韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/mathedu.2016.55.3.317
2016. 8. 제 55권, 제 3호, 317-334.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
August, 2016, Vol. 55, No. 3, 317-334.

통계적 추정을 가르치기 위한 수학적 지식(MKT)의 분석

최민정(군자중학교)
이종학(대구교육대학교)
김원경(한국교원대학교)†

Ⅰ. 서론

현재를 살아가면서 우리는 날마다 다양한 미디어를 통하여 엄청난 양의 정보를 접하게 된다. 도처에 산재해 있는 많은 정보 속에서, 이를 해석하고 비판적으로 평가하는 기반이 되는 통계적 소양은 이제 필수적인 능력이며(Gal, 2004), 이로 인하여 학교수학에서도 통계 교육의 중요성은 날로 높아지고 있다. 더불어, 전통적인 통계 교육에서 지도되던 통계적 기능, 절차, 계산 위주의 연습에 대한 비판과 성찰이 이어지면서, 이에 따라 최근의 통계 교육은 학습자의 통계적 추론의 신장을 강조하고 있다(Ben-Zvi, Garfield, 2004). 이에 Gal(2004)은 통계적 소양의 함양을 위하여 통계 영역에서 갖추어야 할 통계적 능력 중 하나로 통계적 추정을 제시하며, 이를 위한 통계적 개념으로 신뢰구간과 가설검정을 들었다.

통계적 소양의 중요성이 부각되고 통계적 추정에 대한 지식의 필요성이 높아지면서, 통계적 추정에서 신뢰구간의 해석과 가설의 검정 능력이 중요하게 여겨지고 있으나, 대체로 현장의 통계 교육은 이를 충족시키지 못한다는 지적을 받고 있다. 김원경, 문소영, 변지영(2006)에 의하면, 학생들이 통계 영역에서 느끼는 어려움은 수학의 다른 분야와 비교하였을 때 매우 높으며, 고등학교 수학의 각 단원들 중 통계는 수학 교사들이 단원에 대한 이해가 부족하여 가르치기에 꽤 자신이 없다고 생각하는 영역 중의 하나이다. 특히 교사의 교수적 자신감은 '모집단과 표본', '통계적 추정' 단원에서 미흡한 것으로 알려졌으며, 이는 학생들이 통계에서 어려워하는 단원과도 일치한다(김원경, 문소영, 변지영, 2006; 이은희, 김원경, 2015). 또한, 고은성, 이경화(2011)의 주장대로 예비교사들이 표본의 대표성, 표집 변이성과 분포에 대한 개념의 이해도가 부족하다면, 표집과 분포 개념을 기반으로 '통계적 추정'이 계통성을 갖는 통계 개념의 위계적 특성상 신뢰구간과 가설 검정이 다루어지는 통계적 추정에 대한 교사의 이해도 역시 미흡할 수밖에 없는 것은 주지의 사실이다.

교실은 학생의 학습이 일어나는 현장이며, 교사는 그 현장의 수업 운영에서 중요한 역할을 맡고 있다. 교사는 교육과정 재구성의 주체자이기에 교사에 따라 학생들의 학습 방법과 이해도는 얼마든지 달라질 수 있고, 따라서 교사가 가지고 있는 지식의 중요성은 매우 크다고 할 수 있다. 조성민, 노선숙(2007)에 의하면, 실제로 교사의 지식은 교실 수업에서 실제적인 영향력을 가지며, 교사의 지식은 가르치는 방법, 수업의 내용과 과정, 학생의 학업 성취 등에 직·간접적인 영향을 미친다. 또한 신현용, 이종욱(2004)은 수학에 대한 확고한 지식은 학생의 효과적인 학습에 절대적인 영향을 미치는 것은 아니지만, 학생들의 질문에 적절하게 반응할 수 있고, 다양한 수학적 표현을 포함하는 적절한 학습활동을 계획할 수 있으며, 교실에서 일어나는 수학적 담화를 수학적 활동이 일어나도록 적절하게 조절할 수 있다고 하면서 수학에 대한 교사 지식의 중요성을 주장한다. 따라서 본 연구에서는 통계적 추정을 가르치기 위한 교사 지식의 필수적인 영역을 알아보고 이 지식들이 실제 학생들을 가르치고 있는 현장의 교사들에게서 어떻게 발현하는지를 살펴보아 학교 현장에서 확률과 통계 영역의 효율적인 지도와 교사

* 접수일(2016년 04월 01일), 수정일(1차: 2016년 5월 5일, 2차: 2016년 8월 4일), 게재확정일(2016년 08월 16일)
* ZDM분류 : A74
* MSC2000분류 : 97C80
* 주제어 : 통계적 추정, 가르치기 위한 수학적 지식
* 이 논문은 최민정의 2015년 석사학위논문인『통계적 추정을 가르치기 위한 수학적 지식(MKT)의 분석』의 일부임.
† 교신저자

전문성의 심도 있는 향상을 위한 방향을 설정하는 데에 도움이 되고자 한다. 이를 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1. 신뢰도와 신뢰구간에 대한 MKT는 어떠한가?
2. 표본과 표집분포에 대한 MKT는 어떠한가?

Ⅱ. 이론적 배경

1. 가르치기 위한 수학적 지식(MKT)

교사의 지식을 측정하는 것은 교사의 선발과 밀접한 관련이 있기 때문에 선발 문항과 관련된 교사 지식의 연구가 오래 전부터 계속되어 왔다. Hill, Sleep, Lewis, Ball(2007)에 의하면 1960년대부터 교사의 지식을 측정하는 연구가 시작되어, 1986년 이후 여러 학자들에 의하여 Shulman의 PCK를 기반으로 교사가 가져야 하는 지식에 관한 연구가 이루어지며 그 중요성이 강조되었다. 수학교육 분야에서 Ma(2002)는 미국에 비하여 중국교사의 고등교육 정도가 현저하게 떨어짐에도, 학생들의 수학 학업성취수준은 그와 반대의 결과를 내는 이유를 찾기 위하여 중국과 미국 교사의 가르치는 방법에 대한 지식을 연구하여, 그 결과로 교사는 수학에 내재한 개념적 구조와 수학적 기본태도를 알고, 학생들에게 개념적 구조의 토대를 제공하고 기본 태도를 가르쳐 줄 수 있게 하는 '기초수학에 대한 이해'가 필요함을 주장하였다.

Shulman의 PCK를 기반으로 교사들의 지식에 관한 연구가 이루어졌는데, Ball, Thames, Phelps(2008)은 가르치기 위한 수학적 지식(Mathematical Knowledge for Teaching, MKT)을 제안하였다. 이는 Shulman의 연구가 일반교과에 관한 지식의 범주를 나타낸 것에 반하여 수학이라는 교과의 특성을 고려하여 교사의 지식의 범주를 재구성한 것이다. Ball 외(2008)는 교사가 수학을 가르칠 때에 실제 무엇을 하며 어떤 이해가 필요한지, 즉 가르치는 내용을 어떤 방식으로 알아야 하는가에 관심을 가지고 실제 교사가 가르치는 일 자체에 초점을 맞추어 교사의 지식을 연구하여 MKT를 몇 가지 하위 영역으로 나누어 제시하였는데, 이는 [그림 1]과 같다.

다음 [그림 1]에서와 같이 교과 내용지식(Subject Content Knowledge, 이하 SCK)을 일반 내용지식(Common Content knowledge, 이하 CCK), 특수 내용지식(Specialized Content Knowledge, 이하 SCK), 수평 내용지식(Horizon Content Knowledge, 이하 HCK)의 세 가지로 구분하는데, CCK는 특별히 교사에게 필요로 하는 능력이 아닌 잘 교육받은 일반인에게 기대할 수 있는 수학적 지식을 의미하는 것으로 '특수' 내용지식과 대비되는 '일반' 내용지식이다. 즉, 수학 문제를 정확히 풀고 해결하며 정확한 기호를 사용할 수 있는지 등에 대한 지식으로 교사는 자신이 가르쳐야 하는 수학내용을 정확히 알고 있어야 한다는 것이다(Ball 외, 2008). 또한, 통계적 추정과 관련하여 CCK란 통계적 추정이 모집단으로부터 추출된 표본에서 모수를 추측하는 것임을 대체로 아는 것이다.

SCK는 교수에서만 사용되는 특수한 기술로 학생들이 알아야 할 필요는 없지만 학생들을 가르치는 데에 필요한 내용지식이다. 학생들의 오류의 패턴을 찾아낸다든지, 학생이 자신만의 방법으로 문제해결을 하였을 때에 그것

[그림 1] 가르치기 위한 수학적 지식의 분류(Ball et al., 2008)
[Fig. 1] Classification of Mathematical Knowledge for Teaching(Ball et al., 2008)

이 과연 일반적인 경우에 사용가능한 지식인지를 판단하고 그 근거를 이야기 해줄 수 있는 능력, 과제의 난이도를 조정하는 능력 등이 이에 해당한다(Ball 외, 2008). 통계적 추정과 관련하여 SCK는 변량으로서 표본 평균이 지니는 변이성을 이론적으로 이해하거나 신뢰구간이 어떤 α값에 대한 모수 θ가 $P(\widehat{\Theta_L} < \theta < \widehat{\Theta_U}) = 1-\alpha$ (단, $\widehat{\Theta_L}, \widehat{\Theta_U}$는 추정량 $\widehat{\Theta}$의 함수임)에 속하는 구간 $(\widehat{\Theta_L} < \theta < \widehat{\Theta_U})$ 를 $100(1-\alpha)\%$ 의 확률구간이라고 하고, 실제 표본 관찰값으로 계산한 구간$(\widehat{\theta_L} < \theta < \widehat{\theta_U})$ 임을 연역적으로 파악할 수 있는 것이다(김원경, 2011). HCK는 수학 주제에 대하여 수학교과 전반에 걸쳐 어떻게 연결되어 있는지를 아는 지식을 의미하며, 다음에 배우게 될 내용과 관련하여 지금 어떻게 가르쳐야 할지를 판단하게 하는 기준이 될 수 있다(Ball 외, 2008). 통계적 추정과 관련하여 HCK는 초등학교부터 고등학교급까지 교육과정 상의 확률·통계 영역이 지닌 '분포개념', '요약개념', '표본개념' 순으로의 연계성을 아는 것이다.

다음으로 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)의 하위항목으로 내용과 학생에 대한 지식(Knowledge of Content and Students, 이하 KCS), 내용과 교수에 대한 지식(Knowledge of Content and Teaching, 이하 KCT), 내용과 교육과정에 대한 지식(Knowledge of content and curriculum, 이하 KCC)의 세 가지로 나누었다. KCS는 학생에 대해 아는 것과 수학에 대해 아는 것을 결합한 지식으로써, 학생들의 사고에 대한 지식의 경험으로부터 나오는 것이다. 예를 들어 예제를 선택할 때 교사는 학생이 흥미롭게 생각하며 동기부여가 될 것인지, 학생들 중 누가 그 과제를 해결할 수 있을 것인지, 해당하는 학생이 그 답을 쉽게 찾을 수 있을 것인지, 혹은 어렵게 찾아낼 것인지를 예측할 수 있는 능력, 학생들이 범하는 실수나 오개념에 대해 익숙하게 잘 알고 있는 등의 지식이다(Ball 외, 2008). 또한 통계적 추정과 관련하여 KCS는 표본의 크기 n이 커질수록 표본 평균의 변이성은 작아진다거나 표본의 크기는 통계치의 출현 가능성에 영향을 미친다는 사실에 대한 학생들의 이해가 대체로 부족하다는 것을 아는 것이다.

KCT는 교수를 위해 수학 과제나 수업을 설계하는 것에 대한 지식이다. 예를 들어 가르칠 내용을 어떻게 배열해야 할지, 특정 내용을 가르치기 위해 어떤 예제를 들어가며 시작해야 하는지, 어떤 예제로 학생들의 더 깊은 이해를 도와줄지, 혹은 학급토론을 하고 있을 때에 어느 시점에서 어떤 학생의 발언을 이용하여 어떤 발문을 해야 할지 결정하는 것 등이 이에 해당한다(Ball 외, 2008). 통계적 추정과 관련하여 교육과정 상의 특별한 내용에 관한 지식이나 교육과정에서 내용의 연결 및 위계에 대한 지식인 KCC는 즉, 학교 수학교육과정에 대한 지식으로, 예를 들면 가능성이나 그림그래프가 지도되는 학년과 시기를 아는 것을 말한다(이종학, 2014).

2. 통계적 추정

통계적 추정이란 모집단으로부터 추출된 표본에서 모수를 추측하는 것으로, 고등학교 확률과 통계 단원에서는 대체로 모평균과 모비율의 구간추정을 말한다. 이는 어느 표본자료로부터 구간을 추정하는 것으로, 일반적으로 표집의 변이성 때문에 모수의 참값이 그 구간에 반드시 포함된다고 볼 수는 없다. 따라서 확률 이론을 사용하여 임의 표본이 모수를 포함할 가능성을 따지게 되는 것이고, 이 확률을 신뢰도라고 한다(Delmas, 2004). 이 정의와 같이 신뢰구간 추정의 의미를 이해하기 위해서는 표본평균을 변량으로써 인식하여 이것이 변이성을 가지게 되므로 분포로 나타내어 신뢰성을 인정받을 수 있게 되는 일련의 과정을 이해해야 한다. 즉, 표본과 표본평균의 분포, 신뢰도의 의미와 이들 사이의 관계를 이해하는 것이 필요하다.

1) 신뢰도와 신뢰구간

신뢰도는 '불확실한 상황에서 가능성 원리에 따라 판단 또는 의사결정을 함에 있어 그와 같은 판단, 의사결정에 대한 확률적 자신감의 정도'를 말하며, '가능성의 원리'에 의하여 학생들이 신뢰도를 이해하는 것이 중요함을 강조한다(윤현진, 박선용, 김서령, 이영하, 2009). 또한, 신뢰구간이란 "결정한 방법을 여러 번 시도하였을 때, 정확한 답을 얼마나 자주 얻는가?"에 대한 대답이다(Cobb, & Moore, 1997). 예를 들어, 3%의 유의수준을 갖는다는 것은 결국 97% 신뢰구간으로 설명되고, 관찰된 값이 우연에 의해 일어날 확률이 3%로 낮고 일어날 가능성이 기존의 가설에서보다 커, 결과를 신뢰할 수 있

다는 의미이다. 따라서, 이러한 관점에서 구간의 신뢰성을 인정받을 수 있으므로, 신뢰구간 역시 확률적인 자신감으로 해석해야 한다.

2) 표본과 표집분포의 주요개념

학교 수학에서 확률과 통계 영역은 '분포(도구적) 개념', '요약(타당성) 개념', '표본(신뢰성) 개념'이 통합되어 지도되어야 한다(윤현진 외, 2009). 이때, 분포(도구적) 개념은 현상을 총체적으로 파악하기 위해 현상을 분포를 이용해서 볼 수 있게 하는 개념을 뜻한다. 통계학에서는 여러 현상들이 우연 현상을 지님을 가정하는데, 이를 연구대상으로 삼아 자료를 바탕으로 하는 귀납추론의 실제적 방법을 얻으며, 그 방법에 대한 과학적 정당화를 얻을 수 있는 것이다. 통계적 처리과정에서는 모수를 추정할 때에, 표본평균이나 표본비율 등의 통계량이 변이성을 가지게 되므로 이 변량의 분포를 나타내는 표집분포를 이용할 수 있어야 함을 의미한다(윤현진 외. 2009). 그렇지만 Cobb와 Moore(1997)는 표집분포에 대한 개념 이해의 어려움이 통계적 추론을 이해하기 어렵게 만든다고 주장한다. 요약(타당성) 개념은 추론하고자 하는 모집단의 정보에 타당한 표본의 정보가 무엇인가 또는 주어진 자료를 어떻게 요약해야 목적에 부합되는 요약이 될 것인가를 고려하고 판단할 때 필요한 개념이다(윤현진 외. 2009). 이는 주어진 자료, 또는 수집된 자료로부터 무엇을 계산할 것이며, 이 자료값들이 서로 얼마나 비슷한가를 알아내기 위해 채택된 통계적 방법이 얼마나 타당한가를 판단하는 문제이다.

표본(신뢰성)개념은 변이성을 지닌 표본을 통해 믿을 수 있는 정보를 획득하는지를 비판적으로 이해하는 것으로 표본 자체의 변이성을 분포개념을 통해 분석, 관찰함으로써 이해하고 논리적 측면에서 그와 같은 불확실성을 그대로 수용, 담보하는 통계적 추론의 정당화 및 그 원리를 이해하는 것이 중요하다는 것이다(윤현진외. 2009). 모집단에서 표본을 추출할 때에 모집단과 표본의 관계를 잘 생각하여야 하며, 모집단을 잘 예측하기 위해 표본을 추출하는 것으로 이 때, 표본, 표본의 크기, 표본의 대표성, 표본의 크기, 표집 개념 등이 미리 고려되어야 한다. 특히 임의 표본이 모집단을 대표할 수 있는지, 표본 통계치가 표본들마다 다르지만 일정한 패턴을 갖는다는 것, 즉 표본의 대표성과 변이성을 아는 것은 표집분포 이해에 필수적이라는 것은 Chance, Delmas, Garfield (2004)를 비롯한 많은 학자들이 강조한 바이다. 또한 표집분포에서 신뢰구간 추정을 하는 과정에서는 추론의 정당화를 위한 가능성의 원리가 신뢰성 개념에 해당한다고 볼 수 있다.

3. 선행 연구

김원경, 문소영, 변지영(2006)의 연구에서 수학교사들은 확률과 통계에 대한 교수 경험이 적거나 교수법에 대한 지식이 풍부하지 않았고, 이로 인해 교과서를 의존하는 정도가 높은 것으로 나타났다. 또한, 확률과 통계에 대한 교사들의 수학적 신념은 확률과 통계를 응용수학의 한 분야로 여기며, 확률과 통계의 가치를 실용성에서 추구하는 경향을 보였다.

확률에 대한 교사의 교수학적 내용 지식을 분석한 신보미(2008)는 대다수의 수학교사들이 표본공간과 근원사건의 개념에 대해서 학생들과 비슷한 정도의 인지적 어려움을 가지고 있으며, 표본크기의 성질에 대한 오개념을 지니고 있다고 말한다.

표본평균의 분포에 관한 수학 교사들의 PCK를 분석한 강숙자(2010)는 교사들이 임의추출에 대한 단편적인 지식을 가지고 있으며, 표본추출과정의 이해가 부족한 학생들의 오류를 적절히 지도하지 못하고, 임의추출이 모집단을 대표할 수 있는 표본추출 방법임을 개념적으로 이해하지 못한다고 주장한다.

예비교사들을 대상으로 한 통계적 표집에 대한 이해도 조사에서 고은성, 이경화(2011)는 예비교사들(64%)이 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하고 있으며, 모집단에서 표본이 차지하는 비율보다 표본의 크기 자체가 중요함을 인식하는 비율이 낮았다. 또한, 신뢰할 수 있는 결과를 얻기 위해 표집 횟수가 중요함을 인식하거나, 표집분포는 모집단 분포의 형태와 무관하게 모집단의 평균을 중심으로 대칭적인 형태를 나타낸다는 것을 이해하는 예비교사들이 적어 표집에 관한 개념이 학교수학과 예비교사 교육과정에서 모두 적절하게 다루어져야 함을 주장하였다.

고등학교 수학 수업에서 나타나는 초임교사의 수학교수에 대한 지식(MKT)을 분석한 고희정(2013)은 초임

교사의 수학 교수에 대한 지식(MKT)은 대체로 예비교사 시기의 PCK의 영향을 주로 받는다고 말한다.

조건부확률에 대한 현직교사의 MKT를 분석한 김혜윤(2014)은 대다수의 교사들이 조건부확률의 지도에서 조건부확률을 직관적으로 도입한다고 말하며, 우선적으로 고려해야 할 것은 학생들이 지니는 오류 및 오개념에 대한 파악이라고 주장한다.

살펴본 바와 같이, 선행연구의 결과들은 수학 교사들의 확률과 통계 내용에 대한 이해도가 높다고 볼 수 없으며, 이는 확률과 통계에 대한 수학 교사들의 MKT가 대체로 부족하다는 것을 시사한다. 또한, 통계적 소양의 중요성이 부각되어 통계적 추정에 대한 기본지식을 알아야 할 필요성이 높아지고, 통계적 추정에서 신뢰구간의 해석이 중요하게 여겨지고 있으나 실제 교육과정에서 통계 교육은 이를 충족시키지 못한다는 지적을 하고 있다. 이에 교육과정의 재구성자로서 교육의 중요한 한 축을 담당하고 있는 교사가 신뢰구간의 해석과 관련하여 통계적 추정을 어떻게 지도하고 있는지 알기 위한 한 방법으로 통계적 추정과 관련된 교사의 지식이 어떠한지 분석, 분류하여 보고, 이를 통해 교사들이 간과하기 쉬운 개념들에 대해 조명하여, 예비교사교육, 교사재교육과정을 구성하는 데에 시사점을 주고자 하였다. 이에 본 논문에서는 확률과 통계 영역에서 구체적으로 통계 분야에 중점을 두어 대표적인 통계 내용인 통계적 추정을 가르치기 위한 수학교사들의 MKT를 분석해보고자 한다. 이를 위해 본 논문은 통계적 추정과 관련하여 표집분포, 모평균과 모비율의 추정, 그 결과의 해석에 대한 통계 지식을 중심으로, 통계적 추정에서 교사에게 요구되는 MKT가 무엇인지와 이에 대한 교사 지식이 어떻게 구성되어 있는가를 알아보고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

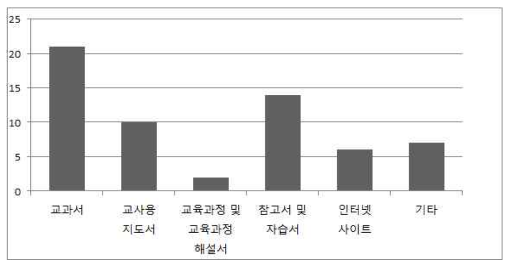
통계적 추정 영역의 MKT는 PCK를 포함하는 개념이며 PCK는 가르치는 교육 현장에서 더 많이 함양되는 지식이기 때문에, 통계적 추정을 가르쳐본 경험이 있는 현장의 고등학교 교사를 대상으로 연구를 수행하였다.

설문지를 사용한 자료 수집은 주로 서울 및 경기도내 4개시와 강원도내의 2개시의 지역에 근무하는 교사를 대상으로 연구자가 설문지를 일차로 한 교사에게 의뢰하면 이 교사가 이차로 본인 지역 학교의 연구 목적에 부합하는 수학 교사에게 배포하고 설문을 받는 형태로 유의추출하였다. 또한, 연구 목적에 부합하는 표본을 추출하고 추출한 표본의 임의성과 대표성을 보장받기 위하여 일차로 의뢰한 교사는 임의로 추출하였으며, 이차에서는 추출한 고등학교의 통계적 추정을 가르쳐본 경험이 있는 모든 수학교사를 대상으로 하였다. 검사지에 응답한 교사들의 근무지역, 수학 및 통계 관련 직무연수 시간에 관한 세부 정보는 다음 [표 1]과 같다.

[표 1] 교사 정보
[Table 1] Information for teachers

범주		도수					합계
지역		서울	경기	강원			36
		9	21	6			
연수	수학	60이하	60~120	120~180	180초과	무응답	36
		14	9	2	6	5	
	통계	10이하	10~20	20~ 30	30초과		36
		28	4	2	2		

또한, 연구대상 교사들이 수업에 활용하는 자료의 빈도는 [그림 1]과 같다.



[그림 2] 활용 자료에 대한 그래프
[Fig. 2] Graph of preferred materials

위의 [그림 2]에서 21명(58%)의 교사들이 교과서를 가장 많이 활용하고 있었으며 그 다음은 참고서 및 자습서, 교사용 지도서 순이었다. 특이한 점은 ‘기타’를 선택한 7명(19%)의 교사는 전공서적을 참고한다고 기재하였으며, 이를 통해 연구대상 교사들이 정확하며 전문성 있는 지식을 파악하고 전달하기 위하여 적극적으로 노력함을 알 수 있었다.

그리고 면담을 통한 사례연구는 본 연구가 통계적 추정에 대한 교사 지식에 관한 것이므로 최근에 고등학교에서 확률·통계 영역에 대한 지도 경험이 있으며, 교직경력이 5~10년 사이로 학교에서 중견의 위치를 차지하며, 솔직하고 적극적으로 면담에 참여할 수 있는 교사 3인을 대상으로 선정하였다. 교사 1(T1)은 교직경력 9년이며 서울지역에서 근무하고 있으며 최근 2013년에 통계적 추정을 가르친 경험이 있다. 교사 2(T2)는 교직경력 9년이며 경기지역에 근무하고 최근 2012년에 통계적 추정을 가르쳤고, 마지막으로 교사 3(T3)은 경기지역에 근무하며 교직 경력이 8년이며, 최근 2012년 통계적 추정을 가르친 경험이 있는 교사이다. 본 연구에서는 각 교사를 T1, T2, T3로 코딩화하여 자료를 처리하고 분석하였다.

2. 자료 수집

자료 수집을 위한 검사 도구는 설문지 형식으로 만들어졌으며, 교사의 지식 영역 중 CCK, KCT, KCS, SCK, KCT의 영역에 대한 문항으로 구성되었다. 먼저 신뢰도와 신뢰구간에 대한 정의와 해석의 CCK가 어떠한지를 살펴보고, 학생지도를 위하여 교과서의 해석을 넘어서 폭넓은 개념으로써의 신뢰도와 신뢰구간을 이해하고 있는지, 신뢰구간에 대한 개념 이해 부족에서 나오는 학생들의 오개념을 파악하고 교정하는 방법을 어떻게 사용하고 있는지에 해당하는 SCK, KCS, KCT 영역 문항을 구성하였다. 다음으로 신뢰구간의 해석에 바탕이 되는 표본과 표집분포의 개념에 대한 CCK, KCT, KCS, KCT의 네 영역을 살펴볼 수 있도록 문항을 구성하였다. 또한, 각 문항이 조사내용과 MKT의 하위 영역을 묻는 문항으로 적절한지를 알아보기 위하여 현직 고등학교 교사 2명을 대상으로 예비조사를 실시하여 의견을 들었으며, MKT에 관한 배경지식이 있는 고등학교 교사 1명과 통계학 분야의 전문가의 의견을 참고하여 문항을 수정하는 과정을 거쳤다. 이에 검사지의 문항 구성은 다음 [표 2]와 같고, 최종 검사지는 [부록 1]에 제시하였다.

먼저 설문지는 각 문항별로 분석을 실시하였다. 교사들의 설문 답안을 정리하여 객관식 문제는 정답, 오답으로 나누어 이를 각각 상, 하 수준으로 분류하였으며, 서술형 문항은 교사들의 응답 유형을 나누는 작업을 거쳐

[표 2] 검사지의 문항 구성
[Table 2] Configuration of item questionnaire

문항 번호	조사내용	MKT 영역	출처
1	표본의 정의(대표성), 표본분포와 표집분포의 구분	CCK	Chance (2010)
2	표집분포-중심극한정리 (작은수의 법칙)	CCK	Chance (2010)
3	(1) 신뢰구간 해석	KCS/KCT	Sotos (2007)
	(2) 분포	KCS/KCT	Sotos (2007)
4	표집분포와 표본의 크기	CCK	제작
5	(1) 표집분포와 표본의 크기	CCK	제작
	(2) 표본분포	CCK	제작
6	(1) 신뢰도의 정의	CCK	제작
	(2) 신뢰도의 정의	SCK	이영하외 (2010)
7	신뢰도에 대한 직관적 이해	SCK	Garfield (2003)
8	(1) 표본 임의추출	CCK	제작
	(2) 신뢰구간에 대한 이해	KCS	제작
	(3) 신뢰구간에 대한 이해	KCS	제작
	(4) 표본표준편차 -타당성	KCT	제작
	(5) 신뢰구간에서의 변이성	SCK	제작
	(6) 신뢰구간의 정의	CCK	제작
	(7) 신뢰구간의 해석	CCK	제작
9	(1) 모비율 추정 자료해석 능력	SCK	제작
	(2) 모비율 추정 자료해석 능력	SCK	제작
	(3) 신뢰도와 신뢰구간 길이, 표본의 크기와의 관계	SCK	제작

설문의 의도에 따라 교사 지식을 상, 중, 하의 세 범주로 구분하였다.

또한, 응답 유형이 다양한 수준으로 나누어지지 않고 뚜렷하게 이분화 된 경우에는 상, 하의 두 범주로 구분하여 각 문항별 교사들의 MKT 정도를 분석하였다. 문항별 수준은 통계학 분야의 전문가의 조언을 얻어 MKT에 대한 지식이 있는 교사 1명과 같이 분류 작업을 거쳤다. 한 예로 통계적 추정에서 95% 신뢰도를 주로 활용하는 것과 관련하여 신뢰구간의 길이와 표본의 크기를 동시에 고려하여 구체적으로 '99%신뢰도는 표본오차가 크고, 표본오차를 작게 하려면 비용이 상승한다.'는 반응은 상 수준으로, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기를 동시에 고려하였지만 다소 구체적이지 못한 '신뢰도를 크게 하려면 시간과 자원의 제약이 있다.'거나 '99%는 신뢰구간이 너무 길어서, 오차범위가 너무 넓어서'라는 반응은 중 수준으로 그 외에 무응답이나 신뢰도의 일반적인 정의를 제시한 반응은 하 수준으로 분류하였다.

문항별 분석 후, 통계 개념별로 나누어 최종 정리하였다. 그리고 각 문항과 경력 사이의 상관도 분석을 위하여 상, 중, 하에 2, 1, 0점(상, 하로 구분되는 경우는 각각 1, 0점을 부여)의 점수를 각각 부여한 뒤 SPSS 12.0을 이용하여 통계적으로 처리하였다.

또한, 각 문항에 응답한 교사들의 이유에 대한 구체적이고 질적인 분석을 위해서 면담을 실시하였다. 면담 대상자 3명에 대한 면담 과정을 녹음하여 자료를 수집하였으며, 녹음한 자료는 그 내용을 전사하여 문항 분석에 이용하였다.

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. 연구문제 (1)의 분석 결과

1) 신뢰도에 대한 분석 결과

교사들의 신뢰도에 대한 MKT가 어떠한지 알아보기 위하여 문항 6, 7, 9(3)을 분석하였다. 연구 대상의 절반에 가까운 44%의 교사들이 신뢰도를 95%의 확률을 이용하여 정의하였으며, [표 3]과 같이 윤현진 외(2009)가 주장하는 '판단, 의사결정에 대한 확률적 자신감의 정도'로 정의하고 있지 않았다.

[표 3] 문항 6(1)번의 응답결과
[Table 3] Response results of item 6(1)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	판단, 의사결정에 대한 확률적 자신감의 정도로 설명	0	28
	믿을 수 있는 정도, 가능성으로 설명	10	
중	신뢰구간에서의 95%의 확률로 설명	16	53
	백과사전적 신뢰도의 의미	3	
하	모르겠다, 무응답	7	19

문항 6(1)에 대한 응답의 결과는 신뢰도의 정의에 관한 SCK를 묻는 문항 6(2)의 결과와 연결된다. 신뢰도를 믿을만한 정도, 가능성의 정도로 생각할 수 있는 교사일수록 신뢰도를 신뢰구간에서의 95% 확률로써 이해하고 있는 교사들보다 주머니에서 뽑은 공 색깔을 추정해 보고 그 신뢰도를 정확하게 답하여야 한다는 교사들의 비율(13:10)이 더 많았다.

신뢰도가 80%라고 답하지 못한 교사들은 주머니 안에 들어있는 공이 흰색이 더 많으므로 흰색이 나올 것이라고 추측하기는 하였으나 신뢰도의 의미를 폭넓게 생각하지 못하여 '?' 표기를 하거나, 정규분포를 이용하여 계산을 하려고 시도하였으며, 80%가 아닌 다른 신뢰도를 제시하였다. 80%의 신뢰도를 제시한 교사들 중에서도 이에 확신하지 못하는 교사들이 역시 있었다. 설문에서 '80%, 확실치는 않습니다.', '80%?'라고 기술한 교사들이 이에 해당한다. 다음은 [문항 6]-(2)에 대한 면담 내용의 일부이다.

에피소드 1: [문항 6]-(2)에 대한 반응

1 R: 여기서 신뢰도가 얼마냐고 질문을 했잖아요. 여기서 사용된 신뢰도라는 용어에 대해서 어떻게 생각하세요?
2 T2: 음...좀 말이 이상해요. <u>흰색 공이 뽑혔습니다. 그 신뢰도는 얼마입니까? 이 질문이 더 맞는 것 같아요.</u> 흰색이라고 했을 때에 신뢰도를 물어보는 거지.
3 R: 그럼 만약에 신뢰도를 '어떤 주장을 했을 때에 확률적 자신감'이라고 정의한다면 이걸 신뢰도라고 해도 될 것 같아요?
4 T2: <u>자신감? 무슨?</u>

위의 에피소드 1과 같이 면담에 참가한 교사(T2)도 문항 6(2)에서 흰 공이 나올 것이며 신뢰도가 80%라고 추측하였지만, 문항에서 사용한 신뢰도라는 용어에 대해서 낯설어 하였으며(4), 학생들에게 신뢰도를 설명해 줄 때에 실제 교과서에 제시되어 있는 그대로, 95% 신뢰구간을 이용하여 신뢰도의 정의를 설명해준다고 하였다(2). 즉, 대체로 교사들은 답변한 그 이상의 폭넓은 의미를 배우거나 생각해볼 기회가 없었음을 알 수 있었다.

하지만 이러한 기회를 갖지 못했음에도 약 64%의 교사들이 신뢰도를 '확률적 자신감'으로써 사용된 문제를 해결할 수 있는 능력을 가지고 있었으며, 7번 문항의 분석 결과 이와 비슷한 약 67%의 인원이 정답을 선택하였다. 문항 7은 통계적 추론 능력을 묻는 문항으로 문항내의 신뢰도에 대한 직관적 이해가 필요한 문항이다. 면담 중 문항 7에서 정답 ④를 선택한 교사(67%)는 신뢰도에 해당하는 부분을 찾아볼 수 있겠느냐는 질문에 '보도가 매우 정확했다.'의 부분을 정확하게 지목하였다. 반면 '보

도했던 날의 몇 %정도 실제로 비가 왔다면'을 지목한 교사(11%)는 오답인 ①의 높은 신뢰도 값을 선택했음을 알아볼 수 있었다. 즉 신뢰도에 대한 직관적인 이해능력이 통계적 추론능력과 무관하지 않음을 보여주는 예라고 볼 수 있을 것이다.

문항 6(2)에 대한 응답은 또한 문항9(3)에 대한 응답 수준과 관련이 있었다. 문항 9(3)은 95%신뢰도를 많이 사용하는 이유에 대하여 응답하는 문항으로 [표 4]와 같이 신뢰구간의 길이와 표본의 크기를 동시에 고려한 교사(상 수준)는 36명 중 한명이었고, 신뢰구간의 길이나, 표본의 크기 둘 중 하나만은 언급한 교사는 23명으로 전체의 64%에 해당했다.

[표 4] 문항 9(3)번의 응답결과
[Table 4] Response results of item 9(3)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	99%신뢰도는 표본오차가 크고, 표본오차를 작게 하려면 비용이 상승한다.	1	3
중	신뢰도를 크게 하려면 시간과 자원의 제약이 있다.	1	64
	99%는 신뢰구간이 너무 길어서, 오차범위가 너무 넓어서	22	
하	그 외, 무응답	12	33

2) 신뢰구간에 대한 MKT 분석

신뢰도의 의미는 곧 신뢰구간을 추정하는 이유가 되므로, 신뢰도에 대한 CCK가 부족하다는 것은 곧, 문항 8(5)에서 점추정 대신 구간추정을 하는 것에 대하여 추정의 신뢰성을 얻는 수단으로써 이해하고, 설명할 수 있는 지식이 부족하다는 의미와 연관성이 있다. 따라서 문항 6(1)의 결과와 마찬가지로 [표 5]와 같이 문항 8(5) 역시 신뢰도를 이용하여 신뢰구간을 구하는 것을 모집단의 추정치로써 신뢰성을 얻는 수단이며, 더 많은 정보를 얻을 수 있다는 필요성으로 설명하는 교사도 역시 없었다. 대신 표집에서의 변이성에 주목하여 정확한 값일 수 없으므로 확률로써 설명해야 한다는 이유를 쓴 교사가 4명이었다. 또한 신뢰 구간으로 표현함으로서 추정의 정확성을 높일 수 있다는 응답을 제시한 교사는 6명으로 대략 10명의 교사가 신뢰 구간에 대한 올바른 지식을 갖추고 있었다. 반면에 대다수의 교사들(26명)은 문항 8(5에 대해서 빈 칸으로 남겨두거나 몇몇은 점추정과 구간

[표 5] 문항 8(5)번의 응답결과
[Table 5] Response results of item 8(5)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	모집단의 추정치로써 신뢰성을 얻는 수단이며, 모평균에 대한 더 많은 정보를 얻을 수 있음	0	11
	표본평균은 모평균과의 오차가 생기므로 이를 확률로 설명해야한다.	4	
중	어느 정도 정확한지 표현하기 위해	6	17
하	그 외, 무응답.	26	72

추정의 방법적 측면을 설명하였다.

신뢰구간에 대한 교사의 MKT와 관련하여 모평균의 신뢰구간에 대한 MKT를 알아보기 위해 문항 3(1), 8(2), 8(3), 8(6), 8(7)의 검사 결과를 살펴보았다.

신뢰구간을 통계적 관점으로 설명해 달라는 문항8(6)에 [표 6]과 같이 확률분포를 이용하여 95%의 확률로써 이 식의 의미를 그대로 읽는 데에 그치는 교사가 총 14명으로 39%에 달하였고, 통계적 확률을 극한을 이용하여 나타내었으나 식을 제시했을 뿐 의미를 설명하지는 못한 교사도 있었다. 실험의 반복을 언급하면서 m을 포함한 구간으로 설명하는 교사는 8명인 22%정도에 그쳤다. 통계적 관점에서 응답하지 못한 교사 중에는 통계적 확률과 이 식이 무슨 상관이 있는지 모르겠다고 응답한 교사도 있었다.

[표 6] 문항 8(6)번의 응답결과
[Table 6] Response results of item 8(6)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	실험이 반복될 때, 구간이 m을 포함할 확률이 약 0.95/ 실험의 반복을 언급	8	22
하	$\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$일 확률이 0.95	14	78
	극한값을 제시하였으나 실험의 언급이 없음	1	
	그 외, 무응답	13	

따라서 신뢰구간을 구하는 식의 의미가 교과서에 제시되고는 있으나, 학교 현장에서 실제 의미 있게 지도되고 있을 가능성이 낮다는 것을 예상할 수 있다. 면담에 참여한 교사 3명 중 1명은 실재로 교과서에서 통계적 확

률의 의미를 설명하는 부분을 본 적이 있는가에 대한 질문에 ‘잘 모르겠다. 진도를 빨리 나가는 데에 치중해서 이 의미를 지도하지 않았던 것 같다.’고 답하였다. 추정 결과 구해진 신뢰구간의 의미를 해석하는 문항 8(7)의 설문 결과는 [표 7]과 같다.

[표 7] 문항 8(7)번의 응답결과
[Table 7] Response results of item 8(7)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	100개의 신뢰구간을 구했을 때, 95개가 m을 포함하는데, 내가 정한 표본으로 구한 구간이 그 중 하나다.	1	3
중	$27.23 \le m \le 32.77$ 의 추정은 95%의 신뢰도를 갖는다.	1	3
하	$27.23 \le m \le 32.77$ 일 확률이 0.95다.	22	61

신뢰구간은 확률구간에 관찰값을 대입한 구간이고, 주어진 신뢰구간에 모평균은 포함되거나 혹은 않는 두 가지 경우만이 존재한다. 즉, $27.23 \le m \le 32.77$ 일 확률은 0 또는 1이 될 수밖에 없고, 이를 확률 0.95라고 해석한 것은 잘못된 해석임에도 불구하고 61%에 해당하는 교사들이 잘못된 해석을 하고 있었다. 다음은 [문항 8]-(7)에 대한 면담 내용의 일부이다.

에피소드 2: [문항 8]-(7)에 대한 반응

1 R: (‘$27.23 \le m \le 32.77$으로 추정하는 것은 95%의 신뢰도를 갖는다.’라고 씌여진 해석을 보여주며).이 해석에 문제점은 없을까요?
2 T3: 잘 모르겠는데, 뭐가 잘못됐어요?
3 R: 이 확률이 0.95라는 설명이 잘못됐거든요. 어떻게 생각해요?
4 T3: 0.95가 아니라고? 95%라고 해야 한다는 건가요?

위의 에피소드 2와 같이 면담에 참가한 교사들에게 이 해석에 대해 문제를 제기했을 때에도 그 결과(2, 4)는 같았다. 확률이 0.95라고 응답한 교사는 확률구간과 신뢰구간을 구분하지 못하고 있는 것이므로, 확률변수의 개념을 학생들에게 지도할 때에도 주의를 기울이지 않을 것이라고 예상할 수 있다. 이는 검사지 문항 8(2), (3)로 연결된다. 문항 8(2)와 8(3)에서 “확률변수의 표기가 잘못되었고, 확률변수의 개념을 잘 알지 못하고 있을 것이다.”라고 학생이 잘못 표기한 부분을 정확히 찾아내어 진단한 교사의 수는 많지 않았다. 다음은 통계적 기호의 사용에 대한 면담의 일부이다.

에피소드 3: [문항 8]-(7)에 대한 반응

1 R: 사실 여기 $\overline{X}$대신 $\overline{x}$가 사용된 부분이 잘못 사용된 거에요.
2 T2: 엑스...바.
3 T1: 표본평균의 평균?
4 T2: 어.. 둘다 표본의 평균인데, 뭐가 다른거에요?
5 R: $\overline{x}$, $\overline{X}$둘다 표본의 평균이기는 한데, 구분해서 가르치지는 않나요?
6 T1: 이 기호($\overline{x}$를 가리키며)를 쓰나?
7 T2: 응. 나도 기억이 안나요. 이 기호($\overline{X}$)는 항상 썼거든.
8 T1: 이 기호($\overline{x}$)도 쓰는 기호에요? (중략) 난 이거 처음 보는데?

일반적으로 표본평균은 어떤 표본이 추출되느냐에 따라서 달라지는 확률변수이고, 이를 구분하기 위하여 확률변수는 대문자를 사용하고, 관찰 값은 소문자를 사용한다. 그렇지만 면담 결과, 교사들은 이 구분을 잘 인식하지 못하는 측면(4, 8)이 있었다.

2. 표본과 표집분포에 대한 MKT 분석

1) 표본에 대한 MKT 분석

신뢰구간의 추정을 위하여 모집단에서 표본을 추출할 때에는 임의 표집이 전제가 되어야 한다. 표본은 단지 모집단의 일부분이 아닌, 모집단을 대표할 수 있는 성질을 가지며, 따라서 모집단을 추정하는 용도로 사용가능하다. 하지만 모평균 추정에서 표본평균은 표본을 추출할 때마다 모평균과 오차가 생기므로 임의 표집은 확률분포 이론을 사용하기 위한 필수적인 조건이 된다. 문항 1에서는 이러한 표본이 가져야 하는 대표성이 어떠한 것인지를 파악하고 있는지를, 문항 8(1)에서는 임의추출을 신뢰구간 추정과 연결시킬 수 있는지를 알아보았다. 다음 [표 8]은 문항 1에 대한 응답 결과이다.

[표 8] 문항 1번의 응답결과
[Table 8] Response results of item 1

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	① 모집단과 유사한 분포	24	67
중	①~④ 모두 가능하다	1	3
하	② 표준편차가 작은 정규분포	2	30
	④ 표준편차가 큰 정규분포	7	
	무응답	2	

문항 1에서 대부분의 교사들(67%)은 모집단의 분포와 유사한 ①번을 선택하였다. 이는 표본이 가져야 할 대표적인 성질에 대하여 인식하고 있으며 표본을 모집단의 준비례적인 축소구간으로 인식하고 있는 교사의 비율이 매우 높음을 알 수 있다. 또한, 답지 ①을 선택한 교사들은 거의 대부분이 선택의 이유로 표본이 모집단을 대표해야 함을 제시하였다. 다음은 표본의 대표성에 대한 면담의 일부이다.

에피소드 4: [문항 8]-(1)에 대한 반응

1 R: (③을 가리키며)이 그래프라고 생각하는 이유는 뭐에요?
2 T2: 표본크기가 크니까 정규분포를 따르는거.
3 R: 이 문제가 표본 평균의 분포가 아닌데도?
4 T2: 어? 그러네. 잠깐만..(잠시 생각해 보더니) 그러면 1번일 것 같아요.

면담 교사 3명중 표본분포와 표집분포의 개념을 혼동하였던 교사 2명은 ③번에 응답하였는데(2), 이들에게 문제를 다시 읽어주며 표본평균의 분포가 아니라 표본 내에서의 분포를 찾아보게 하였더니 모두 1번으로 수정하였다(4).

문항 8(1)에서 [표 9]와 같이 임의표집부터 모평균의 신뢰구간 추정까지의 개념을 연결시켜 설명한 교사는 단 한명에 불과했다는 것을 살펴볼 수 있다. 대부분의 교사들이 임의표집의 필요성을 분포로 연결시켜 지도하지 않고, '골고루 뽑아야 표본의 성질을 나타낼 수 있다.'는 대표성 정도의 의미를 생각해 보고 지도하는 데 그침을 알 수 있었다. 즉, 임의표집, 표집분포, 신뢰도가 연결된 개념으로 지도되지 못하는 것을 알 수 있으며, 이는 교사 지식과도 관련이 있다고 할 수 있었다.

[표 9] 문항 8(1)번의 응답결과
[Table 9] Response results of item 8(1)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	임의로 골라야 표본평균이 정규분포를 따르므로 이 사실을 이용하여 신뢰구간을 구할 수 있다.	1	3
중	모집단의 특징을 잘 반영한다	4	17
	표본추출, 표본집단이 표본평균에 영향을 주고 이는 모평균에 대한 신뢰구간에 영향을 준다.	2	
하	편향되지 않아야 함을 주장	7	80
	신뢰도에 관련한 잘못된 설명(신뢰도가 낮아진다. 신뢰도를 높일 수 있다.)	6	
	그 외, 무응답	16	

표본의 크기가 n일 때, 표본평균 $\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$으로 모평균을 추정한다, 이의 타당성을 뒷받침하기 위하여 교육과정은 $E(\overline{X})=m$ 이라는 표본평균과 모평균 사이의 관계를 다루며, 그 증명 과정이 교과서에 소개되고 있다. 그리고 모평균의 신뢰구간 추정에서 모표준편차도 알기 어려운 값이기 때문에 표본의 크기가 크면 표본표준편차로 값을 대신하도록 설명한다. 이는 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$로 계산할 때에 $E(S^2)=\sigma^2$ 에 의하여 S를 모표준편차의 좋은 추정량으로 생각할 수 있기 때문이다. 위의 표본분산 S^2의 계산에서 대다수의 학생들은 모분산의 계산식과는 달리 표본의 개수보다 1 적은 $n-1$로 분모를 나누어야 하는 것에 의문을 갖는다. 따라서 이의 타당성을 뒷받침하기 위하여 $E(S^2)=\sigma^2$ 이 소개되어야 하지만, 이 유도과정은 $E(\overline{X})=m$ 보다 복잡하여 소개되지 않는다. 하지만, 몇몇의 교과서에서 이 과정을 증명하고 있지는 않지만 이를 풀어서 설명하여 그 타당성을 인식할 수 있도록 제시하고, 반면에 주의할 점으로 자료의 분산과 표본분산의 계산식이 다르다는 것만을 언급하고 있는 교과서도 있다. 이러한 추정량의 불편성에 대한 지식을 가지고 있는 교사는 [표 10]과 같이 22%에 해당하는 8명이었다. 그렇지만 6명의 교사는 표본의 크기가 크면 모표준편차 대신 표본표준편차를 사용할 수 있음을 설명하기는 하였으나 그 타당한 이유를 불편성에서 가져오지 못하였다.

[표 10] 문항 8(2, 3)번의 응답결과
[Table 10] Response results of item 8(2, 3)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	식에서 $n \to n-1$ 을 사용해야 하는 이유로 불편성의 개념을 설명함.	8	22
하	표본의 크기가 크면 표준편차 대신 모표준편차를 사용할 수 있음을 설명함.	6	78
	유사하므로 대체가능하다	1	
	그 외, 무응답.	21	

다음은 불편성의 지도에 대한 면담의 일부이다.

에피소드 5: [문항 8]-(2, 3)에 대한 반응

1 R: (표본표준편차 식을 가리키며) 이건 애들한테 어떻게 가르쳐요?

2 T1: 난 이거 안가르쳐요, 이걸 알려주면, 애들이 너무 헷갈려 해서. 사실 우리가 이렇게 정의된 이 계산식을 쓰는 데는 없잖아? 왜냐면 우리가 사실 표본에서 모분산을 가르쳐주거나 어쨌든 문제에서 가르쳐 주잖아. 그래서 이렇게 된다 하고 살짝 흘리고 강조하지는 않아요.
사실 책에서 n-1이 들어갈 때에 더 비슷하게 나온다는 말은 봤는데.

3 R; 알고는 있지만 헷갈리니까 가르치지는 않는 건가요?

4 T1: 네.

위의 에피소드 5에 따르면, 교사들은 n과 $n-1$의 차이점을 알고 있더라도(3), 교실 상황에서는 불편성에 대한 구체적인 지도가 대체로 이루어지지 않고 있다는 것(2)을 확인할 수 있다.

2) 표집 분포에 대한 MKT 분석

문항 2는 중심극한정리를 이용하여 정규분포에 근사하는 것과 표본의 크기를 달리 하여 중심극한 정리 이외에도 표본의 크기에 따른 표본평균의 변이성을 잘 파악하고 있는지를 알아 볼 수 있는 문항이다. 표본평균의 표집분포의 모양을 찾아보는 문항 2에 대해 교사들의 반응은 [표 11]과 같다.

[표 11] 문항 2의 응답결과
[Table 11] Response results of item 2

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	n=5일 때 ①, n=30일 때 ③	1	3
중	n=5일 때 ④, n=30일 때 ③	11	31
하	그 외, 무응답	24	67

위의 [표 11]과 같이 중심극한정리에 의하여 정규분포를 선택하고, n이 커질수록 오차가 줄어드는 모양으로 ①, ③을 차례로 선택하거나 ④, ③을 선택한 교사는 총 12명(34%)이었다. 반면, 표본의 크기가 5일 때와 30일 때 차례로 ①, ④를 선택한 교사는 4명, 모두 ④를 선택한 교사는 3명으로 총 7명의 교사가 표본의 크기가 커짐에 따라 표본평균의 분산이 줄어듦에도 불구하고 시각적으로 산포도가 비슷한 그래프를 선택하였다. 이들 교사들이 표본의 크기에 따른 표본평균의 변이성에 대하여 직관적으로 인지하지 못하고 있거나 잘못 인지하고 있음을 알 수 있었다. 예를 들어 ①, ④를 선택한 교사들은 중심극한 정리의 의미를 잘못 인식하고 있는 경우가 대부분이었다, 표본의 크기가 커짐에 따라 정규분포에 근사하는 것이 아닌, 400의 추출 횟수가 충분히 크므로 정규분포를 따른다고 한 것이 그것이다. 또한 이 결과는 문항 1에서 표본의 대표성에 대하여 제대로 인식하고 있던 교사가 67%인 것과는 대조적인 모습이다. 표본의 대표성과 변이성의 특징을 살펴 볼 때에 변이성에 대한 인식이 훨씬 더 낮음을 살펴볼 수 있다.

문항 3(2)는 표본평균의 표준편차에 대하여 표본분포와 표집분포의 구분의 어려움으로 인하여 발생하는 오개념에 대해 교사가 이런 오개념이 발생할 것을 예상하고 그 문제점이 어디에 있는지를 파악할 수 있는가를 알아보기 위한 것으로, 응답결과는 [표 12]와 같다.

표본평균의 표준편차는 표본의 크기에 반비례함을 근거를 들어 잘 설명을 해 준 교사는 총 11명이지만, 이 중에서 학생들이 표본분포와 표집분포의 구분을 어려워한다는 것을 파악하고 있는 교사는 적었다.

[표 12] 문항 3(2)번의 응답결과
[Table 12] Response results of item 3(2)

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	표본분포와 표집분포 구분의 어려움을 지적하고, 표본평균의 표준편차는 표본의 크기에 반비례함을 근거를 들어 설명한다.	3	8
중	표본분포와 표집분포 구분의 어려움을 지적함	2	28
	표본평균의 표준편차는 표본의 크기에 반비례함을 근거를 들어 설명한다.	8	
하	표본평균의 표준편차는 표본의 크기에 반비례함을 제시하기만 함	8	64
	그 외의 잘못된 응답	7	
	모르겠다, 무응답	8	

평균값이 모평균에 가까운 값이 나올 확률이 커짐을 설명하면서 그 이유로 표본의 크기가 클수록 표본은 모집단과 비슷해지기 때문이라고 대답한 교사가 2명으로 이는 문항 5(2)와 연결 지어 생각해볼 수 있는데, 이 문항의 명제가 참이라고 24명(70%)에 가까운 교사가 오개념을 가지고 있었다. 따라서 3(2)를 학생에게 올바르게 설명해줄 수 있는 교사의 비율은 더욱 떨어지게 될 것이라고 예측할 수 있다. 모비율 추정을 위한 표집분포에 관한 지식을 알아보기 위한 문항 4에 대한 응답 결과는 [표 13]과 같다.

[표 13] 문항 4의 응답결과
[Table 13] Response results of item 4

응답수준	응답내용	인원(명)	비율(%)
상	표본의 크기가 작거나 p, q가 매우 작을 경우 표본 비율은 정규분포를 따르지 않을 수 있다.	1	3
중	표본의 크기와 p, q의 조건을 언급하지만 식 자체를 언급하는 정도	4	44
	표본의 크기가 충분히 크다.	12	
하	그 외, 무응답	19	53

모평균 추정과는 달리 모비율 추정은 표본의 크기가 충분히 클 때, 이항분포가 정규분포에 근사한다는 성질을 이용하여, 신뢰구간을 추정하게 된다. 따라서 n이 충분히 크다는 것의 의미가 $n \geq 30$이라는 설명으로는 부족해지게 되는데, 이는 p가 분포의 모양에 영향을 주기 때문이다. p가 $\frac{1}{2}$에 가까울수록 분포가 대칭에 가까워지고 0이나 1에 가까울수록 한쪽으로 치우친 모양이 되어, n이 100이상으로 커진다고 해도, p값이 지나치게 크거나 작으면 이 분포는 정규분포에 근사하다고 말할 수 없게 되기 때문이다. $E(X) = np \geq 5$ 즉 여기서 n이 충분히 크다는 것은, 한번 시행했을 때에 사건이 일어날 확률이 p인 독립시행에서 사건이 일어날 횟수가 5 이상이 될 정도의 충분히 많은 시행 횟수를 의미한다. 따라서 n뿐만 아니라 p가 가지는 의미를 알고, 표본평균의 분포와 차이를 이해해야 한다. 학생들에게 이 차이를 인식시키기 위해서는 n값뿐만 아니라 p값이 바뀜에 따라서 그래프 모양이 어떻게 바뀌는지에 대하여 충분히 이해하고 시각적으로 제시해 줄 수 있어야 할 것이다. 하지만, 위의 [표 13]의 응답 결과에서 대다수의 교사들(31명)은 표본의 크기가 30이상이면 모집단의 분포와 상관없이 표본평균의 표집분포가 정규분포에 근사할 것이라고 생각하고 있음을 확인할 수 있었다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 통계적 추정을 가르치기 위한 교사들의 수학적 지식을 알아보기 위하여 검사지와 면담으로 교사들의 지식을 분석해보았다. 이의 결과는 다음과 같다.

신뢰도에 대한 MKT를 각 문항을 통하여 분석해 본 결과 신뢰도의 정의에 대한 CCK정도는 교과서 범위를 넘어서지 못하였으며, 이는 신뢰도의 정의에 대한 SCK와 그대로 연결이 되어 신뢰도를 확률적 자신감으로 해결해야 하는 문제를 해결하는 데에 어려움을 겪었고, 신뢰도의 정의에 대한 SCK는 또한 신뢰도의 직관적 이해와 적절한 신뢰도 선택의 타당성에 대한 SCK와도 큰 관련성이 있음을 살펴볼 수 있었다. 부연하면, 교사들이 설명하는 신뢰도의 의미가 신뢰구간에서의 95%확률로 한정적으로 정의되는 것은 문제가 된다. 왜냐하면 통계는 맥락에서 그 의미를 가지며 통계에서의 숫자는 단순한 숫자 자체가 아닌 맥락과 함께하는 숫자이기 때문에 (Cobb, & Moore, 1997), 대부분의 교과서에서 소개하는 95%의 신뢰도만을 알고 있다면, 맥락에서의 신뢰도를 읽어내기 어렵다.

신뢰구간의 정의에 대한 CCK에서 통계적 확률로써의 신뢰구간의 의미를 파악하고 있는 교사가 매우 적었으며 신뢰구간을 정확하게 해석하고 있는 교사는 거의 없었다. 이 해석에 대한 내용지식은 확률구간과 신뢰구간의 구분과도 관련이 있었는데, 몇몇 교과서에서는 이를 구분하지 않고 사용하고 있어, 이것이 교사의 신뢰구간 해석에 대한 지식에 부정적인 영향을 주고 있었고, 이는 시급히 개선되어야 할 것으로 보인다. 이와 관련된 하나의 특징은 교사들이 학교에서 사용하는 교과서의 신뢰구간의 정의와 설명 방식에도 문제점이 있으며 이것이 교사의 지식으로 그대로 연결되어 학생들에게 지도되고 있었다는 점이다. 예를 들어 교과서의 표본평균의 표기에서 소문자와 대문자가 구분되지 않아 신뢰구간과 확률구간이 구분되지 않는 문제는 개선되어야 할 측면이 있다. 물론 전문 통계 서적에서도 신뢰구간과 확률구간의 개념을 처음 설명할 때에만 이를 정확히 구분하다가 추후에는 구분하지 않고 사용하는 경우가 있다. 그렇지만, 신뢰구간을 처음 배우게 되는 학생들과 현장 교사들이 사용해야 하는 교과서에서는 이를 명확하게 구분해 주는 것이 바람직하다. 실제로 교사의 지식과 교과서는 밀접한 관련이 있다. 본 연구에서도 36명 중 21명의 교사가 교과서를 수업에 많이 활용한다고 응답했고, 실제 교사들은 수업 구성 과정, 수업 목표, 수업내용, 평가내용선정 과정에서 교과서 및 교사용 지도서를 매우 많이 활용하며 교과서 및 교사용 지도서의 내용을 기반에 두고 세분화, 구체화 하거나 추가하는 방법으로 재구성한다(김민혁, 2013). 신뢰도와 신뢰구간에 대한 PCK에서 교사들은 학생들이 잘못 표기한 것이나 오개념을 적절하게 지적하지 못하였고, 수정하여 지도하는 데에 대한 지식이 부족함을 확인할 수 있었다.

표본과 표집분포에 대한 MKT를 알아보기 위하여 표본추출에서 신뢰구간을 구하기까지 통계 처리의 전 과정에 따라 나타나는 개념인 표본, 타당성, 분포 개념을 차례대로 분석해 보았다. 표본의 대표성 개념에 대해서는 상 수준의 교사 비율이 높았으나, 표본 평균의 변이성에 대한 인식이 부족하고, 임의 추출에서 신뢰구간을 구하는 것까지 통계적 추정 영역 내용을 전체적으로 연결시키는 지식은 매우 부족함을 살펴볼 수 있었다. 또한 추정값을 지도할 때에 계산방법이나 공식을 지도하지만, 그 값을 계산하거나 이용하는 타당한 근거에 대한 지식이 부족했다, 또한 지식을 가지고 있다고 하더라도 학생이 계산할 필요가 없다면 지도하지 않는 경우도 있음을 확인할 수 있어 교사의 지식이 모두 교실에서 발현되는 것은 아니라는 것을 확인할 수 있었다. 다시 말해 신뢰도와 신뢰구간의 개념의 바탕이 되는 표본과 표집분포에 관한 개념에서도 교사들의 지식은 특정 추정량을 사용하기 위한 타당성을 부여하는 것에 주의를 두지 않았고, 면담을 통해 교사는 그 의미를 모르기 때문에 지도하지 않기도 하지만, 알고 있더라도 실제 학생들이 이를 계산할 필요가 없고, 이전에 알고 있던 다른 개념과 충돌하여 문제가 생길 것을 우려하여 잘 지도하지 않음을 살펴볼 수 있었다. 이에 교사의 지식과는 별개로 교사의 지식이 충분히 수업에 드러나지 않도록 작용하는 요인이 더 있음을 알 수 있었다. 또한, 표본이나 표집분포에 관한 학생들의 오개념을 찾고 지도하는 부분에 있어서도 나름의 문제점 진단과 지도방법을 가지고는 있었으나 이를 설명하는 도중 또 다른 오개념들이 많이 나타남을 살펴볼 때에, 교사들의 지도로 인하여 학생들의 오개념이 수정될 수는 있겠으나 또 다른 오개념을 만드는 일이 발생할 수도 있음을 예측해볼 수 있었다.

면담에 참가했던 교사들은 8~9년의 교직 경력을 가졌음에도 면담 도중에 몇 번씩이나, “내가 정말 통계를 몰라.”, “내가 통계에 자신이 없어.”, “이 부분은 정말 모르겠다. 빨리 가르치고 넘어가기에 바빠서.”라는 발언을 하였다. 즉, 통계적 추정 영역에서 교사들은 내용적인 면이나 교수법을 고민해볼 기회가 적었고, 일반적으로 교사 지식은 경험적이고 실천적인 지식으로 여겨지지만, 교사 지식이 교직 경력을 불문하고 부족할 수 있다는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 통계적 추정 역영은 교사들이 매우 어려워하고 있는 단원 중 하나라는 선행연구(김원경 외, 2006)와 일치하며, 이는 확률과 통계 영역에서 교사 지식의 구성을 위한 재교육이 필요하다는 것을 함의한다.

이러한 연구 결과를 토대로, 앞으로 통계적 소양의 함양을 기반으로 하는 통계 교육을 위하여, 현장 교사들의 수업 활용도가 다른 자료에 비해 매우 높은 교과서에서 좀 더 풍부하고 다양한 실생활 맥락에서의 통계 자료와 해석을 제공하고, 교사 양성 기관에서 교사 교육의

방향이 수리통계의 고전적 개념의 전달과 통계적 계산에 인 부분에 관심을 두기 보다는 통계치의 이해와 해석, 통계적 의사결정, 개념의 연결과 실제적 활용에 중점을 두고 이루어질 수 있기를 기대한다. 또한 통계적 추정에 관한 MKT를 교직 경력에 따라 어떻게 달라지는가에 대해 분석한 것은 유의미한 결과를 찾지 못하였다. 따라서 이는 본 연구에서 대상 교사들의 표본의 개수가 제한적이고 통계적 지식을 자세하게 분류하지 못한 검사지의 현실적인 한계도 있겠지만, 현장에서 통계적 추정을 지도할 때 통계치를 이해하고, 해석하며 개념을 연결성 있게 지도하고, 요구되는 공식의 타당성을 탐구해 보는 것을 지도하는 방향으로 통계 수업이 이루어지고 있지 않기 때문에 교사의 경력이 많아지더라도 교사 지식이 향상되지 않아 상관관계가 나타나지 않을 수도 있다. 마지막으로 MKT가 교실 수업에서 일어나는 대체의 지식과 관련되어 교사가 가르치는 실제 활동 자체에 초점을 맞추고 있다는 측면에서 볼 때, 본 연구는 면담 대상자 3인의 질적 자료를 수집하였으나 주요한 연구 방법이 관찰, 면담, 등의 질적인 분석이기 보다는 대체로 설문지를 통한 교사 지식의 측정이라는 부분에서 미흡함이 있다.

참 고 문 헌

강숙자 (2010). 표본평균의 분포에 관한 고등학교 교사들의 교수학적 내용지식 분석. 석사학위논문, 한국교원대학교.

Kang, S, J. (2010). *An Analysis of Teachers' Pedagogical Content Knowledge about Sample Mean Distribution.* Unpublished master's thesis, Korea National University of Education.

고은성, 이경화 (2011). 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해. 수학교육학연구 21(1), 17-32.

Ko, E. S., Lee, K. H. (2011). Pre-service Teachers' Understanding of Statistical Sampling, *The journal of educational research in mathematics 21*(1), 17-32.

고희정 (2013). 고등학교 수학 수업에서 나타나는 초임교사의 수학 교수에 대한 지식(MKT)의 분석. 박사학위논문, 단국대학교.

Ko, H. J. (2013). *Analysis of novice teacher's mathematical knowledge for teaching in high school mathematics lessons.* Unpublished doctoral dissertation, Dankook University.

김민혁 (2013). 수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. 학교수학 15(3), 503-531.

Kim, M. H. (2013). Secondary Mathematics Teachers' Use of Mathematics Textbooks and Teachers' Guide. *School Mathematics 15*(3), 503-531.

김원경, 문소영, 변지영 (2006). 수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념. 수학교육 45(4), 381-406.

Kim, W. K., Moon, S. Y., Byun, J. Y. (2006). Mathematics teachers' knowledge and belief on the high school probability and statistics. *The Mathematical Education 45*(4), 381-406.

김원경 (2011). 확률과 통계학. 서울: 교우사.

Kim, W. K. (2011). *Probability and Statistic.* Seoul: Kyowoosa.

김혜윤 (2014). 조건부확률에 대한 현직교사의 MKT 분석. 석사학위논문, 한국교원대학교.

Kim, H. Y. (2014). *A Study on the Mathematical Knowledge for Teaching of Mathematic Teachers for Teaching Conditional Probability.* Unpublished master's thesis, Korea National University of Education.

신보미 (2008). 확률에 대한 교사의 교수학적 내용 지식 분석. 학교수학 10(3), 463-487.

Shin, B. M. (2008). An Analysis of Teachers' Pedagogical Content Knowledge on Probability. *School Mathematics 10*(3), 463-487.

신현용, 이종욱 (2004). 수학교사의 지식에 관한 연구. 수학교육논문집 18(1), 297-308.

Shin, H, Y., Lee, J. W. (2004). Study on knowledge of mathematics teachers. *Communications of mathematical education 18*(1), 297-308.

윤현진, 박선용, 김서령, 이영하 (2009). 수학과 교육내용 개선 방안 연구. 서울: 한국교육과정평가원.

Yun, H. J., Park, S. Y., Kim, S. Y. & Lee, Y. H. (2009). *Study on Improvement of Mathematics Curriculum.* Seoul: Korea Institute for Curriculum and Evaluation.

이영하, 이은호(2010). 통계적 추론에서의 표집분포 개념 지도를 위한 시뮬레이션소프트웨어 설계 및 구현. 학교수학 12(3), 273-299.

Lee, Y. H., Lee, E. H.(2010). The Design and Implementation to Teach Sampling Distributions with the Statistical

Inferences. *School Mathematics 12*(3), 273-299.

이은희, 김원경 (2015). 국내외 통계교육 연구동향 비교 분석. 수학교육 54(3), 241-259.

Lee, E. H., Kim, W. K. (2015). A comparative analysis on research trends of statistics education between Korea and overseas. *The Mathematical Education 54*(3), 241-259.

이종학 (2014). 초등 예비교사의 통계적 추론 능력에 대한 연구. 교사교육연구 53(4), 559-580.

Lee, J. H. (2014). A Study on Elementary Pre-service Teachers' Statistical Reasoning Abilities. *Teacher Education Research 53*(4), 559-580.

조성민, 노선숙 (2007). 활동 및 과제의 분석을 통한 고등학교 수학교사의 교수학적 지식에 대한 연구. 한국교원교육연구 24(2), 385-418.

Cho, S. M., Noh, S. S.(2007). Research on High School Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge. *The Journal of Korean Teacher Education 24*(2), 385-418.

Ball, D. L., Thames, M.,& Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education 59*(5), 389-407.

Ben-Zvi, D., Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning and thinking : Goals, definitions and challenges. *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking.* Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publisher. 이경화, 지은정, 고은성외 7 인 공역(2010), 통계적 사고의 의미와 교육. 서울: 경문사, 3-18.

Chance, B., Delmas, R., Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. In Ben-Zvi, D. & Garfield, J.(Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking.* Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publisher. 이경화 외 공역(2010), 통계적 사고의 의미와 교육. 서울: 경문사, 353-385.

Cobb, G. W., Moore, D. S.(1997). Mathematics, statistics and teaching. *The American Mathematical Monthly 104*(9), 801-823.

Delmas, R. C. (2004). A comparison of mathematical and statistical reasoning. In Ben-Zvi, D. & Garfield, J.(Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking.* Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publisher. 이경화 외 공역(2010), 통계적 사고의 의미와 교육. 서울: 경문사, 95-114.

Gal, I. (2004). Statistical literacy : Meanings, components, responsibilities. In Ben-Zvi, D. & Garfield, J.(Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking.* Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publisher. 이경화 외 공역(2010), 통계적 사고의 의미와 교육. 서울: 경문사, 55-94.

Garfield, J. (2003). Assessing Statistical Reasoning. *Statistical Education Research Journal 2*(1), 22-38.

Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J., & Ball, D. (2007). Assessing teachers' mathematics knowedge: What knowledge matters and what evidence counts? In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111 - 156). Reston, VA: NationalCouncil of Teachers of Mathematics.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understandng fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates. 신현용, 승영조 역(2002)초등학교 수학 이렇게 가르쳐라. 서울: 승산.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher 15*(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). Knowkedge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review 57*(1), 1-22.

Sotos, A. E. C., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review 2*, 98-113.

An analysis of Mathematical Knowledge for Teaching of statistical estimation

Choi, Min Jeong
Gunja Middle School, Gyeonggi, Korea
E-mail : b-r-y-b@hanmail.net

Lee, Jong Hak
Daegu National University of education, Daegu, Korea
E-mail : mathro@dnue.ac.kr

Kim, Won Kyung†
Dept. of Mathematics Education, Korea National University of Education, Chung-Buk, Korea
E-mail : wonkim@knue.ac.kr

Knowledge and data interpretation on statistical estimation was important to have statistical literacy that current curriculum was said not to satisfy. The author investigated mathematics teachers′ MKT on statistical estimation concerning interpretation of confidence interval by using questionnaire and interview. SMK of teachers′ confidence was limited to the area of textbooks to be difficult to interpret data of real life context. Most of teachers wrongly understood SMK of interpretation of confidence interval to have influence upon PCK making correction of students′ wrong concept. SMK of samples and sampling distribution that were basic concept of reliability and confidence interval cognized representation of samples rather exactly not to understand importance and value of not only variability but also size of the sample exactly, and not to cognize appropriateness and needs of each stage from sampling to confidence interval estimation to have great difficulty at proper teaching of statistical estimation. PCK that had teaching method had problem of a lot of misconception. MKT of sample and sampling distribution that interpreted confidence interval had almost no relation with teachers′ experience to require opportunity for development of teacher professionalism. Therefore, teachers were asked to estimate statistic and to get confidence interval and to understand concept of the sample and think much of not only relationship of each concept but also validity of estimated values, and to have knowledge enough to interpret data of real life contexts, and to think and discuss students′ concepts. So, textbooks should introduce actual concepts at real life context to make use of exact orthography and to let teachers be reeducated for development of professionalism.

---

* ZDM Classification : A74
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C80
* Key Words : statistical estimation, Mathematical Knowledge for Teaching.
† Corresponding author

[부록 1] 교사 대상 검사지

학교 업무에 바쁘신 중에도 설문에 응해주셔서 진심으로 감사드립니다. 본 연구를 통하여 확률과 통계 영역의 '구간 추정'에 대한 교사의 전문영역을 규명하고 학교 통계 교육의 개선에 조금이나마 보탬이 되고자 합니다.
선생님께서 응답해주신 내용은 외부에 공개되지 않으며 오직 연구 자료로 사용되오니 잘 읽고 선생님께서 생각하시는 바를 상세히 답변해 주시기를 부탁드립니다. 학교에서 항상 학생 지도에 힘쓰시는 선생님들을 위하여 설문의 결과를 의미 있게 사용하겠습니다. 감사합니다.

지역(　　　), 수학 관련 연수 시간(　　), 통계 관련 연수시간(　　)

1. 그림 1은 어느 도시 학생들의 수학 성적에 대한 모집단 분포입니다. 임의로 400명의 학생을 뽑았을 때, 이 학생들의 성적 분포가 될 수 있는 그래프를 한 개만 선택해 주세요.(　　)

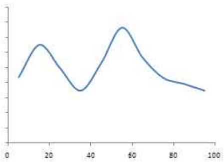
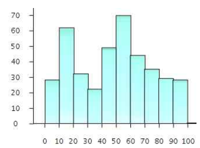
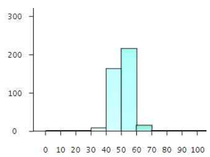
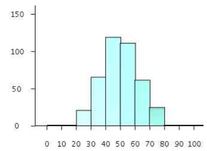
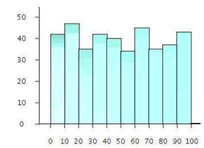


그림 1 (단위 : 점)
$m = 45$, $\sigma = 26.9$

① ② ③ ④

• 그 이유는 무엇입니까?

2. 그림 2는 어느 도시 학생들의 하루 평균 운동시간에 대한 모집단의 분포입니다.

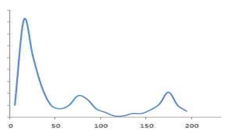
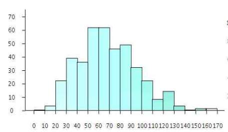
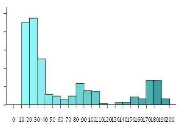
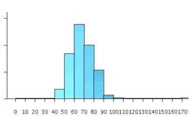
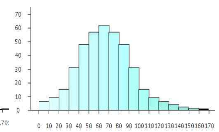


그림 2 (단위 : 분)
$\sigma = 59.8$

① ② ③ ④

(1) 표본의 크기가 5인 표본을 400번 임의추출하였을 때, 표본평균의 분포가 될 수 있는 그래프를 한 개만 선택해 주세요. (　　)

(2) 표본의 크기가 30인 표본을 400번 임의추출하였을 때, 표본평균의 분포가 될 수 있는 그래프를 한 개만 선택해 주세요. (　　)

(3) 그 이유는 무엇입니까?

3. 아래와 같은 학생들의 오개념의 이유가 무엇이라고 생각하십니까? 그리고 학생의 이해를 돕기 위하여 어떻게 설명 해 주시겠습니까?

(1)

표본을 임의 추출하여 95%신뢰구간을 구하였더니 $2 < m < 3$이었다. 이 경우 또한 다른 표본을 추출하여 표본평균을 구하면, 2에서 3 사이에 있을 확률이 95%이다. 왜냐하면 표본을 뽑을 때마다 비슷한 결과가 나오기 때문이다.

(2)

표본의 크기가 커지면 표본 평균의 표준편차가 더 커진다.

4. 모비율 추정에서 정규분포의 사용 가능 조건은 $np \geq 5$, $nq \geq 5$입니다. 이 식이 의미하는 바가 무엇인지 학생에게 설명해 주세요.

5. 어느 모집단에서 표본을 임의 추출하였을 때, 아래 명제의 참, 거짓을 판단해 주세요.

(1) 모집단의 분포가 어떤 분포를 따르든지 표본의 크기가 30이면 표본평균의 분포는 정규분포와 거의 같다.

(2) 표본의 크기가 커질수록 표본의 분포는 모집단의 분포에 가까워진다.

6. 신뢰도에 대한 질문에 답을 해 주세요.

(1) 신뢰도란 무엇입니까?

(2) 흰 공 80개, 검은 공이 20개 들어있는 주머니에서 무심코 공을 한 개 뽑았습니다. 어떤 색 공이 뽑혔을 것이라고 추측하십니까? 그리고 그 신뢰도는 얼마입니까?

7. 기상센터는 일기예보의 정확성을 높이기 위해, 과거에 이루어진 센터의 예보 기록들을 조사해 보았습니다. 비가 올 확률이 약 70%라고 보도했을 때, 그날 실제로 비가 왔는지를 조사하였습니다. 비가 올 확률이 약 70%라고 보도했던 $m = 63$ 날의 몇 %정도 실제로 비가 왔다면 기상관측소의 보도가 매우 정확했다고 말할 수 있겠습니까?

① 95%-100% ② 85%-94% ③ 75%-84% ④ 65%-74% ⑤ 55%~64%

8. 아래 지문은 교과서의 문제와 그에 대한 학생의 풀이입니다.

> 문제 : 어떤 수학 수행평가 문제를 해결하는 데 소요되는 시간은 정규분포를 따른다고 한다. (가)학생 50명을 임의로 골라 그 수행평가 문제를 해결하는 데 소요되는 시간을 측정하였더니 평균 30분, 표준편차 10분이었다. 전체 학생들이 그 수행평가 문제를 해결하는 데 소요되는 평균 시간에 대하여 신뢰도 95% 신뢰구간을 구하여라.
>
> $0.95 = P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = P(\overline{x} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{x} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ 이므로 95%신뢰구간은 $\overline{x} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{x} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
>
> $\overline{x} = 30$, $s = 10$, $n = 50$ 이므로, 95% 신뢰구간은 $27.23 \leq m \leq 32.77$ 입니다.

(1) (가)에서 임의로 고르는 것은 신뢰구간을 구하는 것과 어떠한 관련이 있습니까?

(2) 문제 풀이 과정에서 학생이 잘못 표기한 부분이 있습니까? ① 있다 ② 없다

(3) 위의 (2)에서 ①로 대답하셨다면 그 부분을 지적해 주시고, 이는 학생이 이전학습에서 어떤 개념의 이해가 부족하기 때문이라고 생각하십니까?

(4) 문제 풀이 과정에서 모표준편차 대신 표본표준편차를 사용하였습니다.

표본표준편차 $S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$ 를 학생들에게 지도할 때에 이 부분과의 연계성을 고려하여 어떤 설명을 덧붙여 주시겠습니까?

(5) 위와 같은 모평균 추정 문제에서 "모평균은 약 30이다." 라고 이야기 하지 않고 신뢰구간을 구하는 이유는 무엇입니까?

(6) $P(\overline{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \overline{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0.95$의 의미를 통계적 확률의 관점에서 설명해 주세요.

(7) "95% 신뢰구간은 $27.23 \leq m \leq 32.77$ 이다."의 의미를 해석하여 설명해 주세요.

9. 아래 지문은 지방선거 이전 가상대결에 관한 신문기사 내용의 일부분입니다.

> 경기지사 선거 가상대결에서는 A후보가 31.5%로 B후보(28.1%)와 오차범위(±5.7%포인트) 안에서 경합을 벌였다. 19세 이상 300명 조사, 표본오차 95%신뢰수준에서 ±5.7%p

(1) 보도문의 의미를 학생들에게 설명해 주세요.

(2) 표본오차 ±5.7%p는 어떻게 계산된 값입니까? 식과 필요하다면 설명을 써 주세요.

(3) 뉴스나 신문 보도 자료에서 95%신뢰도를 많이 사용하는 이유는 무엇입니까? 99%와 비교하여 설명해 주세요.