

## 이산요소법을 이용한 화강암의 선형절삭 시뮬레이션

전철웅\*, 손정현\*<sup>#</sup>, 이재욱\*\*

\*부경대학교 기계설계공학과, \*\*한국생산기술연구원

### Linear Cutting Simulation for Granite using Discrete Element Method

Chul-Woong Jun\*, Jeong-Hyun Sohn\*<sup>#</sup>, Jae-Wook Lee\*\*

\*Mechanical Design Engineering, Pukyong Nat. Univ., \*\*Korea Institute of Industrial Technology

(Received 28 December 2015; received in revised form 16 March 2016; accepted 17 March 2016)

#### ABSTRACT

The pick cutter, which directly contacts and crushes the rock, is the expendable part of a roadheader. The arrangement and angle of attachment of the pick cutter are important factors that determine excavator performance. It is necessary to numerically calculate the contact between the pick cutter and rock. The rock is defined as a set of particles using the discrete element method. The parallel bond model is used to define the bonds between particles. The properties of granite that are measured by the uniaxial compressive test are applied to the numerical rock model. The pick cutter is defined by the polygon elements. The linear cutting simulation is considered to simulate the contact between the pick cutter and rock. The results of the simulation show the rock breaking due to contact with the pick cutter.

**Key Words :** Discrete Element Method(이산요소법), Pick Cutter(픽 커터), Linear Cutting(선형 절삭), Uniaxial Compressive Test(일축압축시험), Granite(화강암)

#### 1. 서 론

지하공간 건설현장에서 암반을 파쇄하고 운반하는 작업은 가장 흔하고 자주 행해지는 작업이다. 암반을 파쇄하기 위해서 TBM(Tunnel Boring Machine), 로드헤더, 굴삭기<sup>[1]</sup> 등이 주로 사용된다. 로드헤더는 지하 공간 및 광물자원개발 용도로 사용되는 부분단면 굴착기로서 형상에 따른 큰 제약이 없이 터널을 굴착할 수 있는 장비이다. 로드헤더에는 여러 개의 픽커터가 부착되어 있는 암반을 굴착하는 핵심

모듈인 커팅헤드가 장착되어 있다. 픽커터는 실제 암반과 접촉하여 파쇄 하는 소모성 부품이다. 소모성 부품인 만큼 작업 시간 내에 최대의 효율을 낼 수 있는 배열 기술과 굴착성능 그리고 내구성이 제품 품질의 척도가 될 수 있다. 커팅헤드에 부착되어지는 자세는 굴착성능을 결정하는 주요 요소일 수 있다. 이렇게 다양한 설계인자를 모두 고려하여 제작하고 실험을 통해 성능치를 도출하는 것은 시간적, 비용적인 측면에서 매우 어렵기 때문에 수치적인 해석법이 필요하다. 암반역학에서 수치적 모델링의 주요 작업들 중에 하나가 균열을 묘사할 수 있는가이다. 균열을 수치적으로 묘사하기 위해서 특별한 알고리즘들이 개발되어져 왔으며 대표적으로 Goodman<sup>[2]</sup>은 FEM(Finite Element Method)로

# Corresponding Author : jhsohn@pknu.ac.kr

Tel: +82-51-629-6166, Fax: +82-51-629-6150

special joint elements를 이용하였으며, Crouch와 Starfield<sup>[3]</sup>는 BEM(Boundary Element Method)에서 displacement discontinuity technique을 이용하였다. 본 연구에서는 DEM(Discrete Element Method)를 이용하여 암반을 모델링 하고 병렬결합 모델을 사용하여 암반의 결합과 균열을 묘사하였다. DEM은 지질매체와 공학문제들에 접근하기 위해서 1970년대~1980년대에 점진적으로 개발되었으며, 1971년에 Cundall<sup>[4]</sup>에 의해 제안되었고, Cundall과 Strack<sup>[5]</sup> 그리고 Shi<sup>[6]</sup>에 의해 발전되어 왔다. 다른 수치적 방법들과 달리 DEM은 개별 입자들에 의해서 모델링 되기 때문에 개별 입자간 결합을 정의할 필요가 있으며, 결합모델은 불연속체 해석 프로그램인 PFC2D와 PFC3D의 BPM(Bonded-Particle Method)<sup>[7]</sup>를 사용하였다. BPM은 두 입자의 접촉점에서 결합될 수 있는 일정치 않은 크기의 원형이나 구형의 강체 입자들의 집합체의 역학적 거동을 시뮬레이션 한다.

본 연구에서는 화강암에 대해서 일축압축시험을 통해 특성치를 도출하고 실험데이터에 기반을 두어 암반을 등방성으로 가정하여 3차원 공간에서 직육면체 형상으로 모델링하였다. 암반 절삭 도구인 픽커터의 형상을 고려하여 암반 모델과의 접촉 해석을 통해 암반이 파쇄 되는 거동을 시뮬레이션 하였다.

## 2. 암반 모델링

### 2.1 입자의 운동방정식

입자는 일정한 질량  $m$ 을 가지는 하나의 물체로 정의되며, 식 (1)과 같이 뉴턴 방정식(Newton's Equation)에 의해서 운동이 기술된다.

$$\vec{f}_i = m_i \vec{a}_i = \left(\frac{4}{3} \rho \pi r^3\right) \vec{a}_i \quad (1)$$

$$\vec{M}_i = I_i \vec{w}_i = \left(\frac{2}{5} m_i r^2\right) \vec{w}_i \quad (2)$$

위 식에서  $m_i$ ,  $a_i$ 는  $i$ 번째 입자의 질량과 가속도를 나타내며, 입자의 질량은 밀도와 반지름에

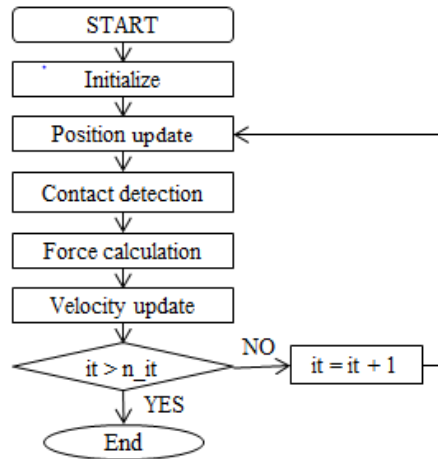


Fig 1. The flow chart of development program

의해서 결정되고, 관성모멘트는 입자의 질량과 반지름에 의해서 결정된다. 접촉에 의해서 발생하는 힘과 모멘트로 인한 입자들의 위치 및 속도는 식 (3)~(5)와 같이 Velocity Verlet 적분법에 의해서 결정된다.

$$r_i^{t+\Delta t} = r_i^t + v_i^t \Delta t + \frac{f_i^t \Delta t^2}{2m_i} \quad (3)$$

$$v_i^{t+\Delta t} = v_i^t + \frac{(f_i^t + f_i^{t+\Delta t}) \Delta t}{2m_i} \quad (4)$$

$$w_i^{t+\Delta t} = w_i^t + \frac{I^{-1}(T_i^t + T_i^{t+\Delta t}) \Delta t}{2} \quad (5)$$

입자의 운동을 결정하는 계산 기법들은 본 연구에서 개발된 프로그램 parROCK V1.0에 적용되었으며, Fig. 1은 개발 프로그램의 해석 순서도를 보여준다. parROCK 프로그램은 본 연구 수행을 위해 개발된 초기 버전의 해석 프로그램이다.

### 2.2 결합 모델링

개별 입자들을 이용하여 암반을 모델링하기 위해서는 무엇보다 입자간의 결합의 정의가 중요하다. 하나의 입자에 대해서 주변 입자와의 결합은

Fig 2과 같이 시멘트(cement) 요소에 의해서 정의된다. Fig 2 은 시멘트 요소의 힘-변위 거동을 보여며,  $t_i$ 와  $n_i$ 는 접촉평면에서의 법선방향과 접선 방향의 단위 벡터를 나타낸다. 본 연구에서는 결합방식의 하나로 병렬결합(parallel bond) 방식을 이용하였으며, 병렬 결합은 5개의 파라미터, 즉 단위 면적에 대한 법선과 접선 강성  $\bar{k}^n$ 과  $\bar{k}^s$ , 인장과 전단 강도  $\bar{\sigma}_c$ 과  $\bar{\tau}_c$  그리고 결합 반영계수  $\bar{\lambda}$ 에 의해서 정의된다<sup>[8]</sup>. 병렬 결합의 반영은 식 (6)에 의해서 결정된다.

$$\bar{R} = \bar{\lambda} \min(R^{(A)}, R^{(B)}) \quad (6)$$

병렬 결합은 결합된 두 입자들을 연결하는 깨지기 쉬운 탄성 시멘트의 역학적 거동을 근사하며, 시멘트 요소의 횡단면에 일정하게 분포된 탄성 스프링들의 집합으로 생각할 수 있다. 병렬 결합에 의해 전달되는 총힘과 모멘트  $\bar{F}_i$ 와  $\bar{M}_i$ 는 식 (7), (8) 같이 접촉 평면에 대해서 법선과 접선 요소로 계산될 수 있다.

$$\bar{F}_i = \bar{F}^n n_i + \bar{F}^s t_i \quad (7)$$

$$\bar{M}_i = \bar{M}^n n_i + \bar{M}^s t_i \quad (8)$$

위 식에서  $\bar{F}^n, \bar{F}^s$ 와  $\bar{M}^n, \bar{M}^s$ 은 법선과 접선 방향의 힘과 모멘트를 나타낸다. 병렬 접합이 형성되었을 때 총힘과 모멘트는 0으로 초기화 되며, 상대적인 변위와 회전의 증가에 따라서 힘과 모멘트는 현재 값에 증가 값이 더해짐으로써 결정된다. 탄성력과 모멘트의 증가는 식 (9)-(12)와 같이 계산된다.

$$\Delta \bar{F}^n = \bar{k}^n A \Delta U^n \quad (9)$$

$$\Delta \bar{F}^s = -\bar{k}^s A \Delta U^s \quad (10)$$

$$\Delta \bar{M}^n = -\bar{k}^s J \Delta \theta^n \quad (11)$$

$$\Delta \bar{M}^s = -\bar{k}^n I \Delta \theta^s \quad (12)$$

위 식에서 A, I, 그리고 J는 각각 면적, 관성모멘

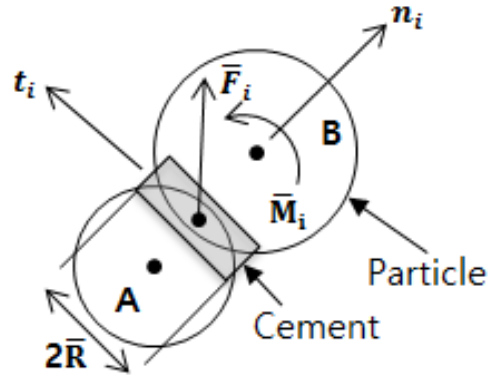


Fig. 2 Force-displacement behavior of cement

트, 그리고 극관성모멘트를 나타내며, 3차원 공간에서 이들 값은  $A = \pi \bar{R}^2$ ,  $I = 0.25\pi \bar{R}^4$  그리고  $J = 0.5\pi \bar{R}^4$ 이다.  $\bar{R}$ 는 입자의 최대 반경과 최소 반경의 평균 값이다. 병렬 접합에 작용하는 최대 인장과 전단 강도는 빔 이론에 의해서 식 (13), (14)과 같이 계산된다.

$$\bar{\sigma}^{\max} = \frac{-\bar{F}^n}{A^n} + \frac{|\bar{M}^s| \bar{R}}{I} \quad (13)$$

$$\bar{\tau}^{\max} = \frac{|\bar{F}^s|}{A} + \frac{|\bar{M}^n| \bar{R}}{J} \quad (14)$$

식 (13)과 (14)에서 계산되는 최대 인장 및 전단 강도가 인장 강도와 전단강도 이상이 되면 입자간의 결합은 깨지게 된다.

### 2.3 수치 암반모델 생성

수치적 암반 모델을 생성하기 위해서 입자의 배치, 등방성 응력 고려, floating 입자 감소, 병렬 결합 설치의 과정을 거친다. 입자의 생성은 공극률을 고려하여 이루어진다. 3차원에서 공극률을 고려한 입자의 수는 식 (15)와 같이 결정된다.

$$N = \frac{3V(1-n)}{4\pi \bar{R}^3} \quad (15)$$

실제 입자의 반경은 최대와 최소 반경을 기준으로 랜덤하게 정해진다. 또한 입자의 위치도 초기에 랜덤하게 결정되어 생성된다. 입자의 재배치는 일정 스텝동안 해석을 수행한 다음 입자들의 속도를 0으로 하는 과정을 반복하여 재배치하였다. Fig. 3에서 (a)는 임의적으로 배치된 입자를 (b)는 경계에 맞게 재배치된 것을 보여준다. 입자들이 재배치되어지면, 등방성 응력  $\sigma_0$ 을 만족시키기 위해서 입자들의 반지름을 일정하게 감소시킨다. 이 응력은 시편 횡단면에 해당하는 면적에 대립되는 벽들의 면적에 작용하는 총 힘의 평균으로 계산된다. 입자의 반지름 감소는  $\alpha$ 인자와 현재 입자 반지름의 곱으로 변화량이 결정되며, 인자  $\alpha$ 는 식 (16)와 같이 결정된다.

$$\alpha = -\frac{\lambda V \Delta \sigma_0}{\sum_{N_p} \sum_{N_c} \bar{R}^{(c,p)} K^{n(c)} \phi^{(c)}} \quad (16)$$

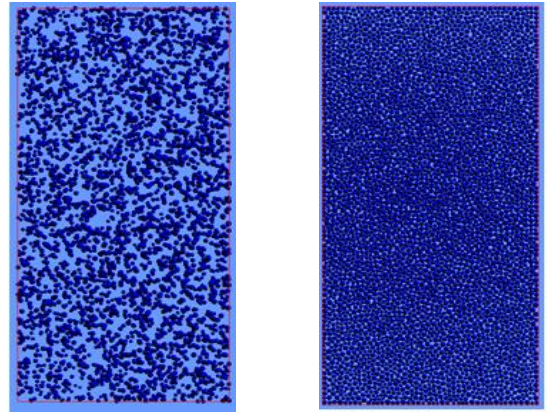
위 식에서  $\lambda$ 는 차원 값으로 3차원 공간에서는 3이다.  $\bar{R}^{(c,p)}$ 는 접촉점과 입자 사이의 거리의 크기이며,  $K^{n(c)}$ 는 입자의 법선 강성  $\phi^{(c)}$ 는 식 (17)와 같다.

$$\phi^{(c)} = \begin{cases} R^{(A)} + R^{(B)}, & \text{particle - particle contact} \\ R^{(p)}, & \text{particle - wall contact} \end{cases} \quad (17)$$

암반 모델이 명시된 등방성응력을 만족하면 다음으로 floating 입자들을 제거한다. floating 입자는 하나의 입자가 충분한 주변입자와의 접촉이 이루어지지 않는 입자를 일컫는다. floating 입자를 줄이기 위해서 먼저 floating 입자의 반지름을 특정 비율  $M_r$ 만큼 증가시킨 다음에 입자에 작용하는 평균 법선 접촉력을 목표 힘 이하가 되게끔 입자의 반지름을 감소시킨다. 입자의 반지름이 감소되는 양은 식 (18)와 같이 결정된다.

$$\Delta R = -2(\bar{F}_p - 0.9\bar{F}_a f_m) / k_n \quad (18)$$

위 식에서  $f_m$ 은 목표 힘을 정하기 위한 1보다



(a) Random creation (b) Rearrangement

Fig. 3 Particle creation in the boundary

작은 값으로 목표 힘  $F^{target} = \bar{F}_a f_m$ 으로 결정된다.  $\bar{F}_a$ 는 전체 모델의 평균 법선접촉력이고  $\bar{F}_p$ 는 단일 입자의 평균 법선접촉력이다. 반복계산을 통해서 floating 입자들이 모두 제거되면 병렬결합을 생성하게 된다.

### 3. 일축 압축 시험

암반의 주요 특성치를 도출하기 위해서 일축압축시험을 수행 하였다. 시험에 사용된 암반은 화강암으로 암석 물질뿐만 아니라 일축압축강도 및 탄성상수를 도출하였다. 일축압축강도 측정을 위해 ISRM suggested method를 참고 하였고, 시험편에 축하중을 가하고 측정을 위한 가압장치는 자동 제어장치(automatic servo-control system)를 이용하였다. 탄성상수는 ASTM D 3184규격을 참고하였으며 축방향과 횡방향의 변형률을 측정하여 응력-변형률 곡선에서 탄성계수, 포아송비 등의 탄성상수를 도출하였다. 화강암에 대해서 시료 성형은 총 10회, 물성 시험은 5회 그리고 일축압축강도 및 탄성상수 도출 시험은 3회 수행하였다. 시험편의 직경은 NX(54mm)를 표준으로 하여 최소 20mm 이상이 되게 제작하였으며(약43.00mm), 암석물성 및 역학시험을 위해 시험편의 길이는 직경의 1.5~2.5배 되게 성형하였다. 가압면과 코어면의

수직도는 가압면의 최소, 최대값의 차를 시료의 직경으로 나눈 값으로 1/230을 넘지 않게 성형하였다. 즉, 가압면과 코어면 사이의 각이  $90 \pm 0.25^\circ$  이내로 성형하였다. Fig. 4~6는 G-2, G-3 그리고 G-5의 strain-stress 곡선을 나타낸다.

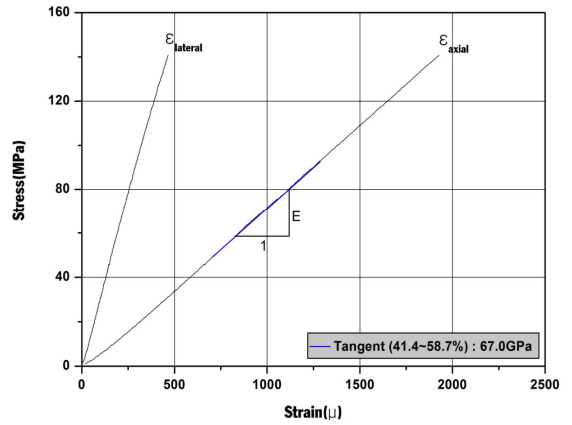
Fig. 7에서 확인할 수 있듯이 세 가지 타입 G-2, G-3 그리고 G-5 모두 축 방향으로 파단되는 경향을 나타내었으며, 포아송비는 축방향보다 횡방향의 응력-변형률의 경사에 영향을 많이 받는 것을 확인할 수 있었다. Table 1과 2는 화강암의 물리적 특성과 역학적 특성의 수치 결과 값이다. 화강암은 수분함량과 공극률에서 매우 낮은 수치를 보였는데 이는 화강암의 조밀한 입자구조에 의한 결과로 판단된다. 화강암 시편간의 상이한 입자 구조 및 가공상태 등에 의해 일축압축 강도와 영률이 포아송비에 비해 큰 편차를 보였는데 화강암을 수치적으로 모델링 하기 위해서는 적당한 값을 선정할 필요가 있다. 본 연구에서는 각 화강암의 특성의 평균값을 이용하여 수치 모델에 적용하였다.

**Table 1 Physical properties of granite**

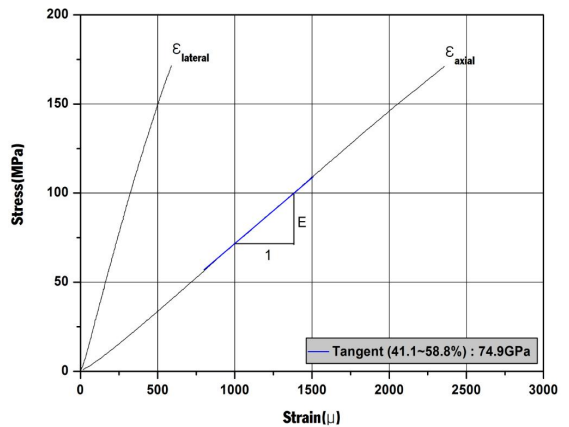
| ID  | Dry density<br>( $g/cm^3$ ) | Water content<br>(%) | unit Weight<br>( $kN/m^3$ ) | Porosity<br>(%) |
|-----|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------|
| G-1 | 2.639                       | 0.200                | 25.811                      | 0.706           |
| G-2 | 2.637                       | 0.177                | 25.798                      | 0.680           |
| G-3 | 2.634                       | 0.203                | 25.757                      | 0.701           |
| G-4 | 2.641                       | 0.218                | 25.825                      | 0.701           |
| G-5 | 2.639                       | 0.186                | 25.745                      | 0.696           |

**Table 2 Mechanical properties of granite**

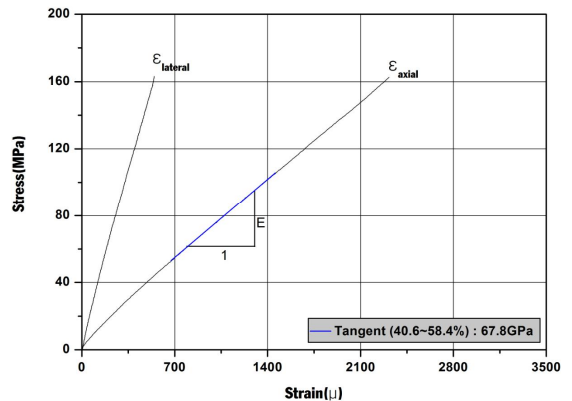
| ID  | Uniaxial Compressive Strength<br>(MPa) | Young's Modulus<br>(GPa) | Poisson's Ratio |
|-----|--|--------------------------|-----------------|
| G-2 | 171.232                                | 74.9                     | 0.244           |
| G-3 | 140.757                                | 67.8                     | 0.233           |
| G-5 | 162.653                                | 67.0                     | 0.241           |



**Fig. 4 Strain-Stress Curve of G-2**



**Fig. 5 Strain-Stress Curve of G-3**



**Fig. 6 Strain-Stress Curve of G-5**

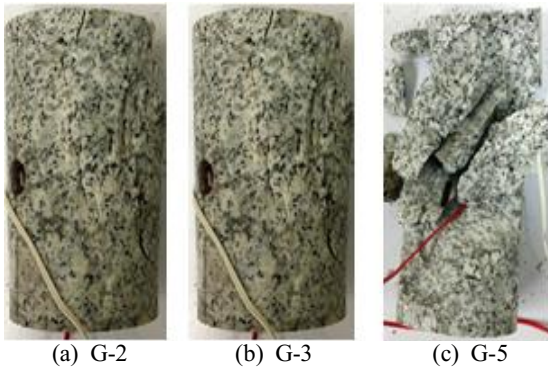


Fig. 7 The failed shape of granite

#### 4 암반-픽 커터 접촉 해석

암반 절삭 도구인 픽 커터와 암반과의 접촉에서 암반의 파쇄 형상과 픽 커터가 받는 절삭력<sup>[9]</sup>을 예측이 필요하다. 본 연구에서는 암반을 다수의 입자 결합을 통해 모델링하고, 픽 커터와 암반 모델과의 접촉을 해석하였다. 암반은 등방성을 가정하여 모델링 하였으며, 픽 커터는 3D 형상 모델링을 통해 정의하였다. 픽 커터의 형상은 CATIA 프로그램을 사용하여 모델링 하였으며, CATIA의 메쉬 툴을 이용하여 메쉬화 하고 메쉬 정보를 텍스트 파일로 추출하여 개발 프로그램에서 다시 폴리곤 요소로 정의하였다. 픽 커터는 Fig. 8과 같은 폴리곤의 집합으로 구성되며 폴리곤은 세 점 P, Q, R과 P점에서 Q와 R점으로 각각 향하는 단위 벡터 W, V 그리고 폴리곤 면의 법선 벡터 N으로 정의된다<sup>[10]</sup>. 수치적 암반 모델은 실험을 통해 얻은 화강암 물성치를 이용하여 등방성으로 가정하여 모델링 하였으며, 암반의 주요 물성치는 실험 데이터의 평균값으로 적용하였다. Table 4는 해석에 사용된 입자 모델의 데이터들을 나타내며 Table 5는 픽 커터의 물성치 및 데이터를 나타낸다. 암반-픽 커터 접촉 해석을 위해 선형 절삭 시뮬레이션을 수행하였으며, 암반이 고정된 상태에서 픽 커터에 선형 운동을 적용하여 암반과의 접촉을 시뮬레이션 하였다. Fig. 9는 픽 커터 형상과 암반모델의 접촉 시뮬레이션 과정을 그래픽 적으

로 표현한 결과를 보여준다. 그림에서 확인할 수 있듯이 입자들이 픽 커터와의 접촉에 의해 파쇄되는 거동을 나타내었다.

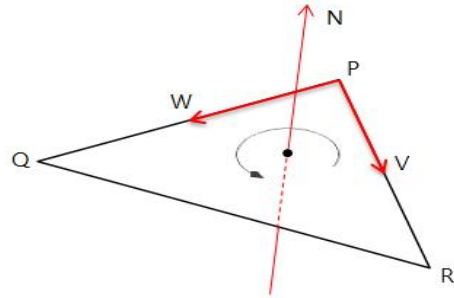


Fig. 8 The definition of polygon

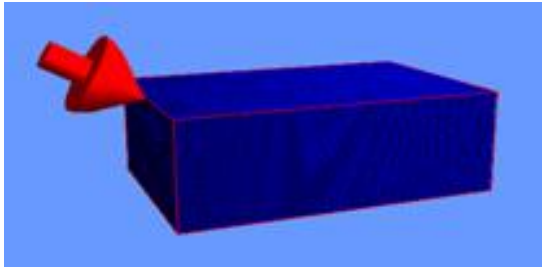
Table 4 Condition of rock particle

| Condition                   | Value    |
|-----------------------------|----------|
| Initial radius(m)           | 4.0e-4   |
| Young's modulus(GPa)        | 69.9     |
| Density(kg/m <sup>3</sup> ) | 2638     |
| Poisson ratio               | 0.718    |
| Max tensile stress(MPa)     | 158 ± 13 |
| Friction                    | 0.3      |
| No. of particles(EA)        | 750,000  |

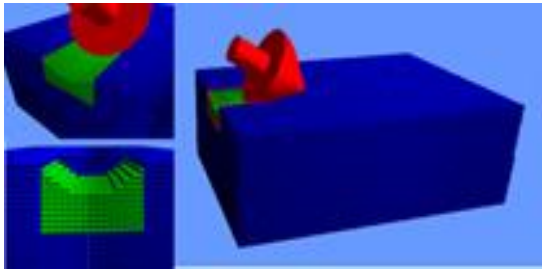
Table 5 Condition of pick-cutter

| Condition                   | Value  |
|-----------------------------|--------|
| Num. of polygon             | 4.0e-4 |
| Young's modulus(GPa)        | 530    |
| Density(kg/m <sup>3</sup> ) | 13300  |
| Poisson ratio               | 0.24   |
| Friction                    | 0.3    |





(a) Initial state



(b) Final state

Fig. 9 The pick-rock contact simulation

#### 4. 결론

본 연구에서는 이산요소법을 이용하여 입자 기반의 암반 모델링과 암반 절삭 도구인 픽 커터와의 접촉을 시뮬레이션 하였다. 암반의 특성치를 적용을 위해 화강암에 대한 일축압축시험을 수행하였으며, 5개의 물리적 특성과 3개의 역학적 특성을 도출하였다. 픽 커터 형상에 대해서 메쉬화를 수행하고 텍스트 파일로 메쉬정보를 추출하여 개발 프로그램에서 다수의 폴리곤 요소로 정의하였다. 암반 모델은 시험에서 얻은 화강암의 특성치를 적용하였으며, 선형절삭 시뮬레이션을 통해 암반과 픽 커터의 접촉을 해석하였으며, 픽 커터와의 접촉에 의해 암반이 파쇄 되는 것을 확인하였다.

#### 후 기

본 연구는 산업통상자원부에서 지원하는 사업화연계기술개발사업(N0001107)의 연구수행으로 인한 결과물임을 밝힙니다.

#### REFERENCES

1. Park, H. G., Jang, J. S., Yoo, W. S., Kim, M. S., Lee, H. J., and Lee, J. W., "Development of a Design Support Program for Pivot Points of Working Devices in Construction Equipment using Planar Multi-body Dynamic Analysis", Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 14 No. 6, pp. 49~56, 2015.
2. Goodman, R. E., Methods of geological engineering in discontinuous rocks, West Publishing Company, San Francisco, CA, 1976.
3. Crouch, S. L. and Starfield, A. M., "Boundary element methods in solid mechanics: with applications in rock mechanics and geological engineering," Allen & Unwin, London, 1982.
4. Cundall, P.A., "A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems," Proc, Symp. Rock Fracture (ISRM), Nancy, Vol. 1, pp. II-8, 1983.
5. Cundall, P. A., Strack, O. D., "A discrete numerical model for granular assemblies," Geotechnique, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
6. Shi, G. H., "Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for statics and dynamics of block systems," Engineering Computations, Vol. 9, No. 2, pp. 157-168, 1992.
7. Itasca Consulting Group Inc., PFC2D/3D (Particle Flow Code in 3 Dimensions), Version 2.0, Minneapolis, MN: ICG; 1999.
8. Potyondy, D. O. and Cundall, P. A., "A bonded-particle model for rock," International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol 41, pp. 1329-1364, 2004.
9. Ahn, K. W., Jeon, E. C., and Kim, T. H., "Turning Machining Optimization using Software Based on Cutting Force Model", Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 14 No.5, pp.107~112, 2015.
10. Ericson, C., Real-Time collision Detection, CRC Press, Florida, pp. 46-142, 2004.