

조립체 공차설계를 위한 제약해석과 과잉제약 개선 · 볼밸브 설계 사례연구

Constraint Analysis and Reduction of Over-Constraints for Tolerance Design of Assemblies - A Case Study of Ball Valve Design

박준일¹, 임현준^{2,✉}
Jun Il Park¹ and Hyunjune Yim^{2,✉}

¹ 홍익대학교 대학원 기계공학과 (Graduate School, Department of Mechanical Engineering, Hongik University)
² 홍익대학교 기계·시스템디자인공학과 (Department of Mechanical and System Design Engineering, Hongik University)
✉ Corresponding author: hjyim@hongik.ac.kr, Tel: +82-2-320-1489

Manuscript received: 2016.2.22. / Revised: 2016.6.5. / Accepted: 2016.7.9.

Mechanical designers often make mistakes that result in unwanted over-constraints, causing difficulty in assembly operations and residual stress due to interference among parts. This study is concerned with detection and elimination of over-constraints. Screw theory is a general method that is used for constraint analysis of an assembly and motion analysis of a mechanism. Mechanical assemblies with plane-plane, pin-hole, and pin-slot constraint pairs are analyzed using screw theory to illustrate its utility. As a real-world problem, a ball valve design is analyzed using the same method, and several unwanted over-constraints are detected. Elimination measures are proposed. Nominal dimensions of some parts are adjusted, and dimensions and tolerances of the pins and holes are modified using the virtual condition boundary concept. The revised design is free of over-constraints. General procedure for applying screw theory to constraint analysis is established and demonstrated; it will contribute to improving quality of assembly designs.

KEYWORDS: Over-Constraint (과잉제약), Assembly design (조립설계), Screw theory (나사이론), Tolerance design (공차설계), Ball valve (볼밸브)

기호설명

T = Twist vector or matrix

W = Wrench vector or matrix

f_X, f_Y, f_Z = Reaction forces in X, Y, Z directions

m_X, m_Y, m_Z = Reaction moments in X, Y, Z directions

v_X, v_Y, v_Z = Linear velocities in X, Y, Z directions

$\omega_X, \omega_Y, \omega_Z$ = Rotational velocities in X, Y, Z directions

\cup = Union

\cap = Intersection

1. 서론

최근 국내 제조업체들은 조립품의 품질 개선을

위해 공차설계 및 공차해석 기술을 적용하고자 노력하고 있다. 그러나 부품들 사이의 조립설계 (Assembly Design)가 잘 이루어지지 않은 제품의 경우에는 공차해석이나 공차설계 기술을 적용하기 어렵거나 그 효과가 크게 떨어진다.¹

조립설계에서 고려해야 하는 항목은 많지만, 가장 기본이 되는 것이 제약설계 (Constraint Design)이다. 제약설계란 조립체를 이루는 부품들의 자유도가 어떻게 제약되는 지를 결정하는 것을 의미한다. 부품들의 자유도 제약에 흔히 사용되는 조립형태 (Assembly Feature)에는 평면, 핀 (Pin), 구멍, 슬롯 (Slot), 탭 (Tab) 등이 있다. 이들은 보통 평면-평면, 핀-구멍, 핀-슬롯, 탭-슬롯 등의 쌍으로 부품 사이의 제약을 형성하며 이들을 제약쌍 (Constraint Pair)이라 한다. 두 개 부품 사이의 조립은 보통 두 개 이상의 제약쌍을 통해 이루어지는데, 이들 제약쌍을 선정하고 설계하는 것이 제약설계이다. 각 부품은 6개의 자유도를 가지므로, 두 부품 사이의 조립이 완성되려면 6개의 상대적인 자유도를 제약할 만큼의 제약쌍이 필요하다.

그러나 제약쌍이 너무 많아 두 개 이상의 제약쌍이 동일한 자유도를 경쟁적으로 제약하면 과잉 제약 (Over-Constraint)이 발생하게 된다. 과잉제약은 다음 절에서 살펴보듯이 많은 문제를 일으켜 결국 제품의 품질을 저하시키며 체계적인 공차설계 기술의 적용을 어렵게 한다. 본 논문은 조립설계로부터 과잉제약을 찾아내고 이를 개선하기 위한 연구이다.

문헌을 조사해 보면, 부품의 공차설계 및 공차설계에 대해서는 다양하고 심층적인 연구가 이루어졌으나,²⁻⁵ 부품과 부품 사이의 기구학적 관계를 정의하는 제약설계에 관한 연구는 드물다.^{6,7}

본 논문에서는 제약설계에 대한 기본적인 설명과 함께 과잉제약 여부를 판정하기 위한 나사이론 (Screw Theory)을 소개하고, 상용되는 제약쌍에 대한 나사이론 적용 결과를 보인다. 또 실제문제의 예로서 볼밸브 (Ball Valve) 설계를 대상으로 과잉제약 여부를 판정한 후 이를 개선하는 설계 방법을 제안한다.

2. 제약설계

앞에서 설명한 바와 같이 제약설계는 각 부품이 갖는 6개의 자유도를 제약하는 방법을 설정하는 것이다. 자유도를 제약하는 요소의 개수에 따라, 각

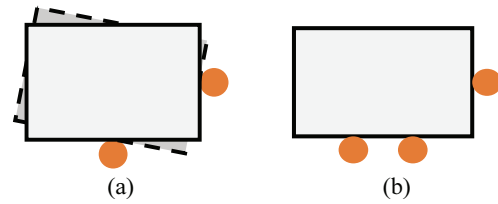


Fig. 1 Schematic diagrams illustrating: (a) Under-Constraint, (b) Proper constraint

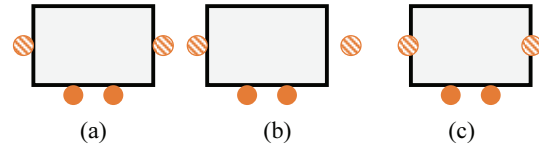


Fig. 2 Schematic diagrams illustrating cases of over-constraint: (a) Part in in-line fit with constraints, (b) Part with play, (c) Part in interference with constraints

부품의 제약 상태는 부족제약 (Under-Constraint), 적정제약 (Proper Constraint), 과잉제약 (Over-Constraint)의 세 가지 유형으로 분류된다.¹

부족제약은 부품의 6개 자유도 중 하나 이상의 자유도가 제약되지 않아 부품이 움직일 수 있는 경우를 뜻하며, 기구 (Mechanism)의 설계에서 필요한 제약 유형이다. Fig. 1(a)는 부족제약의 개념을 도식적으로 보이기 위해 평면상에 놓인 사각형이 두 개의 핀만으로 제약되어 회전이 가능한 경우를 보여준다.¹ 만일 Fig. 1(a)의 부품이 조립체의 부품이라면 제대로 제약되지 못한 것이다.

두 번째 유형인 적정제약은 부품의 제약쌍들로 인해 6개의 자유도 각각이 정확하게 한 번씩만 제약되는 것을 의미하며, 조립체의 제약설계에 있어 가장 바람직한 경우이다. Fig. 1(b)는 평면상의 사각형 부품이 세 개의 핀으로 적정하게 제약되는 경우를 도식적으로 보여주고 있다.

마지막으로 과잉제약은 자유도 중 하나 이상이 여러 제약쌍들에 의해 중복 제약되는 경우이다. 즉 여러 제약쌍들이 동일한 자유도를 제약하려고 서로 다투는 상태를 말한다. 과잉제약 상태를 도식적으로 보이면 Fig. 2와 같다. 먼저 Fig. 2(a)는 두 개의 해칭 (Hatching)된 핀이 부품의 좌우면에 동시에 접촉하는 모습을 보인 것으로서, 이 두 핀이 부품의 수평방향 직선운동 자유도를 중복해서 제약하고 있다. 그러나 Fig. 2(a)와 같이 두 개의 핀이

부품의 동일 자유도를 정확하게 같은 위치로 제약하는 것은 두 핀 사이 거리와 부품 길이가 정확하게 일치하는 경우로서 도면상으로만 가능하다. 실제로 발생하는 현상은 Figs. 2(b) 및 2(c)에 보인 바와 같이 부품의 길이가 두 핀 사이 거리보다 짧거나 길게 된다. 전자의 경우에는 부품이 두 개의 핀 사이에서 놀게 되므로 어느 제약쌍에 의해 자유도 제약이 일어날 지를 미리 정할 수 없어 공차 설계에 어려움을 초래하고, 결국 품질의 저하를 발생시킨다. 한편 후자의 경우에는 부품과 핀 사이에서 간섭이 발생되어 응력을 일으키고, 부품이 강체가 아니라면 변형이 발생된다. 또 이 경우 조립된 부품의 정확한 위치는 역학 해석을 거쳐야 구할 수 있다. 물론 제품의 기능을 위해 의도적으로 응력을 발생시키는 등의 특수한 경우에는 간섭이 항상 일어나도록 설계해야 하지만, 대부분의 조립체 설계에서는 이를 피할 수 없는 경우가 많고, 이때에는 최소한 Figs. 2(b) 또는 2(c) 중 어느 한 경우가 항상 발생하도록 하는 것이 좋다.¹ 이 두 경우 사이의 선택은 문제에 따라 다르다.

3. 나사이론

앞 절에서 살펴 본 바와 같이 과잉제약은 바람직하지 않다. 그러나 주어진 조립체 설계가 과잉 제약 상태인지를 판단하는 것은 제품의 복잡도가 증가할수록 어려운 문제가 된다. 본 연구에서는 나사이론을 이용하여 제약상태를 분석하는 기법을 고찰하고 간단한 예제를 통해 그 사용 방법을 설명한다.

3.1 나사이론의 기초

나사이론을 이용하면 조립 후 부품의 움직임과 제약 상태를 파악할 수 있으므로 기구학 및 조립체 설계의 분석에 활용된다.¹⁻⁷ 나사이론에 관한 자세한 설명은 참고문헌 [1,6]에 나와 있지만 참고문헌 [1]에 일부 오류가 있고 두 문헌 모두에서 오해를 일으킬 수 있는 부분이 있어, 본 논문에서는 참고문헌 [6]을 약간 수정하여 조립체에 대한 나사이론의 적용 과정을 간략하고 명확하게 설명한다.

나사이론에서 나사 (Screw)란 강체의 운동(혹은 움직임)을 표현하는 트위스트 (Twist)와 그 강체가 받는 반력(즉, 힘 또는 모멘트)을 표현하는 렌치 (Wrench)를 통칭하는 말이다. 3차원 공간에 있는

물체에는 6개의 자유도가 존재하고 각 자유도에 상응하는 반력도 6개 존재하므로, 트위스트와 렌치는 1 x 6의 행벡터 (Row Vector)로 나타낼 수 있다. 식(1)과 식(2)는 각각 트위스트 벡터 T 와 렌치 벡터 W 의 요소들을 보인다.

$$T = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ v_x \ v_y \ v_z] \quad (1)$$

$$W = [f_x \ f_y \ f_z \ m_x \ m_y \ m_z] \quad (2)$$

즉, 트위스트 벡터는 식(1)과 같이 6개의 자유도 성분들을 각속도, 선속도 순으로 나열한 벡터이고, 렌치 벡터는 식(2)와 같이 6개의 반력 성분들을 힘, 모멘트 순으로 나열한 벡터이다. 그런데 반력은 일을 하지 못하므로 트위스트와 렌치 벡터를 내적하면 0이고, 이를 식으로 표현하면 식(3)과 같다. 식(3)에서 W' 은, T 와 W 의 요소의 순서가 다르므로 W 의 4 - 6열을 1 - 3열과 바꾼 벡터이다. 식(3)을 만족하는 트위스트와 렌치는 서로 역 (Reciprocal)의 관계에 있다고 하고 이를 식(4) 및 식(5)와 같이 표현한다.

$$T \cdot W' = \omega_x m_x + \omega_y m_y + \omega_z m_z + v_x f_x + v_y f_y + v_z f_z = 0 \quad (3)$$

$$W = \text{recip}(T) \quad (4)$$

$$T = \text{recip}(W) \quad (5)$$

나사이론을 이용한 연산을 위해서는 나사들의 합집합 (Union)과 교집합 (Intersection)을 구할 수 있어야 한다. 여러 나사벡터 s_1, s_2, \dots, s_n 의 합집합 (Union)은 식(6)과 같이 각 나사를 나타내는 행벡터를 위아래로 쌓아 구성되는 $n \times 6$ 행렬로 표현된다. 또 여러 나사의 교집합 (Intersection)은 식(7)과 같이 각 나사의 역 (Recip)의 합집합 (Union)의 역 (Recip)으로 계산된다.

$$U(s_1, s_2, \dots, s_n) = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\cap(s_1, s_2, \dots, s_n) = \text{recip} \left\{ \begin{bmatrix} \text{recip}(s_1) \\ \text{recip}(s_2) \\ \vdots \\ \text{recip}(s_n) \end{bmatrix} \right\} \quad (7)$$

하나의 강체가 여러 개의 운동 자유도를 갖는 경우, 이 강체의 전체 트위스트는 각 자유도를 나타내는 트위스트 벡터들의 합집합인 행렬로 표현된다. 또, 그 강체에 작용하는 반력들도 렌치 행렬로 표현될 수 있고, 이 트위스트 행렬과 렌치 행렬 사이에도 $T \cdot W' = 0$, 즉 $T = \text{recip}(W)$, $W = \text{recip}(T)$ 의 관계가 성립한다.

3.2 운동해석 및 제약해석

나사이론을 적용하여 조립체의 운동(움직임)과 제약을 분석하는 방법을 설명하기 위해, 부품들 사이의 관계가 Fig. 3의 경로도 (Path Diagram)¹과 같이 주어진 예를 고찰한다. 즉 Part A와 Part B는 세 개의 제약쌍 (Constraint Pair, cp), 즉 cp1, cp2 및 cp3에 의해 조립되고, Part C는 Part B와 두 개의 제약쌍, 즉 cp4 및 cp5에 의해 조립되는 문제이다. Fig. 3에 보인 바와 같이 각 제약쌍의 트위스트 행렬을 T_1, T_2, \dots, T_5 라고 한다.

이 문제에 대해 운동해석 (Motion Analysis)을 수행하면 부품들의 운동은 다음과 같이 구해진다. 우선 Part A에 대한 Part B의 운동과 Part B에 대한 Part C의 운동은 각 경우의 병렬 제약쌍들의 트위스트의 교집합으로서, 각각 식(8)과 식(9)와 같이 구해진다. 그리고 Part A에 대한 Part C의 운동은 식(8)과 (9)로 주어진 운동의 직렬연결이므로 해당 트위스트들의 합집합으로서 식(10)과 같이 구해진다. 만일 조립체에서 부품 사이의 제약이 충분히 이루어지면, 상대운동이 없으므로 식(8) - 식(10)의 트위스트가 모두 공집합 (Empty Matrix)이 될 것이다.

$$T_{B/A} = T_{123} = \cap(T_1, T_2, T_3) \tag{8}$$

$$T_{C/B} = T_{45} = \cap(T_4, T_5) \tag{9}$$

$$T_{C/A} = \cup(T_{B/A}, T_{C/B}) \tag{10}$$

Fig. 3의 문제에 대한 제약해석은 다음과 같이 할 수 있다. 먼저 Part A와 Part B 사이에 작용하는 3개의 트위스트 각각의 역을 구해 이들 렌치를 W_1, W_2, W_3 라 하면, 이 렌치들의 교집합은 식(11)과 같이 구해진다. 만일 식(11)로 구해지는 W_{123} 가 공집합이라면, 이는 세 개의 연결에서 공통으로 작용하는 반력이 없다는 것을 의미할 뿐 과잉제약이 없다는 것은 아니다. 과잉제약의 존재 여부를 판정하려면, 식(12)를 이용하여 k 번째 연결이 일으키는 과잉제약을 $k = 1, 2, 3$ 에 대해 고찰해야 한다.

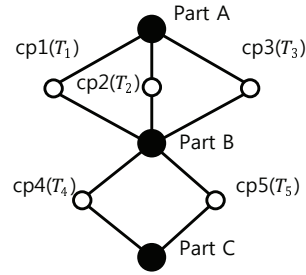


Fig. 3 Path diagram for an example assembly consisting of three parts, respectively connected via three and two constraint pairs

식(12)를 보다 구체적으로 설명하면 \bar{W}_{ijk} 는 i 및 j 연결로 인한 반력의 합집합과 k 연결의 반력 사이에서 공통인 것을 의미하므로, k 연결로 인해 새로 도입되는 과잉반력을 뜻하게 된다.

$$W_{123} = \cap(W_1, W_2, W_3) \tag{11}$$

$$\bar{W}_{ijk} = \cap(\cup(W_i, W_j), W_k) \quad i, j, k = 1, 2, 3 \tag{12}$$

Fig. 3으로부터 Part B와 C 사이에는 두 개의 연결만 있으므로 과잉제약은 트위스트 T_4 와 T_5 의 역 (Reciprocal)인 렌치 W_4, W_5 의 교집합, 즉 $W_{45} = \cap(W_4, W_5)$ 부터 구할 수 있다.

여기서 한 가지 명기할 것은 참고문헌 [1,6]에서 사용하고 있는 표현의 불합리성이다. 이들 참고문헌에서는 렌치에 하첨자가 두 개 있을 때는 상기 W_{45} 와 같이 두 렌치의 교집합으로 정의하고, W_{ijk} 와 같이 하첨자가 3개 이상 있을 때에는 식(12)와 같이 마지막 제약쌍 j 의 렌치가 나머지 렌치의 합집합과 이루는 교집합으로 정의한다. 이는 동일한 부호 $W_{ij..}$ 의 의미를 하첨자의 개수에 따라 달리 정의하는 것으로서 혼란을 초래한다. 따라서 본 논문에서는, 후자의 의미로 쓰고자 할 때는 \bar{W}_{ijk} 로 표시하고 전자의 의미인 경우에는 W_{ijk} 를 사용하여 이들을 구분함으로써 보다 명료하게 표현하기로 한다.

3.3 나사이론의 적용 예

나사이론의 적용 방법을 구체적으로 보이기 위해 두 개의 기본적인 조립체 예제를 고찰한다.

3.3.1 예제 1

먼저 Fig. 4에 보인 바와 같이 두 개의 핀을 갖

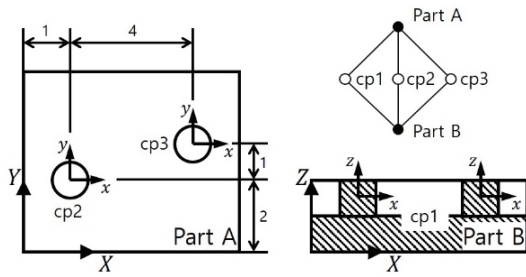


Fig. 4 Example problem of two-plate assembly with two pins and two holes(cp1: Plane-Plane, cp2: Pin-Hole (Left), cp3: Pin-Hole (Right))

는 판형 부품 (Part B)에 두 개의 구멍을 갖는 판형 부품 (Part A)이 조립되는 문제를 살펴보자. Fig. 4에서 각 조립형체에 설정된 국부좌표계는 xyz로, 전체에 대한 고정좌표계는 XYZ로 표현하였다. 편의상 Part B가 고정된 것으로 보면, XYZ축은 Part B에 놓여 있는 것으로 간주해도 된다.

이 문제에서 제약쌍은 (1) 평면-평면, (2) 핀-구멍(좌측), (3) 핀-구멍(우측)과 같다. 각 제약쌍이 갖는 트위스트 행렬은 식(13) - 식(15)의 T_1, T_2, T_3 로 구해지며, 여기서 모든 트위스트 행렬의 각속도 및 선속도는 고정좌표계 XYZ에 대한 것이다. 평면-평면 제약쌍은 ω_z, v_x, v_y 의 자유도를 가지고 있으므로, 트위스트 행렬은 이들 세 자유도에 해당하는 트위스트 벡터들의 합집합이 되어 식(13)의 T_1 으로 나타난다. 두 번째 및 세 번째 제약쌍은 핀-구멍이므로 각 핀을 중심으로 한 회전운동 ω_z , 그리고 핀을 따라서의 직선운동 v_z 가 가능하다. 따라서 이들 두 제약쌍의 트위스트 행렬은 각각 식(14)의 T_2 와 식(15)의 T_3 로 나타난다. T_2 및 T_3 의 첫 번째 행은 회전운동 ω_z 를 나타내고, 그 행의 4, 5열에 있는 값은 해당 핀을 중심으로 하는 $\omega_z = 1$ 의 회전으로 인해 XYZ좌표계의 원점이 갖는 선속도이다.^{1,6}

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식(13) - 식(15)의 트위스트 행렬들을 사용하여 3.2절에서 설명한 운동해석 및 제약해석을 수행한 결과는 식(16) - 식(18)과 같다. 운동해석의 결과는 식(16)과 같은데, 이로부터 두 부품 사이에 상대 운동이 없음을 알 수 있다. 또 제약해석의 결과 중 식(17)를 보면 핀-구멍 제약쌍에 의해 f_x, f_y, m_x, m_y 의 과잉제약이 발생함을 알 수 있고, 식(18)을 보면 평면-평면 제약쌍에 의해 m_x, m_y 의 과잉제약이 발생함을 알 수 있다. 물론 과잉제약력을 보이는 식(17)의 첫 행에서 m_z 가 발생하는 것은 과잉 제약력 f_x, f_y 가 XYZ 좌표축의 원점에 대해 모멘트를 일으키기 때문이다.

$$T_{123} = \text{empty matrix} \quad (16)$$

$$\bar{W}_{123} = \bar{W}_{132} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & -1.75 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{W}_{231} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서 주목할 것은 식(17)에서 핀-구멍 제약쌍이 m_x, m_y 의 과잉제약을 일으키는 이유이다. 이들 과잉제약은 핀과 구멍의 길이가 길어 발생하는 반력모멘트로서 평면-평면 제약쌍에 의해 이미 발생된 반력모멘트와 중복된다. 그러나 일반적으로 조립체 설계에서 핀-구멍을 사용하는 목적은 이들 반력모멘트에 상응하는 회전 자유도의 구속이 아니고, 핀-구멍 축에 수직인 방향으로의 직선운동을 제약하려는 것이다. 실제로 핀과 구멍의 길이가 길지 않으면 이들 반력모멘트의 크기는 매우 작아진다. 따라서 이 문제뿐 아니라 본 논문 전체에서 핀-구멍 또는 핀-슬롯 제약쌍에서 발생하는 핀 축에 수직인 반력모멘트는 과잉제약의 고찰에 포함시키지 않기로 한다. 이를 다음의 가정으로 명시하여 이후의 설명을 용이하게 하고자 한다.

가정 1: 핀-구멍, 핀-슬롯의 길이(혹은 깊이)가 유한하여 발생하는 핀 축에 수직인 반력모멘트는 무시한다.

가정 1에 따라 반력모멘트 m_x, m_y 가 평면-평면 제약쌍에 의해서만 발생된다고 하면, 식(17)과 식(18)에서 과잉반력은 두 개의 핀-구멍 제약쌍 사이에서 발생하는 반력 $f = \{1, 0.25, 0\}$ 과 이로 인한 모멘트 $m_z = -1.75$ 만 남게 된다. 이 반력 벡터를 Fig.

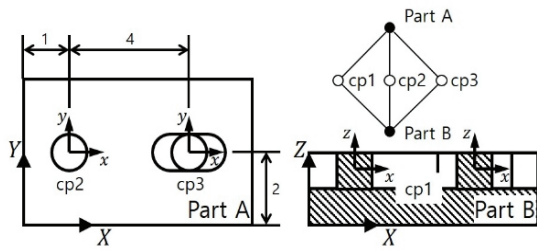


Fig. 5 Example problem of two-plate assembly with two pins, a hole, and a slot (cp1: Plane-Plane, cp2: Pin-Hole, cp3: Pin-Slot)

4에 그려보면 그 방향이 예상한 바와 같이 두 구멍의 중심을 잇는 방향인 것을 알 수 있다.

3.3.2 예제 2

다음으로 Fig. 5에 보인 바와 같이 두 개의 핀을 갖는 판형 부품 (Part B)에 한 개의 구멍과 한 개의 슬롯을 갖는 판형 부품 (Part A)이 조립되는 문제를 고찰한다. 두 핀의 중심은 X축과 평행하게 위치하고, 구멍과 슬롯의 중심 및 슬롯의 방향 또한 X축과 평행하다.

이 문제에서 조립에 사용된 제약쌍은 (1) 평면-평면, (2) 핀-홀, (3) 핀-슬롯이며 각각의 트위스트는 식(19) - 식(21)와 같다. 식(19)와 식(20)은 예제 1의 식(13) 및 식(14)와 동일하며, 식(21)은 핀-슬롯 제약쌍이 $\omega_y, \omega_z, v_x, v_z$ 의 자유도를 가짐을 의미한다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

이들 트위스트 행렬을 사용하여 운동해석 및 제약해석을 수행하면 식(22) - 식(24)의 결과를 얻는다. 식(22)로부터 이 문제에서도 두 부품 사이의 운동 자유도가 존재하지 않음을 알 수 있다. 또 가정 1을 적용하여 식(23)과 식(24)를 고찰하면 과

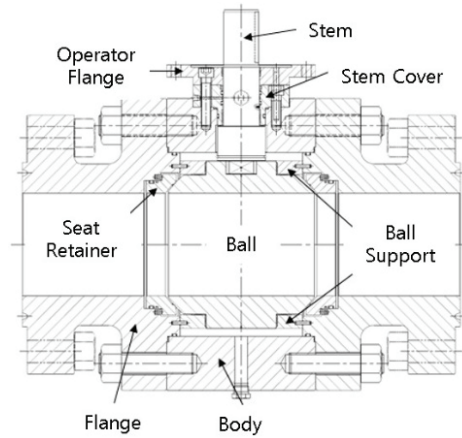


Fig. 6 Assembly drawing of the ball valve

잉제약이 전혀 없다는 결론을 내릴 수 있다. 이것이 Fig. 5와 같은 조립체 설계가 Fig. 4와 같은 설계의 개선안으로서 권장되는 이유이다.

$$T_{123} = \text{empty matrix} \quad (22)$$

$$\bar{W}_{123} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (23)$$

$$\bar{W}_{132} = \bar{W}_{231} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

4. 사례 연구 : 볼밸브

본 논문에서는 사례연구로서 볼밸브의 조립설계를 고찰함으로써 나사이론의 실제 적용을 설명한다.

4.1 볼밸브의 구성

볼밸브는 원통형의 유로를 가진 볼 (Ball)을 90°회전시켜 유체의 흐름을 개폐하는 기구이며, 그 부품들과 개략적인 구조는 Fig. 6의 조립도에 나타나 있다.

Fig. 6의 스템 (Stem)은 (그림에 보이지 않은) 기어박스 (Gear Box)에서 발생하는 토크를 볼에 전달하여 밸브를 개폐한다. 시트리테이너 (Seat Retainer)의 주된 기능은 볼이 회전하는 동안에도 볼과 접촉을 유지하면서 유체가 유로 밖으로 새지 않도록 하는 것이다. 볼과 시트리테이너 사이의 접촉은 주로 고무, 플라스틱 재질의 인서트 (Insert)를 통해 이루어지나, 유체에 모래와 같은 고체 입

자가 포함되어 있는 경우에는 인서트 없이 금속 간 접촉이 일어나도록 한다. 볼서포트 (Ball Support)는 볼의 위, 아래에 각각 한 개씩 있어서 볼의 상하에 있는 원통형 회전축을 지지해 주는 역할을 한다. 그리고 바디 (Body), 플랜지 (Flange), 스템커버 (Stem Cover), 오퍼레이터플랜지 (Operator Flange)는 볼, 시트리테이너, 볼서포트, 스템을 감싸는 바깥쪽 부품들로서 파이프 내압을 지탱하거나 외부의 위험요소로부터 안쪽 부품들을 보호하는 역할을 한다.⁸

4.2 볼밸브의 조립 분석(초기설계)

앞 절에서 설명한 바와 같이, 볼이 움직이는 중에도 고압의 유체가 누설되지 않도록 하는 것이 볼밸브 설계에서 매우 중요하다. 이를 위해서는 볼과 플랜지 사이에서 시트리테이너가 볼과의 접촉을 유지하면서 누설을 방지해야 하므로, 볼과 플랜지 사이의 위치 관계가 중요하다. 따라서 본 연구에서는 이 상호 관계를 볼밸브 설계의 중요특성 (Key Characteristic, KC)으로 선정하고, 이 KC에 대한 DFC (Datum Flow Chain)를 작성함으로써 부품 사이의 자유도 제약 관계를 파악한다.

이를 위해 먼저 바디, 플랜지, 볼서포트, 볼 사이의 조립 관계를 간략한 그림으로 표현하면 Fig. 7과 같다. 초기설계에서는, Fig. 7에서 서로 접촉하는 것으로 보이는 모든 평면-평면, 핀-구멍은 전체 면에 걸쳐 완벽하게 접촉하는 것으로 되어 있다.

하나씩 살펴 보면, 좌우 플랜지는 각각 평면-평면 및 두 개의 핀-구멍 제약쌍으로 바디와 조립되고, 상하 볼서포트는 각각 2개의 평면-평면 및 2개의 핀-구멍 제약쌍으로 좌우 플랜지와 조립된다. 마지막으로 볼은 상하 볼서포트와 각각 평면-평면 및 핀-구멍 제약쌍으로 조립된다.

이제 상기한 KC를 위한 볼밸브의 DFC를 그리면 Fig. 8과 같다. 여기서 DFC의 작성은, 자유도를 제약하는 부품으로부터 자유도가 제약되는 부품으로 화살표를 그리고, 이때 제약되는 자유도의 개수를 괄호 안에 표시하는 방법으로 진행된다.¹ Fig. 8을 살펴보면, 바디가 좌우 플랜지의 자유도를 제약하고, 좌우 플랜지가 상하 볼서포트의 자유도를 제약하며, 상하 볼서포트가 볼의 자유도를 제약하는 일련의 조립으로 되어 있음을 알 수 있다. 각 화살표 위에 표시된 자유도 개수 중 실제로는 6을 초과하는 과잉제약의 경우, 곧 나사이론을 사용하여 정확한 제약해석을 할 것이므로 여기서는 6으로 표시하였다.

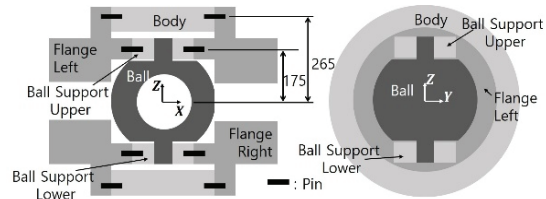


Fig. 7 Assembly joints among parts of the ball valve

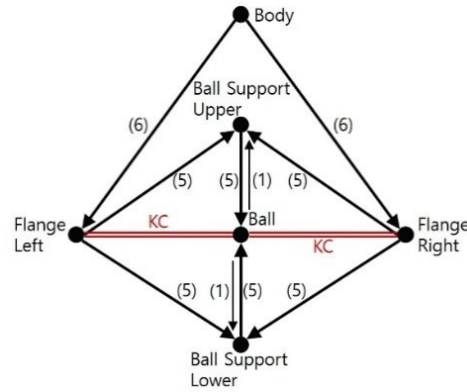
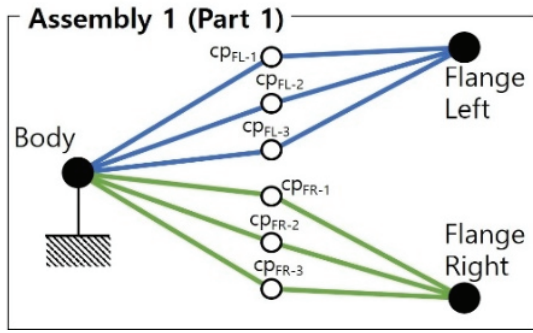


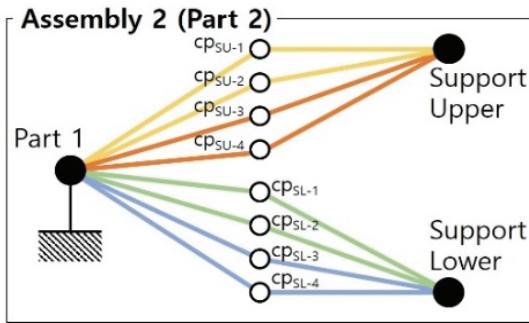
Fig. 8 DFC of the ball valve

Fig. 8에서 특이한 점은 상하 볼서포트가 볼의 자유도를 제약하지만, 볼서포트의 자유도 중 하나가 다시 볼에 의해 제약된다는 것이다. 이는 그림에서 볼서포트와 볼 사이에 양방향으로 그려진 두 개의 화살표로부터 알 수 있다. 더 자세히 설명하면, 볼서포트는 좌측 플랜지 및 우측 플랜지에 의해 각각 5개 자유도 제약이 되지만 이들 5개의 자유도는 동일하므로(과잉제약), 여전히 하나의 자유도 (ω_x)가 남아 있고 이것이 볼에 의해 제약되는 것이다. Mantripragada⁹에 의하면 DFC에서 페루프 (Loop)는 허용되지 않으므로 원칙적으로는 DFC로 볼밸브의 설계를 표현하는데 한계가 있다. 그러나 본 연구에서는 DFC를 사용함으로써 적어도 볼밸브 부품들 사이의 조립관계를 명확하게 파악할 수 있었다.

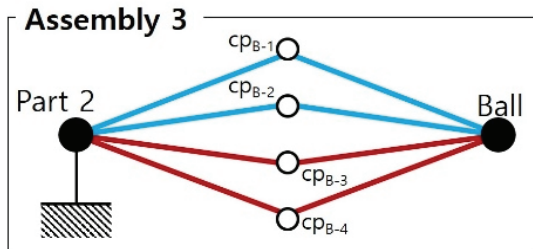
나사이론도 DFC가 잘 표현하지 못하는 볼서포트와 볼 사이의 자유도 상호제약을 제대로 해석하지 못하므로, 본 연구에서는 볼밸브의 조립공정을 다음과 같이 모델링한다. 먼저 Fig. 9(a)와 같이 바디에 좌우측 플랜지가 조립되는 공정을 Assembly 1이라 하고 그 결과로 만들어지는 서브어셈블리 (Subassembly)를 하나의 부품으로 간주하여 Part 1이라 한다. 다음으로는 Fig. 9(b)에 보인 바와 같이,



(a) Assembly 1 (cp_{FL-1} : Plane-Plane, cp_{FL-2} : Pin-Hole (Upper), cp_{FL-3} : Pin-Hole (Lower))



(b) Assembly 2 (cp_{SU-1} : Plane-Plane (Left), cp_{SU-2} : Pin-Hole (Left), cp_{SU-3} : Plane-Plane (Right), cp_{SU-4} : Pin-Hole (Right))



(c) Assembly 3 (cp_{B-1} : Plane-Plane (Upper), cp_{B-2} : Pin-Hole (Upper), cp_{B-3} : Plane-Plane (Lower), cp_{B-4} : Pin-Hole (Lower))

Fig. 9 Assembly process with constraint pairs for the ball valve

Part 1과 상하 볼서포트를 조립하는 공정을 Assembly 2라 하고 그 결과로 만들어지는 서브어셈블리를 다시 한 개의 부품으로 여겨 Part 2라 한다. 마지막으로 Fig. 9(c)와 같이, Part 2와 볼이 조립되는 공정을 Assembly 3라고 한다. Fig. 9에는 각 조립공정의 제약쌍들도 표시되어 있다.

4.3 초기설계의 운동해석

이제 4.2절에서 설명한 초기설계에 대해 운동 해석을 수행하기 위해 Fig. 9에 보인 제약쌍들의 트위스트 행렬을 구하면 다음과 같다. 일부 계산에 Fig. 7에 보인 치수가 사용되었다.

바디와 좌측 플랜지의 조립 (T_{FL-1} : 평면-평면, T_{FL-2} : 핀-구멍, T_{FL-3} : 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{FL-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$T_{FL-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -265 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$T_{FL-3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 265 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

바디와 우측 플랜지의 조립 (T_{FR-1} : 평면-평면, T_{FR-2} : 핀-구멍, T_{FR-3} : 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{FR-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$T_{FR-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -265 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$T_{FR-3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 265 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

좌우측 플랜지와 위쪽 볼서포트의 조립 (T_{SU-1} : 평면-평면, T_{SU-2} : 핀-구멍, T_{SU-3} : 평면-평면, T_{SU-4} : 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{SU-1} = T_{SU-3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$T_{SU-2} = T_{SU-4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -175 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

좌우측 플랜지와 아래쪽 볼서포트의 조립 (T_{SL-1} : 평면-평면; T_{SL-2} : 핀-구멍; T_{SL-3} : 평면-평면; T_{SL-4} : 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{SL-1} = T_{SL-3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$T_{SL-2} = T_{SL-4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 175 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

상하 볼서포트와 볼의 조립 (T_{B-1}: 평면-평면, T_{B-2}: 핀-구멍, T_{B-3}: 평면-평면, T_{B-4}: 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{B-1} = T_{B-3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$T_{B-2} = T_{B-4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

이 트위스트 행렬들을 이용하여 2.2.2절의 운동 해석을 수행하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$T_{FL} = \cap(T_{FL-1}, T_{FL-2}, T_{FL-3}) = \text{empty matrix} \quad (37)$$

$$T_{FR} = \cap(T_{FR-1}, T_{FR-2}, T_{FR-3}) = \text{empty matrix} \quad (38)$$

$$T_{SU} = \cap(T_{SU-1}, T_{SU-2}, T_{SU-3}, T_{SU-4}) \\ = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -175 \ 0] \quad (39)$$

$$T_{SL} = \cap(T_{SL-1}, T_{SL-2}, T_{SL-3}, T_{SL-4}) \\ = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 175 \ 0] \quad (40)$$

$$T_B = \cap(T_{B-1}, T_{B-2}, T_{B-3}, T_{B-4}) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (41)$$

식(37)과 식(38)로부터 플랜지는 바다에 완전 구속되어 움직임이 없음을 알 수 있다. 그러나 상하 볼서포트는 식(39)와 식(40)에 나타나 있듯이 모두 X축 중심으로 회전이 가능한데, 이는 볼서포트의 두 개 구멍이 X축 방향으로 정렬되어 있기 때문이다. 그리고 식(41)에서 볼 수 있듯이 볼의 움직임은 Z축 중심 회전의 자유도만 존재한다. 이 자유도는 볼밸브의 작동을 위해 필요한 운동을 나타내므로, 초기설계가 운동의 관점에서는 잘 된 것으로 평가할 수 있다.

4.4 초기설계의 제약해석

볼밸브의 초기설계에 대해 제약해석을 수행하여 과잉제약을 구한 결과는 식(42) - 식(47)과 같다.

$$\bar{W}_{FL-123} = \bar{W}_{FL-132} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\bar{W}_{FL-231} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\bar{W}_{SU-1234} = \bar{W}_{SU-1342} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 175 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\bar{W}_{SU-1243} = \bar{W}_{SU-2341} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\bar{W}_{B-1234} = \bar{W}_{B-1342} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\bar{W}_{B-1243} = \bar{W}_{B-2341} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

식(42)와 식(43)에 나타난 바다-플랜지 조립의 과잉제약은 f_z, m_y, m_z 인데 가정 1을 적용하면 f_z 만 남는다. 이는 바다와 플랜지의 조립이 3.3.1절에서 보인 두 개의 핀-구멍 제약쌍과 하나의 평면-평면 제약쌍으로 이루어진 조립이므로 당연한 결과이다. 플랜지와 볼서포트 사이의 조립에서는 식(44)와 식(45)와 같이 f_x, f_y, f_z, m_y, m_z , 즉 총 5개의 과잉제약이 발견되었지만, 역시 가정 1에 의해 f_x, f_y, f_z 의 세 개 반력만 과잉제약으로 남는다. 이 중 f_x 는 볼서포트 좌우측의 평면-평면 중복 제약쌍에 의해 발생한 과잉제약이고, f_y, f_z 는 동일 선상에 놓여 있는 두 개의 핀-구멍 제약쌍으로 인한 과잉제약임을 알 수 있다. 마지막으로 식(46)과 식(47)를 보면, 볼은 볼서포트와 유사하게 f_x, f_y, f_z, m_x, m_y 의 5개 과잉제약을 가지는 것으로 나타나지만, 가정 1에 의해 세 개의 힘 성분만 과잉제약 요소로 남는다. 여기서 f_x, f_y 는 동일 선상에 놓여 있는 두 개의 핀-구멍 제약쌍에 의한 과잉제약이고, f_z 는 볼 상하의 두 평면-평면 제약쌍에 의한 과잉제약이다.

따라서, 볼밸브의 초기설계는 볼의 움직임에 있어서는 만족스러우나, 과잉제약이 많아 부품 사이 간섭이 일어날 수 있으므로 조립성이 떨어지고 조립 중에 응력이 발생할 수 있음을 알 수 있다.

4.5 과잉제약 해소를 위한 설계 개선

이제, 4.4절에서 확인된 과잉제약을 해소하기 위해 볼밸브 설계를 개선하는 방법을 제안한다. 두 종류의 과잉제약이 발견되었으므로, 각각에 대한 개선책을 제시하고 개선된 설계에 대한 제약해석의 결과를 고찰한다.

4.5.1 평면-평면 과잉제약쌍의 개선

플랜지-볼서포트 조립에서 발생한 과잉제약 f_x 와 볼서포트-볼 조립에서 발생한 f_z 는 서로 방향은 다르지만 발생한 이유는 같다. 즉, 볼서포트는 좌우 측 플랜지와 평면-평면 제약쌍 두 개에 의해 X축 방향으로 중복 제약되었고, 볼은 상하 볼서포트와의 평면-평면 제약쌍 두 개에 의해 Z축 방향으로 중복 제약되었다.

결국 이 문제는 두 개의 평면-평면 제약쌍에 의해 Fig. 2(a)와 같은 과잉제약이 발생하고 있는 것이다. 이 경우, 실제 문제에 있어서는 Fig. 2(b) 또는 Fig. 2(c)와 같은 현상이 일어남은 앞에서 설명한 바와 같다. 볼밸브의 작동원리를 고찰해 보면, Fig. 2(c)와 같이 간섭이 일어나는 것은 피해야 하지만, Fig. 2(b)와 같이 서포트가 좌우로 늘거나 볼이 상하로 노는 것은 어느 정도 허용됨을 알 수 있다. 그 이유를 설명하면, 볼의 위치가 약간 변동되더라도 Fig. 6에 보인 시트리테이너가 볼을 따라 이동하여 실링을 유지할 수 있기 때문이다.

따라서 본 연구에서는 볼서포트의 X방향 공칭 길이와 볼의 위아래 평면 사이 Z 방향 공칭거리를 줄여, 하나의 평면-평면 제약쌍만 작동되도록 설계를 변경함으로써 Fig. 2(b)와 같은 설계가 되도록 하였다. 이때 부품이 늘게 되는데, 실제로는 밸브가 닫혀 있는 상태에서 유체의 압력과 중력에 의해 볼이 Figs. 6 또는 7의 우측 및 아래쪽으로 치지는 것으로 가정함으로써 조립에 사용되는 평면-평면 제약쌍을 특정하였다. 그 결과, 볼서포트-플랜지 조립에 있어서는 식(31) - 식(33)의 T_{SU-1} , T_{SL-1} 이 삭제되고, 볼서포트-볼 조립에 있어서는 식(35)의 T_{B-1} 이 삭제된다.

4.5.2 핀-구멍 과잉제약쌍의 개선

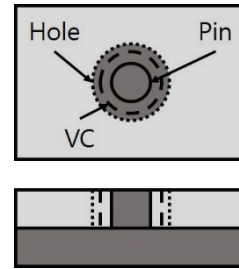


Fig. 10 VC boundary for pin-hole constraint pair

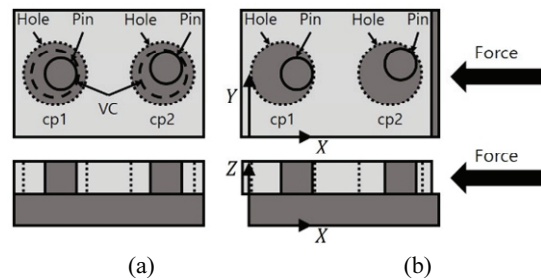


Fig. 11 Two pin-hole constraint pairs, designed per VC boundary concept (a) Without external force, (b) With external force

바다-플랜지 조립에서 발생한 과잉제약 f_z , 플랜지-볼서포트 조립에서 발생한 과잉제약 f_x, f_z , 볼서포트-볼 조립에서 발생한 과잉제약 f_x, f_y 는 모두 두 개의 핀-구멍 제약쌍에 의해 생기는 문제이다.

이 문제를 해소하기 위해 본 연구에서는 기하 공차의 경계이론 (Boundary Theory)을 활용한다. 경계이론이란 핀이나 구멍과 같은 조립형체가 상대방과의 조립에 있어 갖게 되는 최악의 경계, 즉 실효조건 (Virtual Condition, VC) 경계를 공차역 (Tolerance Zone)으로 간주하는 것을 의미한다. 경계이론을 사용하여 핀과 구멍의 공차설계를 하면 Fig. 10과 같이 구멍과 핀이 동일한 실효조건 경계를 서로 침범하지 않게 되어 항상 조립이 보장되게 된다.

과잉제약된 핀-구멍 제약쌍 각각을 이 방법으로 공차설계하면, 결국 Fig. 2(b)와 같은 설계가 된다. 즉, Fig. 11(a)와 같이 두 개의 제약쌍 모두 핀과 구멍이 접촉하지 않고 부품이 늘 수 있다. 그러나 실제문제에서는 중력 등 외력에 의해 Fig. 11(b)와 같이 부품이 특정한 위치와 방향으로 이동하여 핀-구멍간 접촉이 발생하면서 자유도가 제약될 것이다. 여기서 문제는 어느 핀-구멍 제약쌍에 의해 어

편 자유도가 제약될 지가 경우에 따라 달라진다는 점이다. 따라서 두 개의 핀-구멍 제약쌍을 묶어 하나의 제약쌍으로 생각하고 이 연립 제약쌍이 $v_x, v_y, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ 의 5개 자유도를 제약하는 것으로 모델링하여야 한다. 즉, Fig. 11과 같은 두 개의 핀-구멍 제약쌍의 트위스트는 식(48)과 같이 표현되며, 볼밸브에서 바다-플랜지 조립의 핀-구멍 제약쌍이 이 경우에 해당한다.

$$T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (48)$$

플랜지-볼서포트 조립 및 볼서포트-볼 조립의 경우에는, 핀-구멍 과잉 제약쌍이 동일 선상에 있으므로 식(48)의 트위스트에 핀-구멍 축을 중심으로 하는 회전운동을 추가하면 된다.

4.5.3 개선된 설계의 운동해석 및 제약해석

4.5.1절과 4.5.2절의 방법으로 개선된 설계에 있어서 부품 사이의 조립은 Fig. 12와 같은 절차로 이루어지는 것으로 모델링한다. 즉, 원래 설계에서 나타났던 평면-평면 과잉제약쌍들은 위에서 설명한 하나의 제약쌍으로, 핀-구멍 과잉제약쌍들은 이들이 연립된 하나의 제약쌍으로 대체된다. Fig. 12에 보인 제약쌍들에 대해 트위스트를 구하면 식(49) - 식(58)과 같다.

바디와 좌측 플랜지의 조립 (T_{FL-1} : 평면-평면, T_{FL-2} : 연립된 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{FL-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

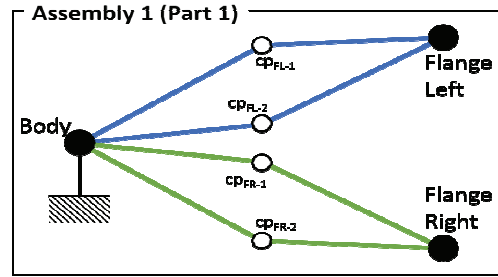
$$T_{FL-2} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (50)$$

바디와 우측 플랜지의 조립 (T_{FR-1} : 평면-평면, T_{FR-2} : 연립된 핀-구멍 제약쌍)

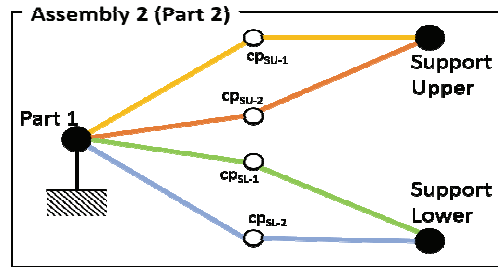
$$T_{FR-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$T_{FR-2} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (52)$$

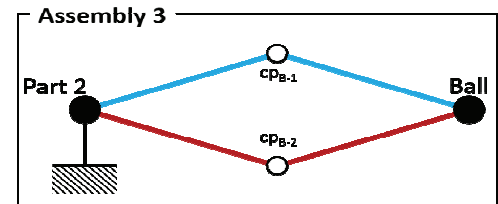
좌우측 플랜지와 위쪽 볼서포트의 조립 (T_{SU-1} : 우측 평면-평면, T_{SU-2} : 연립된 핀-구멍 제약쌍)



(a) Assembly 1 (cp_{FL-1} : Plane-Plane, cp_{FL-2} : Combined Pin-Hole cp's)



(b) Assembly 2 (cp_{SU-1} : Plane-Plane, cp_{SU-2} : Combined Pin-Hole cp's)



(c) Assembly 3 (cp_{B-1} : Plane-Plane, cp_{B-2} : Combined Pin-Hole cp's)

Fig. 12 Assembly process diagram for the improved ball valve design

$$T_{SU-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$T_{SU-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

좌우측 플랜지와 아래쪽 볼서포트의 조립 (T_{SL-1} : 우측 평면-평면, T_{SL-2} : 연립된 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{SL-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$T_{SU-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

상하 볼서포트와 볼의 조립 (T_{B-1}: 아래 평면-평면, T_{B-2}: 연결된 핀-구멍 제약쌍)

$$T_{B-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$T_{B-2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (58)$$

식(49) - 식(58)의 트위스트 행렬을 이용하여 개선된 설계에 대한 운동해석을 수행하였으며, 그 결과는 개선 전인 4.3절의 결과와 동일하다. 즉, 모든 부품의 자유도가 제약되고, 볼밸브의 동작에 필요한 볼의 Z축 중심 회전 자유도만 남는다.

한편, 제약해석의 결과는 식(59)와 식(60)과 같이 구해지는데, 이는 4.4절에 보인 초기설계의 제약해석 결과와 크게 다름을 알 수 있다. 즉, 식(59)와 식(60)으로부터 모든 조립에 있어 f_x, f_y, f_z 의 과잉반력이 사라지고 모멘트 형태의 과잉반력만 남는 것을 알 수 있다.

$$\bar{W}_{FL} = \bar{W}_{FR} = \bar{W}_{SU} = \bar{W}_{SL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\bar{W}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

그리고 이들 과잉 모멘트 반력들은 모두 핀과 구멍의 길이가 짧아질수록 작아지는 (의도하지 않은) 반력이므로 가정 1에 의해 무시할 수 있다. 결과적으로 개선된 설계에서는 과잉제약이 모두 사라진 것으로 볼 수 있다. 개선 전과 후에 대해 운동해석 및 제약해석의 결과를 정리하면 Table 1과 같다. 과잉제약 중 괄호 안에 표시한 것들은 가정 1에 의해 사라진다고 간주할 수 있는 것들이다.

실제로 상용 공차해석 소프트웨어를 사용하여 개선 전후의 두 가지 설계에 대해 몬테카를로 (Monte Carlo) 공차 시뮬레이션해 본 결과, Table 2에 보인 바와 같이 기존 설계에서 매우 높았던 조립 실패율이 설계 변경으로 거의 사라진 것을 관찰할 수 있었다. 참고로, 기존 설계에서 조립 실패의 원

Table 1 Results of motion and constraint analyses before and after design change of the ball valve

	Parts	Before	After
Motion	Flange	-	-
	Ball support	ω_x	ω_x
	Ball	ω_z	ω_z
Over-Constraint	Body-Flange	$f_z, (m_y, m_z)$	(m_y, m_z)
	Flange - Ball support	$f_x, f_y, f_z, (m_y, m_z)$	(m_y, m_z)
	Ballsupport - Ball	$f_x, f_y, f_z, (m_x, m_y)$	(m_x, m_y)

Table 2 Comparison of Monte Carlo assembly simulation failures between original and modified designs

Design	No. simulations	No. assembly failures
Original	10000	2504
Modified	10000	4

Table 3 Interferences detected in tolerance simulation of the original over-constrained design

Parts assembled	Constraint pair	No. interferences
Flange left - Body	Pin-Hole	1399
	Plane-Plane	2649
Flange right - Body	Pin-Hole	1104
	Plane-Plane	1878
Ball - Ball supports	Pin-Hole	1
	Plane-Plane	6713

인이 된 부품 간 간섭에 대한 정보를 Table 3에 제시하였는데, 이 표의 간섭은 모두 과잉제약으로 인한 것임을 알 수 있다. Table 3에 보인 간섭 횟수의 합은 조립 실패 횟수인 2504보다 훨씬 많은데, 이는 조립에 실패하는 경우 여러 위치에서의 간섭이 동시에 발생하기 때문이다.

5. 결론

부품 간의 상호 자유도 제약관계를 정의하는 제약설계 (Constraint Design)는 조립설계에 있어 매우 중요하다. 특히 부품 사이에서 과잉제약이 발생하면 품질의 저하로 이어지기 쉬우므로, 주어진 설계의 제약관계를 해석하는 것이 반드시 필요하다.

본 논문에서는 평면-평면, 핀-구멍, 핀-슬롯 등의 기본 제약쌍 (Constraint Pairs)을 예로 들어 나사 이론에 근거한 제약해석 방법을 설명하였다. 나사

이론은 기구 (Mechanism)의 운동해석에는 많이 사용되어 왔지만, 제약해석 연구에는 비교적 드물게 사용되었고 문헌에서 찾을 수 있는 정보 또한 다소 불명확하다. 본 논문에서는 이런 점을 명확히 하면서 나사이론을 이용한 제약해석 기법을 설명함으로써 이 방법을 이용하려는 연구자들에게 도움이 되고자 하였다.

또 나사이론의 효용을 보이기 위해, 실제 볼벌브 설계 문제를 고찰하였다. 먼저 볼벌브의 초기 설계에 나사이론을 적용하여 제약해석을 해 본 결과, 다수의 과잉제약 요소가 발견되었다. 이를 해소하기 위해 몇 개 부품의 공칭치수를 조정하고 기하공차의 경계이론을 활용하여 설계 개선안을 도출하였다. 그리고 개선된 설계에 나사이론을 다시 적용하여 과잉제약 요소가 모두 제거되었음을 확인하였다.

본 논문에서는 간단한 예제들에만 적용하였으나, 나사이론을 이용하는 제약해석 기법은 평면-평면, 핀-구멍, 핀-슬롯 뿐 아니라 여타 임의의 제약 쌍을 갖는 모든 조립체에 적용할 수 있는 범용의 방법이다. 따라서 이 방법을 다양한 문제에 적용하여 불필요한 과잉제약이 제거된 설계를 구현한다면, 품질이 편차에 별 영향을 받지 않는 강건설계 (Robust Design)가 실현될 것이다.

여러 가지의 향후 연구 주제가 있지만, 본 논문과 가장 밀접하면서 중요한 주제는 CAD작업 중에 손쉽게 제약해석을 할 수 있는 방법을 개발하는 것이다. 기존의 CAD소프트웨어에서 부족제약은 쉽게 확인되지만 과잉제약은 알기 어려운데, 설계자가 간단히 과잉제약 여부를 판정할 수 있게 된다면 CAD 모델링 단계부터 불필요한 과잉제약 설계를 피할 수 있을 것이다.

후 기

본 논문은 2013학년도 홍익대학교 학술연구진흥비와 대우조선해양주식회사 특수성능연구소의 도움을 받아 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

REFERENCES

- Whitney, D. E., "Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development," Oxford University Press, 1st Ed., pp. 62-111, 2004.
- Yu, J., Li, S., Su, H.-j., and Culpepper, M., "Screw Theory Based Methodology for the Deterministic Type Synthesis of Flexure Mechanisms," *Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 3, No. 3, Paper No. 031008, 2011.
- Cervantes-Sánchez, J. J., Rico-Martínez, J. M., Tadeo-Chávez, A., and Pérez-Soto, G. I., "The Kinematic Design of Spatial, Hybrid Closed Chains Including Planar Parallelograms," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 27, No. 3, pp. 614-626, 2011.
- Fang, Y. and Tsai, L.-W., "Enumeration of a Class of Overconstrained Mechanisms Using the Theory of Reciprocal Screws," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, No. 11, pp. 1175-1187, 2004.
- Dai, J. S., Huang, Z., and Lipkin, H., "Mobility of Overconstrained Parallel Mechanisms," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 1, pp. 220-229, 2006.
- Adams, J. D. and Whitney, D. E., "Application of Screw Theory to Constraint Analysis of Mechanical Assemblies Joined by Features," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 123, No. 1, pp. 26-32, 2001.
- Rusli, L., Luscher, A., and Schmiedeler, J., "Analysis of Constraint Configurations in Mechanical Assembly via Screw Theory," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 134, No. 2, Paper No. 021006, 2012.
- Park, M., Jeong, N., Kim, Y., Kim, Y., Hwang, I. S., et al., "A Study on Design of Seat Retainer for Improving Offshore Ball Valve Performance," *Proc. of 2015 Joint Conference of the Korean Association of Ocean Science and Technology Societies*, pp. 357-361, 2015.
- MantriPragada, R. and Whitney, D., "The Datum Flow Chain: A Systematic Approach to Assembly Design and Modeling," *Research in Engineering Design*, Vol. 10, No. 3, pp. 150-165, 1998.
- The American Society of Mechanical Engineers, "Dimensioning and Tolerancing," Y14.5M, 1994.