

초등학교에서 백분율 지도에 관한 논의

정영옥¹⁾

본 연구는 초등학교 수학에서 백분율 지도를 위해 고려해야 할 교수학적 배경을 알아보고, 이를 바탕으로 우리나라와 미국, 영국 교과서의 백분율 관련 내용의 특징을 분석함으로써 앞으로 우리나라 초등학교 수학에서 백분율 지도 개선을 위한 시사점을 제공하는 데 그 목적이 있다. 이를 위해 여러 연구에 대한 이론적 고찰을 통해 백분율 지도의 교수학적 배경으로 백분율의 역사, 백분율의 의미, 백분율 과제 유형, 백분율 지도 모델, 백분율 계산 전략에 대해 살펴보았고, 이를 기초로 미국, 영국, 우리나라 교과서의 백분율 지도 내용의 특징을 분석하였다. 이론적 고찰과 교과서 분석 결과 이후의 우리나라 초등학교 수학에서 백분율 지도 개선을 위한 시사점으로 100을 기준으로 하는 비율로서의 백분율 도입, 다양한 수의 유형과 범위 및 전체가 변하는 과제 유형의 도입, 다양한 시각적 모델의 도입, 비형식적 전략의 강조와 점진적인 형식화를 제안하였다.

주제어: 백분율, 부분 전체 과제, 변화 과제, 비교 과제

I. 서 론

백분율은 현실 세계의 아주 다양한 상황에 존재하고, 초등학교에서 고등학교에 이르기까지 수학의 중요한 부분인 곱셈적 구조와 관련되어 있는 매우 중요한 개념이다(Parker & Leinhardt, 1995). 예를 들면 백분율은 식품이나 약품의 성분, 화폐의 이자나 이율, 기업의 매출액의 증가나 감소 등 다양한 경제, 사회, 과학 분야에 사용될 뿐만 아니라 분수, 소수, 비, 비례 등 수학의 중요한 곱셈적 구조와 관련되어 있다.

그러나 이렇게 다양한 상황에서 접하는 백분율을 학습하는 일에는 많은 어려움이 따른다. 이러한 어려움은 학생들뿐만 아니라 교사, 예비교사의 경우에도 해당된다(Freudenthal, 1983; Parker & Leinhardt, 1995; Reys et al., 2012; White, & Mitchelmore, 2005). 학생들이 갖는 어려움은 백분율의 기준이 100이라는 점에 대한 이해 부족, 0.3과 0.3%, 30과 30% 등을 잘 구분하지 못하는 백분율 기호 %에 대한 이해 부족, 100보다 큰 백분율에 대한 어려움, 20% 증가와 같이 표현되는 백분율 상황에서의 덧셈적 표현, 부분이 더 큰 경우에 전체를 부분으로 나누어 백분율을 구하는 부분과 전체의 관념 혼란 등 다양하다(Baratta et al., 2010; Parker & Leinhardt, 1995; Reys, et al., 2012; White et al., 2007). 이러한 어려움의 원인은 백분율 개념이 다면적이고 복잡한 개념임에도 불구하고, 학교수학에서는 백분

1) 경인교육대학교

을 개념을 이해하고 탐구하는 것에 초점을 두는 것이 아니라 백분율을 지나치게 단순화해서 분수나 소수의 다른 표현으로 도입함으로써 백분율의 개념을 부분 전체의 의미로만 제한적으로 다룰 뿐만 아니라 백분율과 관련된 개개의 상황들을 충분히 다루지 않고 백분율을 계산하는 절차에 지나치게 초점을 맞추고 있기 때문이다(Parker & Leinhardt, 1995; White et al., 2007).

백분율은 역사적으로 바빌로니아, 인도, 중국의 상업에 관련해서 이자나 세금과 같은 현실적 상황에서 화폐와 관련된 부분 전체의 의미와 덧셈적 의미로 시작되었고, 이러한 백분율이 그리스 수학의 기하적·대수적 비례와 연결되면서 화폐가 아닌 더 다양한 상황에서 부분 전체를 비교하는 의미뿐만 아니라 다양한 대상과 집합들을 비교하는 의미로 사용되면서 곱셈적 의미가 강조되었고, 통계학의 발전과 더불어 자료들의 비교를 상대적으로 표현하는 의미로 사용되면서 그 의미가 다양해졌으며, 이런 이유로 어떤 상황에서 백분율의 의미를 파악하는 것에 대한 어려움도 증가하였다(Parker & Leinhardt, 1995).

한편, 학생들은 일상생활에서 백분율을 쉽게 접할 수 있기 때문에 학교수학에서 백분율을 다루기 전에 이미 많은 비형식적 지식과 전략을 사용할 수 있다(Moss, 2002; White et al., 2007). 그러나 학교 수학에서 백분율을 지도할 때, 이런 학생들의 비형식적 추론 전략을 다루기보다는 형식적 알고리즘을 강조하는 경우가 많다. 실제로 백분율을 배우기 전에 학생들에게 백분율과 관련된 문제를 100명당 5명 같이 일상 언어로 제시하면 학생들 자신의 비형식적 전략으로 문제를 해결할 수 있으나 형식적 절차를 배우고 연습하면 할수록 자신들의 직관적인 전략을 쓰지 못하게 되고 오히려 백분율 문제를 해결하는 데 더 어려움을 겪게 되는 경우가 종종 있다(Parker & Leinhardt, 1995; Reys, et al., 2012). 따라서 백분율 지도는 학생들이 백분율의 다양한 의미를 이해하는 것을 바탕으로 필요한 계산은 자신의 직관적이고 비형식적인 전략을 기초로 형식적 알고리즘으로 나아갈 수 있도록 하는 것이 바람직하다. 한편 백분율 상황과 관련된 많은 과제는 형식적 기계적 절차를 따르기보다는 비례 관계를 이용해서 해결하는 것이 훨씬 효과적이다(Hoffer, & Hoffer, 1992). 또한 학생들이 백분율의 의미를 이해하고 다양한 비형식적인 전략을 생각해 낼 수 있도록 적절한 모델을 활용하는 것이 중요하다(Reys, et al., 2012; Parker, 2004; van den Heuvel-Panhuizen, 2003). 이런 관점에서 비추어 볼 때, 우리나라에서의 백분율 더 나아가서는 비와 비례의 지도는 여러 교육과정 시기에 걸쳐 그 의미와 적절한 모델을 사용한 학생들의 비형식적인 전략을 강조하기보다는 알고리즘 절차에 치우쳐 왔다(김경희·백희수, 2010; 정은실, 2003; 정유경·정영옥, 2015). 한편, 최근 교육과정 개정을 전후로 여러 나라의 교과서 분석과 관련된 연구들(박상욱 외, 2014; 변희현, 2011)이 지속적으로 이루어지고 있으나 백분율에 대한 논문은 거의 없다.

따라서 본 연구에서는 초등학교 수학에서 백분율 지도를 위해 고려해야 할 교수학적 배경에 대해 이론적으로 고찰하고, 이를 바탕으로 백분율 지도에 대한 구체적인 모습을 살펴보기 위해 미국, 영국, 우리나라 교과서의 백분율 지도 내용의 특징을 분석한 후에 우리나라 초등학교 수학에서 백분율 지도 개선을 위한 시사점을 제공하고자 한다.

II. 이론적 배경

이 장에서는 백분율의 교수학적 배경으로 백분율의 역사, 백분율의 의미, 백분율 과제

유형, 백분율 지도 모델, 백분율 계산 전략에 대해 살펴보고자 한다.

1. 백분율의 역사

백분율의 역사적 발달 과정을 살펴보면, 백분율 관념은 일찍이 B. C. 2100년경에 곡물이나 화폐에 대한 이자를 $1/3$ 과 같은 단위분수로 제시했던 것에서 찾아볼 수 있으나, 아직은 100을 기준으로 삼지는 않았고 곱셈적인 의미가 아닌 덧셈적인 의미로 이해되었다(Parker & Leinhardt, 1995). 이 때 덧셈적이라는 것은 예를 들면 어떤 단위 200당 10의 이자를 주어야 하는 경우 300에 대한 이자를 구하려면 $3/2$ 을 곱하는 것이 아니라 늘어난 100에 대한 이자 5를 계산한 다음에 10과 5를 더해서 15를 구하는 것을 말한다.

현재와 같이 100을 기준으로 어떤 양을 정하는 백분율 개념은 인도와 중국에서 살펴볼 수 있는데, 특히 인도에서는 B. C. 300년경에 100을 기준으로 월 이자를 계산하였고, 세수의 법칙이 499년경에 인도로 도입되어 상업 분야에서 백분율 계산을 위한 도구로 사용되면서 백분율은 기준량에 대한 이자나 세금을 빨리 계산할 수 있는 연산자로서의 함수가 되었다. 또한 850년경 인도에서 복리가 도입되어 100을 기준으로 하는 이자액이 사용되면서 100이라는 수에는 특별한 권한이 부여되었다. 한편 이탈리아에서도 1186년에 상인들이 100을 기준으로 이자를 계산하였고, 15세기 유럽에서는 백분율을 100 플로린 당 10 플로린 같이 “100당 어떤 양”의 의미로 사용하였다(Parker & Leinhardt, 1995).

백분율이 화폐가 아닌 자료에 사용된 것은 백분율 기호의 도입과 통계학의 발달에 의한 것이다. 18세기말부터 발달한 통계학 분야에서 19세기에 양적으로 증가한 다양한 유형의 자료들을 비교하는 표준화된 방법으로 백분율을 사용하였다. 백분율의 근원은 인도로 볼 수 있지만, 용어나 기호는 이탈리아에서 그 근원을 찾을 수 있다. 15세기 말 백분율을 나타내는 용어로 perceto라는 용어가 나타났는데, 17세기 중반에 지금까지 백분율을 나타내는 용어나 축약어들이 백분율 기호의 전신이라고 할 수 있는 용기호로 전환되면서 100 플로린 당 10플로린이라는 100을 기준으로 하는 구체적인 양의 의미로서의 백분율의 의미가 10%라는 비를 나타내는 추상적 관계로서의 백분율의 의미로 변화되었다. 화폐 상황도 아니고 전체 부분의 의미도 아닌 서로 다른 대상과 다른 집합들을 비교하는 의미로서 백분율을 사용하게 된 것은 1845년 경 많은 자료들을 다루는 과정에서 시작되었고, 이는 백분율의 사용에서 중요한 변화를 의미하는데, 그 이유는 부분 전체의 의미가 약화되면서 100보다 큰 백분율을 다루기 시작했기 때문이다. 한편, 19세기 초에는 원금에 백에 대한 비를 곱하고 100으로 나누거나, 원금에 소수로 표현된 비율을 곱하는 공식이 제시되었으나, 이 과정에서 백분율의 의미는 약화되고, 100에 대한 6이라는 관계가 1에 대한 0.06이라는 의미로 연결되지 못하고, 0.06이라는 소수와 동의어로 간주되었다(Parker & Leinhardt, 1995).

지금까지 백분율 개념의 역사적 발달 과정을 살펴본 결과 백분율 개념은 100을 기준으로 하는 이자나 세금을 구하는 부분 전체의 의미라는 구체적 양에서 일반적으로 서로 다른 집합들의 비교라는 추상적 관계의 의미로 그 대상과 개념이 확장되어 왔음을 알 수 있다. 백분율 기호의 발달은 한편으로는 이런 일반화의 과정을 촉진하는 역할을 한 반면, 다른 한편으로는 100에 대한 어떤 양을 잘 나타내는 주는 per cent가 %로 전환됨으로써 비의 의미를 약화하는 역할을 하였다. 또한 백분율 계산과 관련된 많은 공식들은 함수 또는 연산자로서의 백분율의 의미를 나타내지만 실제로는 그 의미보다는 백분율과 소수, 분수 사이의 환산에 초점을 맞추므로써 백분율을 학습하는 데 어려움을 유발하는 원인을 제공하게 되었다.

2. 백분율의 의미

백분율의 의미는 백분율의 역사에서 나타났듯이 다양한 의미를 가질 뿐만 아니라 분수 및 소수와 밀접한 관련이 있다. 본 연구에서는 여러 다양한 의미 중 백분율의 의미를 역사적 발달 과정을 살펴본 것을 기초로 수, 비, 연산자로서의 의미에 초점을 맞추고자 한다.

수로서의 백분율은 백분율을 분수 $1/100$ 을 단위로 하는 분수나 소수, 100개 중 얼마, 100마다 얼마로 보는 것을 의미한다(Parker & Leinhardt, 1995; van de Walle, 2008). 예를 들면, “어떤 것을 100개로 등분했을 때 한 부분을 일 퍼센트라고 한다.” (Bennett, Burton, & Nelson, 2012, p. 181) 또는 “기준량을 100으로 보기 때문에 0.01을 단위로 한 것과 동치이다.” (Van de Walle, 2008, p. 357)와 같은 표현이 이에 해당된다. 백분율의 이런 의미는 하나의 집합과 그 부분들을 생각할 때는 적절하지만, 서로 다른 집합을 비교하는 비나 연산자의 의미로서의 백분율을 이해할 때 어려움이 발생할 수 있다(Parker & Leinhardt, 1995). 또한 이런 관점은 1%를 0.01과 동일시하면서 백분율을 소수로 전환하도록 함으로써 기준이 1일 때의 0.01이라는 의미보다는 절대적인 수로서의 0.01을 강조하기 때문에 비로서의 의미를 발전시켜 나가는데 어려움의 원인을 제공한다.

비로서의 백분율은 백분율을 100을 기준으로 하는 곱셈적 비교 관계인 비 또는 비율로 보는 것을 의미한다(Lamon, 2005; Parker, 2004; White, & Mitchelmore, 2005). 이런 백분율의 의미는 전체집합과 부분집합을 비교하는 것뿐만 아니라 서로 소인 두 집합의 비교도 포함한다. 백분율은 특별한 양 100을 기준으로 생각하는 비이기 때문에, 비례 추론의 핵심적인 부분 중 하나라 할 수 있는 하나의 단위를 기준으로 선택해서 그 단위에 대해 다른 양들을 재구조화하는 기준화가 필수적이다(Freudenthal, 1983; Hoffer, & Hoffer, 1995; Lamon, 1993). 예를 들면 200명의 학생 중 남학생은 80명일 때, 전체에 대한 남학생의 백분율을 구하려면, 200명을 기준 100으로 생각해서 80명을 재구조화해야 한다.

연산자로서의 백분율은 백분율을 함수적 연산자의 의미로 보는 것을 말한다(Lamon, 2005; Parker & Leinhardt, 1995). 이는 “무엇의 몇 %” 처럼 원래의 양과 무엇의 몇 %에 해당하는 양 사이의 함수적 관계를 나타낸다. 이러한 연산자의 의미는 무엇의 몇%의 몇%와 같이 증가하고 또 증가하거나, 증가하고 감소하는 것과 같은 합성이 가능하다.

지금까지 백분율의 의미를 그 강조되는 측면에 따라 수, 비, 연산자의 의미로 구분하여 살펴보았다. 처음 백분율을 도입할 때는 모든 측면을 동시에 다루기에는 어려움이 있지만 다양한 상황을 통해 이런 측면들을 통합해갈 필요가 있으며, 특히 절대적인 양의 의미로서가 아니라 상대적인 관계를 뜻하는 비의 의미를 발전시켜야 한다. 학생들이 처음에는 부분 전체의 의미로서의 백분율에서 서로 다른 집합을 비교하는 과정으로 이행하면서 100%이하의 백분율에서 그 이상의 백분율을 다루는 것으로 점점 확장해 가야 한다. 또한 어떤 문제 상황에 접했을 때 교사와 학생들은 계산을 시작하기 전에 각 상황에 제시된 백분율이 어떤 의미를 가지고 있는 것인지를 파악하는 것이 중요하다.

3. 백분율 과제 유형

백분율과 관련된 과제 유형은 연구자들마다 다양하지만 백분율이 사용되는 상황의 특성에 따라 부분 전체 과제, 변화 과제, 비교 과제로 나눌 수 있다(Baratta et al., 2010; Parker, 2004; Reys et al., 2012; Van de Walle, 2008).

부분 전체 과제는 역사적으로 가장 오래된 것으로 “하나의 전체 집합과 그 부분 집합에 관련된 과제” (Parker & Leinhardt, 1995, p. 440)이다. 부분 전체 과제는 물건값의 몇%가

세금일 때 세금은 얼마인지를 구하는 것과 같은 상황과 관련된 것으로 물건값을 구하거나, 세금액을 구하거나, 물건값에 대한 세금의 백분율을 구하는 과제로 구분할 수 있다. 또한 부분 전체 과제 내에서도 부분, 백분율, 전체를 구하는 순서로 학생들이 어려움을 더 겪는다(Baratta et al., 2010).

변화 과제는 “시간에 따른 집합의 크기 변화” (Price et al., 2014, p. 519)인 증가와 감소와 관련된 과제이다. 변화 과제는 물건의 가격이 원래 가격의 몇%로 증가하거나 몇 %로 감소 또는 몇 %만큼 증가 또는 몇 %만큼 감소되는 것과 같은 상황과 관련된 것으로 물건의 원래 가격을 구하거나 변화된 가격을 구하거나 증가 또는 감소한 백분율을 구하는 과제로 나눌 수 있다. 또한 물건의 가격이 한 번만 할인되는 전체가 일정한 과제가 있고, 어떤 물건의 가격이 20% 할인된 후에 다시 50% 할인된 가격을 구하는 과제 또는 계속 여러 번 변하는 전체가 변하는 과제를 생각할 수 있다.

비교 과제는 “주어진 시점에서 두 개의 서로 다른 집합을 비교” (Parker & Leinhardt, 1995, p. 440)하는 과제이다. 비교 과제는 여학생과 남학생으로 이루어진 합주부에서 여학생들의 수는 남학생들 수의 몇 % 또는 남학생들의 수는 여학생들 수의 몇 %, 여학생들의 수는 남학생들 수보다 몇 % 적다 또는 남학생들의 수는 여학생들 수보다 몇 % 많다고 같은 상황과 관련된 것으로 여학생들의 수나 남학생들의 수를 구하거나 해당되는 백분율을 구하는 과제로 구분할 수 있다. 또한 두 합주부의 남녀 비율을 비교하는 과제도 포함된다.

White et al. (2007)는 학생들이 부분 전체로서의 백분율에 제한되어 있기 때문에 100% 이상의 백분율을 다루는 데 어려움이 많으므로 다양한 과제에 접할 수 있도록 해야 함을 강조하고 있다. 따라서 학생들에게 백분율을 지도할 때는 전체 부분 과제에서 시작하여 비교 과제와 변화 과제 등 다양한 과제로 확장할 필요가 있다.

4. 백분율 지도 모델

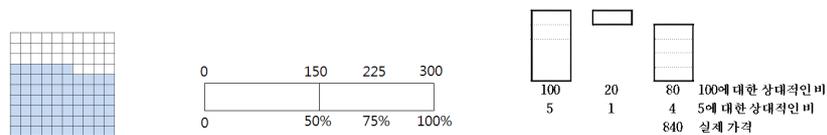
백분율 지도를 위해서는 비례 추론 지도를 위한 모델이 대부분 사용될 수 있으나 본 연구에서는 영역 모델, 이중 척도 모델, 이중 도형 모델에 대해 초점을 맞추어 살펴보고자 한다.

영역 모델은 원그래프나 띠그래프, 격자 모델과 같이 평면 도형을 분할하여 백분율을 나타내는 모델이다(정영옥, 2015; Bennett et al., 2012; Freudenthal, 1983; Lamon, 2005; Reys et al., 2012; Van de Walle, 2008). 특히 격자 모델 중 정사각형을 10×10 으로 분할한 백판은 백분율을 시각적으로 나타낼 뿐만 아니라 백분율을 분수와 소수로 전환하거나 그 반대로 전환하는 데 도움이 된다. 그러나 영역 모델은 기본적으로는 백분율 과제 중 부분 전체 과제에는 적절하나 변화 과제나 비교 과제를 다루는 데는 어려움이 있다.

이중 척도 모델은 막대 모델, 이중 수직선 모델, 비표 모델과 같이 하나의 모델에 동시에 서로 다른 척도를 사용하는 모델이다(정영옥, 2015; Baratta et al., 2010; Lamon, 2005; Moss, 2002; Streefland, 1985; Reys et al., 2012; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003; Van de Walle, 2008; White et al., 2007). 막대 모델과 이중 수직선 모델은 각각 막대와 수직선 눈금의 위와 아래 그리고 비표 모델은 두 행 중 한 쪽에 백분율에 해당하는 수들을 표시하고 다른 한쪽에 그에 대응되는 양들을 표시하여 백분율 상황에 대한 통찰과 계산 방법을 생각하는 데 도움이 된다. 예를 들면 300명의 25%가 몇 명인지를 구하고자 할 때, 막대 모델을 사용하면 막대의 위와 아래에 백분율과 인원수를 표시한 후에 300의 50%는 150명이고 그것의 $1/2$ 이므로 75명임을 쉽게 알 수 있다. 이 모델은 부분 전체 과제, 변화 과제

에는 적절하나 비교 과제를 다루는 데는 어려움이 있다.

이중 도형 모델(dual-figure model)은 백분율 문제 상황에서 세 양의 상대적인 크기를 시각적으로 표현한 세 개의 직사각형들로 이루어진 모델이다(Parker, 2004; Parker & Leinhardt, 1995). 이 모델은 백분율 상황에서 계산하기 전에 백분율과 관련된 양 사이의 비례 관계 해석에 중점을 두고 있으며, 백분율을 소수로 바꿀 필요가 없고, 100% 이상의 큰 백분율을 다룰 때 뿐 아니라 백분율의 증가와 감소 문제, 비교 문제를 다루는 데도 효과적이다(Parker, 2004). 예를 들면, 어떤 물건의 20% 할인한 가격이 840원일 때 물건의 원래 가격을 구하는 문제에서 [그림 1]의 오른쪽쪽과 같이 원래 가격에 해당하는 직사각형, 감소한 양을 나타내는 직사각형, 할인된 가격에 해당하는 직사각형을 그리고, 밑으로 한 줄에는 백분율을, 다른 한 줄에는 가격을 제시한다. 이 때 문제를 해결하는 방법은 다양한데, 100:20:80의 비를 사용하든지 수가 간단한 경우에는 그림을 보고 간단한 비 5:1:4를 구하든지, 가로에 있는 수들, 세로에 있는 수들 사이의 비례 관계를 발견하여 인수 전략과 같은 비형식적 전략을 사용하거나 비례식의 성질을 이용한 형식적 전략 등의 방법으로 해결할 수 있다.



[그림 1] 영역 모델, 이중 척도 모델, 이중 도형 모델

지금까지 살펴본 바와 같이 학생들에게 백분율을 지도할 때는 백분율 상황을 이해하고 계산 방법을 생각해 내는데 적절한 모델들을 활용할 수 있도록 할 필요가 있다.

5. 백분율 계산 전략

백분율 계산 방법은 여러 가지가 있는데, 초등학교 수준에서 대표적인 방법을 살펴보면, 기준 백분율 전략, 단위 백분율 전략, 비례 추론 전략, 동치 분수 전략, 동치 소수 전략 등이 있다.

기준 백분율 전략은 단위 분석 방법이라고 부르기도 하는데, 어떤 백분율을 하나의 단위로 간주해서 다른 백분율을 유도하는 전략으로 학생들이 스스로 생각해 내는 방법이다(White et al., 2007; Reys et al., 2012). 예를 들면 300의 35%를 구하고자 할 때, 10%를 단위로 생각하면, 10%에 해당하는 것이 30이므로, 30%는 90이고 5%는 15이므로 기준량 300의 35%는 115를 구할 수 있다.

단위 백분율 전략은 기준 백분율 전략의 특수한 경우로 특별히 1%를 기준으로 다른 백분율을 유도하는 전략이다(Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). 예를 들어, 300의 35%를 구하고자 할 때, 10%가 30이므로 1%는 3이고, 300의 35%는 $3 \times 35 = 115$ 와 같이 구할 수 있다. 이는 또한 1%가 $1/100$ 과 같다는 사실로부터 53%와 같은 일반 백분율을 분수 그 다음은 소수로 쉽게 바꿀 수 있어서 동치 소수 전략으로 나아갈 수 있다.

비례 추론 전략은 백분율이 비례 관계임을 이용해서 해결하는 방법이다(Hoffer & Hoffer, 1992; Parker & Leinhardt, 1995). 예를 들면 기준량 300의 35%를 구할 때, $x:300=35:100$ 과 같은 비례식을 사용해서 해결하거나 $x:300$ 과 $35:100$ 의 비례 관계를 이용해

서 300이 100의 3배이므로 x 도 35의 3배임을 이용해서 해결하는 비례 추론 전략들을 사용할 수도 있고 비례식을 세운 후 비례식의 성질을 이용해서 해결할 수도 있다.

동치 분수 전략과 동치 소수 전략은 “비교하는 양=기준량×비율”이라는 공식을 사용하는 것으로 백분율을 이와 동치인 분수 또는 소수로 바꾸어 해결하는 방법이다(Parker & Leinhardt, 1995). 예를 들면 어떤 물건의 가격이 2000원일 때 그 물건의 20%를 할인한다면 할인된 가격은 얼마인가를 구할 때 20%를 분수로 고친 다음, $2000 \times 20/100 = 400$ 과 같이 해결하거나 $2000 \times 0.2 = 400$ 과 같이 해결하는 방법이다. 그러나 Reys et al. (2012)가 주장하듯이 학생들에게 공식을 일률적으로 가르치는 것은 오히려 도움이 되지 않는다.

지금까지 살펴본 바와 같이 학생들에게 백분율을 지도할 때는 백분율 공식을 도입하기 전에 다양한 과제를 접하면서 적절한 모델을 활용하여 전략을 발전시켜갈 필요가 있다.

III. 미국과 영국의 백분율 관련 교과서 분석

이 장에서는 이론적 배경에서 살펴본 내용을 바탕으로 미국의 Mathematics in Context(MiC로 약칭) 교과서, 영국의 SMP Interact(SMP로 약칭) 교과서, 우리나라 교과서의 특징을 살펴보고자 한다. 미국의 MiC 교과서는 현실적 수학교육론을 중심으로 네덜란드의 Freudenthal 연구소와 미국의 Wisconsin-Madison 대학의 연구소와의 프로젝트로 이루어진 교과서이고, 영국의 SMP 교과서는 1961년을 시작으로 영국의 수학교육과정 개선과 교과서 개발을 위해 노력해 온 The School Mathematics 프로젝트에 의해 개발된 것이다. 본 연구에서 분석하는 미국의 MiC 교과서는 미국의 중학교 학생들을 위한 것이고, 영국의 SMP 또한 영국의 중학교 학생들을 위한 것이다. 그러나 우리나라의 초등학교와 미국과 영국의 중학교 교과서를 분석하는 것은 다음과 같은 이유에서이다. 학생들에게 가르치는 주제에 대한 여러 나라의 비교에서는 적어도 두 가지 측면을 비교해야 한다고 생각하는데, 첫째 그 주제가 학교급에 상관없이 학생들의 학교 교육 기간 중 그 나라에서 어떤 내용 요소들을 어떤 교수학적 방법으로 지도하고 있는지, 둘째, 그 주제를 어느 학년이나 연령에 걸쳐 다루고 있는지 하는 것이다. 미국과 영국의 중학교 교과서는 초등학교의 백분율 내용을 반복하고 있기 때문에 초등학교 내용 요소들을 포함할 뿐만 아니라 우리나라 초등학교의 학년과 연령을 비교하면 미국의 경우는 중학교에 해당하는 6학년이 우리나라의 초등학교와 학년이 일치할 뿐 아니라 연령으로 비교하면 더욱 그렇고, 영국의 경우는 중학교는 7-9학년이므로 우리나라와 학년 차이는 있으나 연령으로 보면 11세에서 14세이기 때문에, 중학교 저학년 정도는 우리나라의 초등학교 학생들의 비슷한 연령대로 볼 수 있다. 따라서 두 가지 측면을 고려하여 본 연구에서는 우리나라의 초등학교 교과서와 미국과 영국의 중학교 교과서를 비교하였다. 이 장에서의 교과서 분석은 앞에서 살펴본 백분율 지도 요소들이 구체적으로 어떻게 단원 설계에 반영되고 있는지 그 예를 찾아보는 것을 목적으로 하며, 우리나라 백분율 지도를 위한 좀 더 구체적인 시사점을 제공하기 위한 것이다.

1. 교과서 분석 관점

본고에서 사용할 교과서의 분석 관점은 앞에서 살펴본 이론적 배경의 논의를 바탕으로 교육과정의 백분율 내용, 교과서의 백분율 내용, 백분율의 도입과 과제 유형, 전략, 모델로 설정하였다. 교육과정의 백분율 내용은 교육과정에서 제시하고 있는 백분율 관련 학년별

내용을 포함하며, 교과서의 백분율 내용은 교과서의 전반적인 개관과 백분율 맥락을 기술하고, 백분율의 도입과 과제 유형에는 백분율의 정의와 부분 전체 과제, 변화 과제, 비교 과제뿐만 아니라 백분율, 부분, 전체를 구하는 과제가 어느 정도 포함되어 있는지, 전략에는 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 단위 백분율 전략, 비례 추론 전략, 동치 소수 전략이 어떤 순서로 다루어지고 있는지, 모델에는 영역 모델, 이중 척도 모델, 이중 도형 모델이 어떻게 사용되고 있는지를 분석한다.

2. 교과서 분석

가. 미국의 MiC 교과서

1) 교육과정의 백분율 내용

미국 교육과정 수학을 위한 공통 핵심 정부 표준(COMMON CORE STATE STANDARDS for Mathematics: CCSSM으로 약칭, 2010)을 살펴보면, 백분율 내용은 <표 1>과 같다.

<표 1> 미국의 CCSSM의 백분율 지도 내용

| 학년 | 내용 |
|----|---|
| 6 | 100에 대한 비로서 어떤 양의 백분율을 구하기(예: 어떤 양의 30%는 그 양의 30/100) 부분과 백분율이 주어졌을 때 전체를 구하는 것을 포함하는 문제를 해결하기(p. 42) |
| 7 | 비례 관계를 이용하여 다단계의 비와 백분율 문제를 해결하기(예: 이율, 세금, 가격 인상과 가격 인하, 팁, 수수료, 요금, 백분율 증가와 감소, 백분율 오류)(p. 48) |

2) 교과서의 백분율 내용

Mathematics in Context(MiC로 약칭) 교과서의 백분율 단원은 5-6학년을 위한 [백분율은 백을 좋아해 Per Sense: PS로 약칭] (Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997/2004, 1997), 6-7학년을 위한 [신문 속의 분수 Fraction Times: FT로 약칭] (Keijer et al., 1998/2004, 1998), [늘었다 줄었다 More or Less: ML로 약칭] (Keijer, van den Heuvel-Panhuizen et al., 1998/2004, 1998)이다. 백분율 지도 단원의 전반적인 내용을 정리하면 <표 2>와 같다.

<표 2>를 살펴보면, MiC 교과서에서는 [PS]에서 공연의 관객 수, 주차장의 주차된 공간, 야구 경기에서 팀별 관객수의 비교, 체험학습 장소에 대한 설문 조사, 여러 음식점에서의 팁, 책의 저작권과 저작료, 개발도상국 지원, [FT]에서 애완동물, 비행기 여행의 안정성, 공항 주변의 소음, 시장 선거 후보, 지역 현안 문제, 원자력 발전소에 대한 설문 조사 맥락, [ML]에서 슈퍼마켓의 저울에 대한 설문조사, 백화점 할인, 슈퍼마켓 할인, 슈퍼마켓의 품목별 작년과 올해의 매출 비교, 슈퍼마켓의 품목별 가격 변화, 슈퍼마켓의 품목에 대한 세금, 사진의 축소와 확대, 단리와 복리의 예금 이자와 같은 다양한 백분율 맥락을 다룬다. 이러한 다양한 맥락 속에서 백분율에 대한 직관적 이해와 어렵으로 시작해서 전체가 100이 아닌 것의 부분을 즉 몇 중 몇을 100을 기준으로 하는 백분율로 나타내는 기준화를 통해 부분과 전체 뿐 아니라 비의 의미를 강조하며, 어떤 양의 백분율에 해당하는 것을 구함으로써 연산자의 의미를 강조하고, 여러 모델과 더불어 기준 분수와 기준 백분율과 소수의 관계를 중시하며, 이를 기초로 다양한 전략을 통해 점진적으로 소수를 곱하는 절차로 진행하도록 하고 있다.

<표 2> MiC의 백분율 단원 내용 개관

| 단원 | 소단원 | 지도 내용 |
|----|----------------------|---|
| PS | [PS-1] 백분율의 이해 | 백분율에 대한 직관적 이해를 바탕으로 백분율과 관련된 10가지의 간단한 일상생활 상황을 살펴보고, 공연 매탁에서 강당을 100으로 볼 때 막대 모델, 분수와 25%, 50% 등을 이용하여 관객이 강당에 채워진 정도를 어렵하여 백분율로 나타내고 공연 관람료의 할인 가격 계산하기 |
| | [PS-2] 백분율로 비교 | 주차장 매탁에서 비표와 막대 모델, 분수와 10%, 25%, 50%, 75% 등을 이용하여 주차율을 분수나 백분율로 나타내고 여러 주차장의 주차율을 비교하기 |
| | [PS-3] 기준 백분율 | 야구 경기 매탁에서 비표와 막대 모델, 분수와 10%, 25%, 33%, 50%, 75%, 등을 포함한 다양한 전략을 사용하여 백분율을 어렵하거나, 팀별 응원자들의 비율을 백분율로 나타내고 비교하거나 팀별 응원자들의 수를 구하거나 체험 학습 장소에 대한 설문조사 매탁에서 찬성률을 막대 모델에 나타내고 백분율을 구하기 |
| | [PS-4] 팁 | 팁 매탁, 저작권, 개발도상국 매탁에서 비표와 막대 모델, 분수와 1%와 10% 등으로 음식값에 대한 팁, 저작권료 또는 백분율을 계산하기 |
| FT | [FT-2] 합계 | 애완동물, 비행기 설문조사 매탁에서 막대 모델과 원그래프에 제시된 설문조사 결과 “몇 중 몇” 을 분수 1/2, 1/4, 1/3, 3/4과 50%, 25%, 33%, 75% 등을 이용하여 분수 또는 백분율로 나타내고 비교하기 |
| | [FT-4] 원그래프의 몇 조각 | 공항 주변 소음, 시장 선거, 지역 현안 문제, 원자력 발전소 등의 설문조사 매탁에서 조사 결과를 비표와 막대 모델, 분수와 1%, 10%를 사용하거나 계산기를 이용하여 소수로 바꾸어 백분율을 구하면서, 백분율, 분수, 소수, 비의 관계를 집중적으로 다루고, 막대 모델을 이용하여 원그래프 그리기 |
| ML | [ML-2] 할인 | 슈퍼마켓 매탁에서 비표, 막대모델과 원그래프, 분수와 50%, 25%, 75%, 10%, 1%, 33 1/3%, 20% 등을 이용하여 설문 조사 결과를 분수와 백분율로 나타내고, 백화점 할인 매탁에서는 단위 백분율 1%가 1/100이고 0.01임을 알고 백분율, 분수, 소수의 관계를 이용하여 할인율을 백분율로 나타내거나 소수를 곱하는 방법으로 할인 금액을 구하며, 화살표를 사용해서 어떤 양의 백분율을 계산하는 방법을 나타내기 |
| | [ML-3] 변화 | 슈퍼마켓의 할인, 작년과 올해의 매출 비교, 가격 변화, 세금 매탁 등에서 화살표 식을 사용해서 분수, 소수를 곱하는 방법을 나타내고, 할인된 가격과 할인되기 전의 원래 가격을 구하거나 세금 매탁에서 세금이 포함된 가격을 구하거나 세금이 포함되기 전의 원래 가격을 계산하기 |
| | [ML-4] 백분율 증가와 감소 | 사진의 축소와 확대, 예금 이자 매탁에서 막대모델, 비표, 고무 밴드, 화살표 식을 사용해서 소수를 곱하는 방법을 나타내고 사진을 한 번 축소하고, 한 번 더 축소하는 연산자의 합성도 다루며, 예금 이자 매탁에서 연이율을 알 때 복리로 원금이 두 배되는 데 걸리는 시간뿐만 아니라 정해진 기간 안에 일정액을 모으기 위한 원금을 계산하기 |

3) 백분율의 도입과 과제 유형

백분율의 도입에 대해 살펴보면, 백분율은 [PS]에서 일상생활의 백분율 맥락을 직관적으로 다룬 후, 학교 강당에서 있을 팝 콘서트, 연극, 패션쇼 공연에 강당을 전체 100으로 보고 관객이 얼마나 채워질지 어렵해서 색칠하는 활동을 통해 “100에 대한 부분들”(Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997, p. xii)로 도입되는데, 이는 어떤 것을 100등분해서 그 하나를 1/100로 보고, 100의 부분들을 1/100이 몇 개 있는 것으로 정의하는 것이 아니라 100을 기준으로 했을 때 얼마쯤 되는지를 생각하는 상대적인 비의 의미로 도입된다.

과제 유형은 부분 전체 과제와 변화 과제 모두 중점적으로 다루며, 비교 과제를 일부 다루고 있다. 이를 단원별로 살펴보면, [PS]는 부분 전체 과제를 중심으로 일부 비교 과제와 변화 과제를, [FT]는 부분 전체 과제를, [ML]는 변화 과제를 중심으로 일부 부분 전체 과제와 제한적으로 비교 과제를 다루고 있다. 과제와 관련된 구체적인 예들을 살펴보면, <표 3>, <표 4>, <표 5>와 같다.

<표 3> MiC의 부분 전체 과제 유형 예시

| 구분 | 과제 |
|---|--|
| 백분율 | [PS-1] 공연 맥락에서 50%, 25%, 100%가 색칠된 막대 모델을 보고 색칠된 부분의 백분율을 어렵히는 문제(p. 12) |
| | [PS-2] 주차장 맥락에서 주차 공간이 40, 50, 60, 75와 같이 전체가 100보다 작은 주차장에 대한 주차된 공간의 수를 막대 모델에 색칠하고, 분수와 백분율로 나타내는 문제(pp. 16-21) |
| | [PS-3] 야구 경기 맥락에서 두 팀 A, B의 응원자들의 수의 비율 23명 대 2명을 비표를 이용하여 백분율로 나타내는 문제(p. 25) |
| | [FT-2] 공항 주변의 소음 맥락에서 설문조사 결과 300명 중 216명이 피해를 입었다고 했을 때, 분수, 10%, 1% 전략을 사용하여 기사 제목에 들어갈 백분율을 구하는 문제(pp. 31-32) |
| [FT-4] 시장 선거 후보자에 대한 641명을 대상으로 한 설문 조사에서 각 후보자의 득표수가 83, 237, 172, 105, 45일 때, 100칸짜리 막대 모델을 이용하여 각 후보의 득표율을 분수 또는 계산기를 이용하여 소수로 나타내고 백분율을 구하여 원그래프를 그리는 문제(p. 34) | |
| 부 분 | [PS-2] 여러 주차장에 전체 주차 공간 40, 125, 80에 대한 주차된 공간의 비율이 80%, 60%, 25%, 40%, 75%, 90%만큼 색칠한 5등분 또는 10등분된 막대 모델을 보고 각 주차장에 주차된 차의 대수를 어렵하여 구하는 문제(pp. 19-21) |
| | [PS-3] 야구 경기 맥락에서 관람객 수가 6만 명일 때 두 팀의 응원자들의 비율 23명 대 2명을 막대 모델에 나타내고 백분율로 변환해서 각 팀의 응원자 수를 구하는 문제(p. 25) |
| | [PS-4] 우리 가족, 송년회, 탐정 소설가, 개발도상국 지원 예산 맥락에서 음식값에서 주어진 백분율만큼 팁을 줄 때의 금액을 구하는 문제(pp. 33-38) |
| | [ML-2] 슈퍼마켓의 설문조사 결과에서 같은 의견을 제시한 900명의 25%, 슈퍼마켓 고객 180명의 33 1/3%를 구하는 문제(p. 20) |
| 전 체 | [PS-3] 야구 경기 맥락에서 150개 구역으로 분할된 야구 경기장 관람석에서 1구역의 인원을 제시하고 전체 관람객 수를 구하는 문제(p. 23) |

<표 4> MiC의 변화 과제 유형 예시

| 구분 | 과제 |
|-----|--|
| 백분율 | [ML-2] 백화점 물품의 원래 가격과 최대 할인된 가격, 예를 들면 오디오의 원래 가격 59.95달러, 최대 할인된 가격 42.50달러를 제시하고 할인율을 어렵히는 문제(p. 24) |
| | [ML-3] 슈퍼마켓의 품목별 이전 가격을 제시하고 가격의 변화를 -25% 또는 +25% 표시한 표를 보고 이전 가격에 대한 새 가격의 백분율을 구하는 문제(p. 31) |
| 부 분 | [PS-1] 공연 매탁에서 입장료 4달러의 25%, 6달러의 50% 할인 가격을 구하는 문제(p. 13) |
| | [ML-2] 백화점 주방 기구 세트 할인 매탁에서 단위 백분율 1% 즉 1/100를 이용하여 12%를 분수 12/100으로 그리고 소수 0.12로 변환하여 할인 가격을 구하기 위해서는 소수를 곱하면 됨을 알고 화살표 식으로 나타내는 문제(p. 23) |
| | [ML-3] 슈퍼마켓 매탁에서 세금이 8%일 때, 6달러에 세금이 부가된 물건값을 구하기 위해 소수를 곱하는 방법을 쓰고 화살표 식으로 나타내고, 전체 12.63달러를 지불했을 때 세금은 얼마를 지불했는지를 화살표 식의 역으로 구하는 문제(p. 32) |
| | [ML-4] 사진의 축소와 확대 매탁에서 고무 밴드를 이용해서 A4 크기의 상점 개업 광고 전단지에 넣을 사진을 80% 축소할 때 가로와 세로의 길이를 구하고 비표, 화살표 식 등을 이용하여 한 번 더 80% 축소한 사진의 길이를 구하는 문제(pp. 37-41) |
| | [ML-4] 가로 15cm, 세로 10cm인 로고의 120% 확대한 후 크기를 구하는 문제(p. 42) |
| | [ML-4] 예금 이자 매탁에서 막대 모델을 이용해서 연이율이 6%일 때 250달러를 예금해서 두 배가 되는데 걸리는 기간을 알아보는 문제(pp. 43-45) |
| 전 체 | [ML-3] 20% 할인되어 15달러인 물건의 원래 가격을 구하는 문제(p. 34) |
| | [ML-4] 사진의 축소와 확대 매탁에서 80% 축소한 로고의 원래 크기를 구하는 문제(p. 42) |

<표 5> MiC의 비교 과제 유형 예시

| 구분 | 과제 |
|-----|--|
| 백분율 | [PS-2] 주차 공간이 400인 즉 전체가 100이상인 한 주차장의 시간대별 주차된 공간의 수를 제시하고 부분 전체를 나타내는 백분율을 계산하고 막대 모델에 나타내어 시간대별 주차 비율을 비교하는 문제(p. 20) |
| | [PS-3] 야구 경기 매탁에서 두 팀의 응원단의 기념품 선호도에 대한 조사 결과에서 모자 등에 대한 응원단들의 선호도를 막대 모델에 나타내고 기준 백분율을 이용해서 백분율로 어렵해서 비교하는 문제(p. 26) |

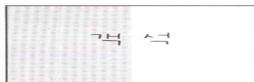
<표 3>, <표 4>, <표 5>를 살펴보면, 부분 전체 과제에서는 주차장 매탁 등에서 주차율을 백분율로 나타내거나 주차된 차의 대수를 구하는 것과 같이 백분율, 부분을 구하는 과제들을 주로 다룬다. 변화 과제에서는 백화점 매탁에서 할인율을 구하거나 할인액을 구하는 것과 같이 백분율, 부분을 구하는 과제를 주로 다루고 원래의 가격을 구하는 것과 같이 전체를 구하는 과제는 일부 다룬다. 또한 사진의 축소와 확대, 이자 매탁에서는 두 번 연속해서 축소하거나 복리 등 전체가 변하는 변화 과제 등 복잡한 과제도 다룬다. 비교 과제는 여러 주차장의 주차율을 비교하는 것과 같이 백분율을 구하는 과제를 다룬다. 또한 이런 과제들을 제시할 때는 과제에 쓰인 수가 100보다 작은 수에서 100보다 큰 수로 그리고

100보다 큰 수에서도 300과 같은 간단한 수에서 641과 같은 복잡한 수로, 수의 범위도 자연수에서 소수로 간단한 것에서 복잡한 것으로 진행된다. 또한 백분율을 나타내는 수도 100% 이하의 간단한 기준 백분율 50%, 25%, 75%, 10%, 33%, 33 1/3% 등에서 일반적인 백분율로 나아가고 있고, 이후에 100% 이상의 백분율을 다루고 있다.

4) 백분율 지도 모델

MiC 교과서의 백분율과 관련된 지도 모델은 이중 척도 모델인 막대 모델, 비표, 고무 밴드 모델, 영역 모델인 격자 모델과 원그래프 그리고 화살표 식을 사용하고 있다. 이러한 모델은 백분율 개념을 이해하는 것뿐만 아니라 백분율과 관련된 계산 전략을 학생들 스스로 생각해 내는 데 도움을 준다. 모델의 사용에 대한 전반적인 흐름을 살펴보면, [PS]에서는 막대 모델과 비표가 주로 사용되고, 격자 모델이 일부 사용되며, [FT]에서는 막대모델과 이를 이용해 만든 원그래프, 비표가 주로 사용되며, [ML] 단위에서는 막대 모델, 비표, 고무 밴드, 원그래프, 화살표식이 사용된다.

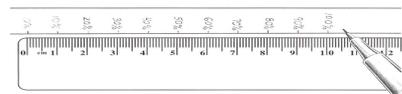
이중 척도 모델은 막대 모델, 비표, 고무 밴드 모델이 사용되는데, 그 중 막대 모델이 중점적으로 사용되고 있다. 막대 모델은 [PS], [FT], [ML]에서 계속 사용되는데, 분수 막대와의 연결성으로 인해 기준 백분율과 기준 분수와의 관련성을 인식하는데 도움이 되며, 백분율을 구할 때나 부분이나 전체를 구할 때 다양한 전략의 사용을 가능하게 한다. 막대 모델은 [PS-1]의 공연 맥락에서 [그림 2]와 같이 객석 전체에 관객이 어느 정도로 채워졌는지 직사각형에 어림해서 색칠하고 백분율로 나타내는 문제에서 출현한다. 이렇게 출현한 직사각형은 [PS-2]의 주차장 맥락에서 주차계량기를 나타내는 막대 모델로 변하여 어렵거나 계산하는 전략을 생각해 내는 데 도움을 준다. 비표는 MiC 교과서의 비와 비례 관련 단원에 중점적으로 사용되는 모델 중 하나로 [그림 3]과 같이 두 팀의 응원자들의 수의 비 2:23을 백분율로 나타내는 과정에서 비례와 관련된 다양한 비형식적 비례 추론 전략을 사용할 수 있게 한다. 고무 밴드 모델은 막대 모델의 특수한 경우로 고무로 만들어져서 길이를 축소하거나 확대할 수 있는 모델을 말하며, [그림 4]와 같이 고무 밴드를 자 위에 그대로 놓고 눈금을 그린 다음 각 cm 위에 0%, 10%, ... 100%를 적고 축소해야 할 사진의 크기에 고무 밴드를 잡아 당겨서 길이를 맞추었을 때 80%에 해당하는 길이를 재어 축소된 사진의 길이를 구하는 데 사용할 수 있다.



[그림 2] 막대 모델(Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997/2004, p. 12)

| | | | | |
|-------|----|--|--|--|
| 이우 응원 | 2 | | | |
| 나은 응원 | 23 | | | |
| 합계 | 25 | | | |

[그림 3] 비표(Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997/2004, p. 26)



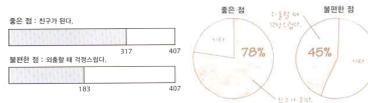
[그림 4] 고무 밴드 모델 (Keijer, van den Heuvel-Panhuizen et al., 1998/2004, p. 39)

영역 모델은 격자 모델과 원그래프가 사용되는데, 격자 모델은 [PS-2]의 주차장 맥락에서 주차장에 주차된 차를 나타낼 때 칸이 그려진 직사각형에 주차된 차들을 표시하여 주차된 비율을 구할 수 있게 하며, 막대 모델과 연결된다. 원그래프는 분수를 지도할 때 사용했던 원형 분수 모델을 확장한 것으로 막대모델과 연결되어 도입된다. [FT-1]에서 우리 반 친구들이 좋아하는 색을 조사한 결과를 학생 수보다 서너 칸 더 많게 등분한 막대 모델에 좋아하는 색별로 학생 수만큼 칸을 칠하고 [그림 5]와 같이 색칠된 부분의 끝을 등글

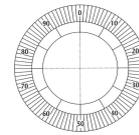
게 붙인 다음 종이 위에 놓고 원둘레를 따라 그리고 색별로 원둘레에 표시한 후에 생긴 원의 중심을 찾아 그림으로써 출현한다. 그러나 이 원그래프는 100등분된 것이 아니기 때문에, 각 부분은 처음 만들 때 막대 모델을 등분한 수만큼을 분모로 하는 분수로 표현될 수 있다. 이렇게 도입된 원그래프는 [FT-2]에서 애완동물 맥락에서 [그림 6]과 같이 막대 모델로 표현된 설문 조사 결과를 보고 백분율을 어렵게서 표현하는 모델로 사용된다. 또한 이어서 분수와 백분율을 좀 더 정확하게 읽고 그릴 수 있는 [그림 7]과 같은 원그래프 측정기를 도입하고, 원그래프를 분수로 어렵한 것과 원그래프 측정기를 사용하여 백분율로 좀 더 정확하게 구한 것을 비교하게 하고 있다.



[그림 5] 원모델(Keijer et al., 1998, p. 9, 1998/2004, p. 8)

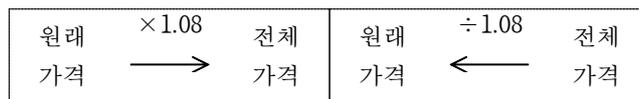


[그림 6] 원그래프 (Keijer et al., 1998/2004, p. 13)



[그림 7] 원그래프측정기 (Keijer et al., 1998/2004, p. 38)

화살표 식은 백분율 계산에서 부분이나 전체를 찾기 위해 소수를 곱하는 공식을 비형식적으로 표현하는 모델이다. 이 모델은 [ML-2]의 백화점 주방 기구 세트 할인 맥락에서 각 품목당 1달러 할인하는 것과 전체 가격의 12% 할인하는 것 중 어느 것이 더 저렴한 것인지 알아본 후에 단위 백분율 1% 즉 1/100을 이용하여 12%를 분수 12/100으로 그리고 소수 0.12로 변환하여 할인 가격을 구하기 위해서는 소수를 곱하면 됨을 알고 화살표 식으로 나타내는 문제에서 도입된다(Keijer, van den Heuvel-Panhuizen et al., 1998/2004). 또한 화살표 식은 전체 총액을 알고 있을 때 세금 전의 가격을 구하기 위해서는 [그림 8]과 같이 식을 역으로 사용해서 $\div 1.08$ 을 계산하는 전략을 쉽게 생각할 수 있게 한다.



[그림 8] 화살표 식

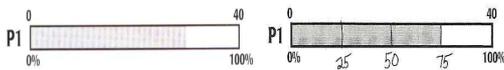
(Keijer, van den Heuvel-Panhuizen et al., 1998, p. 61)

5) 백분율 계산 전략

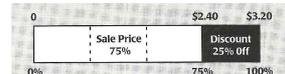
MiC 교과서에서는 여러 가지 모델의 도움으로 학생들이 스스로 다양한 전략을 생각해 낼 수 있는 기회를 여러 번 제공한 후에 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략, 단위 백분율 전략, 동치 소수 전략의 순서로 점진적으로 도입되는데, 이런 전략들은 백분율, 부분, 전체를 구할 때 어렵하는 데나 정확한 값을 구하는 데나 모두 사용된다. 동치 분수 전략과 기준 백분율 전략을 다룰 때는 간단한 백분율부터 사용하는데, 단원의 지도 순서대로 [PS]에서는 50%와 25%, 75%, 10%, 33%, [FT]에서는 10%, 1%, [ML]에서는 1%, 33 1/3% 등을 주로 사용하며, 앞에서 다룬 것들이 뒤에서 계속 반복적으로 다룬다. 이러한 전략들을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

동치 분수 전략은 [PS], [FT], [ML]에 계속 다루는데, 예를 들면 [PS-2]에서 [그림 9]와

같이 위에는 주차된 수, 아래에는 백분율이 적힌 막대 모델에 75%, 10% 등 간단한 기준 백분율로 나타낼 수 있는 주차 공간의 수에 대한 주차된 공간의 수에 대한 비율만큼 색칠된 부분을 보고, 주차율을 어렵하여 나타내는 문제에서 색칠된 부분을 3/4으로 어렵하고 이와 동치인 75%의 백분율을 구하는 경우, [ML-3]의 슈퍼마켓 할인 맥락에서 1kg에 3.20 달러인 가치를 25% 할인한 가격을 구할 때, [그림 10]과 같이 막대 모델을 이용하여 100%에서 할인 백분율 25%를 뺀 나머지 75%에 대한 가격을 구하면 됨을 알고, 75%를 3/4으로 변환해서 $3.20 \times 3/4$ 을 계산하여 2.40 달러를 구하는 경우 등이다.



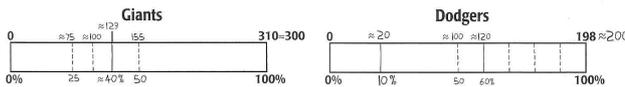
[그림 9] 동치 분수 전략



[그림 10] 동치 분수 전략

(Van den Heuvel-Panhuizen, 1997/2004, p. 19, (Keijer, Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997, p. 33) 1998, p. 51)

기준 백분율 전략도 [PS], [FT], [ML]에 계속 다루는데, 예를 들면 [PS-3]의 야구 경기 맥락에서 [그림 11]과 같이 두 야구팀 A, B의 응원단의 기념품 선호도 조사 결과 A팀은 310명 중 123명, B팀은 198명 중 119명일 때 모자를 더 좋아하는 응원단을 알아보는 문제에서 막대 모델을 사용하여 A팀의 경우 310명을 300으로 어렵하고 10%에 해당하는 30을 구한 다음 120에 해당하는 백분율이 40%이고, B팀의 경우는 198을 200으로 어렵하고 10%에 해당하는 20을 찾은 다음, 50%인 100을 구하고 10%를 더해서 120에 해당하는 백분율이 60%임을 구하는 경우 등이 있다.



[그림 11] 기준 백분율 전략

| | | | |
|--------------|----|------------|------------|
| | | $\times 2$ | $\times 2$ |
| Giants Fans | 2 | 4 | 8 |
| Dodgers Fans | 23 | 46 | 92 |
| Total | 25 | 50 | 100 |

[그림 12] 비례 추론 전략

(Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997, p. 49; 1997/2004, p. 26)

(Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1997, p. 47)

비례 추론 전략도 [PS], [FT], [ML]에서 계속 다루는데, 예를 들면 [PS-3]의 야구 경기장 맥락에서 [그림 12]와 같이 두 팀 A, B의 응원자들의 비율이 23명에 2명일 때 이를 백분율로 나타내는 문제에서 비표의 위와 아래의 칸에 2를 두 번 곱하는 비례의 비형식적인 전략인 인수 전략으로 100이 기준인 아닌 상황에서 백분율을 구하는 경우 등이 있다.

단위 백분율 전략은 [FT]와 [ML]에서 다루는데, 예를 들면 [FT-4]의 공항 주변 소음 맥락에서 300명 중 216명이 소음 때문에 피해를 입고 있다고 생각하는 의견에 대한 기사 제목을 적절한 백분율로 표현하고자 할 때, “300의 1%는 3이고, $210 \div 3 = 70$ 이니까 70%” (Keijer et al. 2004, p. 32)와 같이 1%를 사용하는 경우, [ML-4]의 예금 이자 맥락에서 연이율이 6%일 때 1년 후 원금 250달러에 대한 이자를 구하는 문제에서 비표를 이용해서 250달러가 100%, 1%는 2.5달러, 6%는 15달러, 106%는 100%와 6%의 값을 더해서 265달러를 구하는 경우 등이 있다.

동치 소수 전략은 가장 형식적인 방법으로, [FT]와 [ML]에서 다루는데, [FT-4]의 시장

선거 맥락에서 600명을 대상으로 한 설문조사 결과를 원그래프로 나타내는 문제에서 앞의 소단원 [FT-3]에서 분수를 소수로 바꾸는 방법, 즉 분자를 분모로 나누는 방법을 배운 것을 이용하여, 예를 들면 $121 \div 600$ 을 계산기를 이용하여 계산한 다음 소수 0.20으로 어렵하여 20%임을 구하는 경우, [ML-3]의 세금 맥락에서 슈퍼마켓 물품에 대한 세금이 8%일 때 가격이 6달러인 상품을 사려면 지불해야 하는 가격을 구하는 문제에서 앞의 [그림 8]과 같이 막대 모델에 나타낸 후에 108%에 대한 금액을 구해야 함을 알고, 108%를 분수 $108/100$ 으로 고친 후에 소수 1.08을 구해서 화살표 식으로 나타내고 6×1.08 을 계산하는 경우 등이 있다. 또한 이러한 계산에서 6달러에 대한 8%를 구해서 6달러에 더하는 덧셈을 사용하는 두 단계 방법과 한 번에 1.08을 곱하는 곱셈적 방법을 사용하는 한 단계 방법을 순차적으로 다루고 있다(Keijer, Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1998/2004).

지금까지 살펴본 결과, MiC 교과서에서는 백분율을 “100에 대한 부분들”로 도입하고, 다양한 맥락 속에서 부분 전체 과제, 변화 과제를 중점적으로 비교 과제를 일부 다루고 있으며 전체가 변하는 변화 과제도 다루고, 이런 과제를 통해 백분율, 부분을 구하는 문제뿐만 아니라 전체를 구하는 문제들도 적절히 다루면서 비와 연산자의 의미를 강조하고 있다. 한편 모델과 관련해서는 막대 모델, 비표, 원그래프, 화살표 식을 중심으로 백분율 개념과 계산을 생각할 수 있도록 하고 있다. 전략과 관련해서는 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 단위 백분율 전략, 비례 추론 전략 등의 비형식적 전략을 다룬 후에 점진적으로 형식적인 동치 소수 전략을 다룬다. 또한 이 과정에서 전체를 나타내는 수와 관련해서도 처음에는 전체가 100보다 작은 수에서 100보다 큰 수로, 수의 범위도 자연수, 분수, 소수로 확장된다. 백분율을 나타내는 수도 100%이하의 것을 먼저 다루며 주로 간단한 분수와 동치인 기준 백분율을 위주로 그 순서도 50%, 25%, 100%와 같은 간단한 수에서 50%, 25%, 10%, 35%, $33 \frac{1}{3}\%$ 으로 진행되고, 1%를 다룬 후에 8%, 12%, 17%와 같은 일반적인 수로 이어지며 그 이후에 100% 이상에 대해 다룬다. 또한 백분율을 구하거나 부분을 구하는 계산에서 처음에는 어렵에서 시작하여 좀 더 정확한 계산으로 진행됨을 알 수 있다.

나. 영국의 SMP 교과서

1) 교육과정의 백분율 내용

최근 개정된 영국 교육과정(Department for Education, 2013a, 2013b)을 살펴보면 핵심 단계 1은 1학년과 2학년, 핵심 단계 2는 3학년에서 6학년, 핵심 단계 3과 핵심 단계 4는 중등학생들을 위한 교육과정인데, 핵심 단계 2는 다시 둘로 구분하여 3, 4학년을 위한 하급 핵심 단계 2와 5, 6학년을 위한 상급 핵심 단계로 구분하고 있다. 백분율과 관련된 내용은 9세에서 11세에 해당하는 상급 핵심 단계 2의 5, 6학년과 11세와 14세 학생들을 위한 핵심 단계 3의 7-9학년 수 영역에 제시되어 있다. 특히 5, 6학년을 위한 교육과정의 전반적인 방향에서 학생들이 분수, 소수, 백분율 및 비와 더불어 곱셈과 덧셈 사이의 연결성을 개발시켜야 함을 강조하고 있으며, 6학년 말까지 학생들은 분수, 소수, 백분율을 다루는 데 숙달할 것을 강조하고 있다. 이를 구체적으로 살펴보면, <표 6>과 같다.

<표 6>을 살펴보면, 핵심단계 2에서는 100% 이하의 백분율을 다루면서 백분율의 비의 의미, 기호 도입과 더불어 분수, 소수, 백분율 사이의 관계를 강조하고 있고, 핵심 단계 3에서는 핵심 단계 2에서 다루었던 내용을 한 번 더 다루면서 100% 이상의 백분율을 포함하여 비의 의미뿐만 아니라 연산자의 의미도 다루고, 백분율의 증가와 감소 문제도 다루도록 하고 있다. 이 내용은 원래의 가격 문제가 핵심 단계 4에서 핵심 단계 3으로 내려온

것을 제외하면 큰 차이가 없다. 영국의 교육과정과 관련된 백분율 내용을 살펴보기 위해서는 핵심 단계 2와 핵심 단계 3을 모두 살펴볼 필요가 있으나, 핵심 단계 3에서는 핵심 단계 2의 내용과 더불어 그 내용을 더 확장하고 있기 때문에 본고에서는 지면상 핵심 단계 3과 관련된 교과서 내용에 초점을 맞추고자 한다.

<표 6> 영국 교육과정의 백분율 지도 내용

| 단계 | 학년 | 영역 | 지도 내용 |
|----|-----|----|---|
| 2 | 5 | 수 | 백분율과 관련해서 백분율(per cent) 기호 %를 인식하기, 백분율이 “백에 대한 부분들의 수”에 관련됨을 이해하기, 백분율을 분모가 100인 분수와 소수로 나타내기, 백분율과 $1/2$, $1/4$, $1/5$, $2/5$, $4/5$ 와 동치인 소수, 분모가 10 또는 25의 공배수인 분수들을 이용하여 문제 해결하기(필수) |
| | 6 | 수 | 백분율, 소수, 분수는 비례를 표현하는 다양한 방법임을 철저히 지도하기, 백분율, 분수, 소수 사이의 연결성을 인식하고, “...의 몇 분의 몇”과 관련시키기(선택) |
| 3 | 7-9 | 수 | 백분율을 백에 대한 부분들의 수로 정의하기, 백분율과 백분율의 변화를 분수 또는 소수로 해석하기, 백분율과 백분율의 변화를 곱셈으로 해석하기, 한 양을 다른 양에 대한 백분율로 표현하기, 백분율을 사용해서 두 양을 비교하기, 100%보다 큰 백분율로 활동하기, 분수와 백분율을 연산자로 해석하기 |
| | | 비 | 백분율 증가와 감소, 원래의 가격 문제, 경제수학에서 단리를 포함한 백분율 변화 문제 해결하기(비, 비례, 변화율 영역) |

2) 교과서의 백분율 내용

핵심 단계 3의 7-9학년을 위한 SMP Interact(이하 SMP) 교과서²⁾ 중 우리나라 초등학교의 백분율 내용 요소와 유사한 백분율 관련 단원은 T 시리즈 중 8T의 28단원 [백분율]과 9T의 9단원 [백분율], S 시리즈 중 7S의 45단원 [백분율], 8S의 6단원 [분수, 소수와 백분율], 8S의 14단원 [백분율 변화], 9S의 [백분율 문제]이다(SMP, 2003a, 2003b, 2003c, 2003d, 2003e). 위의 교육과정에서 제시한 백분율 지도 내용과 관련하여, 단원의 전반적인 지도 내용을 살펴보면 <표 7>, <표 8>과 같다.

<표 7>을 살펴보면, SMP 교과서에서는 [8T-28]에서 금액, 동전 던지기, 공연 할인, 치즈 가격 할인, [9T-9]에서는 길이, 무게, 거리, 사람 수, 음식의 성분을 다루고 있다.

2) 본고에서 살펴보는 SMP 교과서는 영국의 새로운 교육과정이 발표되기 이전의 것이기는 하지만, 기존의 교육과정과 새로운 교육과정에서 백분율과 관련해서는 큰 내용 요소 상의 변화가 없기에 기존의 교과서를 분석하였다. SMP 교과서의 T시리즈, S시리즈, C시리즈는 각각 기초, 핵심, 확장 에 해당되는데, 본고에서는 C시리즈는 제외하였다.

<표 7> SMP의 T 시리즈 백분율 단원 내용 개관

| 단원 | 소단원 | 내용 |
|-------|---------------------|--|
| 8T-28 | [28-A] 100에 대한 몇 | 막대모델과 원모델을 100등분하여 백분율을 도입하고, 막대모델과 원모델의 색칠된 부분의 백분율을 어렵하기 |
| | [28-B] 간단한 백분율 | 화폐 맥락과 공연 입장료, 치즈 할인 맥락에서 막대 모델과 원모델을 이용하여 50%와 1/2, 25%와 1/4의 관계를 알고, 수나 금액, 할인 맥락에서 50%, 25%에 해당하는 양을 구하기 |
| | [28-C] 동전 던지기 | 동전 던지기 맥락에서 5, 10, 20 중의 몇을 백분율로 나타내기 |
| 9T-9 | [9-A] 50퍼센트 | 원모델과 막대모델을 이용하여 50%와 1/2의 관계를 알고, 수, 화폐, 길이, 무게 등의 50%를 구하기 |
| | [9-B] 25퍼센트 | 원모델과 막대모델을 이용하여 25%와 1/4, 25%와 50%의 관계를 알고, 사람 수, 금액, 무게, 거리 등의 25%를 구하고, 역으로 부분을 알 때 전체를 구하기 |
| | [9-C] 75퍼센트 | 원모델과 막대모델을 이용하여 75%와 3/4, 75%, 25%, 50%의 관계를 알고, 수, 금액, 무게, 키, 들이의 75%를 구하고, 수나 양의 25%가 주어졌을 때 75%를 구하기 |
| | [9-D] 10퍼센트 | 막대 모델을 이용하여 10%와 1/10, 10%+10%=20% 등의 관계를 알고, 수, 금액, 무게, 길이 등의 몇 십%에 해당하는 양을 구하고, 10%에 해당하는 양을 알 때 몇 십%에 해당하는 양을 구하기 |
| | [9-E] 5퍼센트 | 막대 모델을 이용하여 5%와 1/20, 5%, 10%, 15% 등의 관계를 알고, 수, 금액, 길이, 무게의 5%, 15%, 45%등을 구하고, 역으로 부분이 주어졌을 때 전체를 구하기 |

<표 8>을 살펴보면, [7S-45]에서는 치즈의 영양 성분, 밀크 초콜릿의 성분, 학교의 학생 수, 학교 급식 이용 학생 수, 금액, 젤리의 색, 합창단의 구성원, 좋아하는 야채에 대한 설문 조사, 세탁기의 고장률, 음식 종류별 지출을 다루고 있다.

[8S-6]에서는 복권, 애완견, 차 산업 비용, 알루미늄 캔과 강철의 재활용, 폐기물의 재활용, [8S-14]에서는 무게, 버스 요금, 책값, 미용, 의류, 자동차, 인구 등의 증가와 감소, [9S-12]에서는 키, 봉급, 동물의 몸무게, 닭고기와 치킨 소비량, 기차 요금, 여행 패키지 이용자, 자동차 가격, 컴퓨터 가격, 의류 가격, 동물학대 건수, 환자 수, 강도 수, 학교 학생 수, 버스 요금 인상, 도시 인구수의 변화, 산모의 연령 그룹별 신생아 수의 변화, 시험 점수, 씨리얼의 설탕 함유량, 설문조사 의견 등의 백분율 맥락을 다루고 있다. 백분율을 “100에 대한 몇”의 의미로 도입해서 색칠된 도형에서 백분율을 어렵하고, 하나의 양을 다른 양에 대한 백분율로 표현하기를 통해 비의 의미를 강조하며, 어떤 양의 백분율 계산하기를 통해 연산자의 의미를 강조한다. 또한 여러 모델을 이용하여 기준 분수와 기준 백분율의 관계를 강조하면서 다양한 전략을 사용하도록 하며, 백분율을 소수로 변환하는 것을 다룬 후에 소수를 곱하는 절차로 진행하도록 하고 있다.

<표 8> SMP의 S 시리즈 백분율 단원 내용 개관

| 단원 | 소단원 | 내용 |
|-------|-------------------|--|
| 7S-45 | [45-A] 백분율 이해 | 치즈의 영양 성분을 막대 모델에 나타내어 각 성분의 백분율을 어림하고, 막대에 색칠된 부분이 10%의 몇 배에 해당하는지 찾기 |
| | [45-B] 백분율 암산 | 어떤 것의 50%가 1/2임을 알고, 25%, 75%, 10%, 50%, 20%에 해당하는 분수를 찾고, 금액, 치즈 등 어떤 양의 10%, 5%를 구하기 |
| | [45-C] 백분율과 소수 | 100등분된 막대 모델을 이용하여 분수, 소수, 백분율의 관계와 50%, 25%, 78%, 10%, 1%, 4% 등의 백분율과 소수의 관계를 알고, 분수 3/10, 2/5, 3/20을 백분율로 나타내기 |
| | [45-D] 부분 계산 | 치즈와 밀크 초콜릿의 성분의 양을 구할 때 백분율을 100을 분모로 하는 분수로 고친 다음 어떤 양×분수, 어떤 양×소수로 계산하기 |
| | [45-E] 분수 소수 변환 | 분수를 나눗셈을 이용하여 소수로 변환하고, 반올림해서 소수 두 자리까지 나타내기 |
| | [45-F] 백분율 표현 | 좋아하는 채소 조사나 세탁기 고장률과 같은 맥락에서 소수를 곱해서 어떤 양의 백분율 구하기 |
| | [45-G] 원그래프 그리기 | 치즈와 피자의 영양 성분, 식품 종류별 지출액 맥락에서 원그래프 측정기를 이용하여 원그래프 그리기 |
| 8S-6 | [6-A] 복습 | 백분율과 소수의 관계 복습하기 |
| | [6-B] 혼합 백분율 문제 | 복권, 애완견, 차 산업, 쌀 생산량, 환경 문제 맥락 등에서 한 양의 다른 양에 대한 백분율 구하기 |
| | [6-C] 폐기물 | 재활용 맥락에서 알루미늄 캔의 재활용률, 백분율을 알 때 폐기물의 항목별 양을 구하기 |
| 8S-14 | [14-A] 증가와 감소 | 가격의 인상이나 인하 맥락 등에서 이중 도형 모델과 화살표 식을 이용하여 증가나 감소, 증가와 증가, 감소와 감소, 증가와 감소, 감소와 증가 등에 대해 알아보고, 인상한 가격을 알 때 원래 가격을 구하는 방법 알아보기 |
| | [14-B] 백분율 증가와 승수 | 이중 도형 모델, 화살표 식과 함께 가격이 25% 인상된다는 것은 원래 가격에 원래 가격의 25%를 더하는 것임을 알고, 어떤 소수를 곱하면 되는지 찾고, 버스 요금, 책값, 미용 요금 등에서 새로운 가격이나 양을 계산하기 |
| | [14-C] 백분율 감소와 승수 | 이중 도형 모델, 화살표 식과 함께 가격의 38% 인하는 원래 가격에서 원래 가격의 38%의 금액을 뺀 것임을 이해하고, 어떤 소수를 곱하면 되는지 찾고, 의류 가격이나 무게 맥락에서 새로운 가격이나 양을 계산하기 |
| | [14-D] 혼합 문제 | 의류, 자동차 등에서 인상이나 인하된 가격 또는 몸무게, 인구 등에서 증가나 감소된 수 계산하기 |
| 9S-12 | [12-A]복습 | 증가와 감소의 결과를 구할 때 소수를 곱하는 방법 복습하기 |
| | [12-B] 백분율의 증가 | 키, 봉급, 동물의 몸무게, 닭과 칠면조의 1인당 연평균 소비량, 기차 요금, 여행 패키지의 이용자의 증가를 백분율로 나타내기 |
| | [12-C] 백분율의 감소 | 자동차 가격, 책, 컴퓨터, 의류 가격, 동물 학대 건수 등의 감소 맥락에서 변화한 비율을 백분율로 나타내기 |
| | [12-D] 증가와 감소혼합 | 어린이 신장 이식수, 영화 관객 수, 성홍열 환자, 사립학교 학생 수의 증가, 강도우, 사람들의 평균 걷는 거리의 감소를 백분율로 나타내기 |
| | [12-E] 혼합문제 | 요금 인상율을 알 때 새 요금을 구하는 것과 같은 부분을 찾기, 10년간 인구 수 변화를 백분율로 나타내기, 같은 비율로 인구수가 증가할 때 10년 후 인구를 구하는 연산자의 합성, 산모들의 나이 그룹별 신생아수의 변화를 백분율로 나타내기, 시험과 설문조사 결과 등에서 전체에 대한 부분의 백분율을 구하기 |

3) 백분율의 도입과 과제 유형

SMP 교과서에서 백분율의 도입, 백분율의 의미와 과제 유형을 살펴보면 다음과 같다.

백분율의 도입은 T 시리즈의 [28-A]에서는 “막대를 100등분했을 때, 각 부분이 1%이다.”, “원을 100등분했을 때 각 부분은 1%이다.”, “한 부분이 1%이므로 10개는 10%, 43개는 43%” (SMP, 2003a, p. 134)임을 제시함으로써 시각적 모델을 사용하여 “100에 대한 몇(how many per cent)” 을 백분율의 의미로 도입한다. S 시리즈의 [45-A]에서는 막대모형을 사용하여 “100등분된 부분들로 된 치즈의 조각 중 각 부분은 치즈 조각의 1%”, “1%가 1/100과 같으므로 30%는 30/100” (SMP, 2003c, p. 323)임을 제시한다. 이와 같이 SMP에서는 분수 1/100을 단위로 하는 수의 의미로 백분율을 도입하지만 다양한 상황을 통해 백분율이 100을 기준으로 몇인지를 나타내는 비임을 강조한다.

과제 유형은 T 시리즈에서는 부분 전체 과제를 중점적으로 다루고, S 시리즈에서는 부분 전체 과제와 변화 과제 모두 중점적으로 다루며, 비교 과제를 일부 다루고 있다. 이를 단원별로 살펴보면, [8T-28], [9T-9]에서는 부분 전체 과제를 중심으로, [7S-45]와 [8S-6]에서는 부분 전체 과제를 중심으로 비교과제는 제한적으로 다루고 있으며, [8S-14]와 [9S-12]에서는 변화 과제를 중심으로 제한적으로 비교 과제를 다루고 있다. 과제와 관련된 구체적인 예들을 살펴보면, <표 9>, <표 10>, <표 11>과 같다.

<표 9> SMP의 부분 전체 과제 유형 예시

| 구분 | 과제 |
|-----|--|
| 백분율 | [8T-28A] 막대 모델과 원 모델에 색칠된 부분과 색칠되지 않은 부분이 전체의 얼마인지 어렵하여 백분율로 나타내는 문제(p. 135) |
| | [8T-28C] 동전 던지기에서 동전 10개 중 7개를 원 안에 넣은 결과를 백분율로 나타내고, 원그래프로 그리는 문제(p. 137) |
| | [7S-45G] 한 가족의 일주일간 식품 종류별 사용 금액을 보고, 전체 식품 금액에 대한 각 식품 종류별 백분율을 계산하고 원그래프를 그리는 문제(p. 332) |
| | [8S-6B] 2천 3백만 가구 중 애완견을 기르는 6백만 가구의 백분율을 구하는 문제(p. 39) |
| | [9S-12E] 설문조사에서 18294명 중 같은 반응 4663명의 백분율을 구하는 문제(pp. 81-82) |
| 부 분 | [8T-28B] 치즈 가격 할인 맥락에서 400g, 240g, 0.8kg 등의 25%를 구하는 문제(p. 135) |
| | [9T-9C] 어떤 수의 25%가 4일 때 그 수의 75%, 어떤 수의 50%가 12일 때, 그 수의 75%, 25%, 50%, 75% 사이의 관계와 관련된 기준백분율 전략을 사용하는 문제(p. 50) |
| | [7S-45B] £ 30의 50%” 와 같이 어떤 수나 금액의 50%, 25%, 10%, 5%, £ 1의 1%, 3%, 37%를 구하는 문제(p. 324) |
| | [8S-6B] 차 산업에 관련해서 운송, 공장, 슈퍼마켓, 재배, 포장 등에 드는 비용에 백분율을 표시한 원그래프를 보고, 전체 비용의 30%가 슈퍼마켓과 관련해서 사용된다고 할 때, 슈퍼마켓에서 차를 £ 2.69에 샀을 때 각 항목에 해당하는 금액을 구하는 문제(p. 39) |
| 전 체 | [9T-9B] 내 친구의 25%인 6명이 안경을 썼을 때 친구 수를 구하는 문제(p. 49) |
| | [9T-9C] 어떤 케이크의 75%가 900g일 때 전체 케이크의 무게를 구하는 문제(p. 50) |

<표 10> SMP의 변화 과제 유형 제시

| 구분 | 과제 |
|-----|---|
| 백분율 | [8S-14A] 화살표 식을 보고 £10이 £12, 12kg이 9kg, 30mL가 27mL, 50cm가 75cm로의 변화가 몇 % 증가 또는 감소한 것인지를 50%, 25%, 75%, 20%, 10% 중에서 찾는 문제(p. 93) |
| | [9S-12E] 1.40m와 1.75m와 같아 세 사람의 10세와 16세 때의 키를 제시하고 키가 몇 % 증가했는지 백분율을 구하는 문제(p. 78) |
| | [9S-12E] 화살표 식으로 표현된 새 자동차 가격 £5600의 1년 후 가격이 £4760로 감소한 것에 대한 백분율을 구하는 문제(p. 79) |
| | [9S-12E] 1981년과 1999년의 산모들의 나이 그룹 0-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 그 이상에 따른 신생아들의 수를 변화를 백분율로 나타내는 문제(p. 82) |
| 부 분 | [8S-14A] 연속 화살표 식을 보고 £20를 50% 인상하고 다시 10% 인상했을 때의 가격, 50kg이 20% 증가하고 다시 10% 증가했을 때의 무게, £250가 20% 인상되었다 20% 감소되었을 때의 금액 등을 구하는 문제(p. 94) |
| | [8S-14B] 버스 요금이 £28, £4.80일 때 25% 인상된 요금을 구할 때 어떤 소수를 곱해야 할지 생각해 보고, 인상된 가격을 계산하는 문제(p. 95) |
| | [8S-14C] 의류 가격이 £24.50일 때 28% 인하된 가격을 구할 때 어떤 수를 곱해야 할지 생각해 보고 인하된 가격을 구하는 문제(p. 96) |
| | [8S-14D] 몸무게 37.0kg의 10% 증가, £40인 의류의 25% 할인된 가격, £5600인 자동차의 1년 후 19% 감소된 가격, 인구 20000인 도시의 11% 증가된 인구수 등을 구하는 문제(p. 97) |
| | [9S-12E] 10년간 한 도시의 인구수 712800명에서 726100명으로의 변화에 대한 백분율을 구하는 문제와 같은 비율로 증가할 때 10년 후의 인구수를 구하는 문제(p. 81) |
| 전 체 | [8S-14A] 25% 인상되었을 때의 가격이 £40일 때 원래 가격을 구하는 문제(p. 94) |

<표 11> SMP의 비교 과제 유형 예시

| 구분 | 과제 |
|-----|---|
| 백분율 | [7S-45A] 다양한 종류의 치즈에 지방함유량을 28%, 50g중 18g, 1/3과 같이 백분율, 실제의 양, 분수 등으로 나타내고, 비교하는 문제(p. 322) |
| | [7S-45F] 네 가지 세탁기 모델에 대해 팔린 대수와 고장 난 대수에 대한 정보를 제공하고 어느 모델이 더 신뢰할 만한지 비교하는 문제(p. 330) |
| | [8S-6C] 미국과 일본의 하루당 폐기물과 재활용에 대한 정보를 바탕으로 미국의 재활용률을 구하고, 두 나라의 각 항목에 대한 백분율을 구하여 원그래프로 나타내고, 두 나라를 비교하는 보고서 작성하는 문제(p. 42) |
| | [9S-12E] 물개의 몸무게가 한 달에 15.6kg에서 19.1kg으로 증가하는 것과 같이 어린 동물들의 몸무게 변화 맥락에서 어느 동물의 몸무게 변화 백분율이 가장 클지 예측하고 계산기를 사용하여 백분율을 구하고 확인하는 문제(p. 78) |

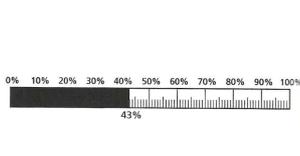
<표 9>, <표 10>, <표 11>를 살펴보면, 부분 전체 과제에서는 치즈와 피자의 영양 성분을 백분율로 나타내거나 치즈의 무게를 알 때 지방의 양을 구하는 것과 같은 백분율과 부분을 구하는 문제를 주로 다루고, 75%의 무게를 알 때 전체의 무게를 구하는 것과 같은 전체를 구하는 문제는 일부만 다룬다. 변화 과제에서는 키의 성장률을 백분율로 나타내거나 버스요금의 인상된 가격을 구하는 것과 같은 백분율과 부분을 구하는 문제를 중심으로 물건의 할인되기 전의 원래 가격을 구하는 등 전체를 구하는 문제를 일부 다룬다. 또한 가

격을 인상하고 다시 인상하거나, 10년 동안의 인구증가율을 알 때 같은 비율로 증가할 때 10년 후의 인구수를 구하는 등 전체가 변하는 과제도 다룬다. 비교과제에서는 다양한 치즈의 지방함유량을 비교하는 등의 문제를 다룬다. 또한 이러한 과제를 제시할 때는 과제에 쓰인 수가 한 차시 내에서 자연수와 소수, 간단한 수와 복잡한 수가 모두 사용된다. 백분율을 나타내는 수는 100% 이하의 간단한 기준 백분율 50%, 25%, 75%, 10%, 5%, 1%의 순으로 다루고, 일반적인 백분율로 나아가며, 이후에 100% 이상의 백분율을 다루고 있다.

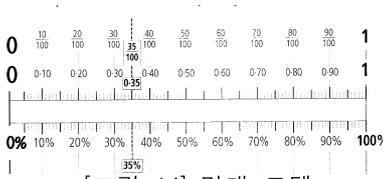
4) 백분율 지도 모델

SMP 교과서의 백분율과 관련된 지도 모델은 <표 9>, <표 10>, <표 11>에서 알 수 있는 바와 같이 이중 척도 모델인 막대 모델, 이중 도형 모델, 영역 모델인 원그래프와 분할된 사각형이나 원 그리고 화살표 식 모델을 사용하고 있다. 이러한 모델은 백분율 개념을 이해하는 것뿐만 아니라 백분율과 관련된 계산 전략을 학생들 스스로 생각해 내는 데 도움을 준다. 모델의 사용에 대한 전반적인 흐름을 살펴보면, [8T-28], [9T-9]에서는 100등분된 막대 모델과 원그래프가 사용되고, [7S-45]에서는 주로 막대 모델이 사용되며, 원그래프도 일부 사용되고, [8S-6]에서는 자료들의 백분율을 나타낸 원그래프가 사용되며, [8S-14]에서는 이중 도형 모델과 화살표 식이 사용되고, [9S-12]에서는 화살표 식을 주로 사용한다.

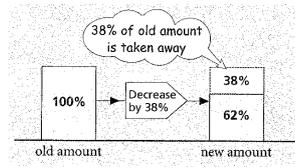
이중 척도 모델은 막대 모델과 이중 도형 모델이 사용된다. 막대 모델은 [8T-28]에서 [그림 13]과 같이 백분율을 도입하는 데 사용된다. [9T-9]에서는 50%와 1/2의 관계, 25%와 50%의 관계 등과 같이 기준 백분율 사이의 관계와 기준 백분율과 동치인 분수를 인식하는데 도움을 준다. 또한 막대 모델은 [7S-45]에서 100등분된 막대 모델을 보고 “1%는 1/100과 같다.”, “30%는 30/100과 같다.” (SMP, 2013c, p. 323)와 같이 단위 백분율과 1/100의 관계를 기초로 백분율과 분모가 100인 분수와의 관계를 도입하는 데 사용된다. 더 나아가 [그림 14]와 같이 막대 모델을 사용해서 “어떤 것의 35%는 그것의 35/100과 같다. 35/100은 소수 0.35이므로, 35%는 0.35와 같다.” (SMP, 2013c, p. 325)와 같이 백분율과 소수의 관계를 다룬다. 이중 도형 모델은 [8S-14]에서 [그림 III-15]와 같이 어떤 양이 25% 인상된다는 것은 원래의 양에 25%의 양을 더하는 것이고 25% 인하된다는 것을 원래의 양에 25%에 해당하는 양을 빼는 것임을 이해하고, 어떤 소수를 곱해야 할지를 생각하게 한다.



[그림 13] 막대 모델
(SMP, 2003a, p. 134)



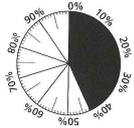
[그림 14] 막대 모델
(SMP, 2013c, p. 325)



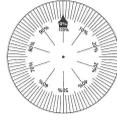
[그림 15] 이중 도형 모델
(SMP, 2013c, p. 96)

영역 모델은 원그래프와 사각형과 원이 사용된다. 원그래프는 막대 모델과 마찬가지로 [8T-28]에서 [그림 16]과 같이 백분율을 도입하는 데 처음 사용된다. [9T-9]에서도 막대 모델과 함께 50%와 1/2의 관계, 25%와 50%의 관계와 같이 기준 백분율 사이의 관계와 기준 백분율과 동치인 분수를 인식하는데 도움을 준다. [7S-45]에서는 전체가 서로 다른 자료를 비교하는 데 도움이 되는 도구로 원그래프를 다루며, 자료를 좀 더 정확하게 백분율을 나타낼 수 있도록 [그림 17]과 같이 원그래프 측정기를 도입한다. 사각형과 원은 [7S-45]에

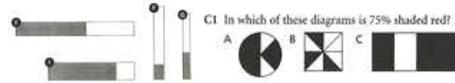
서와 같이 분할이 되어 있지 않은 것은 [그림 18]과 같이 색칠된 부분이 몇 %인지 어렵하
는데 사용되며, 분할된 사각형과 원은 정확한 수치를 사용하지 않고 색칠된 부분이 25%,
50%, 75% 등 주어진 백분율에 맞는지 알아보는 데 사용한다.



[그림 16] 원그래프 (SMP, 2003a, p. 135)

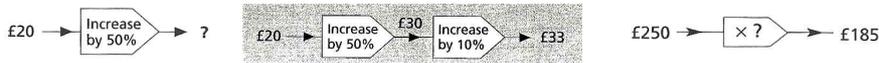


[그림 17] 원그래프측정기 (SMP, 2003c, p. 331)



[그림 18] 사각형과 원 모델 (SMP, 2003c, pp. 323-324)

화살표 식 모델은 MiC에서와 마찬가지로 비의 연산자의 의미를 다루면서 부분이나 전체
를 구할 때 어떤 소수를 곱하는지를 표현하는 데 사용된다. 이는 [8S-14]의 증가와 감소에
서 [그림 19]와 같이 변화 과제에서 백분율, 증가 또는 감소의 결과, 연속적인 변화를 나타
내는 데 도움이 되고, 문제의 상황을 분명히 나타내는 데 도움이 된다. 이 화살표 식은 그
이후의 단원에서 증가와 감소에 관련된 부분에서 계속 사용된다.

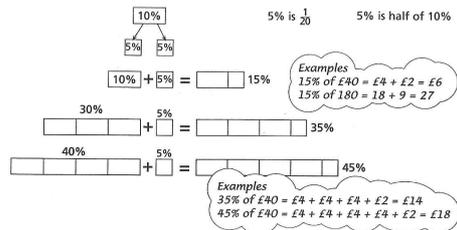


[그림 19] 화살표 식 모델(SMP, 2003d, p. 93, 94; 2003e, p. 79)

5) 백분율 지도 전략

SMP 교과서에서도 이런 여러 가지 모델의 도움으로 학생들이 스스로 다양한 전략을 생
각해 낼 수 있는 기회를 제공한 후에 몇 가지 전략들을 점진적으로 제시하고 있는데, 이러
한 전략들은 동치 분수 전략과 기준 백분율 전략, 동치 소수 전략의 순서로 점진적으로 도
입된다.

동치 분수 전략은 기준 백분율과 50%, 25%, 75%, 10%, 5%와 분수 1/2, 1/4, 3/4, 1/10,
1/20의 동치 관계를 이용하는 방법으로 [9T-9]에서 형의 키 180cm의 75%에 해당하는 동생
의 키를 구하는 문제(SMP, 2003b)에서 180의 3/4을 직접 구해서 135를 구하는 경우 등이
있다. 기준 백분율 전략은 기준 백분율과 50%, 25%, 75%, 10%, 5%를 이용하여 이 백분율
로 쉽게 나타낼 수 있는 백분율을 계산할 때 사용하는 전략으로 앞의 같은 문제에서 180
의 50%인 90을 구하고, 다시 그것의 반인 25%에 해당하는 45를 구해서 135를 구하는 경
우 또는 [그림 20]과 같이 £40의 35%를 구하는 방법을 £40의 10%와 5%를 이용해서
£4+£4+£4+£2=£14로 계산하는 경우 등이 있다. 동치 소수 전략은 40g의 35%를 구하는
문제에서 “40g의 35%=40g×35/100=40g×0.35=14g” (SMP, 2003b, p. 327)와 같은 문제를
해결하는 경우 등이 있다. 이렇게 도입된 소수 동치 전략은 그 이후의 단원에서 계속 강조
되는데, [8S-14]에서 물건의 가격이 £20일 때 50% 인상하고 다시 10% 인상했을 때의 가
격을 구하는 문제에서 연속적으로 소수를 곱하는 경우나 물건의 가격이 25% 인상된 가격
을 구할 때, 원래의 가격에 그 가격의 0.25를 곱해서 나온 금액을 더해서 새 가격을 구하
는 두 단계 방법과 한 번에 1.25를 구하는 한 단계 방법을 사용하는 경우 등이 있다(SMP,
2003d, pp. 94-95).



[그림 20] 기준 백분율 전략
(SMP, 2003b, p. 327)

지금까지 살펴본 결과, SMP 교과서에서는 “100에 대한 몇”으로 백분율을 도입하고, 다양한 맥락 속에서 부분 전체 과제, 변화 과제를 중점적으로 비교 과제를 일부 다루고 있으며 전체가 변하는 변화 과제도 다루고, 이런 과제를 통해 백분율, 부분을 구하는 문제뿐만 아니라 전체를 구하는 문제들도 적절히 다루면서 비와 연산자의 의미를 강조하고 있다. 한편 모델과 관련해서는 막대 모델, 원그래프, 화살표 식을 중심으로 백분율 개념과 계산을 이해할 수 있도록 하고 있다. 전략과 관련해서는 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 단위 백분율 전략 등의 비형식적 전략을 다룬 후에 점진적으로 형식적인 동치 소수 전략을 다룬다. 또한 이 과정에서 전체를 나타내는 수와 관련해서도 처음에는 전체 100을 시작으로 100보다 작은 수와 큰 수, 수의 범위도 자연수, 소수가 동시에 다루어진다. 백분율을 나타내는 수도 100%이하의 것을 먼저 다루며 주로 간단한 분수와 동치인 기준 백분율을 위주로 그 순서도 50%, 25%, 75%, 10%, 5%, 1%에서 28%와 같은 일반적인 수로 이어지며 그 이후에 100% 이상에 대해 다룬다. 또한 백분율을 구하는 문제에서 정확한 계산뿐만 아니라 색칠된 도형에서 어렵하는 문제도 다룬다.

다. 우리나라의 교과서

1) 교육과정의 백분율 내용

우리나라 2009 개정 교육과정과 2015 교육과정의 백분율 관련된 내용을 살펴보면, 규칙성 영역의 비와 비율에서 “비율을 이해하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낼 수 있다.”(교육과학기술부, 2011, p. 25; 교육부, 2015, p. 26)로 제시되어 있다.

2) 교과서의 백분율 내용

우리나라 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서 백분율 관련 단원은 6학년 1학기 4단원 [비와 비율]이다. 단원의 전반적인 지도 내용 개관은 <표 12>와 같다.

<표 12>를 살펴보면, [비와 비율] 단원에서는 하이킹, 체험교실, 도전과제의 참여자 수, 농도, 식품의 성분, 사진의 축소와 확대, 할인과 같은 백분율 맥락을 다루면서, 처음에 제시된 문제를 통해 주어진 비율을 백분율로 나타낼 때 100을 곱하는 방법을 즉시 도입해서 하나의 양을 다른 양의 백분율로 표현하도록 하며, 어떤 양의 백분율에 해당하는 것을 구하는 연산자의 의미를 다루면서 분수나 소수를 곱하는 방법을 즉시 도입하고 있다.

3) 백분율의 도입과 과제 유형

백분율 도입은 [백분율] 차시의 하이킹 맥락에서 참가한 학생 수 50명에 대한 완주한 학

생의 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타내는 문제를 통해 백분율을 처음 도입함과 동시에 백분율을 구하는 방법을 제시하며, 이어서 “비율에 100을 곱한 값을 백분율이라고 합니다.”(교육과학기술부, 2015a, p. 109)로 백분율을 정의하고, %기호를 도입하며, “비율 72/100 또는 0.72를 백분율로 72%라 쓰고 72퍼센트라 읽습니다.”(교육과학기술부, 2015a, p. 109)로 백분율을 쓰고 읽는 방법을 제시하고 있다.

과제 유형은 변화 과제와 부분 전체 과제를 중심으로 일부 비교 과제를 다룬다. 이를 구체적으로 제시하면, <표 12>와 같다.

<표 12> [비와 비율] 단원의 내용 개관

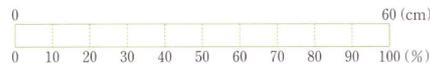
| 주제 | 과제유형 | 구분 | 맥락과 과제 |
|-------------------|--------------|-----------|--|
| 백분율 | 부분전체 | 백분율 부분 | 하이킹 참가 학생 수 50명에 대한 완주한 학생 수 36명의 비율을 분수, 분모가 100인 분수, 소수, 소수에 100곱하기, 100명에 대한 학생 수를 구하는 문제(p. 108) |
| | 부분전체 비교과제 | 백분율 | 체험 교실에서 5학년 80명과 6학년 120명 참가 학생 중 식물 교실, 곤충 교실에 참가한 학생이 5학년 36, 44, 6학년은 54, 66일 때 각 학년별 교실별 참가율의 백분율을 구하고, 식물 교실 참가율을 비교하는 문제(p. 109) |
| | 비교과제 | 백분율 | 도전과제에 참가한 두 초등학교의 성공률을 백분율로 비교하는 문제(p. 109) |
| 비교 하는 양 | 변화과제 | 부분 | 사진의 축소와 확대 맥락에서 막대 모델을 사용해서 가로가 60cm인 사진의 각 변의 길이를 80% 축소할 때 백분율과 분수의 관계를 이용하여 80%를 분수로 나타내어 축소한 사진의 길이를 구하는 문제(p. 112) |
| | 변화과제 | 부분 | 사진의 축소와 확대 맥락에서 가로 8cm인 사진의 각 변의 길이를 130% 확대할 때 가로의 길이를 식으로 구하는 문제(p. 113) |
| | 변화과제 | 백분율 부분 | 할인 맥락에서 6000원에서 1200원을 할인 받았을 때, 같은 할인율로 8000원어치의 물건을 살 때 할인받는 금액을 식으로 구하는 문제(p. 113) |
| 기준 량 | 변화과제 | 전체 | 사진의 축소와 확대 맥락에서 각 변의 길이를 120% 확대한 사진의 가로가 18cm일 때 처음 사진의 가로를 식으로 구하는 문제(p. 115) |
| | 변화과제 | 전체 | 할인 맥락에서 15%할인한 책을 살 때 3000원을 할인받았다면 책의 정가는 얼마인지 구하는 문제(p. 115) |
| 비율 의 사 용 | 부분전체 | 백분율 부분 | 농도 맥락에서 소금물 300g에 대한 소금 75g의 백분율을 구하고, 농도가 15%인 소금물 500g에서 소금의 양을 구하는 문제(p. 120) |
| | 부분전체 | 부분 | 농도 맥락에서 농도가 12%인 설탕물 500g과 농도가 15%인 설탕물 360g 각각에 대한 설탕의 양을 구하는 문제(p. 121) |
| | 비교과제 | 백분율 | 식품의 성분 맥락에서 지방이 20g인 우유 720g과 지방이 2.5g인 우유 600g이 저지방 우유와 무지방 우유인지 판단하는 문제(p. 121) |

<표 12>를 살펴보면, 부분 전체 과제에서는 체험 교실 맥락에서 체험 교실과 관련된 학생들의 체험 교실별 참여율을 백분율로 나타내고, 농도 맥락에서 소금물의 양과 백분율이 제시되었을 때 소금의 양을 구하는 것과 같은 백분율과 부분을 구하는 문제를 다룬다. 변

화 과제에서는 사진을 축소하거나 확대했을 때의 크기나 원래 사진의 크기를 구하는 부분이나 전체를 구하는 문제를 다루고 할인율과 같은 백분율을 구하는 문제는 일부만 다룬다. 비교 과제는 도전 과제 맥락에서 성공률을 백분율로 나타내는 문제를 다룬다. 또한 이러한 과제를 제시할 때는 자연수 중 간단한 수가 대부분 사용된다. 백분율을 나타내는 수는 기준 백분율보다는 80%, 15% 등 간단한 백분율과 100% 이상의 백분율도 일부 다룬다.

4) 백분율 지도 모델

우리나라 교과서의 백분율과 관련된 지도 모델은 [그림 21]과 같이 막대 모델이 한 번 사용되는데, 사진을 80% 축소할 때 사진의 길이를 나타내 보고, 어렵해 보는 데 사용될 뿐, 직접 백분율과 관련된 계산 전략에 사용되지는 않는다.



[그림 21] 막대 모델(교육과학기술부, 2015a, p. 112)

5) 백분율 지도 전략

우리나라 교과서의 백분율과 관련된 계산 방법을 알아보면, 주어진 두 수의 백분율을 구하는 방법으로 [백분율] 차시의 처음 제시된 하이킹 문제에서 50명에 대한 36명의 비율을 분수로 나타내고 분자÷분모를 통해 소수로 바꾼 다음 바로 100을 곱해서 백분율을 구하도록 한 후에 그 이후에 다음 문제부터 이 방법으로 곧바로 해결하도록 하고 있다. 부분을 구하는 방법으로 [비교하는 양] 차시의 처음 제시된 사진 축소 문제에서 [그림 21]과 같이 가로 60cm인 사진을 80% 축소할 때 10등분된 막대모델을 통해 어렵해 보고, 80%를 분수 $\frac{4}{5}$ 로 나타내어 분수의 연산자의 의미와 백분율의 연산자의 의미를 연하여 $60 \times \frac{4}{5}$ 를 계산하는 방법을 다룬 후에 다음 문제는 소수를 곱하여 문제를 해결하도록 하고 있다. 마지막으로 전체를 구하는 방법으로는 처음 전체를 다루는 [기준량] 차시의 사진 문제에서 120% 확대한 사진의 가로가 18cm일 때 원래 크기를 구하기 위해 소수 1.2로 나누는 방법, 즉 $18 \div 1.2$ 와 같은 식을 세워 계산하는 방법을 제시하고 있다(교육과학기술부, 2015b). 이러한 방법들은 백분율과 분수, 소수의 관계를 이용하여 계산하는 방법이지만 아주 축약해서 곧바로 형식적인 동치 소수 전략을 제시하고 있음을 알 수 있다.

IV. 백분율 지도를 위한 논의

이 장에서는 앞에서 살펴본 이론적 배경과 영국의 SMP, 미국의 MiC, 우리나라 교과서의 분석 결과를 종합하여, 앞으로 우리나라의 백분율 지도를 위해서 지도 학년과 기간, 백분율 도입, 과제 유형, 지도 모델, 전략 지도와 관련해서 논의하고자 한다.

백분율 지도 학년과 기간에 대해 살펴보면, 최근 교육과정 개정에 따라 미국은 5,6학년에, 영국은 5-9학년에 백분율을 집중적으로 다루고, 연령으로 보면 우리나라 초등학교 고학년이나 중학교 초반까지 계속 분수, 소수, 백분율을 통합하여 지도하게 된다. 최근 개정된 2009 교육과정에 따른 교과서에서는 백분율은 6학년의 비와 비율 단원에서 지도되며,

2007 개정 교육과정에 따른 교과서에 비해 차시도 증가하고, 다루는 과제의 유형도 다양해졌다. 분량의 측면에서 MiC나 SMP와 비교하기는 매우 어려운 점이 있으나 백분율 개념은 비라는 수학적 개념의 일부로서도 일상생활에서 쓰이는 다양한 상황에 비추어 볼 때도, 한 단원에서 일회적으로 지도하는 데는 무리가 있고 좀 더 지속적으로 지도할 필요가 있다. 따라서 교육과정을 구성할 때, 5-6학년에 모두 지도하고 백분율 관련 내용의 비중을 좀 더 늘림으로써 지도하는 기간 전반에 걸쳐 집중적이고 지속적으로 다루고, 백분율을 지도할 때 분수나 소수와와의 관계를 좀 더 고려할 필요가 있다.

백분율의 도입에 대해 살펴보면, 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서는 앞에서 살펴본 바와 같이 “비율에 100을 곱한 값”으로 백분율을 도입하고 있다. 반면, MiC와 SMP에서는 “100에 대한 부분들”로 도입하지만, SMP는 1%를 1/100로 보고 35%를 35/100로 보는 수의 의미로, MiC는 전체 100에 부분이 얼마나 되는지를 나타내는 비의 의미로 출발하고 다양한 상황에서 그 의미를 확장하고 있다. 백분율의 역사에서 살펴보았듯이 처음에는 실제로 100플로린 당 10플로린처럼 실제로 전체가 100인 양에 대해 얼마나 되는지를 나타내는 의미로 백분율이 쓰이다가 여러 상황으로 확장되면서 전체가 100이 아닌 대상에서도 전체를 100으로 생각하는 비의 의미로 쓰이면서 그 의미가 확장되어 왔으며, 현재는 100을 기준으로 하는 어떤 양의 비율을 의미한다. 실제로 우리나라 교육과정에서 백분율을 정의해 왔던 방식을 살펴보면, 1차 교육과정에서는 “푼이라는 것은 ‘100에 대하여’ 라는 뜻이고, 25%는 100에 대해서 25”, “%로 적은 비율을 ‘푼수’ ” (문교부, 1962, p. 14)로 도입하고 있고, 2차, 3차, 7차, 2007 개정 교육과정에서는 약간의 표현은 다르지만 “기준량을 100으로 할 때의 비교하는 양의 비율을 백분율” (문교부, 1967, p. 37; 문교부, 1974, p. 9; 교육인적자원부, 2002, p. 86; 교육과학기술부, 2012, p. 110), 4차, 5차, 6차 교육과정에서는 “비율에서 기준량을 100으로 보았을 때 비교하는 양을 나타낸 수를 퍼센트 또는 백분율” (문교부, 1983, p. 99; 교육부, 1990, p. 87; 교육부, 1997, p. 95)로 도입하고 있다. 약간의 표현은 다르지만 백분율은 기본적으로 100을 기준으로 하는 비율이라는 의미가 강조되어 왔다. 이런 관점에서 보면 현행 교과서의 “비율에 100을 곱한 값”이라는 것은 백분율을 계산하는 방법을 나타낼 뿐 백분율의 의미를 나타낸다고 보기는 어려워 보인다. 따라서 백분율 도입과 관련해서 생각해 볼 점은 기준량을 100으로 했을 때의 비교하는 양의 비율이라는 측면을 좀 더 부각할 필요가 있다.

백분율 과제 유형에 대해 살펴보면, 우리나라 수학 교과서의 경우 전체적인 분량은 적은 것에 비해 과제 유형은 부분 전체 과제, 변화 과제, 비교 과제가 골고루 다루어지며, 백분율과 부분을 구하는 문제도 골고루 다루어지고 있고, 전체 과제도 일부 다루어지고 있다. 그러나 MiC와 SMP에 비해 사진을 한 번 축소하고 한 번 더 축소하는 것과 같이 감소와 감소, 감소와 증가, 증가와 감소, 증가와 증가에 관련된 전체가 변하는 변화과제는 다루고 있지 않음을 알 수 있다. 반면 백분율의 크기를 나타내는 수와 관련해서 MiC와 SMP는 100% 이하의 간단한 기준 백분율에서 일반적인 백분율로 나아가며, 이후에 100% 이상의 백분율을 다루는데, MiC는 50%, 25%, 75%, 10%, 33%, 33 1/3%등의 순으로, SMP 50%, 25%, 75%, 10%, 5%, 1%의 순으로 다룬다. 또한 전체를 나타내는 수는 100에서 시작하여 다양한 크기와 범위의 수로 나아가는 데, MiC는 100보다 작은 수에서 100보다 큰 수로, 자연수에서 소수로 점진적으로 진행하며, SMP는 한 차시 내에서 자연수와 소수, 간단한 수와 복잡한 수가 모두 사용되고, 복잡한 계산에서는 계산기를 사용하도록 하고 있다. 한편, 우리나라의 경우는 간단한 백분율을 사용하기는 하지만 기준 백분율과 관련된 내용은 찾아보기 어렵고, 전체를 나타내는 수도 소수가 한 문제에 제시되기는 하지만, 일반적

으로는 자연수 범위에서 100보다 작거나 큰 간단한 수들을 사용한다. 이와 관련해서 White et al. (2007)는 백분율 과제를 다룰 때 부분 전체 과제를 시작으로 다양한 변화 과제와 비교 과제로 확장해 나가야 하며, 학생들은 수의 복잡성에 영향을 받기 때문에 50%나 10%와 같은 간단한 기준 백분율을 사용하는 과제로부터 좀 더 복잡한 과제, 사용되는 양도 100을 시작으로 100보다 작은 수에서 큰 수를 포함하는 다양한 양을 사용해야 하며, 자연수뿐만 아니라 분수, 소수로 확장해야 하고, 100% 이하를 다루는 과제에서 100% 이상을 다루는 과제로 확대해 나가야 함을 강조한다. 따라서 백분율 과제 유형과 관련해서 생각해 볼 점은 기준 백분율을 중심으로 일반 백분율을 다루는 방향으로 진행하면서, 전체를 나타내는 수나 백분율의 크기를 나타내는 수를 제시하는 순서도 100을 시작으로 작은 수에서 큰 수로, 100% 이하에서 이상으로, 수의 범위도 자연수와 소수를 포함해서 적절하게 고려하는 것이 필요하다.

백분율 지도 모델에 대해 살펴보면, MiC 교과서는 이중 척도 모델인 막대 모델, 비표, 고무 밴드 모델, 영역 모델인 격자 모델과 원그래프 그리고 화살표 식 모델을 사용하여 학생들이 백분율을 이해하고 백분율 계산을 위한 전략을 개발하는 데 지속적으로 사용되고 있다. 반면, SMP 교과서는 그림 모델은 극히 일부에만 사용되며, 이중 척도 모델인 막대 모델이 기준 백분율과 분수 사이의 관계를 통해 기준 백분율 전략과 동치 분수 전략을 제시하는 데 사용되며, 영역 모델의 경우에는 우리나라에서는 통계 영역에서 사용하는 원그래프가 많이 사용되며, 백분율의 연산자의 의미를 나타내기 위한 화살표식도 많이 사용된다. 반면 우리나라의 경우는 백분율 지도와 관련해서 막대 모델이 사진의 축소 맥락에서 80% 축소를 했을 때의 크기를 어렵히는 데 한 번 사용되기는 하지만, 대부분 시각적이고 직관적인 방법으로 백분율을 다루지 않는다. 그러나 임재훈·이형숙(2015), 정은실(2003), Baratta et al. (2010), White et al. (2007)이 주장하는 바와 같이 막대 모델과 같은 이중 척도 모델이 백분율 지도 더 나아가서 비와 비례 지도에 효과적이다. 따라서 백분율 지도 모델과 관련해서 생각해 볼 점은 MiC나 SMP에서와 같이 막대 모델, 이중 도형 모델, 원그래프, 화살표 식 등 다양한 시각적 모델의 사용을 통해 학생들이 백분율 개념을 이해하는 데나 백분율 계산을 하는 데나 자신들의 방법으로부터 좀 더 형식적인 방법으로 진행해 갈 수 있도록 도울 수 있어야 한다.

백분율 계산 전략 지도에 대해 살펴보면, MiC, SMP는 모두 비형식적 전략을 시작으로 형식적 전략으로 진행한다. SMP의 경우는 학생들 자신의 전략을 사용할 기회를 제공할 뿐만 아니라 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 동치 소수 전략을 교과서에서 명시적으로 지도하고 있고, MiC의 경우는 동치 분수 전략이나 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략을 명시적으로 지도하지는 않지만 지속적으로 다양한 전략을 사용하도록 하면서 마지막에는 좀 더 형식적인 동치 소수 전략을 사용하도록 명시하고 있다. 우리나라의 경우 비형식적 전략을 다루지 않고 소수를 곱하는 형식화된 방법을 사용하도록 하고 있다. 그러나 백분율의 역사에서 살펴보았듯이 최종적인 소수를 곱하는 공식이 나오기 전에 간단한 분수와 기준이 되는 백분율을 적절히 이용해서 덧셈을 통해 백분율 계산을 하는 것이 자연스럽게 출현하였듯이 학생들의 백분율 계산도 자신들의 자연스러운 전략을 출발점으로 하는 것이 바람직하다. 따라서 백분율 계산 전략 지도와 관련해서 생각해 볼 점은 형식적 방법을 다루기 전에 학생들이 여러 상황을 통해 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략, 단위 백분율 전략 등을 다룬 후에 좀 더 일반적인 방법이 무엇일지를 생각할 기회를 제공하고 이를 명시적으로 백분율 공식으로 연결하는 것이 필요하다.

지금까지 살펴본 백분율 지도에 대한 우리나라, MiC, SMP 교과서 분석 내용의 특성과

논의 내용을 요약하면, <표 13>과 같다.

<표 13> 우리나라, MiC, SMP의 백분율 지도 내용의 특성과 논의의 초점

| | 우리나라 | MiC | SMP |
|--------|------------------------------------|--|--|
| 도입 | 비율에 100을 곱한 값 | 100에 대한 부분들 | 100에 대한 몇 |
| 과제 유형 | 변화, 부분 전체, 비교 백분율, 부분> 전체 | 부분 전체, 변화> 비교 전체가 변하는 변화 과제 백분율, 부분> 전체 | 부분 전체, 변화> 비교 전체가 변하는 변화 과제 백분율, 부분>전체 |
| 기준 백분율 | 간단한 백분율 | 50%, 25%, 75%, 10%, 33%, 33 1/3% | 50%, 25%, 75%, 10%, 5%, 1% |
| 수의 크기 | 50에서 시작, 100보다 작 은 수와 큰 수 동시 사용 | 100에서 시작, 100보다 작 은 수에서 큰 수로 진행 | 100에서 시작, 100보다 작 은 수와 큰 수 동시 사용 |
| 수의 범위 | 자연수 위주 | 자연수에서 소수로 진행 | 자연수, 소수 동시 사용 |
| 백분율 범위 | 100%이하와 이상 포함 | 100%이하에서 이상으로 진행 | 100%이하에서 이상으로 진행 |
| 모델 | 막대 모델 (일시적인 어림 모델) | 막대 모델, 비표, 원그래프, 고무 밴드 모델, 격자 모델, 화살표 식 (이해와 전략 사고를 위한 모델) | 막대 모델, 원그래프, 화살표 식, 이중 도형 모델, 그림 모델 (이해와 전략 도입을 위한 모델) |
| 전략 | 동치 분수 전략 동치 소수 전략 (급진적인 형식화) | 동치 분수 전략, 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략, 단위 백분율 전략 동치 소수 전략 (점진적인 형식화) | 동치 분수 전략 기준 백분율 전략 단위 백분율 전략 동치 소수 전략 (점진적인 형식화) |

V. 결 론

본 연구에서는 이론적 고찰을 바탕으로 백분율 지도를 위해 기본적으로 고려해야 할 교수학적 배경으로 백분율의 역사, 백분율의 의미, 백분율 과제 유형, 백분율 지도 모델, 백분율 계산 전략에 대해 고찰하였고, 이런 요소들이 구체적으로 교과서를 설계할 때 어떻게 반영되는지를 알아보기 위해 미국의 MiC 교과서, 영국의 SMP 교과서, 우리나라 교과서를 비교 분석함으로써 우리나라 초등학교에서 백분율 지도를 위한 시사점을 제안하고자 하였다.

본 연구의 논의를 바탕으로 결론을 제시하면 다음과 같다. 첫째, 백분율은 비와 비례의 중요한 내용 중의 하나일 뿐만 아니라 일상생활에서 백분율이 적용되는 다양한 상황을 고려해 볼 때, 5, 6학년에서 백분율을 좀 더 중시할 필요가 있다. 둘째, 백분율을 도입할 때 기준량이 100일 때 비교하는 양의 비율이라고 하는 측면을 부각시킴으로써 백분율의 의미를 강화할 필요가 있다. 셋째, 백분율 과제와 관련해서는 변화 과제에서 전체가 변하는 과제와 같은 것을 포함하여 좀 더 다양한 과제를 다루고 기준 백분율을 충분히 다룬 후에 일반 백분율로 진행하고, 전체에 사용되는 수도 간단한 수에서 크기와 범위를 확장할 필

요가 있다. 넷째, 백분율 지도 모델과 관련해서, 막대 모델이 사용되기는 하나 매우 제한적이기 때문에 막대 모델, 화살표 식과 같은 시각적 모델을 적극적으로 도입함으로써 비형식적인 백분율 전략을 생각하고 사용하는 것에서 좀 더 형식적인 전략으로 나아가도록 할 필요가 있다. 다섯째, 백분율 전략 지도와 관련해서 동치 소수 전략과 같은 형식적 절차를 다루기 전에 기준 백분율 전략, 비례 추론 전략, 단위 백분율 전략 등 다양한 비형식적 전략을 접할 기회를 주어야 한다.

본 연구에서는 백분율에 대한 이론적 배경과 2009 개정 교육과정에 따른 수학 교과서 분석을 기초로 앞으로 우리나라의 백분율 지도를 위해 고려해야 할 점들을 제안하였다. 이러한 제안들이 우리나라의 백분율 지도의 장점을 살리면서도 학생들이 이해하기 어려운 빠른 형식화를 조금은 완화하는 데 도움이 되기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2015a). **수학 6-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육과학기술부 (2015b). **교사용 지도서 수학 6-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육과학기술부 (2011). **수학과교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]. 교육과학기술부.
- 교육과학기술부 (2012). **수학 5-2**. 서울: 두산동아(주).
- 교육부 (2015). **수학과교육과정**. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]. 교육부.
- 김경희, 백희수 (2010). 비와 비율 영역에 대한 우리나라와 싱가포르 교육과정 및 교과서 비교. **학교수학**, 12(4), 473-492.
- 문교부 (1962). **산수 6-1**. 국정교과서 주식회사.
- 문교부 (1967). **산수 6-1**. 국정교과서 주식회사.
- 문교부 (1974). **산수 5-2**. 국정교과서 주식회사.
- 문교부 (1983). **산수 5-2**. 국정교과서 주식회사.
- 교육부 (1990). **산수 5-2**. 국정교과서 주식회사.
- 교육부 (1997). **산수 5-2**. 국정교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002). **수학 6-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 박상욱, 박교식, 김지원 (2014). 미국 초등학교 수학 교과서 “Everyday Mathematics”의 확률 영역 분석. **한국초등수학교육학회지**, 18(3), 475-492.
- 변희현 (2011). 한국과 일본의 초등교과서에서 다루는 분배법칙 개념에 관한 비교 분석. **한국초등수학교육학회지**, 15(1), 39-56.
- 임재훈, 이형숙 (2015). 비례 추론을 돕는 시각적 모델에 대하여: 초등 수학 교과서의 비례식과 비례배분 실생활 문제를 대상으로. **수학교육학연구**, 25(2), 189-206.
- 정영옥 (2015). 초등학교에서 비례 추론 지도에 관한 논의. **수학교육학연구**, 25(1), 21-58.
- 정유경, 정영옥 (2015). 초등학생들의 비례 추론 전략 분석-6학년을 중심으로-. **한국초등수학교육학회지**, 19(4), 457-484.
- 정은실 (2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구**, 13(3), 247-265.
- Baratta, W., Price, B., Stacey, K., Steinle, V., & Gvozdenko, E. (2010). Percentages: The effect of problem structure, number complexity and calculation format. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*(pp. 61-68). Fremantle: MERGA.
- Bennett, A., Burton, L., & Nelson, T. (2009). *Mathematics for Elementary Teachers: An Activity Approach, 8th Edition*. New York, NY: McGraw-Hill Education. 강홍규 · 권성룡 · 진선숙 · 조영미 (역) (2012). **초등교사를 위한 수학: 활동적 접근**. 서울: 경문

사.

- Common Core State Standards Initiative(2010). *Common core standards for mathematics*. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf에서 2015년 10월 인출.
- Department for Education(2013a). *Mathematics programs of study: Key stages 1 and 2 National Curriculum in England*. <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study/>에서 2015년 10월 인출.
- Department for Education(2013b). *Mathematics programs of study: Key stages 3 national curriculum in England*. <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study/>에서 2015년 10월 인출.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Hoffer, A. R., & Hoffer, S. A. K. (1992). Ratios and proportional thinking. In T. R. Thomas (Ed.), *Teaching Mathematics in Grades K-8 Research-Base Methods*(pp. 303-330). Needham Heights, Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Keijer, R., van den Heuvel-Panhuizen, M., Wijers, M., Shew, J., Brinker, L. J., Margaret, A. P., Shafer, M.C., & Brendefur, J. (1998). More or less. Teacher Guide. In T. A. Romberg (Ed.), *Mathematics in contexts: A connected curriculum for grades 5-8*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.
- Keijer, R., van den Heuvel-Panhuizen, M., Wijers, M., Shew, J., Brinker, L. J., Margaret, A. P., Shafer, M.C., & Brendefur, J. (1998). *More or less*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation. 나온교육연구소 (역) (2003). *늘었다 줄었다*. 서울: 도서출판 이우.
- Keijer, R., van Galen, F., Gravemeijer, K., Shew, J. A., Cole, B. R., & Brendefur, J. (1998). Fraction times. Teacher Guide. In T. A. Romberg (Ed.), *Mathematics in contexts: A connected curriculum for grades 5-8*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.
- Keijer, R., van Galen, F., Gravemeijer, K., Shew, J. A., Cole, B. R., & Brendefur, J. (1998). *Fraction times*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation. 나온교육연구소 (역) (2004). *신문 속의 분수*. 서울: 도서출판 이우.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Children's cognitive and metacognitive processes. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers an integration of research* (pp. 131-156). New Jersey, Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Lamon, S. J. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

- Moss, J. (2002). Percents and proportion at the center: Altering the teaching sequence for rational number. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.) *Making sense of fractions, ratios, and proportions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, INC.
- Parker, M. (2004). Reasoning and working proportionally with percent. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(6), 326-330.
- Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, 65(4), 421-481.
- Price, B., Stacey, K., Steinle, V., & Gvozdenko, E. (2014). Using percentages to describe and calculate change. In J. Anderson, M. Cavanagh & A. Prescott (Eds.), *Proceedings of the 37th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 517-524). Sydney: MERGA.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2009). Helping children learn mathematics. NY, Jon Wiley & Sons, Inc. 박성선 · 김민경 · 방정숙 · 권점례 (역) (2012). *초등교사를 위한 수학과 교수법*. 서울; 경문사.
- Streefland, L. (1985). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process. Part II. *Educational Studies in Mathematics* 16, 75-94.
- The School Mathematics Project(2003a). *SMP interact practice for book 8T*. Cambridge University Press.
- The School Mathematics Project(2003b). *SMP interact practice for book 9T*. Cambridge University Press.
- The School Mathematics Project(2003c). *SMP interact practice for book 7S*. Cambridge University Press.
- The School Mathematics Project(2003d). *SMP interact practice for book 8S*. Cambridge University Press.
- The School Mathematics Project(2003e). *SMP interact practice for book 9S*. Cambridge University Press.
- Van den Heuvel Panhuizen, M.(2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics* 54, 9-35.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Streefland, L., Middleton, J. A., & Meyer, M. R. (1997). *Per sense*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation. 나온교육연구소(역) (2004). *백분율은 백을 좋아해*. 서울: 도서출판 이우.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Streefland, L., Middleton, J. A., & Meyer, M. R. (1997). *Per sense*. teacher guide. In T. A. Romberg (Ed.), *Mathematics in contexts: A connected curriculum for grades 5-8*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.

-
- Van de Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics. Pearson Education, Inc. 남승인 외 (역) (2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가**. 서울: 경문사.
- White, P., & Mitchelmore, M. (2005). Teaching percentage as a multiplicative relationship. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, A Roche (Eds.), Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia(Vol 2, pp. 783-790).
- White, P., Wilson, S., Faragher, R., & Mitchelmore, M., (2007). Percentages as part whole relationships. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol 2, pp. 805-814).

<Abstract>

Teaching Percent in Elementary School Mathematics

Chong, Yeong Ok³⁾

The aim of this study is to look into the didactical background for teaching percent in elementary school mathematics and offer suggestions to improve teaching percent in the future. In order to attain these purposes, this study examined key ideas with respect to the didactical background on teaching percent through a theoretical consideration regarding various studies on percent. Based on such examination, this study compared and analyzed textbooks used in the United States, the United Kingdom, and South Korea.

In the light of such theoretical consideration and analytical results, this study provided suggestions for improving teaching percent in elementary schools in Korea as follows: giving much weight on percent, emphasizing the concept of percent as a ratio, underlining the various kinds of change problems, emphasizing informal strategies of students before teaching the percent formula, and utilizing various models actively.

Key words: percent, part-whole problem, change problem, comparison problem

논문접수: 2016. 01. 15

논문심사: 2016. 02. 16

게재확정: 2016. 02. 19

3) yochong@gin.ac.kr