한국초등수학교육학회지 20(2) 283-309.
2016. 05. 31

Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 20(2) 283-309.
May 31. 2016.

초등수학영재의 곱셈 상황에 따른 개념 이해 분석

김영아[1] · 김성준[2]

본 연구는 초등수학영재를 대상으로 곱셈의 문제 상황에 따른 곱셈 개념에 대한 이해 정도를 분석한 것으로, 초등수학영재의 수학적 개념 지도와 나아가 초등수학에서의 곱셈 개념을 지도하는 방법에 대한 시사점을 이끌어내기 위한 것이다. 이를 위해 곱셈의 도입과 관련된 초등수학의 내용을 교육과정별로 분석하여 학생들이 초등수학에서 곱셈의 개념을 어떻게 학습하고 있는지를 먼저 살펴보았다. 또한 곱셈의 문제 상황과 그 개념에 대한 초등수학영재의 이해를 알아보기 위해 B대학교 과학영재교육원 초등수학반 영재사사과정 학생 10명을 대상으로 곱셈에서의 문장제 설정의 과정을 포함하는 검사와 면담을 실시하였다. 그 결과 학생들은 2007 개정 교육과정에서 배 개념을 중심으로 곱셈을 학습했음에도 불구하고 배 개념보다는 동수누가의 곱셈 상황을 제시하는데 보다 익숙했으며, 개념 이해에서 곱셈을 동수누가로만 이해하고 있는 학생의 비율 또한 높게 나타났다. 이에 따라 초등수학을 지도하는 과정에서 기본적인 연산 개념에 대한 지도 방법을 재검토해볼 필요가 있으며, 곱셈 개념 지도에서 다양한 곱셈의 문제 상황을 통해 학생들이 곱셈의 개념을 정확하게 이해하는 것이 요구된다.

주제어: 초등수학영재, 곱셈의 문제 상황, 곱셈의 개념, 동수누가, 배 개념

Ⅰ. 서 론

과학영재교육원 또는 영재학급에서 수학영재를 지도하다보면 수학영재는 알고리즘에 의한 계산은 능숙하게 수행하는 반면 그 기저가 되는 개념이나 원리를 설명하는 과정은 어려워하는 것을 볼 수 있는데, 곧 수학적 개념이나 원리의 중요성을 간과하는 경우를 발견할 수 있다. 실제로 초등학교 수학과 내용을 기본으로 수학의 개념, 원리, 법칙을 묻는 문항을 제시할 경우 과학영재교육원에 지원한 학생들의 성취 수준이 예상보다 낮게 나타난 결과가 있으며(배종수 · 박만구, 2007), 이는 곧 수학적 문제해결력이 우수한 영재일지라도 수학에서 기본적인 개념에 대한 이해도는 문제해결력과 일치하지 않다는 것을 보여준다. 그러나 수학에서 문제해결은 개념에 대한 이해를 바탕으로 해야 하며, 개념에 대한 이해 없이 기계적인 알고리즘을 적용하는 것은 수학 학습에서 기본이 되는 개념을 간과한 것으로 볼 수 있다. 본 연구는 이러한 문제의식에서부터 출발하여 곱셈을 중심으로 곱셈의 문제 상황에 따른 초등수학영재의 곱셈 개념에 대한 이해를 살펴보기 위한 것이다.

---

1) [제1저자] 부산현곡초등학교
2) [교신저자] 부산교육대학교 수학교육과

먼저 교육과정에서 곱셈의 개념을 어떻게 다루고 있는지를 살펴보면, 2007 개정 교육과정은 초등수학에서 곱셈의 개념을 배 개념에 기초하여 도입하고 있다. 2007 개정 이전 교육과정은 곱셈의 개념을 같은 수를 여러 번 더하는 경우, 같은 수의 거듭되는 덧셈으로 나타내는 것이 간편함을 알게 하여, 더하는 과정에서 곱하는 과정을 이끌어내고 곱셈을 읽고 쓰는 방법을 강조했다. 즉, 곱셈을 반복된 덧셈, 동수누가의 개념에 초점을 맞추어서 도입했다. 그러나 2007 개정 교육과정에서는 곱셈에서의 수 개념은 배(倍) 개념으로서 이산량을 낱개가 아니라 묶음으로 세는 것에서부터 발생하며, 곱셈의 본질은 묶음의 크기, 묶음의 개수 그리고 전체 값과의 상호 관계로 설명하고 있다(교육과학기술부, 2009). 배 개념은 덧셈과 구별되는 곱셈만의 본질이며, 곱셈에만 그치는 것이 아니라 나눗셈과 분수의 핵심 개념인 비(比) 개념으로 확장되기 위한 기반이라는 점에서(강흥규, 2009) 그 가치를 동수누가에 앞서 강조한 셈이다. 그러나 이러한 변화는 곱셈 지도에서 부각되지 않고 있으며 그 결과 여전히 곱셈은 반복된 덧셈, 즉 동수누가의 상황을 강조하고 있는 실정이다. 교육과정을 통해 살펴본 변화와 함께 이러한 곱셈 개념의 변화가 초등수학영재의 곱셈에 대한 이해에서 어떻게 나타나는가를 살펴보는 것은 본 연구에서 제기한 문제의식, 즉 알고리즘에 따른 계산에 앞서 그 기저에 놓인 개념에 대한 이해의 중요성이 부각되어야 한다는 점에서 볼 때 논의가 이루어져야 할 부분이다.

곱셈 개념과 관련해서 Dewey(1895)는 곱셈 개념은 동수누가보다는 배 개념에 초점을 두어야 한다고 보았는데, 그에 따르면 곱셈을 동수누가, 즉 덧셈으로 환원시키는 것은 아동으로 하여금 덧셈과 구별되는 곱셈의 본질, 즉 배 개념을 획득하지 못하게 만들고, 그 결과 배 개념이 본질인 분수를 이해하는데 장애를 유발한다. 또한 Thompson & Saldanha(2003)는 반복된 덧셈으로 곱셈을 접근하는 것은 유리수의 곱셈이나 동수누가가 아닌 다른 상황에서의 곱셈은 설명할 수 없다는 문제점을 갖는다고 보았다(김정원, 2010, 재인용). 결국 ‘두 양 사이의 관계’로서 배 개념을 이해하지 못한 상태에서 곱셈을 하는 것은 ‘곱하기’라는 계산 절차에만 집중한 것으로, 분수의 곱셈이나 비와 비례 등의 후속 학습으로의 연결을 이끌어내지 못한다.

이에 본 연구는 초등수학영재들이 곱셈을 처음 학습할 때 곱셈의 문제 상황에 따른 곱셈 개념의 이해가 어떤 상황에 기반하고 있는지를 살펴봄으로써 ‘곱하기’와 같은 계산과정의 기저에 놓여 있는 곱셈 개념에 대해 살펴보기 위한 것이다.[3] 이를 위해 먼저 3차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정에 이르기까지 곱셈 도입과 관련된 교육과정의 내용을 분석하고, 곱셈 개념 도입에서 그 중심 개념이라 할 수 있는 동수누가와 배 개념이 어떻게 다루어지고 있는지를 살펴보았다. 그런 다음, 곱셈과 관련된 문장제 만들기와 그 결과에 대한 면담을 통해 초등수학영재의 곱셈 문제 상황에 대한 인식과 곱셈 개념에 대한 이해를 검토하였다. 이는 학교수학에서 교육과정과 교과서 및 교사에 의한 곱셈 지도의 과정에서 일어날 수 있는 교수학적 변환의 과정을 간접적으로 살펴보고, 아울러 곱셈을 계산 측면에서만 보는 것이 아니라 곱셈 연산의 개념적 관점에서 학생들의 이해를 살펴보기 위한 것이다. 이러한 논의를 바탕으로 초등수학영재를 비롯하여 초등수학에서 기본적인 연산 개념의 중요성을 부각시키고 나아가서는 초등수학에서 기본 개념의 지도를 위한 시사점을 이끌어내고자 한다.

3) 국가수준의 교육과정은 일반학생을 대상으로 목표와 성취 기준을 제시하고 있으나, 본 연구에서는 영재학생의 경우에도 국가수준의 영재교육과정이 없는 상태에서 초등학교에서 교과서를 통해 수학을 학습하는 것을 전제로 하여 이들의 곱셈 상황 및 곱셈 개념 이해에 대해 분석하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 곱셈의 개념

곱셈의 개념과 관련해서 학교수학에서의 중심 개념은 동수누가, 배, 곱집합 등 몇 가지 유형에 맞추어져서 논의되어 왔다. 그 가운데 Freudenthal(1983)은 곱셈의 개념을 반복적인 덧셈과 순서쌍 두 가지로 구분한 바 있다(정영옥, 2014). 여기서 반복적인 덧셈은 페아노(Peano) 공리를 기초로 하는 귀납적 정의에 의한 것으로 동일한 양을 반복해서 더하는 것을 의미한다. 페아노 공리에 의하면 곱셈은 $a \cdot 0=0$, $a \cdot f(n)=a \cdot n+a$로 정의되는데, 예를 들면 $2 \cdot 1=2 \cdot 0+2=2$이고, $2 \cdot 2=2 \cdot 1+2=2+2=4$, $2 \cdot 3=2 \cdot 2+2=2+2+2=6$과 같이 계산되는 식이다. 이에 비해 순서쌍은 집합에 기초한 것으로, 두 집합 A와 B로부터 형성되는 곱집합 [A, B]의 원소의 개수 #[A, B]를 의미한다. 곧, 곱 $m \cdot n$을 계산하기 위해서 두 집합 A, B에서 m=#A, n=#B라고 할 때, 여기서 순서쌍의 집합 [A, B]를 만든 다음 $m \cdot n$=#[A, B]가 되는 식으로 곱셈을 정의하는 것이다. 이처럼 Freudenthal은 수학적으로 곱셈을 반복적인 덧셈과 순서쌍(양과 양의 곱, 데카르트 곱)으로 정의하고 있으나 곱셈의 의미를 반복적인 덧셈으로 생각하는 것은 너무 제한적이며, 덧셈과 곱셈의 본질적인 차이를 간과한 것으로 보고 있다. 그가 이렇게 본 것은 덧셈과 다른 곱셈의 개념적 측면과 관련해서 살펴볼 수 있는데, 이를테면 먼저 곱셈 $a \times b=c$와 덧셈 $a+b=c$에서 b의 의미가 본질적으로 다르다는 점, 그리고 곱셈을 반복 덧셈으로 보는 것은 합성 단위의 구성이라는 곱셈의 본질과 추상의 수준차를 고려하지 못한다는 점, 이에 또 하나 덧붙이면 곱셈 개념은 덧셈 개념과 달리 세 항의 관계가 아닌 네 항의 관계이며 합성 단위에서의 변환을 고려해야 한다는 점[4] 등에서 곱셈은 개념적인 차원에서 덧셈과는 다른 본질적인 차이를 갖는다고 할 수 있다(한은혜·류희수, 2008).

한편 곱셈의 개념을 동수누가, 배, 곱집합의 세 가지로 구분한 것은 Dewey(1895)에게서 찾아볼 수 있다(강흥규, 2009). 동수누가(同數累加) 개념은 Freudenthal이 말한 반복적인 덧셈과 같은 것으로 볼 수 있다. 그러나 배(倍) 개념은 이산량에 기초한 기수 개념을 기초로 하여 2차적으로 구성되는 개념으로, 동수누가에서 기본이 되는 덧셈과는 주어진 식의 구성에서부터 차이를 갖는다. 예를 들어, 덧셈식 $4+3=7$에 포함된 세 수 4, 3, 7은 이산량에 기초한 기수 개념으로 바둑돌과 같이 점의 개수로 나타낼 수 있다. 그러나 곱셈식 $4 \times 3=12$에서의 상황은 덧셈식에서의 이것과 다르다. 4와 12는 기수 개념이지만 승수인 3은 '묶음', '횟수' 혹은 '배'의 개념이기 때문이다. 곱셈식에서의 3은 덧셈식에서의 3의 의미처럼 바둑돌과 같은 세 개라는 개수로 나타내는 것이 아니라, 1과 3의 관계, 2와 6의 관계, 3과 9의 관계, 4와 12의 관계 등을 나타내는 것이 적합하다. 즉, 곱셈식 $4 \times 3=12$에서 승수 3은 '이산량'이 아니라 '두 이산량 사이의 배 관계'를 나타내는 것으로 봐야 한다(교육부, 2013). 그리고 곱집합 개념은 집합론에 근거한 곱셈 개념으로, 앞서 Freudenthal이 순서쌍에서 두 집합의 데카르트 곱으로 본 것과 같은데, 곱집합 개념의 특징은 승수와 피승수가 모두 개수 개념이라는 점이다.

---

4) 덧셈은 세 항의 관계에만 국한되어 표현되는 반면, 곱셈은 예를 들어 '민호는 하나에 150원 하는 과자를 4개 샀다. 모두 얼마인가?'와 같은 문제에서 1개에 150원일 때, 4개는 x원과 같이 네 항이 관련되어 있지만, 곱셈식에서는 $15 \times 4=x$와 같이 세 항만 나타나기에 합성 단위에서의 변환을 고려해야 한다는 것이다.

2. 곱셈의 상황

곱셈의 상황에 대한 분류는 학자에 따라 다양하다. Baroody & Coslick(1998)은 곱셈의 상황을 군(group), 비율(rate), 비교(comparison), 조합(combination), 넓이(area)의 5가지로 분류한 바 있으며, Carpenter 외(1999)는 수의 범위와 교환법칙 등 대수적 구조를 고려하여 곱셈의 상황을 동치묶음, 비율, 비교, 조합, 넓이와 정렬, 가격으로 분류하기도 하였다. 한편 Greer(1992)는 곱셈의 상황을 동치 묶음(equal groups), 곱셈적 비교(multiplicative comparison), 조합(cartesian product), 직사각형의 넓이(rectangular area)로 분류하였는데, 정영옥(2014)이 정리한 곱셈 개념이 드러나는 상황을 원용하여 제시하면 다음과 같다.

<표 1> 곱셈 개념이 드러나는 곱셈의 상황

<table>
<tr><th>Anghileri & Johnson</th><th>Carpenter et.al.</th><th>Greer/ Reys et.al.</th><th>Freudenth -al</th><th>Kennedy et.al.</th><th>Nesher</th><th>Vergnaud</th></tr>
<tr><td>똑같은 묶음</td><td rowspan="2">묶음과 분할</td><td rowspan="3">똑같은 묶음</td><td rowspan="4">반복덧셈</td><td rowspan="4">반복덧셈</td><td rowspan="3">대응규칙</td><td rowspan="4">측도 동형</td></tr>
<tr><td>수직선</td></tr>
<tr><td>몫/비율</td><td>비율, 가격</td></tr>
<tr><td>축척</td><td>곱셈적 비교</td><td>곱셈적 비교</td><td>곱셈적 비교</td></tr>
<tr><td rowspan="2">배열</td><td>배열</td><td rowspan="2">배열과 넓이</td><td rowspan="2">양과 양의 곱</td><td rowspan="2">기하적 해석</td><td rowspan="3">데카르트 곱</td><td rowspan="3">측도의 곱</td></tr>
<tr><td>넓이</td></tr>
<tr><td>데카르트 곱</td><td>조합</td><td>데카르트 곱</td><td>데카르트 곱</td><td>데카르트 곱</td></tr>
</table>

본 연구에서는 Baroody & Coslick, Carpenter 외, Greer 등의 곱셈 상황에 대한 분류를 참고하여, 곱셈의 상황을 '동수누가', '곱셈적 비교', '비율', '넓이와 정렬', '조합'의 분석틀(<표 2>)에 따라 초등수학영재들이 이해하고 있는 곱셈 상황을 분석하였다.

<표 2> 곱셈의 상황

<table>
<tr><th colspan="2">곱셈의 상황</th><th>곱셈의 교환법칙</th><th>확장범위</th></tr>
<tr><td>동수 누가</td><td>곱셈을 같은 수의 반복된 덧셈으로 규정하는 것</td><td rowspan="3">연산의 결과는 같으나 의미가 다르므로 적용되지 않음</td><td>자연수</td></tr>
<tr><td>곱셈적 비교</td><td>기준이 되는 한 집합의 크기와 다른 집합의 크기를 비교하여, 제시되지 않은 집합의 크기가 기준이 되는 집합 크기의 몇 배가 되는지 구하는 것</td><td rowspan="4">자연수, 분수, 소수</td></tr>
<tr><td>비율</td><td>각각의 항목들이 주어져 있을 때, 총합 또는 각각의 비율을 구하는 것으로, 비율의 장면은 속도, 농도, 밀도 등과 같이 기준량에 대한 비교하는 양으로 나타낼 수 있음</td></tr>
<tr><td>넓이와 정렬</td><td>가로와 세로가 주어진 직사각형의 넓이는 (가로) × (세로)라는 식과 관련된 것이고, 정렬은 m행 n열의 직사각형 정렬을 의미</td><td rowspan="2">연산의 결과뿐 아니라 의미가 같으므로 적용됨</td></tr>
<tr><td>조합</td><td>두 개의 집합 사이에 만들 수 있는 순서쌍의 수를 세는 것</td></tr>
</table>

Ⅲ. 연구 방법

본 연구에서 연구대상으로 선정한 초등수학영재는 2015학년도 B대학교 과학영재교육원 초등수학반 영재사사과정 학생 10명이다. 이들 모두는 초등학교 6학년에 재학중인 학생으로 남학생 7명, 여학생 3명이며, B대학교 과학영재교육원 초등수학심화과정을 1년간 수료한 학생들이다. 영재사사과정 학생을 연구대상으로 선정한 이유는 곱셈 문장제 만들기에서 다양한 상황을 살펴보고 동시에 면담을 통해 곱셈의 개념을 설명하는데 있어서 보다 많은 논의를 이끌어내기 위해서이다.

자료의 수집과 분석의 절차는 다음과 같은데, 먼저 학생들이 곱셈을 학습할 때 곱셈의 개념을 어떻게 이해하게 되는지를 알아보기 위해 3차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정까지 곱셈 도입 단원에서 곱셈의 개념과 상황이 어떻게 다루어지고 있는지 살펴보았다. 이는 앞서 이론적 배경에서 살펴보았듯이, 곱셈의 기본적인 개념이 학생들 즉, 본 연구에서는 초등수학영재들에게 학습된 상태를 파악하기 위한 것으로, 이로부터 학생들의 곱셈 개념에 대한 이해를 예측하기 위한 것이다.

다음으로 영재가 작성한 곱셈 문제 설정 학습지, 면담 과정에서 영재가 작성한 활동지를 비롯하여 연구자가 관찰하고 기록한 내용들과 면담 중 녹음 내용 등의 자료를 단계적으로 수집하였다. 이 과정은 수학영재가 곱셈을 어떠한 의미로 이해하고 있는지 그리고 어떤 상황에서 문제를 설정하는지를 알아보기 위하여 곱셈 문장제 만들기를 두 차례 구분하여 실시하였다. 첫 번째는 자연수의 곱셈과 관련하여 “12×3과 관련된 문제를 만들어 보시오.” 라는 문제를 통해 가능한 많은 문제를 만들어 보도록 하였으며, 두 번째는 수의 범위를 확장하여 “곱셈과 관련된 문제를 만들어 보시오” 라는 문제를 제시하고 마찬가지로 가능한 많은 문제를 만들어 제시하도록 했다. 학생들이 작성한 곱셈 문장제 만들기에는 <표 2>에서 제시한 곱셈의 상황 분석틀에 따라 ‘동수누가’, ‘곱셈적 비교’, ‘넓이와 정렬’. ‘조합’, ‘비율’로 학생들이 제시한 곱셈의 문제 상황을 범주화하여 분석하였다. 첫 번째 문장제 만들기에서 수학영재가 작성한 45문항 중 40문항, 두 번째 문장제 만들기에서 수학영재가 작성한 37문항 중 29문항을 분석의 대상으로 하였다. 분석에서 제외된 문항에는 몇 가지 유형이 있었는데 먼저 곱셈의 상황과 무관하게 단순한 계산을 묻는 경우로 이를테면, “1~10까지의 곱을 구하시오.”, “(3, 8, 12, 9, 6) 중에서 가장 높은 수와 가장 낮은 수를 곱하시오.” 등과 같은 문제였다. 다음으로 문제에서 조건이 불충분하게 제시되어 문제해결 자체가 불가능한 문항 역시 분석 대상에서 제외했는데, 예를 들어 “어느 날의 일몰 시간은 7시이다. 만약 어떤 사람이 친구 집까지 갔다 오는데 30분이 걸리는데 친구 집 까지 몇 번을 왕복하고 마지막으로 집에 들어왔을 때 해가 졌다고 하면 몇 번을 왕복했는가?” 와 같은 문제는 조건이 불충분하게 제시되어 곱셈의 상황을 분석하는 과정에서 제외시켰다(신마리아 · 나귀수, 2012).

초등수학영재가 작성한 곱셈 문장제 만들기 학습지를 분석한 이후에, 연구자가 분석한 곱셈의 상황에 나타난 곱셈의 개념에 대한 이해가 영재들이 실제로 이해하고 있는 개념과 어느 정도 일치하는지 그 타당성을 확인하기 위해 연구에 참여한 학생들을 대상으로 반구조화된 면담을 실시하였다. 이 과정에서 초등수학영재의 곱셈 개념에 대한 이해는 ‘동수누가’, ‘배’, ‘곱집합’으로 범주화하여 분석하였으며, 학생들이 제시한 곱셈 상황에 대해서도 확인하는 절차를 거쳤다. 또한 본 연구에서는 이러한 일련의 과정에서 초등수학

영재의 곱셈 개념에 대한 이해가 학교수학에서 이루어지는 곱셈의 학습 과정과 어떻게 관련되어 있는지를 동시에 검토하였다.

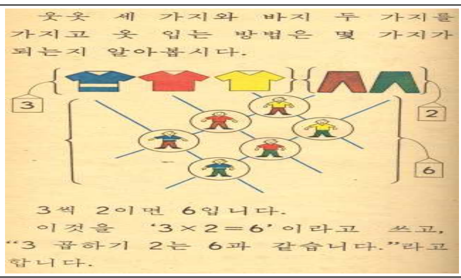
Ⅳ. 교육과정별 교과서 곱셈 개념 도입 단원 분석

2007 개정 교육과정에서부터 곱셈의 개념은 배 개념을 중심으로 도입되고 있다. 하지만 학생들의 배 개념 형성은 쉽지 않으며(강홍규, 2009), 일반학생을 대상으로 한 곱셈의 개념에 대한 연구(김경미, 2010; 임자선, 2015)에서 학생들은 곱셈의 개념 중 동수누가를 중심으로 이해하고 있음을 알 수 있다. 다음은 초등수학의 내용적 체계가 지금의 형태와 같이 갖추어진 3차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정까지 초등수학 교과서의 곱셈 도입 단원의 내용을 분석하여 곱셈의 도입 단계에서 곱셈의 개념이 어떻게 제시되고 있는지를 살펴보고, 학생들이 처음 곱셈을 학습할 때 어떤 개념으로 이해하게 되는지를 생각해본다.[5)]

1. 3차 교육과정~2009 개정 교육과정에서의 곱셈 개념 도입

가. 3차 교육과정 : 곱집합 개념으로 도입

3차 교육과정에서 곱셈이 이항연산의 하나임을 이해시키기 위하여 곱집합 개념으로 도입된다. 곱집합 만들기를 통하여 그 곱집합의 원소 개수와의 관계에서 $a\times b=c$ 인 곱셈의 식을 이해시킨다(문교부, 1972).



[그림 1] 3차 교과서 곱셈의 도입(p.76)

나. 4차 교육과정: 동수누가 개념으로 도입

4차 교육과정에서는 동수누가로 곱셈의 개념을 도입한다. 동수누가 개념으로 도입하는 근거는 교사용 지도서에서 다음과 같이 찾아볼 수 있다.

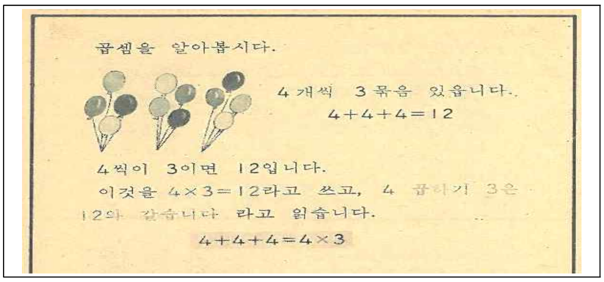
> 곱셈은 여러 가지 측면에서 도입할 수 있다. 그 측면의 하나는 동수누가라는 것이고, 또 하나는 배 개념인 것이다. 그러나 이들은 모두 동수누가라는

---

5) 동수누가와 배의 개념이 초등수학 곱셈 개념 도입의 중심 개념임을 알고, 2007개정 교육과정부터 곱셈이 배 개념 중심으로 도입 되었으므로 학생들의 배 개념에 대한 이해도를 알아보고 배 개념의 올바른 지도 방안을 제시하고자 교육과정 분석을 실시하였다.

> 하나의 측면으로 환원될 수 있는 것이다. 그렇기 때문에 2학년에서의 곱셈 정의는 동수누가로써 하게 된다(문교부, 1982).
>
> 과거의 교과서에서의 곱셈의 정의는 2학년 학생들에게는 매우 수준이 높았으므로 이미 학습한 덧셈(동수누가)으로 정의하였으며, 곱도 동수누가로 구할 수 있게 하였다(문교부, 1982).

이를 통해 곱셈의 개념을 곱집합으로 정의하지 않고 동수누가로 정의하는 것으로 바뀌었는데 그 이유는 곱집합 개념이 학생들이 이해하기 어려웠다는 점과 함께 곱집합이 동수누가로 환원될 수 있기 때문이다.



곱셈을 알아봅시다.

4 개씩 3 묶음 있습니다.

4+4+4=12

4씩이 3이면 12입니다.

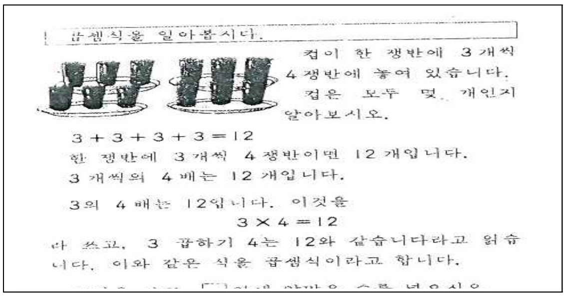
이것을 4×3=12라고 쓰고, 4 곱하기 3은 12와 같습니다 라고 읽습니다.

4+4+4=4×3

[그림 2] 4차 교과서 곱셈의 도입(p.102)

다. 5차 교육과정 ~ 6차 교육과정 : 동수누가와 배의 개념으로 도입

5차 교육과정에서 곱셈 단원의 개관을 보면 ‘곱셈을 동수누가로 정의하여 곱셈의 뜻을 알게 한다’로 제시하고 있다. 이는 4차 교육과정과 마찬가지로 동수누가 개념을 통해 곱셈을 정의한 것이지만, 한편 5차 교육과정 곱셈 단원의 6차시를 살펴보면 동수누가와 배 개념을 함께 제시하고 있어 동수누가와 배 개념으로 곱셈을 도입하는 것으로 볼 수 있다. 반면 6차 교육과정의 단원의 개관에서는 곱셈의 도입을 ‘어떤 수의 몇 배의 상황을 곱셈임을 알고 곱셈식으로 나타낸다’로 제시하고 있어 배 개념을 통해 곱셈을 정의하고 있다. 그러나 5차시의 교과서를 살펴보면 동수누가와 배 개념이 함께 제시되고 있어 동수누가와 배 개념으로 곱셈을 동시에 도입한다고 볼 수 있다. 결국 5차와 6차 교육과정은 곱셈 개념의 도입에서 서로 상반된 선택을 하고 있는 것이다.



곱셈식을 알아봅시다.

컵이 한 쟁반에 3 개씩 4 쟁반에 놓여 있습니다. 컵은 모두 몇 개인지 알아보시오.

3 + 3 + 3 + 3 = 12

한 쟁반에 3 개씩 4 쟁반이면 12 개입니다.

3 개씩의 4 배는 12 개입니다.

3의 4 배는 12입니다. 이것을

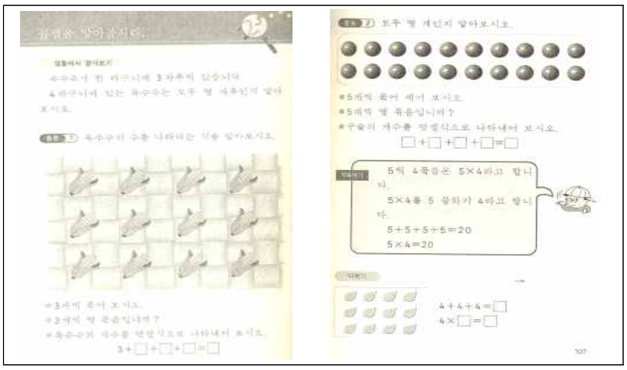
3 × 4 = 12

라 쓰고, 3 곱하기 4는 12와 같습니다라고 읽습니다. 이와 같은 식을 곱셈식이라고 합니다.

[그림 3] 6차 교과서 곱셈의 도입(p.97)

라. 7차 교육과정: 동수누가 개념으로 도입

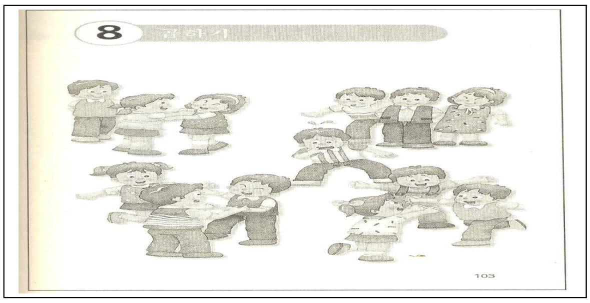
7차 교육과정에서는 다시 동수누가만으로 곱셈을 정의하고 있다. 7차 교육과정은 5차, 6차 교육과정에서 동수누가와 배의 개념이 함께 제시된 것과는 다르게 배 개념을 사용하지 않고 묶음과 동수누가만을 이용해서 곱셈을 도입하고 있으며, 곱셈식의 활용이라는 측면에서 몇의 몇 배는 얼마인지를 알아보도록 하고 있다.



[그림 4] 7차 교과서 곱셈의 도입(pp.106-107)

마. 2007 개정 교육과정~ 2009 개정 교육과정: 배 개념으로 도입

2007 개정 교육과정은 이전 교육과정에서의 곱셈의 도입과는 다르게 배 개념을 전면에서 강조하고 있다. 7차 교육과정이 동수누가의 개념을 중심으로 곱셈을 도입했다면, 2007 개정 교육과정에서는 배 개념이 곱셈의 중심 개념이 되고 있다. 이러한 차이는 단원 도입 삽화에서부터 찾을 수 있다. 7차 교사용 지도서에 단원 도입 삽화의 활용을 보면 다음과 같은 발문을 제시하고 있다 (교육인적자원부, 2000)



[그림 5] 7차 교과서 단원 도입 삽화(p.103)

"한 모둠에 몇 명의 어린이가 있습니까?"
"모두 몇 모둠이 있나요?"
"짝짓기놀이를 하는 어린이는 모두 몇 명일까요? 한 명씩 세는 것보다 간단한 방법은 없을까요?"

이와 같은 발문을 통해 학생들이 일상생활에서 정렬된 전체의 개수를 구할 필요가 있을 때 묶어세기나 뛰어세기를 통해 같은 수를 여러 번 더할 경우 시간이 많이 걸리고 번잡하여 새로운 계산 방법이 필요함을 느끼게 한다. 이에 따라 곱셈이 도입되며 같은 수를 여러 번 더하는 것보다 곱하기가 간단하고 편리함을 알게 한다. 즉, 곱셈을 덧셈을 보다 편리하게하기 위한 것으로 도입하는 것이다. 이에 비해 2007 개정 교사용 지도서의 단원 도입 삽화의 주요 발문은 다음과 같다[6] (교육과학기술부, 2009)

"의자는 모두 몇 개입니까?", "사탕은 모두 몇 개입니까?"

[그림 6] 2007 개정 교과서 단원 도입 삽화(p.105)

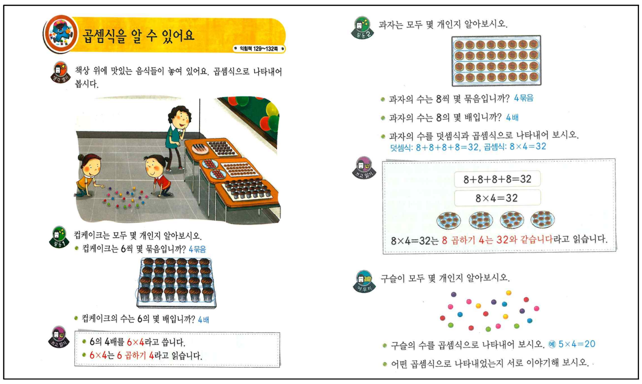
이 발문은 낱개의 사물이 동일한 크기의 여러 묶음으로 되어 있는 상황에서 전체량을 물어 봄으로써 단위량과 전체량의 관계에 관심을 갖도록 한다. 이는 배 개념에 기초한 곱셈 지도를 의도한 것이다.

[그림 7] 2007 개정 교과서 곱셈의 도입(pp.110-111)

2007 개정 교육과정이 이전의 교육과정과 확연한 차이를 보이는 또 다른 특징은 동수누가보다 배 개념이 먼저 다루어진다는 점이다. 1차시에서는 배 개념으로 가는 출발점으로

6) 본 연구에서 2007 개정 교육과정을 중점적으로 언급하는 이유는 연구대상인 초등수학영재들이 초등학교 2학년에서 곱셈 개념을 학습한 시기가 이에 해당하기 때문이다.

서 묶어 세기를 하고, 2차시는 앞 차시에서 학습한 묶어 세기(2개씩 3묶음)를 배 개념(2의 3배)으로 바꾸고 동수누가(2+2+2)를 통해서 전체 값을 구한다. 3차시에는 배 개념을 곱셈으로 바꾸고, 동수누가를 곱셈식으로(2×3=6)으로 나타낸다(교육과학기술부, 2009). 즉, 이전 교과서에서는 동수누가가 먼저 제시되고 배 개념이 제시되었다면, 2007 개정에서는 몇 배를 곱셈식으로 나타낸 후 몇 배를 덧셈식으로 써서 전체 값을 구하게 하고 있다. 2009 개정 교육과정 또한 곱셈의 도입을 배 개념으로 한다. 몇 씩 몇 묶음을 통해 배의 개념을 이해하고, 몇의 몇 배를 곱셈식으로 나타내고 이를 동수누가와 관련지어 계산하도록 한다. 2007 개정에 비해 묶음의 필요성과 여러 가지 방법으로 묶어 세는 활동이 강조되었지만 전체적인 단원 전개는 비슷하며 배 개념을 중심으로 학습이 전개되는 것 또한 동일하다.

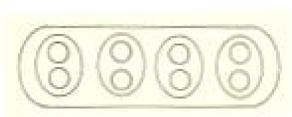


[그림 8] 2009 개정 교과서 곱셈의 도입(pp.224-225)

2. 동수누가와 배 개념의 관계에 대한 교육과정 분석

3차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정에 이르기까지 곱셈의 개념 도입은 3차 교육과정에서 곱집합으로 도입한 것을 제외하고는 동수누가 또는 배 개념으로 도입되어왔다. 다음은 4차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정까지 배의 개념이 동수누가와 관련하여 어떻게 다루어졌는지 살펴보고 배 개념의 올바른 지도 방법에 대해 살펴보고자 한다.

4차 교사용 지도서, 5차 교사용 지도서에는 배 개념과 동수누가를 하나의 생각으로 통합해서 지도하도록 제시되어 있다. 다음은 5차 교사용 지도서에 제시된 배와 동수누가와의 관계에 대한 설명이다.



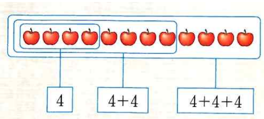
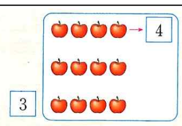
위와 같은 정렬을 주고 2씩 4묶음이므로 2의 4배임을 알게 하고, 이는 덧셈식으로 나타내면 2+2+2+2임을 알게 하고, 그 합을 구하도록 한다. 이렇게 하여 배 개념과 동수누가를 하나의 생각으로 통합해 주도록 지도한다(문교부, 1989).

6차 교사용 지도서에서는 동수누가로 몇 의 몇 배는 얼마인지 구할 수 있도록 학습한

다. 이를 위해 교과서에 제시된 그림을 보고 동수누가의 식으로 나타내고 합을 구해보게 한 뒤, 몇 의 몇 배이며 이것은 얼마인지 구해보게 한다. 다음으로 2+2+2는 2의 3배와 같음을 알고 동수누가와 배의 관계를 이해하게 한다(교육부, 1995). 5차 교육과정과 6차 교육과정에서 배와 동수누가가 제시되는 순서가 다르긴 하지만 결국에는 배 개념과 동수누가를 같은 의미로 인식하도록 지도하게 되어 있다. 7차 교육과정에서는 곱셈식의 활용이라는 측면에서 '어떤 수의 몇 배는 몇이다'를 학습하게 된다. 교과서는 묶음과 배의 관계를 알아보는 활동으로 구성되어 있다. 하지만 교사용 지도서에는 구체적인 조작활동 보다는 배를 같은 수 더하기, 같은 수 더하기를 몇의 몇 배로 나타내는 활동을 강조하고 있다.

> 몇의 몇 묶음과 몇의 몇 배는 같은 수 더하기로 구하며 이러한 관계를 이해하기 위해서는 3+3+3+3 ↔ 3의 4배와 같이 몇의 몇 배를 같은 수 더하기로, 같은 수 더하기를 몇의 몇 배로 나타내는 활동을 많이 하도록 한다(교육인적자원부, 2000).

학생들은 이러한 활동을 통해서 배 개념을 이해하기 보다는 동수누가는 배와 같은 의미라고 생각할 수 있을 것이라 생각된다. 학생들이 배 개념을 이해하기 위해서는 전체량을 다양한 단위량으로 묶어 세는 활동을 통해 '두 수 사이의 관계'로서의 배 개념을 이해하도록 해야 한다. 곱셈의 개념이 배 개념으로 도입된 2007 개정과 2009 개정에서는 배 개념을 동수누가와 같은 의미로 설명하고 있지 않으며, 배 개념을 단위량과 묶음의 크기, 묶음의 수, 전체의 값과 상호 관계로 설명한다.

> 곱셈의 본질은 배 개념이며 단위량과 묶음의 크기, 묶음의 수, 전체의 값과 상호 관계를 말한다. 곱셈의 기초가 되는 동수누가는 [그림1]과 같이 (4+4)+4=12로 설명할 수 있다. 그러나 곱셈은 [그림2]와 같이 집합 A에서 출발하여 집합 A와 대등한 집합 3개가 결합하여 얻어진 집합의 크기를 구한다. 둘의 차이점은 동수누가는 집합 A의 원소 하나하나를 단위로 보는 데 반해서 곱셈은 집합 A의 크기를 단위로 본다는 것이다. 즉, 4+4+4=12의 동수누가에서는 1을 단위로 보고 있지만 4×3=12에서는 4를 단위로 본다는 것이다. 사물 하나하나를 단위로 보는 것과는 달리 하나의 집합, 즉 묶음을 단위로 본다는 것이다.
>
> 
>
> [그림 1] 4+4+4=12의 동수누가
>
> 
>
> [그림 2] 4×3=12의 곱셈
>
> 한편 곱셈은 덧셈과는 질적으로 구별되며 한 차원 높은 수 개념을 수반하는 추상적인 수준의 상승을 요구한다. 덧셈이 이산량의 집합으로 나타낼 수 있는 수 또는 기수 개념에 근거한다면 곱셈은 그러한 기수 개념을 바탕으로 그 위에 이차적으로 건설되는 '배'의 개념이다(교육부, 2013).

지금까지 살펴본 곱셈의 도입 단원에서 배 개념은 7차 교육과정까지는 '배와 동수누가는 동일한 의미'로 지도하도록 제시되어 있다. 물론 자연수 범위에서 배 개념은 동수누

가로 설명하고 해결할 수 있지만, 수의 범위가 분수, 소수 등으로 확장 될 때에는 배 개념을 동수누가로 설명할 수 없다. 이에 따라 배 개념을 단지 동수누가로 인식하게 하는 것은 분수의 곱셈, 비와 비례 등의 후속 학습에 혼란을 초래할 수 있으며, 이 부분에 대해서는 앞서 Dewey 등의 논의에서도 등장한다. 2007 개정 교육과정에서부터 배의 개념이 덧셈과 구별되는 '두 이산량 사이의 관계'로 설명되고 있지만 현장에서 이를 지도하는 교사들이 이에 대한 이해를 바탕으로 곱셈을 지도하고 있는가에 대해서는 별도의 논의가 필요하고 학생들 또한 배 개념에 대한 이해를 바탕으로 곱셈을 이해하는지에 대한 논의 역시 필요하다. 이에 본 연구는 먼저 초등수학영재를 대상으로 곱셈의 문제 상황 및 곱셈의 개념 이해를 바탕으로 이러한 교육과정의 변화가 반영되어 나타나고 있는지를 살펴본다.

Ⅴ. 곱셈의 문제 상황과 개념에 대한 초등수학영재의 이해 분석

1. 곱셈 문장제 만들기에서 나타난 곱셈의 상황 분석

곱셈의 상황 분석을 위해 초등수학영재들이 작성한 곱셈 문장제를 기초로 곱셈 상황을 '동수누가', '곱셈적 비교', '넓이와 정렬', '조합', '비율'로 5가지 유형에서 구분하였으며, 하나의 문장제에 두 개 이상의 상황이 동시에 제시된 경우 각각의 유형에 모두 포함해서 문항수와 비율을 제시하고자 했다.

1차 곱셈 문장제 만들기에서는 자연수 12와 3을 주고 그 곱인 12×3 문장제 만들기 검사지를 분석한 결과는 <표 3>과 같다. 동수누가로 제시된 문장제 상황이 31문항(77.5%)으로 가장 많았으며, 곱셈적 비교, 넓이와 정렬의 상황은 각각 3문항(7.5%)이었다. 비율의 상황이 반영된 문장제는 2문항(5%)이었으며, 조합의 상황은 1문항(2.5%)으로 나타났다.

<표 3> 12 × 3 문장제 만들기에 나타난 곱셈의 상황

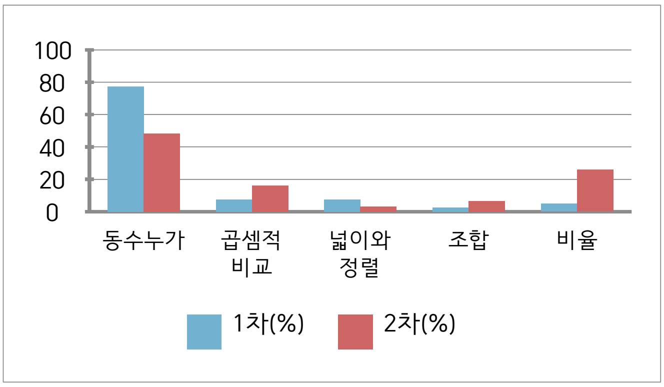
곱셈의 상황	문항수	비율(%)
동수누가	31	77.5
곱셈적 비교	3	7.5
넓이와 정렬	3	7.5
조합	1	2.5
비율	2	5

2차 곱셈 문장제 만들기는 처음과 달리 자연수를 제시하지 않고 수의 범위를 자유롭게 한 상태에서 곱셈 문장제를 만드는 것이었다. 이 경우 <표 Ⅴ-2>와 같이 동수누가의 문장제 상황이 15문항(48.4%)으로 역시 높게 나타났으나, 첫 번째 문장제 만들기와 달리 그 비율은 높지 않았다. 그리고 다른 곱셈의 상황 역시 다른 양상으로 보였는데, 비율 상황이 8문항(25.8%)으로 두 번째로 많았으며, 그 다음으로는 곱셈적 비교의 문장제 상황이 5문항(16.1%), 조합 상황은 2문항(6.5%), 넓이와 정렬의 상황은 1문항(3.2%)으로 나타났다.

<표 4> 곱셈 문제 설정에 나타난 곱셈의 상황

곱셈의 상황	문항수	비율(%)
동수누가	15	48.4
곱셈적 비교	5	16.1
넓이와 정렬	1	3.2
조합	2	6.5
비율	8	25.8

두 차례에 걸친 곱셈 관련 문장제 만들기에서 동수누가의 곱셈 상황(64.8%) 제시가 가장 많았는데, 이는 의미론적 요소로 곱셈 문장제를 분류한 결과 교과서에서 가장 많은 비중을 차지하고 있는 상황이 동수누가라는 선행연구(노현옥, 2004, 임자선・김성준, 2015)와 관련해서 생각해볼 수 있는 부분이다. 곧, 본 연구에서 학생들이 가장 많이 설정한 곱셈의 상황과 교과서에서 가장 많은 비중을 차지하고 있는 곱셈의 상황이 일치하는 것이다. 학생들이 교과서에서 가장 많이 접한 곱셈의 상황이 동수누가의 상황이라면, 이로 인해 학생들이 곱셈을 덧셈이라는 동수누가의 개념으로 이해하는 경우가 많은 것과 직접적으로 연관된다고 볼 수 있기 때문이다. 조합의 상황으로 문제 설정을 한 경우는 총 3문항(4.2%)으로 가장 적었는데, 이는 초등수학 수준에서 곱셈의 개념을 집합적 관점에서 곱집합의 개념으로 이해하는 학생이 없었기 때문으로 보인다.



[그림 9] 1차, 2차 문제 설정 곱셈의 상황 비교

또한 두 번째 곱셈 문장제 만들기에서는 수의 범위를 자연수로 제한하지 않음에 따라 첫 번째에 비해 동수누가의 곱셈 상황이 줄어들고, 곱셈적 비교, 비율의 문제 상황이 많이 제시되었다는 특징을 살펴볼 수 있다. 그러나 그 내용을 살펴보면 두 번째에서 분석의 대상이 된 29개 문항 중 24개 문항이 자연수의 곱셈이고, 단지 5개 문항만이 분수 또는 소수의 곱셈이라는 점에서 볼 때 실제로는 첫 번째 문장제 만들기와 비교하면 사용된 수의 범위에서는 큰 차이를 찾아볼 수 없다. 그렇다면 곱셈에서 수의 범위를 자연수로 제한한 것이 동수누가의 곱셈 상황을 결정하는데 있어서 중요한 변수로 작용했다는 것을 알 수 있다. 이 대목에서 곱셈을 덧셈과 비교하여 본질적으로 다른 개념적 차원을 논의한 Freudenthal과 Dewey를 생각해볼 수 있는데, 곧 곱셈을 덧셈으로 환원시키는 동수누가의

경우 자연수로 수의 범위가 제한될 수 있으며 따라서 분수의 곱셈이나 비, 비율 그리고 나눗셈으로 그 개념을 확장해가는 과정에서 동수누가만을 강조하는 것은 그 한계를 갖게 된다. 이와 같은 맥락에서 자연수가 아닌 분수 또는 소수를 사용한 곱셈에서 비율의 곱셈 상황으로 곱셈 문장제가 만들어졌다는 점 또한 주목할 부분이다.

<표 5> 곱셈 상황별 학생들의 분포

곱셈의 상황	학생	학생 수
동수누가	D	1
동수누가, 비율	C, H, I	3
동수누가, 곱셈적 비교	B, G	2
동수누가, 조합	E	1
동수누가, 넓이와 정렬, 비율	F	1
동수누가, 넓이와 정렬, 조합	J	1
동수누가, 곱셈적 비교, 넓이와 정렬, 비율	A	1

두 차례에 걸친 곱셈 문장제 만들기에서 동수누가의 상황 한 가지 유형으로만 문장제를 만든 학생은 1명이었다. 2가지 곱셈 상황을 제시한 경우에도 동수누가는 모두 포함되어 있었는데, 동수누가와 비율의 상황을 동시에 제시한 학생은 3명, 동수누가와 곱셈적 비교를 함께 제시한 경우는 2명, 동수누가와 조합을 곱셈 문장제 상황에서 제시한 경우는 1명이었다. 3가지 곱셈 상황을 제시한 경우에는 넓이와 정렬이 포함되어 있는데, 동수누가, 넓이와 정렬, 비율의 상황을 제시한 학생과 동수누가, 넓이와 정렬, 조합을 제시한 학생은 각각 1명으로 나타났다. 그리고 마지막으로 4가지 곱셈 상황을 각각의 문장제에서 표현한 학생은 동수누가, 곱셈적 비교, 넓이와 정렬, 비율을 제시한 경우로 1명이었다.

10명의 학생 모두 동수누가의 문제 상황을 제시하였고, 곱셈의 상황을 2가지를 제시한 학생은 6명(60%), 3가지로 제시한 학생은 2명(20%), 4가지로 제시한 학생은 1명(10%)이었으며, 본 연구에서 분석의 틀로 삼았던 5가지 곱셈의 상황을 모두 제시한 학생은 없었다. 이는 일반학생을 대상으로 한 자연수에서의 곱셈 개념 이해에 대한 연구(김경미, 2010) 결과와 비교할 때, 일반학생은 자연수의 곱셈을 동치 묶음으로만 이해하는 경우가 가장 많았으며(48.3%), 그 다음으로는 동치 묶음을 포함한 2가지 상황으로 이해하는 경우(34.5%)였으며, 동치 묶음을 포함한 3가지 상황으로 이해하는 경우(17.1%)는 적었다(여기서 동치묶음은 본 논문에서의 동수누가의 의미에 해당한다). 일반학생의 경우 선행연구에서 조합의 상황의 문장제를 만들지 못한 반면, 영재의 경우는 조합의 상황을 포함한 곱셈의 5가지 상황이 모두 언급되었다. 연구 대상의 수와 연구 방법의 차이로 인해 직접적으로 영재학생과 일반학생의 곱셈의 상황에 대한 이해를 비교하기에는 어려운 측면도 있지만, 두 연구를 비교할 때 영재학생은 곱셈의 5가지 상황 모두에 대해 문장제에서 언급되었으며, 곱셈의 상황을 2가지 이상 이해하고 있는 경우가 대부분인 것으로 보아 영재학생이 일반학생에 비해 곱셈의 상황에 대한 이해가 높았다고 볼 수 있을 것이다. 하지만 곱셈의 상황에 대한 이해가 일반학생에 비해 높은 영재의 경우에도 곱셈의 상황이 동수누가에 편중되고 있으며, 조합, 넓이와 정렬의 상황에 대한 비율은 낮은 것으로 나타났다. 영재뿐만 아니라 학생들의 곱셈의 상황에 대한 이해를 높이기 위해서는 동수누가에 편중된 곱셈의 상황 못지않게 다양한 형태의 곱셈 상황을 제시함으로써 자연수에 제한된 곱셈 개념을 확장해서 이해할 수 있도록 해야 한다.

2. 면담에서 나타난 초등수학영재의 곱셈의 개념 이해

두 차례의 곱셈 문장제 만들기를 실시한 이후 면담을 통해 곱셈에 대한 개념 이해를 분석하고자 했으며 그 결과는 〈표 Ⅴ-4〉와 같다. 10명의 학생 중 6명은 곱셈을 동수누가의 개념에서만 이해하고 있었던 반면, 동수누가와 배의 개념을 동시에 설명한 학생은 4명이었다. 곱셈을 곱집합을 포함하여 동수누가, 배 개념으로 함께 설명한 학생은 없었다.

<표 6> 곱셈의 개념에 대한 수학영재의 이해

곱셈의 개념	학생 수
동수누가	6
동수누가, 배	4
동수누가, 곱집합	·
동수누가, 배, 곱집합	·

다음은 곱셈을 동수누가 개념으로만 설명한 학생 6명 가운데 학생 H, B와의 면담 내용의 일부이다. 여기서 연구자는 R로 표시한다.

R : 곱셈은 무엇이라고 생각하나요?
H : 덧셈을 좀 더 간편하게 한 것
R : 곱셈이 덧셈이랑 차이나는 부분은 무엇일까요?
H : 곱셈이랑 덧셈이랑? 숫자의 개수?
R : 숫자의 개수가 달라요? 어떻게요?
H : 만약에 6×9를 쓴다면 곱하기로는 6×9 이렇게 쓰면 되는데, 6×9는 6을 아홉 번 더 해야 하는 거니깐 6+6+6... 이렇게 9번 써야하는...

R : 곱셈이 무엇이라고 생각하나요?
B : 만약에 자연수에다 곱하기 3을 하면 그 자연수는 3번 더하는 것이기 때문에 더하기의 조금 더 심화된 단계...
R : 그럼 곱셈에는 또 다른 의미는 없을까요?
B : 곱셈의 의미? 잘 모르겠는데요.

이처럼 곱셈을 동수누가의 의미로만 이해한 학생은 곱셈의 개념에 대해 ‘많은 덧셈을 하나로 간단히 한 것’, ‘덧셈을 좀 더 간편하게 한 것’, ‘같은 수를 연속해서 더하는 것’ 등 곱셈을 덧셈으로 환원(reduction)해서 이해하고 있음을 알 수 있다.

다음으로 동수누가와 함께 ‘배’ 개념을 언급한 학생은 4명이었는데, 이들 중 배 개념을 ‘묶음의 수’, ‘두 양 사이의 관계’로 이해하고 있는 학생은 2명, 자연수의 곱셈에서 배 개념을 이해하고 있으나 그 개념을 분수의 곱셈으로 확장되지 못한 학생이 2명이 있었다. 다음은 이 가운데 배 개념을 두 양 사이의 관계로 이해하면서 분수까지 확장해서 설명하고 있는 학생 I와의 면담 내용이다.

R : 12의 3배에서 3배는 어떤 의미인가요?
I : 3번 더한다는 뜻 보다는... 12를 3번 이렇게... 놓고 전체를 나타내는 것 같아요.
R : 5의 $\frac{1}{2}$배는 식으로 어떻게 나타내지?
I : $5\times\frac{1}{2}$ 이요.
R : 왜 $5\times\frac{1}{2}$ 이지?
I : $\frac{1}{2}$배 라는게 $\frac{1}{2}$ 만큼... 5가 절반만 있는 거니깐... $\frac{1}{2}$배라고 하면, $\frac{1}{2}$이 절반이니깐... 배 자체가 곱셈을 나타내는 것이라서 5에 $\frac{1}{2}$을 곱해서 나타내는게 5의 절반을 나타내는 거랑 똑같다고 생각해서요.

학생들과의 면담을 통해 확인한 문제는 앞서 곱셈의 상황에서처럼 학생들이 동수누가 개념으로만 곱셈을 이해하고 있다는데 있다. 곧, 10명의 영재학생들 가운데 6명은 배 개념까지도 동수누가와 동일한 것으로 생각하고 있었으며, 결국 곱셈의 개념을 동수누가 개념에서만 이해하고 있었다. 그러나 연구대상인 초등수학영재는 연구가 진행된 시기에 초등학교 6학년으로 2학년에서 곱셈 개념을 학습할 당시 2007 개정 교육과정이 적용되었으며, 따라서 배 개념으로 곱셈을 먼저 도입하는 방식으로 곱셈을 학습하고 이와 함께 동수누가를 학습했었다. 그럼에도 불구하고 이들은 곱셈의 기본적인 개념 이해에 있어서 배 개념에 대한 이해도가 현저하게 낮게 나타났다. 이는 곧 배 개념에 기초한 곱셈 지도를 시도한 선행연구(강홍규, 2009)에서 알 수 있듯이 ‘두 이산량 사이의 관계로서의 배 개념’의 형성이 쉽지 않음을 보여 주는 대목이다.

특히 분수의 곱셈에서 배의 개념에 대한 질문에서는 2명만이 ‘기준량과 전체량 사이의 관계’로 설명하였고, 5명은 ‘배’의 개념은 더한다는 의미가 아님을 인식했으나 5의 $\frac{1}{2}$배를 $5\div2$로 나타내어 곱셈을 나눗셈의 역수 관계로만 설명하는데 그쳤다. 그리고 3명은 ‘배’는 더한다는 의미이기 때문에 5의 $\frac{1}{2}$배를 5의 반을 더한다고 설명하였다. ‘배’ 개념에 대한 이해가 부족한 8명 모두 (자연수) × (분수)를 식으로 나타낼 때 그 의미는 이해하지 못한 채 단순히 ‘배’는 ‘곱하기’, 즉 곱셈의 개념을 하나의 대상으로 인식하기보다 곱셈은 곱하는 과정 또는 계산의 절차 수준에서 이해하고 답하는 것을 볼 수 있었다. 이처럼 곱하기라는 계산 절차에 국한해서 곱셈을 파악하는 경우 ‘배’ 개념보다는 동수누가를 우선시하는 경향을 볼 수 있다.

또한 교사의 입장에서도 곱셈 단원을 지도하면서 계산 기능을 중요시하면서 곱셈을 동수누가의 의미로 곧, 곱셈을 덧셈으로 환원해서 지도하다 보니 2007 개정 교육과정 이후 교과서에서 곱셈을 배 개념을 통해 도입하여 ‘두 양 사이의 관계’로 지도하는 내용을 정확하게 파악하지 못하고 있는 것으로 보인다. 특히 분수의 곱셈에서 배의 개념을 이해하지 못한 채 ‘배’는 ‘곱하기’라는 도구적 이해 수준을 나타낸 것은 수의 범위가 확장된 경우 곱셈을 이해하는데 문제가 될 수 있다. 다음은 이러한 문제점을 보여주는 예로, 자연수의 곱셈에서 배 개념을 동수누가로 이해하고 있을 경우 ‘배’의 의미는 모른 채 단순히 ‘배’는 곱하기라고 말하고 있는 면담 내용이다.

R : 5의 $\frac{1}{2}$배를 식으로 나타낼 수 있나요?

B : 5 × $\frac{1}{2}$

R : 그 때 $\frac{1}{2}$배도 더한다는 의미야?

B : 그건 아닌 것 같아요

R : 그럼 그건 어떤 의미일까요?

B : ...... 뭐라고 설명해야할지 모르겠어요.

R : 5의 $\frac{1}{2}$배를 식으로는 나타냈잖아.

B : 5 × $\frac{1}{2}$인데 곱하기를 나누기로 나타내면 역수가 되니깐...5÷2는 5×$\frac{1}{2}$

이처럼 학생들은 (자연수)×(분수)의 곱셈 상황에서는 비형식적 지식인 (자연수)÷(자연수)의 연산으로 표현하기 때문에, 먼저 분수 개념에 대한 비형식적 지식을 기초로 곱셈에서의 배의 개념을 이해시키는 것이 필요하다(백선수· 김원경, 2005). 또한 학생들이 분수의 곱셈을 이해하고 실생활에 효과적으로 응용할 수 있기 위해서는 자연수에서의 곱셈의 의미를 분수의 곱셈으로 확장할 수 있어야 한다. 자연수의 곱셈은 같은 수를 반복하여 더하는 동수누가에 의해 이해할 수 있지만 분수의 곱셈은 승수가 자연수인 경우를 제외하고는 동수누가의 의미로 설명할 수 없기 때문이다(교육부, 2015).

따라서 이 경우에는 배의 개념으로 분수의 곱셈을 설명하고 이해할 수 있도록 해야 한다. 2009 개정 교육과정에서는 초등학교 5학년 1학기에 분수의 곱셈이 도입되는데, 여기에서도 생각열기 스토리텔링에서 “ 3자루의 $\frac{1}{3}$을 어떻게 계산할까?” 라는 질문에 “3의 3배는 3×3이니까 3의 $\frac{1}{3}$배는 $3\times\frac{1}{3}$ 이라고 할 수 있어.” 라고 제시되고 있다. 그러나 이 경우에도 배의 개념에 대한 이해를 돕는 내용은 제시되지 않고 있어서 분수의 곱셈에서 배의 개념을 이해하지 못한 채, 단지 배는 ‘곱하기’로 나타내기 때문에 분수의 곱셈에서도 3의 $\frac{1}{3}$배는 $3\times\frac{1}{3}$이라는 알고리즘만을 받아들이게 하고 있다.

이와 같은 현상은 예비초등교사들에게서도 발견되는데, 오영열(2004)에 따르면 승수가 분수로 바뀔 경우의 분수의 곱셈의 의미에 대한 이해도가 현저하게 떨어지며, 특히 자연수 범위에서의 곱셈에 대한 대표적인 개념인 동수누가의 의미를 분수의 범위까지 지나치게 일반화하려는 경향이 있음을 알 수 있다. 이를 통해 교사들 또한 분수의 곱셈에서의 배 개념에 대한 이해가 부족할 수 있으며 따라서 교사용 지도서에서 곱셈의 배 개념이 자연수에서뿐만 아니라 분수의 곱셈으로 확장될 수 있음을 정확하게 설명할 수 있어야 한다.

한편 곱셈을 곱집합의 개념으로 이해하고 있는 수학영재는 없었으며, 조합의 상황에서 곱집합의 개념으로 해결할 수 있는 문장제를 만든 경우에도 면담에서는 동수누가로 설명하였다. 이는 Carpenter 외(1999)와 Anghileri(1989)가 주장하듯이 데카르트 곱, 즉 곱집합은 중등교육과정에서 다루어지는 개념으로 초등학생들이 이해하기에는 어려운 개념이기 때문으로 보인다(정영옥, 2014).

3. 곱셈 문장제 만들기와 면담에서 나타난 곱셈의 개념 비교

곱셈 문장제 만들기와 면담을 통해 수학영재의 곱셈의 개념 이해를 분석한 결과 <표 Ⅴ-5>에서 보듯이 곱셈의 개념에 대한 이해가 일치하는 경우는 3명(F, G, H)이었으며, 그렇지 않은 경우가 7명이었다.

<표 7> 문제 설정과 면담의 곱셈의 개념 이해 비교

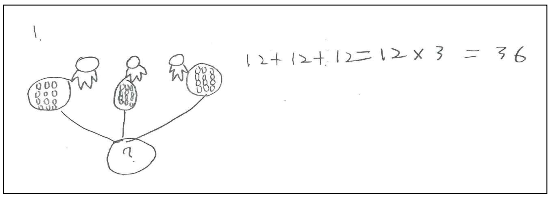
곱셈의 개념	문장제 만들기에 나타난 곱셈의 개념	면담에서 실제로 이해하고 있는 곱셈의 개념
동수누가	C, D, F, H, I	A, B, E, F, H, J
동수누가, 배	A, B, G	C, D, G, I
동수누가, 곱집합	E, J	·
동수누가, 배, 곱집합	·	·

문장제 만들기에 나타난 곱셈의 개념은 동수누가의 곱셈 상황에서 문장제를 만든 경우 동수누가의 곱셈 개념으로, ‘배’라는 용어를 사용한 ‘곱셈적 비교’의 상황으로 문장제를 만든 경우에는 배의 개념으로, 곱집합으로 해결할 수 있는 ‘조합’ 상황으로 문장제를 만든 경우는 곱집합으로 구분했다. 문장제 만들기에 나타난 영재학생의 곱셈의 개념 이해는 <표 Ⅴ-5>에서처럼 동수누가만으로 이해한 학생이 5명, 동수누가와 배의 개념으로 이해한 학생이 3명, 동수누가와 곱집합의 개념으로 이해한 학생이 2명이었고, 곱셈의 3가지 개념을 모두 이해한 경우는 없었다.

가. 문장제 만들기와 면담에서 나타난 곱셈의 개념 이해가 일치한 경우

문장제 만들기에서 동수누가의 상황만을 제시했던 F, H의 경우는 면담에서도 곱셈의 개념을 동수누가로만 설명했다. 이들은 곱셈과 덧셈을 같은 개념으로 인식하고 있었으며, 제시한 문제를 모두 동수누가로만 해결하였다. 이에 비해, 문장제 만들기와 면담을 통해 곱셈을 동수누가와 배의 개념으로 함께 이해하고 있는 학생은 1명으로, 다음은 학생 G와의 면담 내용이다. 이 학생의 경우 곱셈을 동수누가로 해결하면서 면담에서 배의 개념을 동시에 이해하고 있음을 보여주었다. 학생 G는 곱셈 문장제 만들기에서도 동수누가와 곱셈적 비교의 상황에서 배 개념을 이용해서 문장제를 만들었으며, 개념도 이해하고 있었다.

R : 곱셈은 무엇이라고 생각해요?
G : 몇 배를 하는 것이요.
R : 몇 배를 하는 것? 그 때의 배가 무슨 뜻이야?
G : 그게 몇 개가 몇 번이 있고 그걸 한 번에 모으면 전체가 몇 개가 되는지...
R : 그럼 12의 3배는 어떤 의미인가요?
G : 12개가 한 묶음이라고 했을 때 12개라는 묶음이 3묶음이 있는...



[그림 10] 학생 G의 곱셈의 동수누가 표현

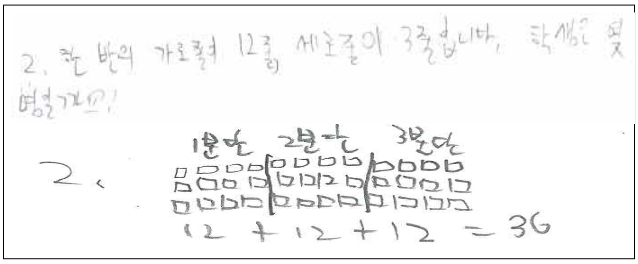
R : 그렇다면 이 문제는 더하는 것으로 풀었는데, 그럼 곱셈이랑 덧셈은 같은가요?
G : 아니요
R : 다른 거에요?
G : 네.
R : 어떻게 다른가요?
G : 덧셈은 다른 수라도 더할 수 있고... 곱셈 자체가 더하는 것을 몇 번하는 것이 아니라, 전체적으로 몇 배를 하는 거고... 더하기라는 거는 서로서로 다른 여러 개의 묶음을 한 번에 모아서 더하는 것은 같지만 서로서로 다른 거고, 곱하기는 서로서로 같은 거에 대해서....
R : 그럼 배는 더하는 거랑은 다른 거네요?
G : 네.

나. 문장제 만들기와 면담에서 나타난 곱셈의 개념 이해가 일치하지 않는 경우

문장제 만들기에서 동수누가와 배의 상황으로 문제를 만든 A, B 학생의 경우 면담에서는 동수누가의 개념만으로 설명했으며, 문제 설정에서 조합의 문제를 만들어 곱집합의 개념을 이해한 것으로 분석한 학생 E, K의 경우에도 동수누가의 개념만으로 곱셈을 이해하고 있었다. 면담을 통해 ‘배’의 개념을 이해하고 있는 학생 C, D의 경우는 ‘배’의 개념을 더한다는 의미와 뒤섞인 상태에서 이해하다보니 동수누가의 문장제만을 만든 것으로 보인다. 반면에 학생 I는 동수누가의 문장제 만들기만 하였으나 면담에서는 동수누가와 배 개념을 모두 이해하고 있는 것으로 나타났다. 다음은 이들 각각에 대해 살펴본다.

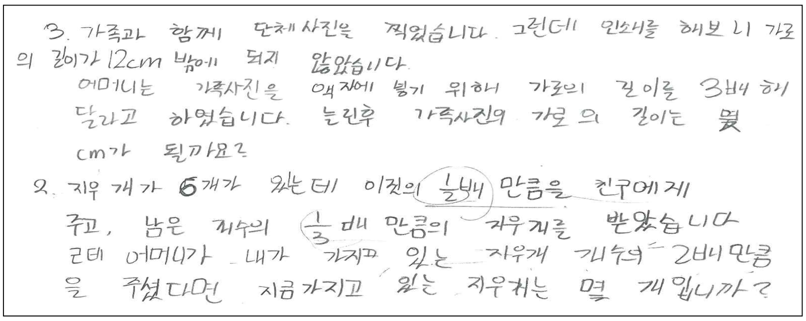
먼저 곱셈의 개념을 동수누가에만 국한해서 이해하는 학생은 동수누가가 아닌 곱셈의 상황을 제시하는 경우에도 모두 동수누가로 해결하는 경향을 보였다. J학생의 경우 넓이와 정렬의 문제 또한 동수누가로 표현해서 해결하였다.

R : 곱셈을 무엇이라고 생각해?
J : 곱셈요? 같은 수를 연속해서 더하는 거



[그림 11] 학생 J의 곱셈의 동수누가 표현

다음은 ‘배’ 의 개념으로 문장제를 만들었으나 면담에서는 ‘동수누가’ 로만 문제를 설명한 학생 A의 문제 설정과 면담 내용이다. 이 학생의 경우 자연수의 곱셈에서는 ‘배’ 의 개념을 동수누가에 의존해서 해결하였으나 분수의 곱셈에서는 ‘배’ 개념을 이해하지 못한 채 곱셈식만으로 이것을 나타내고 그 설명은 나눗셈의 역수로 하였다.


3. 가족과 함께 단체사진을 찍었습니다. 그런데 인쇄를 해보니 가로의 길이가 12cm 밖에 되지 않았습니다.
어머니는 가족사진을 액자에 넣기 위해 가로의 길이를 3배 해 달라고 하였습니다. 늘린후 가족사진의 가로의 길이는 몇 cm가 될까요?
2. 지우개가 6개가 있는데 이것의 $\frac{1}{2}$배 만큼을 친구에게 주고, 남은 지수의 $\frac{1}{3}$배 만큼의 지우개를 받았습니다
근데 어머니가 내가 가지고 있는 지우개 개수의 2배만큼을 주셨다면 지금 가지고 있는 지우개는 몇 개입니까?

[그림 12] 학생 A가 만든 곱셈 문장제

R : 곱셈은 무엇이라고 생각하나요?

A : 많은 덧셈을 하나로 이렇게 간단하게 한 것이라 생각하는데....

R : 또 다른 곱셈의 의미는 없나요?

A : 어... 또 다른 곱셈의 의미... 수를 여러 개 더한 것....

R : 그럼 곱셈은 덧셈과 같은 거에요?

A : 거의 비슷한... 덧셈에 의해 곱셈이 만들어졌으니깐... 덧셈이랑 곱셈은 관계가 많은.....

R : 3번 문제에서 가로의 길이를 3배했다고 했잖아. 그럼 이 때 ‘3배’는 어떤 의미인가요?

A : 3배는 곱하기 3을 하는 거니깐 이건 거의 더한다는 의미...

R : 3배는 더한다는 의미네?

A : 음... 이게 3배가 있는 건 이 12cm가 3배 12cm, 12cm, 12cm를 다 더하면 되니깐....

R : 3배를 더한다는 의미라고 했잖아. 여기서는 지수의 $\frac{1}{3}$배 만큼의 지우개를 받았다고 했잖아. 그럼 여기서 $\frac{1}{3}$배는 무슨 뜻이에요?

A : 3배는 수가 좀 더 많아지는데 $\frac{1}{3}$을 곱하면 수가 좀 더 작아지는.... 수가 좀 더 작아지죠...

R : 수가 작아지는...

A : 수가 작아지는데....

R : 그럼 더한다는 배랑 여기서 $\frac{1}{3}$배는 다른 의미인가요?

A : 곱한다는 그런 개념은 같은데... 이거는 3배가 있다는 것인데 이것은 거의 나누기랑 비슷한 것이라 할 수 있죠.

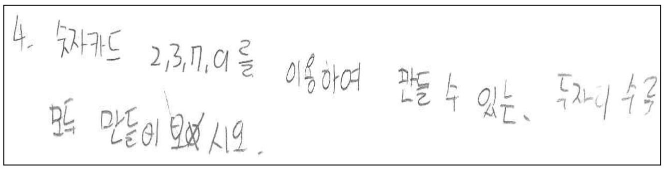
R : 그럼 5의 $\frac{1}{2}$배는 어떻게 나타낼까요?

A : $5\times\frac{1}{2}$이죠.

R : 그건 어떻게 알았어요?

A : 나누기를 좀 더 곱셈이 더 쉬우니깐.... 이걸 역수해서 $\frac{1}{2}$로 곱하는......

한편 학생 E는 ‘곱집합’으로 해결할 수 있는 ‘조합’의 상황으로 문장제를 만들었으나 면담에서는 곱셈을 ‘동수누가’로만 설명한 경우인데,다음은 학생 E가 만든 문장제와 면담 내용의 일부이다.



[그림 13] 학생 E가 만든 곱셈 문장제

R : 곱셈은 무엇이라고 생각하나요?
E : 원래 곱셈이라는게 원래 무언가를 여러 번 더하는 거니깐... 예를 들어, 2 곱하기 3이면 2를 3번 더하는거랑 똑같은데... 수학이라는 것이 무언가를 간단하게 하는 그런거니깐... 이 곱셈이라는게 2 곱하기 3이라는 것은 쉽게 알 수 있는데 곱하는 수가 12 곱하기 13 이렇게 되면 더하기가 어려워지니깐 이걸 좀 더 편리하게 할 수 없을까 만들어진게 곱셈이라고 저는 생각합니다.
R : 그럼 곱셈의 또 다른 의미는 없나요?
E : 네, 그냥 여러 번 더한다.
R : 이 문제는 어떻게 풀 수 있어?
E : 두 자리 수를 모두 만들어보라고 했으니깐... 직접해보는 방법이 있는데 그건 시간이 많이 걸리니깐.... 이걸 덧셈으로 풀려면 일의 자리가 2일 때 3이 올 수 있고, 7이 올 수 있고, 9가 올 수 있고.... 이렇게... 아 2도 올 수 있구나. 이렇게 4가지 씩... 일일이 해보거나...
R : 그럼 이 때 곱셈은 더한다는 의미가 맞나요?
E : 더한다기 보다는 직접한다?
R : 그럼 이 때는 곱셈이 덧셈의 의미가 아닌가요?
E : 음... 이 때는.... 아닌 것 같은데.... 조금 생각을 해볼게요. (한참을 생각한 후) 더한다기 보다는 이 개념 자체가.... 일일이 직접 한다. 그냥 곱셈만의 또...그런 것 같습니다.
R : 곱셈의 또 다른 의미가 있을 것 같아요?
E : 네
R : 어떤 의미인지 설명할 수는 없나요?
E : 네
R : 그럼 이 문제에서 4×4가 되는 건 더한다는 의미는 아닌 것 같니?
E : 이거를 4+4+4+4로 할 수는 있겠지만... 이걸 풀이과정을 덧셈으로 설명한다는 건... 이 4가지 경우를 다 써봤는데.... 4가지가 4개 있으니깐 4+4... 이렇게 밖에 설명할 수 없다고 생각합니다.

마지막으로 문장제 만들기에서는 동수누가의 상황만을 제시하였으나 면담에서는 배의 개념을 정확하게 알고 있었던 학생 C, D의 경우를 살펴보면, 자연수 범위에서의 배 개념은 이해하고 있지만 분수의 곱셈으로는 확장하지 못했다. 배 개념을 이해하고는 있지만 배 개념을 자연수 범위에서의 묶음의 수로 국한해서 이해하다보니 동수누가로 나타내어 계산하였고, 이로 인해 동수누가의 문장제만을 만든 것으로 보인다.

R : 덧셈과 곱셈은 차이가 없나요?

C : 차이가 없는 건 아닌데... 조금 덧셈에서 곱셈으로 변형된 것 같아요. 덧셈은 같은 수를 계속 반복적으로 더한 것이라고 한다면 곱셈은 한 수를 몇 개 있는지에 대하여 그 개수를 곱한 거라서 조금 변형이 된 것 같아요.

R : 5의 $\frac{1}{2}$배는 식으로 어떻게 나타내죠?

C : $5\times\frac{1}{2}$ 요

R : 이 때의 $\frac{1}{2}$배도 더한다는 의미인가요?

C : 아니요

R : 그럼 어떤 의미인가요?

C : 그거는 나눈다는 의미요

R : 그럼 5의 $\frac{1}{2}$배는 $5\times\frac{1}{2}$이라고 했는데 왜 곱하기를 하나요?

C : 그러니깐 나누기와 곱하기는 결국에는 분모와 분자를 역수 취하면 바꿀 수가 있기 때문에 다 연결된 것이기 때문에, 의미상으로 같은 것은 아니지만 저는 다 연결되어 있다고 생각해요.

한편 면담을 통해 수학영재들의 곱셈의 개념에 대한 이해를 분석한 결과 곱셈을 동수누가로 국한해서 이해한 학생이 6명으로 가장 많았으며, ‘두 양사이의 관계’로서의 배 개념을 이해한 학생은 2명이었다. 또한 곱집합의 개념으로 곱셈을 이해한 학생은 없었다. 이로부터 알 수 있는 사실은 학생들의 수학 학습 및 지도에서 기본적으로 곱셈에 대한 개념적인 이해가 부족할 수 있다는 점이며, 따라서 초등수학을 지도하는 과정에서 교육과정과 교과서에 근거한 곱셈 개념을 비롯하여 수학에서 기본이 되는 연산의 개념에 대한 지도 및 그 내용에 대한 검토가 동시에 필요함을 알 수 있다.

Ⅵ. 결 론

본 연구는 초등수학영재를 대상으로 곱셈 문장제 만들기를 통해 곱셈의 상황 선택이 어떻게 이루어지는지, 그리고 면담을 통해 곱셈의 개념을 어떻게 이해하고 있는지를 살펴본 것으로, 학생들이 만든 곱셈 문장제와 곱셈 상황 및 곱셈 개념과 관련된 면담을 비교해서 초등수학영재의 곱셈 개념에 대한 이해를 살펴본 것이다. 그 결과를 요약하여 제시하면 다음과 같다.

첫째, 초등수학에서의 곱셈 개념을 3차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정까지 곱셈

도입 단원을 중심으로 분석하였다. 3차 교육과정에서는 곱집합의 개념, 4차 교육과정에서는 동수누가의 개념으로 곱셈을 도입하였고, 5차~6차 교육과정까지는 동수누가와 배의 개념이 함께 다루었다. 그러나 7차 교육과정에서는 동수누가의 개념만을 곱셈에서 지도하였는데, 2007 개정과 2009 개정 교육과정에서는 곱셈에서 배의 개념이 중심에 놓여 있음을 알 수 있다. 이처럼 교육과정의 변화에 따라 곱셈 개념은 그 유형을 달리하면서 도입되었는데, 그 가운데 핵심적인 개념은 동수누가와 배 개념임을 알 수 있다. 4차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정에 이르기까지 배 개념이 동수누가와 관련하여 어떻게 다루어졌는지 살펴본 결과, 배 개념은 7차 교육과정까지는 '배와 동수누가는 동일한 의미'로 지도되어왔다. 그러나 2007 개정 교육과정에서부터 배 개념이 덧셈과 구별되는 '두 이산량 사이의 관계'로 설명되고 있다.

둘째, 1차와 2차에 걸친 곱셈 문장제 만들기에서 영재학생들이 제시한 곱셈의 상황은 동수누가의 상황(64.8%)이 가장 높게 나타났다. 이는 초등수학 교과서에서 가장 많은 비중을 차지하는 곱셈의 상황이 동수누가인 것과 일치하였는데, 학생들이 교과서에서 가장 많이 접한 곱셈의 상황이 동수누가의 상황이라면, 영재학생 또한 곱셈을 덧셈이라는 동수누가의 개념으로 이해하는 경우가 일반적이라는 것을 알 수 있다. 이는 일반학생을 대상으로 한 연구에서도 자연수의 곱셈을 동수누가의 의미로 이해한 경우가 많았으며(김경미, 2010), 곱셈 문제 해결에서도 동수누가 상황에서 문장제의 정답율이 높은 점(임자선, 2015)에 미루어 볼 때, 영재학생 또한 곱셈을 동수누가의 상황에서 곱셈 문장제를 쉽게 이해한다는 것을 알 수 있다.

셋째, 연구자와의 면담을 통해 수학영재의 곱셈의 개념에 대한 이해를 분석한 결과, 10명의 수학영재 중 6명은 곱셈을 동수누가의 개념적 측면만을 이해하고 있었던 반면, 동수누가와 배의 개념을 동시에 이해하는 학생은 4명이었다. 그러나 곱셈을 동수누가, 배, 곱집합으로 동시에 이해하는 학생은 없었다. 면담 결과 '배' 개념의 이해는 묶음의 수, 두 양 사이의 관계로 이해하는 학생은 2명이었으며, 자연수의 곱셈에서는 배 개념을 이해하고 있으나 그 개념이 분수의 곱셈으로 확장하지 못한 학생이 2명이었다. 이들 4명을 제외한 6명의 학생은 배 개념을 동수누가와 동일한 것으로 이해하였는데, 그 결과 곱셈의 개념을 동수누가에 제한된 것으로 받아들였다. 특히 본 연구의 연구대상은 현재 초등학교 6학년으로, 초등학교 2학년에서 곱셈을 학습하는 과정은 2007 개정 교육과정이 적용되어 '배' 개념을 통해 곱셈 개념을 학습했음에도 불구하고 배 개념에 대한 이해 수준은 낮게 나타났다. 또한 곱셈을 곱집합의 개념으로 이해하고 있는 학생은 없었으며, 곱집합의 개념으로 해결할 수 있는 문장제를 만든 경우에도 동수누가에 의존해서 문장제를 설명했다. 이를 통해 수학영재의 경우에도 일반학생과 마찬가지로 기본적인 연산 개념에 대한 이해가 부족할 수 있으며, 영재를 지도하는 과정에서도 연산에 대한 기본 개념을 보다 명확하게 지도할 필요가 있다. 부언하면, 2007 개정 교육과정에서부터 곱셈을 도입할 때 배 개념이 중심에 놓여 있지만 학생들은 곱셈을 단순히 반복된 덧셈, 즉 동수누가로 환원해서 이해하려는 경향을 보였다는 점에 주목해야 한다. 특히 배 개념에 기초한 곱셈의 개념 이해는 후속되는 분수와 소수의 곱셈을 비롯하여 중등수학에서 중요한 역할을 한다. 그러나 동수누가 개념에 국한해서 단순히 곱하기라는 계산 절차에 집중한다면 곱셈에서 이어지는 후속 학습에서 지속적인 어려움이 나타날 수 있으며 따라서 곱셈과 같은 기본적인 개념에 대한 이해를 이끌어내기 위한 노력이 필요하다.

본 연구는 초등수학영재를 대상으로 한 수업에서 '곱셈은 무엇일까'라는 물음에서 출발했다. 학생들이 곱셈을 어떻게 이해하는지 열린 발문을 통해 묻고자 하였으나, 학생들의

답은 '곱셈은 같은 수를 계속 더하는 것'에 국한되어 있었다. 이에 초등수학영재들의 기본 개념에 대한 이해가 일반학생들과 마찬가지로 중요하다는 전제에서 본 연구는 곱셈을 주제로 하여 영재들의 곱셈 상황 및 곱셈 개념 이해를 살펴본 것이다. 이를 통해 특히 초등수학영재들을 포함해서 초등학생들의 곱셈을 포함하여 사칙연산에서의 기본 개념을 명확하게 이해할 수 있도록 학교수학에서의 지도가 이루어져야 하는데, 특히 교육과정 및 교과서의 변화에 따라 곱셈에서와 같이 개념적 차원에서 나타난 내용 변화를 초등교사에게 분명하게 안내할 필요가 있다. 이와 함께 후속과제로 학교 현장에서 곱셈의 개념 지도에서 나타나는 곱셈 개념 및 곱셈 문장제 상황에 대한 초등교사들의 이해 수준을 검토해볼 필요가 있으며, 무엇보다 학생들이 곱셈을 배우는 과정에서 보다 다양한 곱셈의 문제 상황을 함께 제시하고 있는지를 살펴봄으로써 곱셈 개념 지도를 위한 효과적인 방안을 생각해볼 수 있어야 한다.

참 고 문 헌

교육부 (2015). **초등학교 교사용지도서 수학 5-1**. 서울: ㈜천재교육.

교육부 (2013). **초등학교 교사용지도서 수학 2-1**. 서울: ㈜천재교육.

교육과학기술부 (2009). **초등학교 교사용지도서 수학 2-1**. 서울: ㈜천재교육.

교육인적자원부 (2000). **초등학교 교사용지도서 수학 2-가**. 서울: ㈜천재교육.

교육부 (1995). **국민학교 교사용지도서 수학 2-1**. 서울: 대한교과서주식회사.

문교부 (1989). **국민학교 교사용지도서 산수 2-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

문교부 (1982). **국민학교 교사용지도서 산수 2-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

문교부 (1972). **국민학교 학습지도서 산수 2-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

강홍규 (2009). 배 개념에 기초한 자연수 곱셈 개념의 지도 방안. **학교수학**, 11(1), 17-37.

김경미 (2010). **자연수와 분수 연산에 대한 학생의 개념적 이해에 관한 연구**. 고려대학교 대학원 박사학위논문.

김정원 (2010). **초등학교 3학년 학생들의 곱셈적 사고에 대한 비례 추론 능력 분석**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

노현옥 (2004). **초등학교 수학 교과서에 나오는 자연수의 사칙연산 문장제 분석**. 진주교육대학교 대학원 석사학위논문.

백선수, 김원경 (2005). 분수의 곱셈에서 비형식적 지식의 형식화 사례 연구. **학교수학, 7**(2), 139-168.

신마리아, 나귀수 (2012) 학생들의 문제 만들기의 특징에 대한 연구. **한국초등수학교육학회지, 16**(2), 269-293.

오영열 (2004). 초등수학에 대한 예비교사들의 이해: 분수의 곱셈을 중심으로. **학교수학, 6**(3), 267-281.

임자선 (2015). **초등학교 3학년 곱셈과 나눗셈 문장제 유형에 따른 문제 해결 능력 분석**. 부산교육대학교 대학원 석사학위논문.

임자선, 김성준 (2015). 곱셈과 나눗셈 문장제 유형에 따른 문제해결능력. **한국초등수학교육학회지, 19**(4), 501-525.

정영옥 (2014). 초등수학에서 자연수 곱셈 지도 : 곱셈의 도입과 곱셈 구구를 중심으로. **학교수학, 15**(4), 889-920.

한은혜・류희수 (2008). 초등에서의 곱셈적 사고 지도 : 초등 5학년을 위한 교수-학습 자료 개발을 중심으로. **학교수학**, 10(2), 155-179.

Baroody, J. & Coslick, T.(1998). *Fostering children's mathematical power : An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Lawrence Erlbaum Assoc.

Carpenter, T. P. et al(1999). *Children's mathematics cognitively guided instruction. Postmouth*, NH: Heinemann.

Greer, B.(1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. NY : Macmillan.

Thompson, P. W., & Saldanha, L. A. (2003). Fraction and multiplicative reasoing. In J. Kilpatrick(Ed.), *Research companion to the principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

<Abstract>

An Analysis on Understanding of Gifted Students in Elementary Mathematics about Situations and Concepts of Multiplication

Kim, Young A[7]; & Kim, Sung Joon[8]

The purpose of this study is to investigate gifted students in elementary mathematics how they understand of situations involving multiplication and concepts of multiplication. For this purpose, first, this study analyzed the teacher' s guidebooks about introducing the concept of multiplication in elementary school. Second, we analyzed multiplication problems that gifted students posed. Third, we interviewed gifted students to research how they understand the concepts of multiplication. The result of this study can be summarized as follows:

First, the concept of multiplication was introduced by repeated addition and times idea in elementary school. Since the 2007 revised curriculum, it was introduced based on times idea.

Second, gifted students mainly posed situations of repeated addition. Also many gifted students understand the multiplication as only repeated addition and have poor understanding about times idea and pairs set.

Key words: gifted students, situation involving multiplication, multiplication concept, repeated addition, times ideas , pairs set

논문접수: 2016. 04. 15
논문심사: 2016. 05. 16
게재확정: 2016. 05. 22

7) duddk56@hanmail.net
8) joonysk@bnue.ac.kr