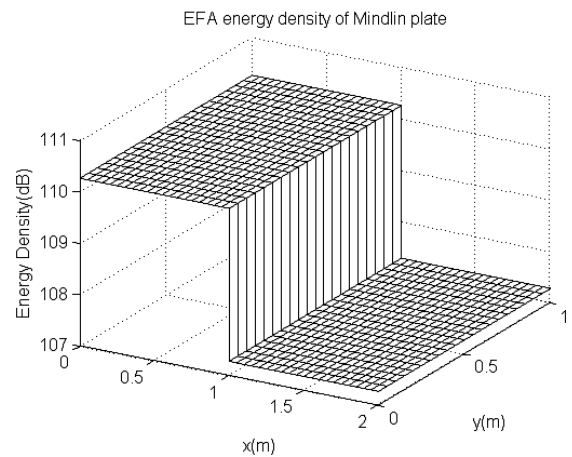
두 평판의 재료는 steel($\rho = 7800kg/m^3$, $E = 210GPa$, $\nu = 0.28$)이며 각 평판의 치수는 $L_{x1} \times L_{x2} \times L_y = 1m \times 1m \times 1m$ 이고 두께는 각각 0.02m와 0.04m로 한다. 각 평판의 임계주파수는 173kHz, 87kHz이다. 가진 파워(exciting power)는 BDFW에 10W를 가정하였고, 왼쪽 가진 평판의 중심($x_0=L_{x1}/2$, $y_0=L_y/2$)에 적용하였다. EFFE의 해의 특성은 파동특성이 아닌 가진점으로부터 지수적으로 감쇠(exponentially decay)하는 특성이 있으므로 요소크기는 50mm로 모델링하였다. 에너지흐름유한요소법 타당성 검증에 가진주파수를 기준으로 파동의 종류가 달라지기 때문에 대표적으로 두 평판의 임계주파수보다 낮은 1kHz와 두 평판의 임계주파수보다 높은 200kHz로 선정하였다. Figs. 3-4는 두 평판의 임계주파수보다 가진주파수가 낮은 경우에 대한 에너지흐름유한요소해와 에너지흐름해석해의 에너지밀도 분표이다. Fig. 3의 경우는 감쇠계수가 0.1로 비교적 크기 때문에 가진점 근처에서 에너지밀도가 감쇠되는 경향이 뚜렷하게 나타나는 것을 확인할 수 있고 전반적으로 에너지흐름유한요소해가 에너지흐름해석해와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 4는 내부감쇠계수를 0.01로 낮춰 해석한 결과이다. 낮은 주파수 대역과 상대적으로 작은 내부감쇠계수로 인해 가진 평판과 연성된 평판 내부에서의 에너지밀도의 변화는 거의 관찰되지 않고 두 평판의 연결부에서 임피던스 차이로 인한 에너지 저감이 발생하는 것을 확인할 수 있다.

Figs. 3-4 모두 가진주파수가 1kHz이기 때문에 두 평판의 임계주파수보다 낮아 두 평판 모두 BDFW만 존재하게 된다. 이와 같이 임계주파수가보다 낮은 주파수 대역에서 다양한 감쇠계수에 대해서도 에너지흐름유한요소해석해는 에너지흐름해석해의 결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.



(a) Energy flow finite element analysis



(b) Energy flow analysis

Fig. 4 Comparison between EFFE and EFA of coplanar coupled Mindlin plate (1000Hz, $\eta = 0.01$)

Fig. 5는 가진주파수가 200kHz로 두 평판의 임계주파수보다 높은 경우의 해석결과를 보여준다. 가진주파수가 임계주파수보다 높기 때문에 두 평판 모두 OPSW, BDFW, SDFW가 발생하게 되고 면외 에너지는 모든 면외파의 에너지의 합으로 얻어진다. 감쇠계수가 0.01일 경우에도 주파수가 높기 때문에 가진점으로부터 멀어짐에 따라 공간적인 에너지감쇠가 크게 발생하는 것을 확인할 수 있고 에너지흐름유한요소해석해와 에너지흐름해석해와 잘 일치한다.

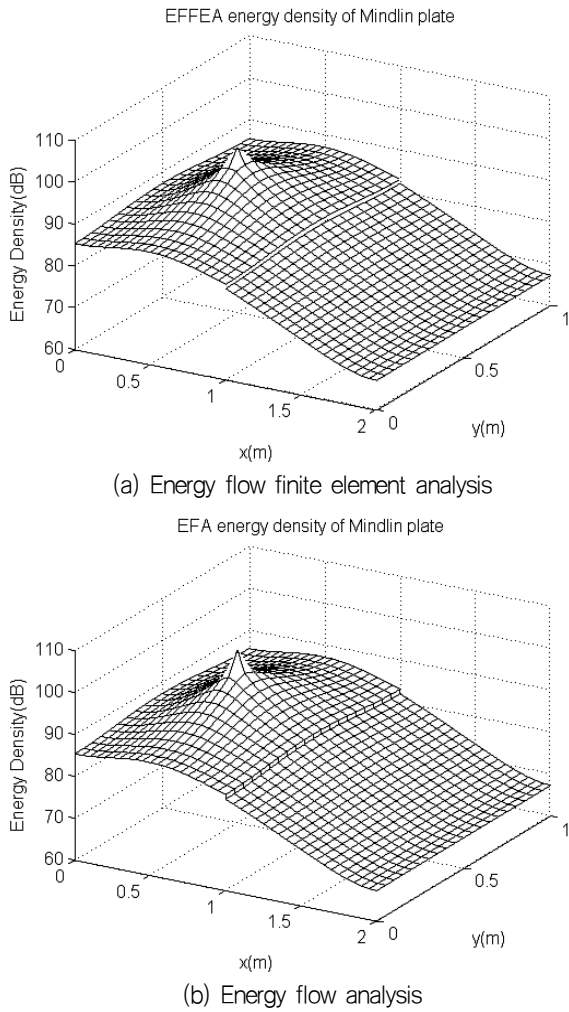


Fig.5 Comparison between EFEEA and EFA of coplanar coupled Mindlin plate (200kHz, $\eta = 0.01$)

Fig. 6은 앞에서 보여진 Fig.3-5의 예제에서 에너지흐름유한요소해석해와 에너지흐름해석해의 $y_0=L_y/2$ 에서의 결과 비교를 보여준다. Fig. 6(a)와 Fig. 6(c)에서 가진점 근처의 에너지밀도를 보면 Fig. 6(b)와는 달리 다소 차이가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이는 감쇠계수가 크거나 가진주파수가 높을 경우에는 가진점에서 멀어질수록 거리 증가에 따른 에너지감쇠가 증가하는데 Fig. 6(a)나 Fig. 6(c)는 거리에 따른 에너지 구배(gradient)가 크기 때문에 보다 정확한 에너지흐름유한요소해석해를 얻기 위해서는 요소의 크기가 작아져야 함을 확인할 수 있다.

Fig. 6(b)의 경우에는 같은 개념으로 가진주파수가 비교적 낮고 감쇠계수도 낮기 때문에 가진점 근처에서 동일한 요소 크기의 경우에도 에너지흐름해석해와 에너지흐름유한요소해석해가 큰 차이가 발생하지 않는 것을 확인할 수 있다.

따라서 거리에 따른 에너지 구배가 큰 경우에 요소 크기를 줄일 경우 해석해와 오차가 줄어드는 것을 확인하기 위해서 Fig. 7에서는 첫 번째 요소크기 50mm에 비해 절반 크기로 줄인 25mm 요소 크기를 적용하여 해석하여 비교하였다. Fig. 7에서 확인할

수 있듯이 에너지흐름유한요소법은 가진점 근처에서는 요소 크기를 보다 작게 모델링할 필요가 있음을 확인할 수 있다.

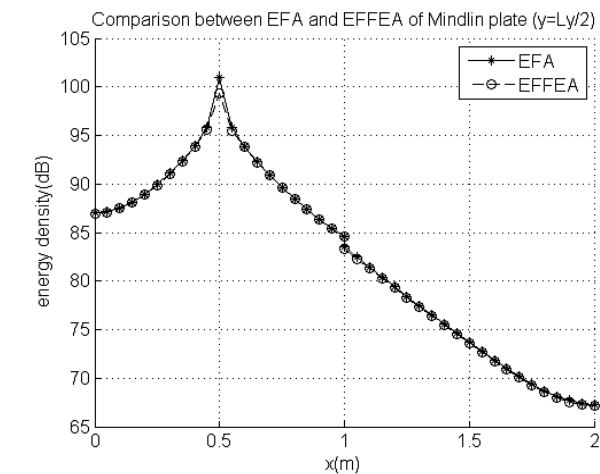
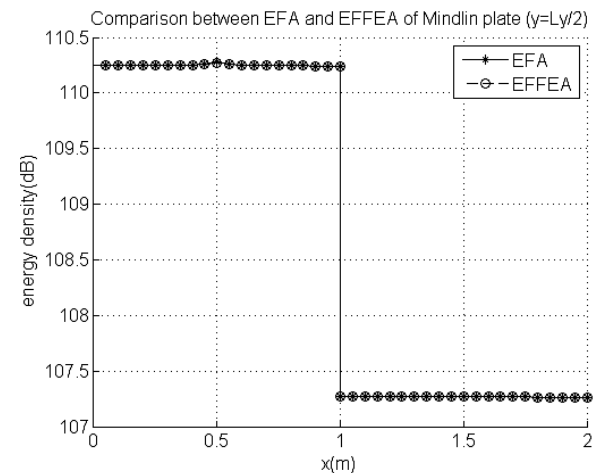
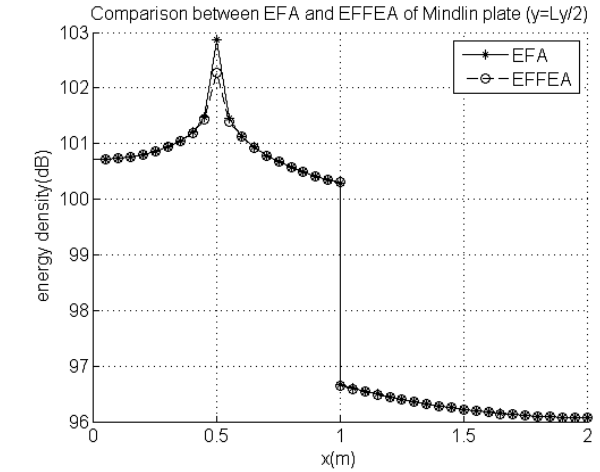
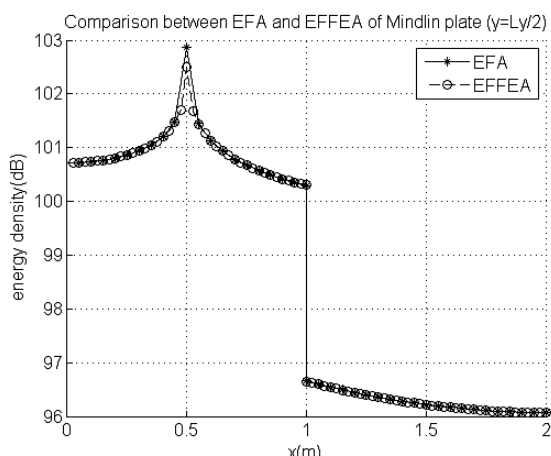
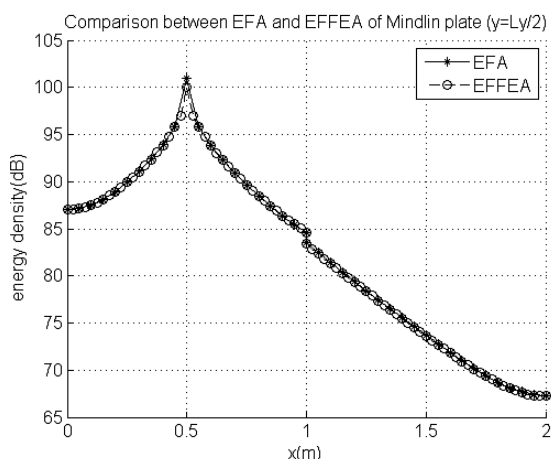


Fig. 6 Comparison between EFEEA(mesh size = 50mm) and EFA of coplanar coupled Mindlin plate ($y=L_y/2$)



(a) 1000Hz, $\eta=0.1$



(b) 200kHz, $\eta=0.01$

Fig. 7 Comparison between EFFEFA(mesh size = 25mm) and EFA of coplanar coupled Mindlin plate ($y=L_y/2$)

Table 1은 각 해석 경우에 가진점에서 에너지흐름해석해와 에너지흐름유한요소해석해의 오차 비교를 보여준다. 앞에서 설명한 경향이 잘 나타남을 확인할 수 있다.

Table 1 Relative error between EFFEFA and EFA at excitation point according to mesh size

Numerical case	Mesh size	Elements	Relative error (EFFEA-EFA)/EFA*100
1000Hz, $\eta=0.1$	50mm	800	0.58%
1000Hz, $\eta=0.01$	50mm	800	0.009%
200kHz, $\eta=0.01$	50mm	800	1.71%
1000Hz, $\eta=0.1$	25mm	3200	0.35%
200kHz, $\eta=0.01$	25mm	3200	0.98%

5. 결론

본 논문에서는 고주파수 대역에서 회전관성효과와 전단변형효

과를 반영하여 정확성을 높일 수 있는 Mindlin 판의 에너지흐름 해석을 임의의 형상의 구조물에 적용하기 위해서 Mindlin 판의 면외파에 대한 에너지지배방정식에 유한요소기법을 도입하여 동일평면상에서 연성된 평판구조물에 대해 에너지흐름유한요소해석을 수행하였다. 먼저 동일평면상에서 연성된 Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해석을 수행할 수 있도록 Mindlin 판에 존재하는 세 종류의 면외파에 대해 유한요소정식화 하였다. 정식화된 유한요소식을 이용하여 MATLAB으로 프로그램을 작성하였고 몇 가지 연성평판 모델에 대해 에너지흐름유한요소해석을 수행하였다.

유도된 Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해석의 검증을 위해 일반적으로 유한요소법의 검증을 위해 활용하는 해석해와 비교를 수행하였다. 해석결과 전반적으로 에너지흐름유한요소해석결과가 에너지흐름해석결과와 일치하는 것을 확인할 수 있었고 수치해석법의 특성에 따라 에너지밀도의 변화가 심한 가진점 근처에서는 정확성 확보를 위해 요소 크기의 축소가 요구됨을 확인하였다. 본 연구를 통해 연성된 Mindlin 판의 에너지흐름유한요소해석을 처음으로 수행하였고 임의의 형상의 구조물에 대해 보다 정확한 에너지흐름유한요소해석을 수행할 수 있는 기반을 구축하였다.

후기

이 논문은 2015-2016년도 창원대학교 자율연구과제 연구비 지원으로 수행된 연구결과임.

Referecnes

Belov, V.D. Rybak, S.A. & Tartakovskii, B.D., 1977. Propagation of Vibrational Energy in Absorbing Structures. *Journal of Soviet Physics Acoustics*, 23(2), pp.117-119.

Bouthier, O.M. & Bernhard, R.J., 1995. Models of Space-Averaged Energetics of Transversly Vibratiing Plates. *Journal of Sound and Vibration*, 182(1), pp.149-164.

Cho, P.E., 1993. *Energy flow analysis of coupled structures*. Ph.D. Thesis. Purdue University.

Lee, H.W., 2006. Development of acoustic power flow boundary element models and analysis system for medium-to-High frequency noise analysis. Ph.D. Thesis. Seoul National University.

Park, Y.H. & Hong, S.Y., 2006a. Vibrational Energy Flow Analysis of Corrected Flexural Waves in Timoshenko Beam - Part I: Theory of an Energetic Model. *Shock and Vibration*, 13, pp.137-165.

Park, Y.H. & Hong, S.Y., 2006b. Vibrational Energy Flow Analysis of Corrected Flexural Waves in

Timoshenko Beam – Part II: Application to Coupled Timoshenko Beams. *Shock and Vibration*, 13, pp.167–196.

Park, Y.H. & Hong, S.Y., 2008. Vibrational Power Flow Models for Transversely Vibrating Finite Mindlin Plate. *Journal of Sound and Vibration*, 317, pp.800–840.

Park, Y.H., 2013. Wave Transmission Analysis of Coplanar Coupled Semi-Infinite Mindlin Plate. *Transactions of the KSNVE*, 23(6), pp.574–580.

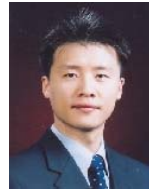
Park, Y.H., 2014. Wave Transmission Analysis of Semi-Infinite Mindlin Plates Coupled at an Arbitrary Angle. *Transactions of the KSNVE*, 24(12), pp.999–1006.

Park, Y.H., 2015. Energy Flow Analysis of Out-of-Plane Vibration in Coplanar Coupled Finite Mindlin Plates. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 7, pp.174–194.

Seo, S.H. Hong, S.Y. & Kil, H.G., 2002. Power Flow

Analysis of Reinforced Beam–Plate Coupled Structures. *Journal of Sound and Vibration*, 259(5), pp.1109–1129.

Wohlever, J.C. & Bernhard, R.J., 1992. Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams. *Journal of Sound and Vibration*, 153(1), pp.1–19.



박영호