

# 연결된 세 보 구조를 갖는 다모드 압전 에너지 하베스터의 전기-역학적 모델링 및 해석

## Electromechanical Modeling and Analysis of a Multimodal Piezoelectric Energy Harvester Comprising Three Connected Beams

정 신 우\* · 유 흥 희†

Sin-Woo Jeong and Hong Hee Yoo

(Received May 19, 2016 ; Revised July 8, 2016 ; Accepted July 12, 2016)

**Key Words** : Piezoelectric Energy Harvester(압전 에너지 하베스터), Multimode(다모드), Electromechanical Model (전기-역학적 모델)

### ABSTRACT

Electromechanical model for analyzing a multimodal piezoelectric energy harvester comprising three connected beams is presented in this paper. This system consists of three beams which are connected alternately. The piezoelectric layer is only attached to the middle beam. With this special structural configuration, the first, second, and third natural frequencies are congregated so that the energy harvester can generate meaningful amount of power consistently when the main frequency component of the excitation varies around the lowest three natural frequencies of the harvester. To investigate the dynamic and electric response of the piezoelectric energy harvester, an electromechanical model is developed using the Kane's method and the accuracy of the model is validated by comparing the results obtained with the model with those obtained with the commercial software ANSYS. The results show that the piezoelectric energy harvester comprising three connected beams has much broader power generating frequency range than that of the conventional piezoelectric energy harvester.

### 1. 서 론

최근 수  $\mu\text{W}$ 에서 수  $\text{mW}$ 의 전력만을 필요로 하는 초저전력 전자기기들이 속속 등장하고 있다. 그에 따라 기존의 배터리 전원을 대체할 수 있는 새로운 방식의 전원에 대한 필요성이 대두되고 있다. 그 중 하나는 생활 곳곳에 편재해 있는 기계적 에너지를 전기 에너지로 변환하여 전자기기에 공급하는 자가발전형 방식이다. 이러한 방식 중에는 대표적으로

전자기 유도 방식, 정전기 방식, 압전 방식이 있는데, 이들 중 압전 방식은 다른 기계-전기 에너지 변환 메커니즘들에 비해 구조가 간단하고 높은 밀도의 에너지 생산 능력을 갖고 있어<sup>(1)</sup> 지난 10여 년 간에 걸쳐 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어왔다<sup>(2)</sup>.

압전 방식 전기-기계 에너지 변환 시스템을 보통 압전 에너지 하베스터(piezoelectric energy harvester, PEH)라고 부른다. 그리고 가장 기본적인 형태의 PEH는 자유단에 부가 질량이 부착되어 있는 외팔보 모양을 갖고 있다. 부가 질량은 외팔보의 1차 고

† Corresponding Author; Member, Member, Department of Mechanical Engineering, Hanyang University  
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

\* Member, Department of Mechanical Engineering, Hanyang University

# A part of this paper was presented at the KSNVE 2016 Annual Spring Conference

‡ Recommended by Editor Gi-Woo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

유 진동수를 외부로부터 입력되는 진동의 주된 주파수 성분과 일치시키기 위함이다. 이러한 형태의 PEH 구조물의 경우는 2차 이상의 고유 진동수들이 1차 고유 진동수로부터 통상 상당히 멀리 떨어져 있다. 따라서 외부 가진 주파수가 1차 고유 진동수로부터 조금이라도 멀어지면 시스템의 동적, 전기적 반응은 급격하게 감소하게 되는데 이는 기존 PEH 구조물의 가장 큰 단점으로 지적되어 왔다.

기존 PEH 구조물의 단점을 극복하기 위해 제시된 방법 중의 하나가 다모드 PEH 구조물이다. 다모드 PEH 구조물들에서는 두 개 이상의 고유 진동수들이 서로 가까이 위치한다. 따라서 가진 주파수가 상당히 변하더라도 이 시스템은 일정 수준 이상의 반응을 보장한다. 이러한 다모드 PEH와 관련하여 Erturk<sup>(3)</sup>는 2차 고유 진동수가 1차 고유 진동수의 약 2배 정도인 L형 다모드 PEH를 고안하였고 해당 시스템에 대한 분포매개변수(distributed parameter) 모델을 개발하고 풀이하였다. Abdelkefi<sup>(4)</sup>는 외팔보의 자유단에 불평형 질량을 부착하여 보의 굽힘, 비틀림 진동을 동시에 유발시켜서 다모드 PEH를 구현하였으며 이에 대한 분포매개변수 모델을 개발하고 상용 유한요소 해석 소프트웨어 ANSYS와의 결과 비교를 통해서 개발된 모델의 유효성을 검증하였다. 최근에는 두 외팔보가 서로 엇갈리게 부착된 형태의 다모드 PEH에 대한 연구가 활발하게 수행되고 있다. Kim<sup>(5)</sup>은 ANSYS를 이용하여 이러한 형태의 PEH가 갖는 발전 특성을 주파수 영역에서 해석하고 고찰했다. Wu<sup>(6)</sup>는 유사한 형태를 갖는 시스템에 대한 집중매개변수(lumped parameter) 모델을 개발하였고 그 모델에 의한 해석결과의 정확성을 실험적으로 검증하였다. Lee<sup>(7)</sup>는 유사한 형태의 시스템에 대해서 분포매개변수모델을 개발하였고 ANSYS를 이용 개발된 모델의 정확성을 검증하였다. Staaf<sup>(8)</sup>는 Kim<sup>(5)</sup>, Wu<sup>(6)</sup>, 그리고 Lee<sup>(7)</sup>가 다룬 시스템들과 유사한 모양을 갖고 있으나 연결된 보들이 높이 차를 갖는 시스템을 제안하였고 이에 대한 실험을 수행하였다. 또한 유한요소 해석을 통해 보 두 개가 엇갈려 연결된 형태가 단순한 외팔보 형태에 비해 발전에 유리하다는 사실을 밝혀냈다. Hu<sup>(9)</sup>와 Gong<sup>(10)</sup>은 세 개 이상의 보들을 엇갈리게 연결하는 다모드 PEH를 제안하였으며 주파수 영역에서의 발전성능을 실험을 통해 결과를 보여주었다.

이 연구에서는 세 개 보가 서로 엇갈리게 연결되어 있는 구조의 PEH에 대해 다루었다. 이 구조는 가장 낮은 세 고유 진동수들이 서로 가깝게 위치하여서 두 고유 진동수들만 서로 가까운 이전 다모드 PEH에 비해 더 넓은 주파수 응답대역을 갖는다. 시스템의 전기-역학적 운동방정식유도방법<sup>(11)</sup>이 사용되었다. 여기서 유도된 모델은 ANSYS 유한요소 모델과의 결과 비교를 통해서 그 정확성이 검증되었다. 또한 검증된 모델을 이용해 조화함수 형태를 갖는 기반가진에 대한 과도해석을 수행하였으며, 이를 통해서 제안된 시스템의 전기적 반응을 주파수 영역에서 정량적으로 분석하였다.

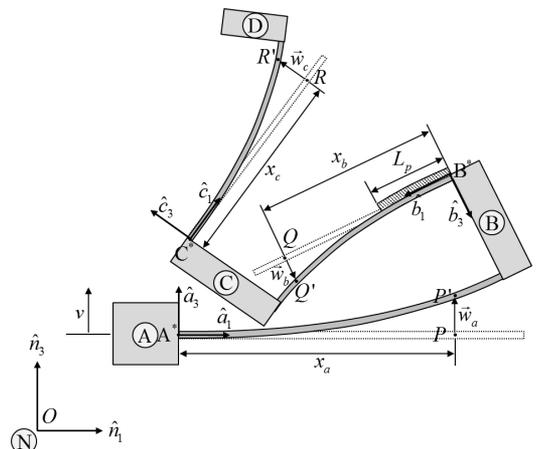


Fig. 1 Configuration of the proposed piezoelectric energy harvester

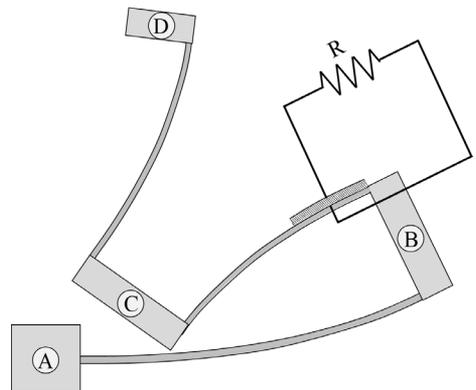


Fig. 2 Electric circuit connected to the proposed piezoelectric energy harvester

## 2. 시스템의 형태

### 2.1 시스템 소개

제안된 시스템의 모습은 Fig. 1과 같다. Fig. 1에는 네 개의 좌표계가 나타나 있다.  $(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3)$ 는 절대기 준틀,  $(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3)$ 는 강체 A,  $(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3)$ 는 강체 B 그리고  $(\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3)$ 는 강체 C에 부착되어 있다. 그림에 보이는 하단, 중단, 상단의 보 순으로 보 a, 보 b, 보 c라 부르도록 한다. 그리고 하단, 중단, 상단 보의 보조재 층 길이는  $L_a, L_b, L_c$ 로 표현되고 압전 재료층 길이는  $L_p$ 로 표현된다. 또  $x_a, x_b, x_c$ 는 각각 보의 중립축 상에 위치한 임의의 세 점 P, Q, R의  $\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{c}_1$  방향 위치들을 나타낸다. 여기서 강체 A는 PEH가 부착될 구조물을 뜻하며  $\hat{n}_3$  방향으로  $v$ 라는 속도로 운동하고 있다. 강체 B, C, D는 각 보들을 연결시켜주는 역할을 하는 동시에 전체 시스템이 적절한 고유 진동수를 갖게끔 만들어준다. 흔히 이러한 강체의 질량들은 길이는 없고 질량만을 갖는 것으로 모델링 되나 여기서는 이것들의 길이까지 함께 고려하였다. 부가질량들의 길이는  $2t$ 이고 높이는  $h$ 로 표현된다. 그리고 세 점 P, Q, R는 보가 변형된 이후의 점 P, Q, R을 나타낸다. 보의 인장 변형과 전단 변형은 매우 작아 무시할 수 있다 가정하여 P에서 P'으로, Q에서 Q'으로, R에서 R'으로 움직인 탄성변형벡터들은  $\bar{w}_a, \bar{w}_b, \bar{w}_c$ 로 각각 표시한다. 이 연구에서 탄성변형벡터  $\bar{w}_a, \bar{w}_b, \bar{w}_c$ 들은 Rayleigh-Ritz 근사화 방법을 통해 근사화되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{w}_a = \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai} q_{ai} \hat{a}_3 \tag{1}$$

$$\bar{w}_b = \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi} q_{bi} \hat{b}_3 \tag{2}$$

$$\bar{w}_c = \sum_{i=1}^{\mu_c} \Phi_{ci} q_{ci} \hat{c}_3 \tag{3}$$

여기서  $\Phi_{ai}, \Phi_{bi}, \Phi_{ci}$ 는 각각 길이가  $L_a, L_b, L_c$ 인 균일한 보의  $i$ 번째 모드함수들,  $q_{ai}, q_{bi}, q_{ci}$ 는 각 변형변수를 표현하기 위한 일반좌표들을 의미하며

$\mu_a, \mu_b, \mu_c$ 는 일반좌표들의 수를 의미한다.  $\{q\}$ 는  $(q_{a1}, q_{a2}, \dots, q_{a\mu_a}, q_{b1}, q_{b2}, \dots, q_{b\mu_b}, q_{c1}, q_{c2}, \dots, q_{c\mu_c})$ 들을 성분으로 갖는 기동행렬로 정의한다.

보 b에 부착된 압전재료 층에는 부하저항이 연결되어 있으며 그 부하저항의 저항 값과 그 저항에 발생한 전압은 각각 R과 V로 표시된다(Fig. 2). 또한 압전층에 대전된 전하의 량은 e로 표시된다. 그러므로 이 시스템은 변형변수들을 표현하기 위한 일반좌표  $\mu_a + \mu_b + \mu_c$ 개와 전압을 표현하기 위한 일반좌표 1개를 합하여 총  $\mu_a + \mu_b + \mu_c + 1$ 의 일반좌표들로 방정식을 유도할 수 있다.

### 2.2 전기 연성 역학 방정식 유도

강체 A는 오직  $\hat{a}_3$  방향으로 속도만을 갖는다고 가정되었는데 그 형태는 다음과 같다.

$$\bar{v}^A = v \hat{a}_3 \tag{4}$$

여기서  $v$ 는 강체 A의 속력을 의미한다. 이 연구에서는 선형화된 운동방정식을 최종적으로 유도하려 하므로 점 P', Q', R'의 선형화된 속도들만을 구해서 표시하면 된다.

$$\bar{v}^{P'} = (v(t) + \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai} \dot{q}_{ai}) \hat{a}_3 \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \bar{v}^{Q'} = & \left( v(t) + \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai}(L_a) \dot{q}_{ai} \right) \hat{a}_3 + h \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \dot{q}_{ai} \right) \hat{b}_1 \\ & + \left( (t+x_b) \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \dot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi}(x_b) \dot{q}_{bi} \right) \hat{b}_3 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \bar{v}^{R'} = & \left( v(t) + \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai}(L_a) \dot{q}_{ai} \right) \hat{a}_3 + h \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \dot{q}_{ai} \right) \hat{b}_1 \\ & + \left( (t+L_b) \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \dot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi}(L_b) \dot{q}_{bi} \right) \hat{b}_3 \\ & - h \left( \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b) \dot{q}_{bi} \right) \hat{c}_1 \\ & + \left( t \left( \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b) \dot{q}_{bi} \right) + \sum_{i=1}^{\mu_c} \Phi_{ci}(x_c) \dot{q}_{ci} \right) \hat{c}_3 \\ & + x_c \left( \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \dot{q}_{ai} \right) + \left( \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b) \dot{q}_{bi} \right) \right) \end{aligned} \tag{7}$$

위 식들을 시간에 대해 미분해 점  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ 의 선형화된 가속도를 구해 나타내면

$$\tilde{a}^P = (\dot{v} + \ddot{w}_a) \hat{a}_3 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}^{Q'} = & \left( \dot{v}(t) + \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_i(L_a) \ddot{q}_{ai} \right) \hat{a}_3 + h \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{i,x}(L_a) \ddot{q}_{ai} \hat{b}_1 \\ & + \left( (t + x_b) \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{i,x}(L_a) \ddot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi}(x_b) \ddot{q}_{bi} \right) \hat{b}_3 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}^{R'} = & \left( \dot{v}(t) + \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai}(L_a) \ddot{q}_{ai} \right) \hat{a}_3 + h \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \ddot{q}_{ai} \hat{b}_1 \\ & + \left( (t + L_b) \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \ddot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi}(L_b) \ddot{q}_{bi} \right) \hat{b}_3 \\ & - h \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b) \ddot{q}_{bi} \hat{c}_1 \\ & + \left( t \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b) \ddot{q}_{bi} + \sum_{i=1}^{\mu_c} \Phi_{ci}(x_c) \ddot{q}_{ci} \right. \\ & \left. + x_c \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a) \ddot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b) \ddot{q}_{bi} \right) \right) \hat{c}_3 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 변수 위에 나타난  $(\cdot)$  과  $(\ddot{\cdot})$  은 각각 변수를 시간에 대해 한 번 미분한 것과 두 번 미분한 것을 각각 의미한다.

강체  $B$ ,  $C$ ,  $D$ 에 의해서 발생하는 일반관성력을 고려하기 위해 각 강체의 각속도를 나타내면

$$\tilde{\omega}^B = - \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a + t) \dot{q}_{ai} \right) \hat{a}_2 \quad (11)$$

$$\tilde{\omega}^C = - \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a + t) \dot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b + t) \dot{q}_{bi} \right) \hat{a}_2 \quad (12)$$

$$\tilde{\omega}^D = - \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a + t) \dot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b + t) \dot{q}_{bi} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{\mu_c} \Phi_{ci,x}(L_c + t) \dot{q}_{ci} \right) \hat{a}_2 \quad (13)$$

각 강체의 각속도를 나타내면

$$\tilde{\alpha}^B = - \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a + t) \ddot{q}_{ai} \right) \hat{a}_2 \quad (14)$$

$$\tilde{\alpha}^C = - \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a + t) \ddot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b + t) \ddot{q}_{bi} \right) \hat{a}_2 \quad (15)$$

$$\tilde{\alpha}^D = - \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,x}(L_a + t) \ddot{q}_{ai} + \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,x}(L_b + t) \ddot{q}_{bi} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{\mu_c} \Phi_{ci,x}(L_c + t) \ddot{q}_{ci} \right) \hat{a}_2 \quad (16)$$

Kane의 방법<sup>(11)</sup>을 통해서 다음과 같은 형태를 갖는 선형화된 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$F_i^* + F_i = 0 \quad (i = 1, \dots, \mu_1 + \mu_2 + \mu_3) \quad (17)$$

여기서

$$\begin{aligned} F_i^* = & - \int_0^{L_a} (\rho_a + m_B \delta(x_a - L_a - t)) \left( \frac{\partial \tilde{v}^P}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\tilde{v}^P}{dt} dx \\ & - \int_0^{L_b} (\rho_b^* + m_C \delta(x_b - L_b - t)) \left( \frac{\partial \tilde{v}^Q}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\tilde{v}^Q}{dt} dx \\ & - \int_0^{L_c} (\rho_c + m_D \delta(x_c - L_c - t)) \left( \frac{\partial \tilde{v}^R}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\tilde{v}^R}{dt} dx \\ & - I^B \left( \frac{\partial \tilde{\omega}^B}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \tilde{\alpha}^B - I^C \left( \frac{\partial \tilde{\omega}^C}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \tilde{\alpha}^C - I^D \left( \frac{\partial \tilde{\omega}^D}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \tilde{\alpha}^D \end{aligned} \quad (18)$$

$$F_i = - \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} \quad (19)$$

여기서  $m_B$ ,  $m_C$ ,  $m_D$ 는 각각 강체 의 질량,  $I^B$ 는 강체  $B$ 의 꼭지점에 대한 관성모멘트,  $I^C$ 는 강체  $C$ 의 꼭지점에 대한 관성모멘트 그리고  $I^D$ 는 강체  $D$ 의 꼭지점에 대한 관성모멘트이다. 그리고  $\delta$ 는 디락의 델타 함수(Dirac's delta function)이며,  $\rho_c$ 는 세 보들의 단위길이당 질량 값들로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho_c = b \rho_s h_s^a \quad (20)$$

$$\rho_b^* = \begin{cases} b(\rho_p h_p + \rho_s h_s^b) & \text{if } 0 \leq x_b \leq L_p \\ b\rho_s h_s^b & \text{if } L_p < x_b \leq L_b + t \end{cases} \quad (21)$$

$$\rho_c = b\rho_s h_s^c \quad (22)$$

여기서  $b$ 는 보의 폭을 의미하고  $\rho_b$ 와  $\rho_p$ 는 각각 보조재 층과 압전재료 층의 질량 밀도를 나타낸다. 또한  $h_s^a, h_s^b, h_s^c$ 는 각각 보의 보조재 층 두께를 그리고  $h_p$ 는 압전재료 층 두께를 나타낸다.

식 (18)에 모든 항들을 대입하여 선형화된 결과 식을 유도하면 그 길이가 너무 방대하여지므로 이 논문에서는 선형화된 일반관성력의 표기를 생략하였다.

전기장을 고려한 보존에너지는 다음과 같다.

$$U = U_{strain} - U_{electricity} \quad (23)$$

여기서  $U_{strain}$ 는 보의 탄성에너지이고  $U_{electricity}$ 는 전기장에 의한 저장에너지를 의미하며 탄성에너지  $U_{strain}$ 는 다시 다음 성분들로 구성된다.

$$U_{strain} = U_s^a + U_s^b + U_s^c + U_p \quad (24)$$

여기서  $U_s^a, U_s^b, U_s^c$ 는 각각 보의 보조재 층의 탄성 에너지들이고  $U_p$ 는 압전재료 층의 탄성에너지이다. 보조재 층 탄성에너지  $U_s^a, U_s^b, U_s^c$ 는 다음과 같다.

$$U_s^a = \frac{1}{2} \int_0^{L_a+t} E_s I_s^a \left( \frac{d^2 w_a}{dx_a^2} \right)^2 dx \quad (25)$$

$$U_s^b = \frac{1}{2} \int_0^{L_b+t} E_s I_{n_2 n_2}^{b*} \left( \frac{d^2 w_b}{dx_b^2} \right)^2 dx \quad (26)$$

$$U_s^c = \frac{1}{2} \int_0^{L_c+t} E_s I_{n_2 n_2}^c \left( \frac{d^2 w_c}{dx_c^2} \right)^2 dx \quad (27)$$

여기서  $E_s$ 는 보조재 층 탄성계수이고  $I_s^a, I_s^{b*}, I_s^c$ 는 각각 보  $a, b, c$ 의 보조재 층의 면적 2차 모멘트를 나타낸다. 중간에 위치한 보  $b$ 의 중립축 위치는 Fig. 3과 같이 변하는데 그 내용은 다음과 같다.

$$\bar{z} = \begin{cases} \frac{(h_p + h_s^b)E_p h_p}{2(E_p h_p + E_s h_s^b)} + \frac{h_s^b}{2} & \text{if } 0 \leq x_b \leq L_p \\ \frac{h_s^b}{2} & \text{if } L_p < x_b \leq L_b + t \end{cases} \quad (28)$$

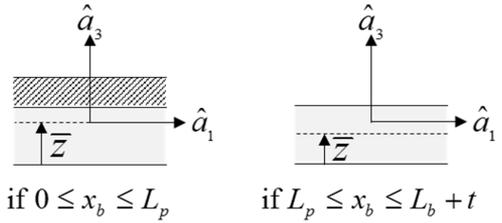


Fig. 3 The neutral axis variation along the domain  $x_b$

여기서  $E_p$ 는 압전재료의 탄성계수이고  $h_p$ 는 압전재료 층의 두께이다. 평행축 정리를 이용해  $I_{n_2 n_2}^{b*}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$I_{n_2 n_2}^{b*} = \begin{cases} I_{n_2 n_2}^b + A_s^b \left( \bar{z} - \frac{h_s^b}{2} \right)^2 & \text{if } 0 \leq x_b \leq L_p \\ I_{n_2 n_2}^b & \text{if } L_p < x_b \leq L_b + t \end{cases} \quad (29)$$

여기서  $I_{n_2 n_2}^b$ 는 보  $b$ 의 보조재 층의 도심에 대한 면적 2차 모멘트이고  $A_s^b$ 는 단면적이다.

$U_p$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$U_p = \frac{1}{2} \int_{\Omega_p} \varepsilon_p \sigma_p d\Omega_p \quad (30)$$

여기서  $\Omega_p$ 는 압전재료 층의 부피 영역을 나타내고  $\varepsilon_p$ 와  $\sigma_p$ 는 압전재료 층 내부에 발생한  $\hat{b}_1$  방향 변형률과 응력을 나타낸다. 먼저  $\varepsilon_p$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\varepsilon_p = -z \frac{d^2 w_b}{dx_b^2} \quad (31)$$

여기서  $z$ 는 압전재료 층상 임의의 점의 보  $b$ 의 중립축에서  $\hat{b}_3$  방향으로 떨어진 거리를 나타낸다. 그리고  $\sigma_p$ 는 다음과 같다.

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p - e_{31} E_3 \quad (32)$$

여기서  $e_{31}$ 은 압전연성계수이고  $E_3$ 은 압전재료층 내부에 발생한 전기장으로 다음과 같이 표현된다.

$$E_3 = -\frac{V}{h_p} \quad (33)$$

식 (30) ~ (33)을 종합하면

$$U_p = \frac{1}{2} \int_0^{L_p} E_p I_{n_2 n_2}^{p*} \left( \frac{d^2 w_b}{dx_b^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_p} e_{31} \left( -\frac{V}{h_p} \right) \left( \left( h_s^b + \frac{h_p}{2} \right) - \bar{z} \right) A_p \frac{d^2 w_b}{dx_b^2} dx \quad (34)$$

여기서  $A_p$ 는 압전재료 층의 단면적이다. 그리고  $I_{n_2 n_2}^{p*}$ 는 압전재료 층의 면적 2차 모멘트를 나타내며 다음과 같이 계산된다.

$$I_{n_2 n_2}^{p*} = I_{n_2 n_2}^p + A_p \left( \left( h_s^b + \frac{h_p}{2} \right) - \bar{z} \right)^2 \quad (35)$$

여기서  $I_{n_2 n_2}^p$ 는 압전재료 층의 도심에 대한 면적 2차 모멘트이다.

$U_{electricity}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$U_{electricity} = \frac{1}{2} \int_{\Omega_p} E_3 D_3 d\Omega_p \quad (36)$$

여기서  $D_3$ 은 전기변위(electric displacement)라 하며 다음과 같이 표현된다.

$$D_3 = e_{31} \epsilon_p + \epsilon_{33}^s E_3 \quad (37)$$

여기서  $\epsilon_{33}^s$ 는 고정 변형률 상태에서의 유전율(dielectric constant)이다. 식 (37)을 식 (36)에 대입하여 정리하면

$$U_{electricity} = \frac{1}{2} \int_0^{L_p} e_{31} \left( \left( h_s^b + \frac{h_p}{2} \right) - \bar{z} \right) A_p \frac{V}{h_p} \frac{d^2 w_b}{dx_b^2} dx + \frac{1}{2} \epsilon_{33}^s A_p L_p \left( \frac{V}{h_p} \right)^2 \quad (38)$$

따라서  $U$ 는 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_a+t} E_s I_{n_2 n_2}^a \left( \sum_{i=1}^{\mu_a} \Phi_{ai,xx} q_{ai} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_b+t} E_s I_{n_2 n_2}^{b*} \left( \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,xx} q_{bi} \right)^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{L_c+t} E_s I_{n_2 n_2}^c \left( \sum_{i=1}^{\mu_c} \Phi_{ci,xx} q_{ci} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_p} E_p I_{n_2 n_2}^{p*} \left( \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,xx} q_{bi} \right)^2 dx - \int_0^{L_p} e_{31} \left( \left( h_s^b + \frac{h_p}{2} \right) - \bar{z} \right) A_p \frac{V}{h_p} \left( \sum_{i=1}^{\mu_b} \Phi_{bi,xx} q_{bi} \right) dx - \frac{1}{2} \epsilon_{33}^s A_p L_p \left( \frac{V}{h_p} \right)^2 \quad (39)$$

여기서  $\Phi_{i,xx}$ 란  $\Phi_i$ 를  $x$ 에 대해 두 번 미분한 것을 의미한다. 최종적으로 식 (1)~(39)을 종합하면 제안된 PEH 시스템의 전기 연성 역학 방정식들을 구할 수 있다.

일반작용력은 식 (39)를 식 (19)에 대입하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F_i = \begin{cases} - \int_0^{L_a+t} E_s I_{n_2 n_2}^a \left( \sum_{j=1}^{\mu_a} \Phi_{aj,xx} \Phi_{ij,xx} q_{aj} \right) dx & (i=1, \dots, \mu_a) \\ - \int_0^{L_b+t} E_s I_{n_2 n_2}^{b*} \left( \sum_{j=1}^{\mu_b} \Phi_{bj,xx} \Phi_{ij,xx} q_{bj} \right) dx & (i=\mu_a+1, \dots, \mu_a+\mu_b) \\ - \int_0^{L_p} E_p I_{n_2 n_2}^{p*} \left( \sum_{j=1}^{\mu_b} \Phi_{bj,xx} \Phi_{ij,xx} q_{bj} \right) dx + \int_0^{L_p} e_{31} \left( \left( h_s^b + \frac{h_p}{2} \right) - \bar{z} \right) A_p \frac{V}{h_p} \Phi_{bi,xx} dx & (i=\mu_a+\mu_b+1, \dots, \mu_a+\mu_b+\mu_3) \\ - \int_0^{L_c+t} E_s I_{n_2 n_2}^c \left( \sum_{j=1}^{\mu_c} \Phi_{cj,xx} \Phi_{ij,xx} q_{cj} \right) dx & (i=\mu_a+\mu_b+1, \dots, \mu_a+\mu_b+\mu_3) \end{cases} \quad (40)$$

### 2.3 역학 연성 전기 방정식 유도

전기시스템에서 전압  $V$ 와 전하  $e$ 는 기계시스템에서의 변위와 외력으로 상사되는 점을 이용하면 전기 방정식은 다음의 식을 통해 얻어진다.

$$-\frac{\partial U}{\partial V} + e = 0 \quad (41)$$

식 (39)를 식 (41)에 대입한 뒤 시간  $t$ 에 대해 한

변 미분하고 옴의 법칙(Ohm's law)을 적용하면

$$\sum_{j=1}^{M_n} e_{31} b \int_0^{L_p} \left( h_s^b + \frac{h_p}{2} - \bar{z} \right) \Phi_{j,xx} dx q_{bj} + \frac{\epsilon_{33}^s b L_p}{h_p} \dot{V} + \frac{V}{R} = 0 \quad (42)$$

### 3. 수치해석 예제

#### 3.1 유도된 방정식의 검증

앞 장에서 유도된 방정식의 정확성을 검증하기 위해 상용 구조해석 프로그램 ANSYS로부터 얻은 결과와 유도된 방정식으로부터 얻은 결과를 비교해 보았다. 유한요소 해석에는 ANSYS Workbench v16.1이 사용되었다. 유한요소 모델에 사용된 요소 종류는 20 nodes hexahedral solid 요소이고 요소 및 노드 수는 각각 420개와 3373개이다. 보의 인장 변형과 전단 변형은 무시할 수 있을 정도로 매우 작기에 압전 현상은 d31 모드로만 발생한다고 가정할 수 있다. 따라서 ANSYS 해석에는 d31 모드와 관련된 물성인  $e_{31}$  값과  $\epsilon_{33}^s$  값을 해석모델에 입력했으며 그 외의 모드에 해당하는 물성은 0으로 설정하거나 0으로 설정했을 때 해석이 진행되지 않는 경우에는 수치해석결과에 영향을 주지 않는 작은 값인 0.1로 설정한 뒤 해석을 수행했다. 방정식 상에 등장하는 변형변수를 근사화하기 위해서는 변형변수당 14개의 모드함수들이 사용되어 총 42개 모드함수들이 사용되었다. 그리고 유도된 방정식과 유한요소모델에는 모두 비례감쇠(proportional damping)가 작용하며 감쇠 비의 값들은 1, 2, 3차 모드에서 모두 0.015의 값을 갖는다고 가정했다. 또한 입력운동의 가속도 진폭은  $1 \text{ m/s}^2$ 으로 고정했다. 비교를 위해 사용된 시스템의 기하학적, 재료적, 전기적 제원은 Table 1에 나타나 있다. 압전재료와 관련된 물성들은 기성 압전재료인 PZA-5A의 물성과 유사하기는 하지만 완전히 동일하지는 않다. 하지만 유도된 방정식 검증에는 임의의 압전재료 물성을 사용해도 무방하다고 사료된다.

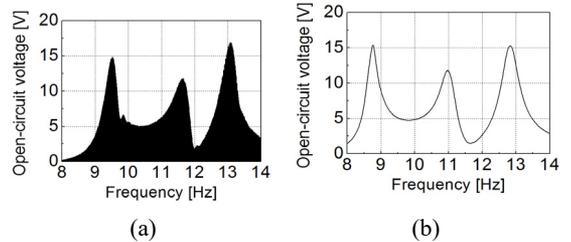
Table 1에 나타난 기하학적 제원들은 세 개의 고유 진동수들을 가깝게 위치시키기 위한 조건과 가장 낮은 세 고유 진동수 모드형상에 의해 중간 보에서

**Table 1** Geometric, material, electric properties

Parameter	Value(unit)	Parameter	Value(unit)
$L_a$	100(mm)	$t$	2.5(mm)
$L_b$	100(mm)	$E_s$	193E9(Pa)
$L_c$	100(mm)	$E_p$	65E9(Pa)
$L_p$	85(mm)	$\rho_s$	7800(kg/m <sup>3</sup> )
$h_s^a$	0.6(mm)	$\rho_p$	7600(kg/m <sup>3</sup> )
$h_s^b$	0.2(mm)	$m_B$	25(g)
$h_s^c$	0.7(mm)	$m_C$	1(g)
$h_p$	0.2(mm)	$m_D$	0(g)
$b$	16(mm)	$e_{31}$	-12.35(C/m <sup>2</sup> )
$h$	15(mm)	$\epsilon_{33}^s$	2.1E-8(F/m)

**Table 2** Analysis results of resonance frequencies under short-circuit condition

Resonance frequency under short-circuit condition	ANSYS [Hz]	Developed model [Hz]	Error [%]
1st N.F.	8.7	9.2	5.7
2nd N.F.	11.0	11.4	3.6
3rd N.F.	12.8	12.8	0.0



**Fig. 4** Open-circuit voltage from (a) the derived equations and (b) ANSYS at the frequency domain

변위율이 커질 수 있도록 하는 적절한 값들로 결정되었다. 하지만 유도된 방정식을 이용하면 빠르게 최적화(optimization)를 수행하는 것이 가능하기에, 이 연구에서 사용한 제원보다 더 좋은 광대역 및 발전 성능을 제공할 수 있는 시스템 제원을 찾을 수 있을 것이라고 판단된다.

폐회로 조건에서의 공진 주파수 해석 결과는 Table 2와 같다. 표에 나와 있는 값들은 모두 소수점

둘째 자리에서 반올림한 숫자이다. Error는 ANSYS 결과를 기준으로 계산한 상대오차이다. ANSYS 모델에서는 강체 B, C, D가 solid 요소로 모델링 되어 있고 bonded contact 조건으로 보에 결합되어 있다. 따라서 강체 B, C, D는 시스템의 질량에는 물론 강성에도 영향을 준다. 반면에 이 연구에서 개발한 모델에서는 강체가 질량과 질량관성모멘트를 갖는 것으로 모델링 되어 있기 때문에 오로지 시스템의 질량에만 영향을 준다. 이 같은 이유로 Table 2의 두 결과 사이에 차이가 존재하는 것으로 사료된다.

다음은 주파수영역에서 open-circuit 응답전압을 비교해 보았다. 해석 주파수영역은 시스템 1, 2, 3차 고유 진동수 값들을 고려하여 8 Hz에서 15 Hz까지로 설정했다. ANSYS에서는 harmonic 해석을 수행하면 FRF 결과를 얻을 수 있고 유도된 방정식 상에서는 입력 가속도를 아래와 같은 sweep 형태<sup>(12)</sup>로 설정하면 주파수 영역에서의 반응을 구할 수 있다.

$$\dot{v} = \cos(2\pi(\omega_{start} + \frac{1}{2}\alpha t)t) \tag{43}$$

여기서  $\omega_{start}$  는 해석하려 하는 주파수영역의 시작 주파수 값을 의미하고  $\alpha$  는 각가속도를 의미하며 가속도의 진폭은  $1\text{ m/s}^2$ 로 가정하였다. 이 방법의 장점은 정상상태해석을 통해 FRF 결과를 얻으려면 주파수 별로 최소 수백 번 해석을 수행해야 하는데 이 방법을 사용하면 한 번만 시간 적분을 수행하여 유사한 결과를 얻을 수가 있다는 점이다. 이상의 과정을 거쳐서 얻은 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 두 그래프에는 각각 세 봉우리가 있는데 각 봉우리의 전압 값이 서로 유사하다. 또한 첫 번째 봉우리와 두 번째 봉우리 사이에서는 전압 값이 5 V까지만 떨어지는 반면 두 번째 봉우리와 세 번째 봉우리 사이에서는 약 2 V까지 떨어지는데, 이러한 경향도 두 그래프에 모두 잘 나타나 있다. 이상의 사실은 이 연구에서 유도된 해석 모델의 유효성을 잘 보여주는 결과라고 판단된다.

### 3.2 주파수 영역에서의 전력 해석

전력  $P$ 는 다음과 같은 식을 통해 구할 수 있다.

$$P = \frac{V^2}{R} \tag{44}$$

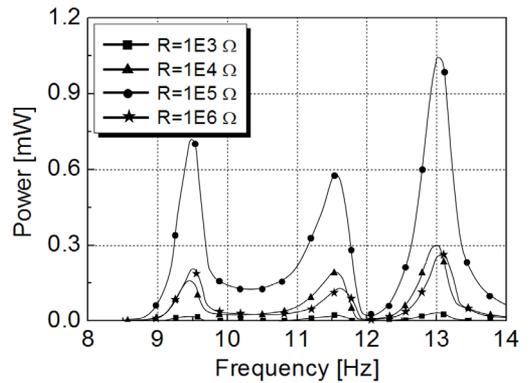


Fig. 5 Frequency response function of the power for various values of the load resistance

부하저항 크기를  $10^3\text{ Ohm}$ 부터  $10^6\text{ Ohm}$ 까지 다양하게 변경시켜가면서 해석해본 주파수 영역에서의 전력의 진폭은 Fig. 5와 같다. 이 때 입력 가속도는 앞과 동일한 값을 사용하였다. 연결된 부하저항의 값은 전력의 주파수 응답함수의 전반적인 모양에는 큰 영향을 주지 않지만 크기에는 큰 영향을 준다. 결과적으로는 부하저항 크기가  $10^5\text{ Ohm}$  근방일 때 큰 전력이 발생한다. 또한 0.1 mW 이상의 전력이 약 4 Hz의 주파수 영역에 걸쳐서 생산될 수 있음을 알 수 있었다.

연결된 부하저항값과는 상관없이 3차 공진 주파수 근처에서의 전력값이 1, 2차 공진 주파수 근처에서의 전력값에 비해 항상 더 크다. 이러한 결과의 이유는 매우 복잡적이다. 이 결과에 영향을 주는 요소들은 여러 가지가 있는데 대표적으로는 시스템에 가해지는 운동에 의해 발생하는 관성력과 운동방정식에 등장하는 각 모드와 관련된 상당질량과 상당강성의 크기 그리고 각 모드의 전기-기계 연성계수이고 공진주파수의 값도 생산되는 전력값에 영향을 주게 된다<sup>(13)</sup>.

단순 외팔보 형태 PEH에서 1차 공진 주파수에서의 최대 전력을 생산하기 위한 최적저항은 이미 유도된 바 있다<sup>(13)</sup>. 그렇지만 이 논문에서 다루고 있는 시스템은 1, 2, 3차 공진 주파수가 단순 외팔보 형태 PEH에 비해 상당히 모여있기 때문에 단순 외팔보 형태 PEH를 위한 최적저항 유도과정을 이 논문에서 다루고 있는 시스템에 그대로 적용하기에는 무리가 있다. 따라서 이 논문에서는 단순 parameter study를 통해서 높은 발전성능이 가능한 적절한 저항값을 도출하였다.

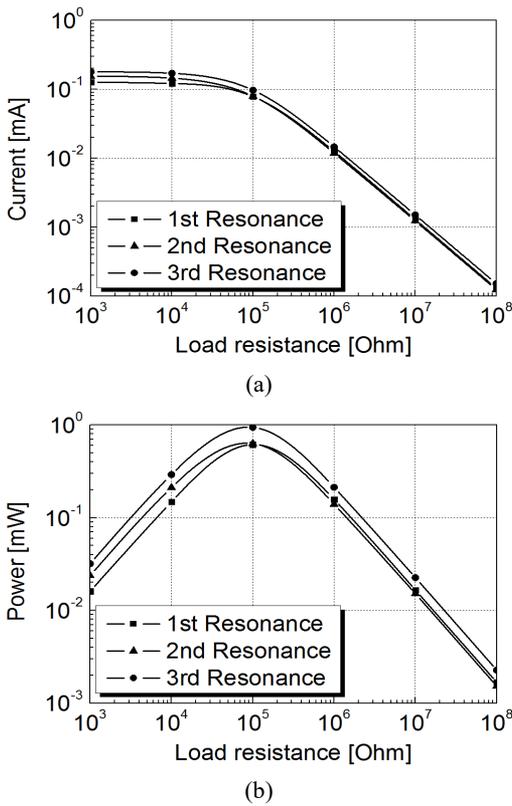


Fig. 6 (a) Current and (b) power versus load resistance at three short-circuit resonance frequencies excitations

3.3 Short-circuit 공진 주파수에서의 반응

Fig. 6은 short-circuit 공진 주파수에서 전류 및 전력을 여러 부하저항 값들에 대해 해석한 결과를 보여주고 있다. 세 공진 주파수 모두에서, 전류는 부하저항이 커질 때 부하저항 값을 따라서 함께 작아지는 반면 전력은 어떤 특정 부하저항 값에서 최대값을 갖는 것을 관찰할 수 있다.

3.4 기존 PEH와의 전력 비교

이 연구에서 제한한 PEH 성능 평가를 위해서는 기존 PEH들과 비교연구를 수행해볼 필요가 있다. 이 연구에서는 다음 두 종류의 기준을 설정하고 이 연구에서 다루는 PEH와 전력을 비교해 보았다.

먼저 Fig. 1의 기본 구조에서 보 a, 보 c, 강체 B 그리고 강체 D를 제거한 구조를 기준 PEH 1로 설정했다. 그리고 Fig. 1의 기본 구조에서 보 c와 강체 D를 제거한 구조를 기준 PEH 2로서 설정하였다.

Table 3 Frequency ranges exceeding normalized power and their sum for three PEH types

Normalized power [mW/cm <sup>3</sup> ]	0.0035(-6 dB)	0.0070(-3 dB)
Corresponding frequency ranges and their sum of the PEH comprising three connected beams [Hz]	9.22~9.69, 11.10~11.79, 12.58~13.39 (1.97)	9.35~9.60, 11.43~11.66, 12.76~13.25 (0.97)
Corresponding frequency ranges and their sum of the reference PEH 1 [Hz]	17.97~19.14 (1.17)	18.28~18.85 (0.57)
Corresponding frequency ranges and their sum of the reference PEH 2 [Hz]	16.84~18.04 (1.20)	17.17~17.79 (0.62)

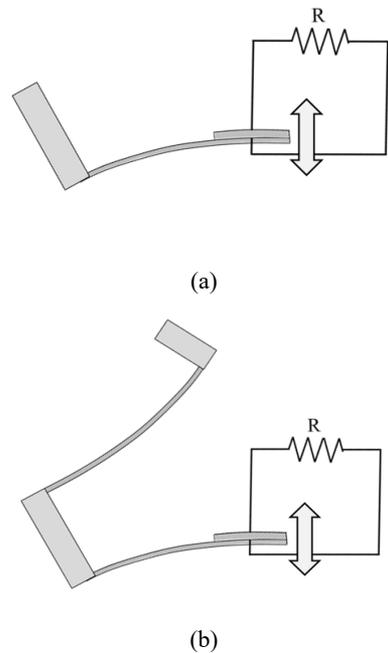
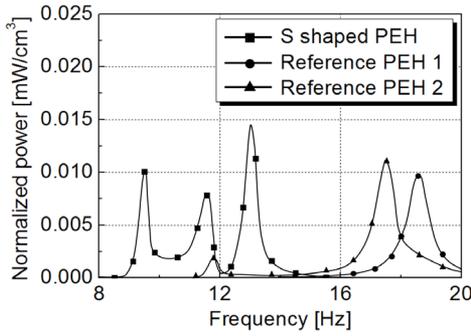


Fig. 7 (a) Reference PEH 1 and (b) reference PEH 2

이상 내용을 정리한 형태가 Fig. 7에 나타나 있다. 이 그림에서 화살표가 그려져 있는 부분이 PEH의 고정단이다.

Fig. 8은 연결된 세 보 구조를 갖는 PEH, 기준 PEH 1 그리고 기준 PEH 2의 전력에 대한 주파수 응답을 동시에 보여주고 있다. 이 때 공평한 전력



**Fig. 8** Frequency response function of the normalized power for various types of PEHs

생산능력 비교를 위해 전력 값을 각 시스템의 부피로 나누어 표시하였다. 연결된 세 보 구조를 갖는 PEH, 기준 PEH 2, 기준 PEH 1의 부피 비는 부착되는 강체의 높이가 모두 같다고 가정하고 각 보의 두께를 무시하면 약 3:2:1이다. 결과를 보면 기준 PEH 1의 경우는 18.5 Hz 근방에서 공진하고, 기준 PEH 2의 경우 12 Hz와 17.5 Hz 근방에서 공진하는데 그 때의 부피에 대해 정규화된 전력 값은 모두 연결된 세 보 구조를 갖는 PEH에 비해 비슷하거나 낮다. Fig. 8에서 확인되는 여러 peak 값들 중 가장 큰 값은 약 0.014 mW/cm<sup>3</sup>이며, 그 값의 -6 dB 그리고 -3 dB에 해당하는 정규화된 전력 값을 기준으로 산출한 각 PEH들의 전력생산 대역폭은 Table 3과 같다. 연결된 세 보 구조를 갖는 PEH가 다른 PEH에 비해 약 1.6배 크기의 전력생산 주파수 대역폭을 갖고 있음을 알 수 있다. 단, 이 결과들은 PEH들의 질량에 대한 제한 조건이 없는 경우에만 유효하다.

#### 4. 결 론

이 연구에서는 세 보가 서로 엇갈리게 연결되어 있는 압전 에너지 하베스터의 성능에 대한 연구를 수행했다. 해당 시스템에 대해서 연성된 전기-역학 방정식을 유도하였고 상용 소프트웨어인 ANSYS와 결과를 비교해 유도된 방정식의 정확성을 검증했다. 제안된 시스템을 이용하면 1, 2, 3차 고유 진동수가 가깝게 모이게 되는데 이 연구에서 다른 시스템의 고유 진동수는 9.2 Hz, 11.4 Hz, 12.8 Hz로서 각 고유 진동수 사이의 간격이 2 Hz 정도이다. 그러므로

이 시스템은 8 Hz에서 14 Hz의 가진 주파수 성분을 갖는 환경에 적용하기 적합한 것으로 판단된다. 그리고 여러 값들의 부하저항에 대한 주파수영역 전력 해석을 수행해본 결과 높은 전력을 위한 적절한 저항 값은 10<sup>5</sup> Ohm이며, 이 때 0.1 mW 이상의 전력이 약 4 Hz 주파수 범위에서 생산될 수 있음을 확인했다. 또한 기존 PEH들과 성능을 비교한 결과 연결된 세 보 구조를 갖는 PEH가 다른 PEH들에 비해 부피에 대해 정규화된 전력생산 값이 비슷하거나 크고, 다른 PEH의 전력생산 대역폭의 약 1.6배에 해당하는 넓은 전력생산 대역폭 갖고 있음을 알 수 있었다.

#### 후 기

이 연구는 대한민국 산업통상자원부의 재원으로 에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구임(Project No. 20142020103970).

#### References

- (1) Wei, S., Hu, H. and He, S., 2013, Modeling and Experimental Investigation of an Impact-driven Piezoelectric Energy Harvester from Human Motion, *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 10, pp. 105020.
- (2) Kim, H. S., Kim, J. and Kim, J., 2011, A Review of Piezoelectric Energy Harvesting based on Vibration, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 12, No. 6, pp. 1129~1141.
- (3) Erturk, A., Renno, J. M. and Inman, D. J., 2008, Modeling of Piezoelectric Energy Harvesting from an L-shaped Beam-mass Structure with an Application to UAVs, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 20, No. 5, pp. 529~544.
- (4) Abdelkefi, A., Najjar, F., Nayfeh, A. H. and Ayed, S. B., 2011, An Energy Harvester Using Piezoelectric Cantilever Beams Undergoing Coupled Bending-torsion Vibrations, *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 11, pp. 115007.
- (5) Kim, J. E. and Kim, Y. Y. 2010, A New Dynamic Vibration Absorbing Piezoelectric Energy Harvester: Analysis, *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference (Jeju, Korea)*.

(6) Wu, H., Tang, L., Yang, Y. and Soh, C. K., 2013, A Novel Two-degrees-of-freedom Piezoelectric Energy Harvester, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 24, No. 3, pp. 357~368.

(7) Lee, S., Kim, Y. Y. and Kim, J. E., 2013, Mathematical Model for a Mode-sequence Reversed Two-degrees-of-freedom Piezoelectric Vibration Energy Harvester, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 23, No. 6, pp. 546~552.

(8) Staaf, L. G. H., Köhler, E., Parthasarathy, D., Lundgren, P. and Enoksson, P., 2015, Simulation and Experimental Demonstration of Improved Efficiency in Coupled Piezoelectric Cantilevers by Extended Strain Distribution, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 229, pp. 136~140.

(9) Hu, Y. and Xu, Y., 2014, A Wideband Vibration Energy Harvester Based on a Folded Asymmetric Gapped Cantilever, *Applied Physics Letters*, Vol. 104, No. 5, pp. 053902.

(10) Gong, L. J., Pan, Q. S., Li, W., Yan, G. Y., Liu, Y. B. and Feng, Z. H., 2015, Harvesting Vibration Energy Using Two Modal Vibrations of a Folded Piezoelectric Device, *Applied Physics Letters*, Vol. 107, No. 3, pp. 033904.

(11) Kane, T. R. and David, A. L., 1985, *Dynamics: Theory and Applications*, McGraw Hill, New York.

(12) Stanton, S. C., McGehee, C. C. and Mann, B. P., 2010, Nonlinear Dynamics for Broadband Energy Harvesting: Investigation of a Bistable Piezoelectric Inertial Generator, *Physica D: Nonlinear Phenomena*,

Vol. 239, No. 10, pp. 640~653.

(13) Paquin, S. and St-Amant, Y., 2010, Improving the Performance of a Piezoelectric Energy Harvester Using a Variable Thickness Beam, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 10, pp. 105020.



**Sin-Woo Jeong** received his B.S. degrees in the Department of Mechanical Engineering in Hanyang University in 2014. He is working as a Ph.D. candidate in the Department of Mechanical Engineering in Hanyang University. His research

interests include energy harvester, multi-body dynamics, structural vibration, and statistical uncertainty analysis in mechanics.



**Hong Hee Yoo** received his B.S. and M.S. degrees in the Department of Mechanical Design in Seoul National University in 1980 and 1982. He received his Ph.D. degree in the Department of Mechanical Engineering and

Applied Mechanics in the University of Michigan at Ann Arbor in 1989. He is a professor in the Department of Mechanical Engineering at Hanyang University, Seoul, Korea. His research interests include multi-body dynamics, structural vibration, and statistical uncertainty analysis in mechanics.