

# 서로소 배열에서 프로퍼게이터 방법 기반의 효율적인 도래각 추정 기법

## Computationally Efficient Propagator Method for DoA with Coprime Array

변 부근 · 유도식\*  
홍익대학교 전자정보통신공학과

**Bu-Guen Byun · Do-Sik Yoo\***

Department of Electronic, Information, and Communication Engineering, Hongik University, Seoul 04066, Korea.

### [요 약]

우리는 서로소 배열 안테나에 기존의 프로퍼게이터 방법을 기반으로 하는 도래각 (DoA; direction of arrival) 추정 알고리즘을 제안한다. 서로소 배열 기법은 도래각 추정 해상도를 증가시키거나 복잡도를 상호배열의 크기만큼 증가시킨다. 이러한 복잡도를 감소시키기 위하여 우리는 특이값 분해없이 도래각을 추정하는 프로퍼게이터 방법을 이용하는 방법을 제안한다. 우리는 시뮬레이션을 통해 선형 균일 배열 MUSIC, 선형 균일 배열 프로퍼게이터 방법, 서로소 배열을 이용한 MUSIC과 제안한 방법을 비교 및 분석하여, 우리가 제안한 방법이 복잡도가 훨씬 높은 서로소 배열을 이용한 MUSIC 보다는 약간 낮은 성능을 보이지만 나머지 기법들 보다는 훨씬 우수한 성능을 보임을 관찰한다.

### [Abstract]

In this paper, we propose a computationally efficient direction of arrival (DoA) estimation algorithm based on propagator method with non-uniform array. While the co-prime array techniques can improve the resolution of DoA, they generally lead to high computational complexity as the length of the coarray aperture. To reduce the complexity we use the propagator method that does not require singular value decomposition (SVD). Through simulations, we compare MUSIC with uniform linear array, propagator method with uniform linear array, MUSIC with co-prime array, and the proposed scheme and observe that the performance of the proposed scheme is significantly better than MUSIC or propagator method with uniform linear array while it is slightly worse than computationally much more expensive co-prime array MUSIC scheme.

**Key word :** Direction of arrival, Coprime array, Propagator method, Non-uniform array, Multiple signal classification.

<http://dx.doi.org/10.12673/jant.2016.20.3.258>



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Received 29 April 2016; Revised 25 May 2016  
Accepted (Publication) 13 June 2016 (30 June 2016)

\*Corresponding Author; Do-sik Yoo

Tel: +82-2-320-3048

E-mail: yoodosik@hongik.ac.kr

## 1. 서론

안테나에 입사하는 신호의 도래각 추정은 이동통신, 스마트 안테나, 레이더, 수중 음파 탐지, 지진학 등 광범위한 분야에서 활용되고 있다. 특히, 부공간 기법을 기반으로 한 도래각 추정 연구가 지난 수십 년간 활발히 진행되어, MUSIC (multiple signal classification) [1], ESPRIT (estimation of signal parameter via rotational invariance technique) [2], root-MUSIC [3], min-Norm [4] 등의 다양한 기법이 제안되어 왔다. 이는 기존의 빔포밍 기법과는 다르게 고차원의 선형대수학적 기법을 적용하여 같은 상황 조건 하에서 도래각 추정 해상도를 향상시키기 때문이다.

MUSIC이나 ESPRIT과 같은 부공간 기법의 복잡도는 신호 및 잡음 부공간을 형성하기 위한 특이값 분해로 인하여 증가한다. 이에 Marcos는 특이값 분해 없이 도래각 추정이 가능한 부공간 기법, OPM (orthogonal propagator method)를 제안하였다 [5]. OPM 기법은 기존의 안테나 개수 차원의 특이값 분해가 아닌, 신호원 개수 차원의 역행렬을 이용하여 도래각을 추정하는 방법으로 SNR (singal to noise ratio)이 중간이상 일 때, MUSIC의 해상도와 비슷한 성능을 내는 기법이다. OPM 기법은 현재에도 계산량이 많은 이차원 도래각 추정기법, 적은 계산량을 필요로 하는 추적기법 등에 많이 적용되고 있다 [6],[7].

그러나, 기존의 부공간 기반 기법으로 N개의 선형 균일 배열을 이용하여 도래각을 추정하고자 할 때, 신호원의 개수가 N개 미만이어야 한다는 제한점이 있다. 이 문제를 극복하기 위하여 안테나를 선형 비균일하게 배열시킨 후 도래각을 추정하는 선형 비균일 배열 연구가 이루어져 왔다 [8],[9]. 이러한 선형 비균일 배열 연구는 안테나 간의 결합으로 생기는 상호 배열을 이용하여 도래각을 추정하는 방법으로, 보다 많은 수의 신호원을 찾을 수 있고 도래각 추정 해상도가 향상되거나 복잡도가 상호 배열의 크기 만큼 증가하게 되는 단점을 지니고 있다.

최근 Pal과 Vaidyanathan은 일반적인 선형 비균일 배열의 최적의 안테나 배열 기법로서 서로스 배열 기법을 제안하였으며 [10], 또한 서로스 배열에 MUSIC을 적용시키는 방법을 제안하였다 [11]. 이 논문에서, 우리는 서로스 배열로 생기는 상호 배열 가상 안테나 개수의 증가, MUSIC의 복잡도, 그리고, 실제로 사용되는 큰 안테나의 개수에 따른 계산 복잡도에 주목하고 서로스 배열에 프로퍼게이터 방법을 적용하여 복잡도를 낮추는 새로운 방법을 제안하고자 한다. 이 방법은 서로스 배열을 이용한 MUSIC보다 약간의 성능 저하를 보이나 복잡도를 크게 개선시키고, 같은 안테나 개수를 이용하는 선형 균일 배열 MUSIC이나 프로퍼게이터 방법보다 월등히 높은 성능을 보인다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서는 서로스 배열 안테나의 구성과 우리가 가정하는 신호와 잡음의 특징을 간단하게 기술한다. III절에서는 우리가 제안한 서로스 배열에서의 프로퍼게이터 방법을 수식을 이용하여 이론적으로 설명한다. 특

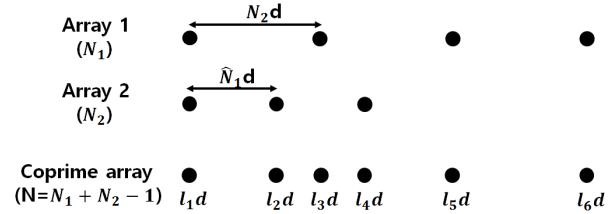


그림 1. 서로스 배열 기법의 배열 구성  
Fig. 1. The prototype coprime array configuration.

히, 기존의 MUSIC에 비하여 우리가 제안한 방법이 연산량이 작다는 것을 보여주기 위하여 실제 알고리즘과 연산량을 IV절에서 보인다. V절에서는 균일 배열에서의 MUSIC, 프로퍼게이터 방법, 그리고 서로스 배열에서의 MUSIC을 제안한 방법과 비교 분석하여 성능을 평가한다. 마지막으로, VI절에서는 우리가 제안한 방법의 복잡도와 성능에 대한 최종적인 결론을 도출한다.

표기법에 관하여 간단하게 설명하면, 우리는 밑줄(\_)과 대문자를 이용하여 각각 벡터와 행렬을 표기한다. 특히,  $O_N$ 과  $I_N$ 은 각각  $N \times N$  영 행렬,  $N \times N$  단위 행렬을 의미한다. 그리고  $(\cdot)^T, (\cdot)^H$ 는 각각 행렬을 전치행렬과 수반행렬, 즉, 전치 후 복소켤레를 취한 행렬을 의미한다. 또한  $(\cdot)^{-1}$ 은 행렬의 역행렬,  $\delta_{ls}$ 는 디랙델타 함수를 의미한다.

## II. 시스템 모델

우리는 최근 Qin 등이 [12]에서 소개한 CACIS (coprime array with compressed inter-element spacing)라는 서로스 배열 기법을 서로스인 두 양의 정수  $N_1, N_2$ 개( $N_1 > N_2$ )로 이루어진 두 쌍의 선형 균일 배열 안테나에 적용하고자 한다. 먼저, 우리는  $N_1$ 이 두 양의 정수  $p$ 과  $\hat{N}_1$ 의 곱, 즉  $N_1 = p\hat{N}_1$ 으로 표현되며,  $p$ 는  $2 \leq p \leq N_1$ 를 만족한다고 하자. 다음으로  $N_1$ 개로 이루어진 첫 번째 등간격 안테나는 각 간격이  $N_2d$ 이고,  $N_2$ 개로 이루어진 두 번째 등간격 안테나는 각 간격이  $\hat{N}_1d$ 라 하자. 이 논문에서  $d$ 는 신호파장  $\lambda$ 의 절반, 즉  $\lambda/2$ 이라 가정하겠다.

서로스 배열기법은 위와 같은 두 배열을 일직선상에 겹쳐서 하나의 선형 비균일 배열로 구성하는 방법이다. 보다 구체적인 설명을 위하여  $N_1 = 4, N_2 = 3, p = 2$  일 때의 상황을 그림 1에 나타내었다. 그림1에서 Coprime array가 Array1과 Array2를 겹쳐서 얻은 어레이이다. 우리는, 서로스의 성질에 의하여 처음의 위치를 제외하고는 각 배열에 있는 안테나의 위치가 겹치지 않음을 확인할 수 있는데, 안테나의 총 개수  $N$ 은 맨 왼쪽에 겹쳐지는 안테나는 제외한  $N_1 + N_2 - 1$ 개가 된다. 우리는, 수식 표현상의 편의를 위하여 안테나의 위치를 거리  $d$ 를 제거한 정수만을 표현하여  $l_1, \dots, l_N$ 이라 하고,  $\nu_k = 2\pi d \cos \theta_k / \lambda$ 라 하겠다.

이제,  $K$ 개의 협대역 신호  $s_1(t), \dots, s_K(t)$ 가  $\lambda$ 의 파장을 지니고  $\theta_1, \dots, \theta_K$ 의 각도로 안테나 어레이에 입사한다고 하자. 그리고,  $N$ 의 각 안테나에서 관측되는 신호를  $x_1(t), \dots, x_N(t)$ 로 표기하기로 하자. 수식적으로 간단하게 기술하기 위하여  $\underline{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$ ,  $\underline{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$  라 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{x}(t) = A \underline{s}(t) + \underline{n}(t) \tag{1}$$

여기서,  $A = [\underline{a}(\theta_1), \underline{a}(\theta_2), \dots, \underline{a}(\theta_K)]$ ,  $\underline{a}(\theta_k) = [1, e^{j\nu_2}, \dots, e^{j\nu_{M+N-1}}]^T$ 이다.  $\underline{s}(t)$ 와  $\underline{n}(t)$ 는 평균이 0인 독립적인 복소수 랜덤 벡터이며 다음의 조건을 만족한다고 가정하자.

$$E[\underline{s}(t) \underline{s}(s)^H] = \delta_{ts} S \tag{2}$$

$$E[\underline{s}(t) \underline{s}(s)^T] = O_K \tag{3}$$

$$E[\underline{n}(t) \underline{n}(s)^H] = N_0 \delta_{ts} I_N \tag{4}$$

$$E[\underline{n}(t) \underline{n}(s)^T] = O_K \tag{5}$$

여기서  $N_0$ 는 잡음의 파워 스펙트럼 밀도이며,  $S$ 는  $i$ 번째 대각 성분  $p_i$ 가 양의 실수로 이루어진 대각행렬이다.

### III. 서로소 배열에서의 프로퍼게이터 기법

$\underline{x}(t)$ 의 자기 상관행렬  $R_{xx}$ 를 보다 구체적으로 살펴보기 위하여 수식으로 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{xx} &= E[\underline{x}(t) \underline{x}(t)^H] \\ &= ASA^H + N_0 I_N \\ &= \sum_{i=1}^K p_i \underline{a}(\theta_i) \underline{a}^H(\theta_i) + N_0 I_N \end{aligned} \tag{6}$$

이로부터  $R_{xx}$ 의  $(i, j)$  성분  $r_{ij}$ 이

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^K p_k e^{j(l_i - l_j) \nu_k} + N_0 \delta_{ij} \tag{7}$$

와 같이 나타낼 수 있음을 알 수 있다.

이 때,  $r_{ij}$ 들 중  $N_0$ 가 포함된 항은 배제하고,  $l_i - l_j$ 가  $1 \leq l_i - l_j \leq L$  (단,  $L = N_1 N_2 - N_1(N_2 - 1)/p - 1$ )가 되는 것들만 이용하여  $z_l, l = 1, 2, \dots, L$ 을

$$z_l = \frac{1}{N(S_l)} \sum_{(i,j) \in S_l} r_{ij} \tag{8}$$

와 같이 정의 하자. 여기서, 집합  $S_l$ 은

$$S_l = \{(i, j) \mid l_i - l_j = l, 1 \leq j < i \leq N\} \tag{9}$$

와 같고,  $N(S_l)$ 은 그 원소의 개수를 의미한다. 이제, 이들  $L$ 개의 값들을 묶어 열벡터  $\underline{z}$ 를

$$\underline{z} = [z_1, z_2, \dots, z_L]^T \tag{10}$$

와 같이 정의하면, 이는 가상의 선형 균일 배열에서 관측되는 신호벡터와 같은 특성을 지닌다. 즉, 다음과 같은 등식이 성립한다.

$$\underline{z} = \tilde{A} \underline{p} \tag{11}$$

여기서,  $\tilde{A} = [\tilde{a}(\theta_1), \dots, \tilde{a}(\theta_K)]$ ,  $\tilde{a}(\theta_k) = [e^{j\nu_k}, \dots, e^{jL\nu_k}]^T$ ,  $\underline{p} = [p_1, \dots, p_K]^T$ 이다.

식 (11)은  $L$ 개의 가상 안테나, 즉, 신호벡터가  $[z_1, z_2, \dots, z_L]^T$ 인 잡음이 없는 가상의 선형 균일 배열에  $K$ 개의 코히어런트한 신호가 입사하는 상황에 해당됨을 알 수 있다. 따라서, 선형 균일 배열에서 코히어런트한 신호의 도래각을 특이 값 분해없이 추정하는 기존의 알고리즘 [13]을 적절히 수정하여 이러한 가상의 선형 균일 배열에 적용하고자 한다.

이제, 우리는  $L$ 차원 행벡터  $\underline{z}$ 로부터  $U = L - K + 1$ 쌍의  $K$ 차원 행벡터들을 생성한다. 보다 구체적으로 설명하면,  $u$ 번째 행벡터 쌍은  $\underline{z}$ 의 성분들 중  $\{u, u+1, \dots, u+K-1\}$  번째를 묶은 행벡터  $\underline{y}_{fu}$ 와  $\{L-u+1, L-u, \dots, U-u+1\}$  번째를 묶은 행벡터  $\underline{y}_{bu}$ 로 구성한다. 우리는, 이와 같이 상향 부행 벡터와 하향 부행 벡터를 동시에 고려함으로써 성능을 향상시키고자 한다. 두 행벡터  $\underline{y}_{fu}$ 와  $\underline{y}_{bu}$ 를 수식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{y}_{fu} &= [z_u, z_{u+1}, \dots, z_{u+K-1}]^T \\ &= A_1 D^u \underline{p} \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \underline{y}_{bu} &= [z_{L-u+1}, z_{L-u}, \dots, z_{U-u+1}]^H \\ &= A_1 D^{-L+u-1} \underline{p} \end{aligned} \tag{13}$$

여기서,  $A_1 = [a_1(\theta_1), a_1(\theta_2), \dots, a_1(\theta_K)]$ ,  $a_1(\theta_i) = [1, e^{j\nu_i}, \dots, e^{j(K-1)\nu_i}]^T$ 이며,  $D$ 는  $e^{j\nu_1}, \dots, e^{j\nu_K}$ 로 이루어진 대각행렬로,  $A_1, D$  행렬 모두 정칙행렬 (non-singular matrix)이다.

다음으로 상향 부행 벡터들과 하향 부행 벡터들을 묶어 행렬  $Y_f$ 와  $Y_b$ 를 구성하면 다음과 같은 등식이 성립한다.

$$Y_f = [y_{f1}, y_{f2}, \dots, y_{fU}]^T \quad (14)$$

$$= \begin{bmatrix} p^T D^1 \\ p^T D^2 \\ \vdots \\ p^T D^U \end{bmatrix} A_1^T$$

$$= \hat{A} D^1 S A_1^T$$

$$Y_b = [y_{b1}, y_{b2}, \dots, y_{bU}]^T \quad (15)$$

$$= \begin{bmatrix} p^T D^{-L} \\ p^T D^{-L+1} \\ \vdots \\ p^T D^{-L+(U-1)} \end{bmatrix} A_1^T$$

$$= \hat{A} D^{-L} S A_1^T$$

여기서,  $\hat{A} = [\hat{a}(\theta_1), \hat{a}(\theta_2), \dots, \hat{a}(\theta_K)]$ ,  $\hat{a}(\theta_i) = [1, e^{j\nu_i}, \dots, e^{j(U-1)\nu_i}]^T$ 이다. 특히,  $\hat{A}$ 는 방테르몽드 행렬 (vandermonde matrix)로  $U \times K$  행렬이며, 일반적으로  $U > K$ 이므로 완전계 수 행렬이다.

이제, 행렬  $\hat{A}$ 를 식 (16)과 같이 두 개의 부분행렬  $A_1$ 과  $A_2$ 로 나누어 표현하자.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \} K \\ \} U-K \end{matrix} \quad (16)$$

여기서  $A_1$ 은 정칙행렬이므로 식 (17)을 만족하는 선형변환 행렬  $P$ 가 존재함을 알 수 있다.

$$A_1^H P = A_2^H \quad (17)$$

이제, 행렬  $Q$ 를

$$Q = \begin{bmatrix} P \\ -I_{U-K} \end{bmatrix} \quad (18)$$

와 같이 정의하면,

$$\hat{A}^H Q = 0_{K \times (U-K)} \quad (19)$$

이 성립함을 알 수 있다.

결론적으로, 여기서  $\Pi_Q = Q(Q^H Q)^{-1} Q^H$ 라 두면,

$$\Pi_Q \hat{a}(\theta) = 0_{U \times 1} \quad (20)$$

이 성립하는 것은  $\theta = \theta_k, k = 1, 2, \dots, K$ 인 경우뿐이므로 이 사실로부터 도레각을 추정할 수 있다.

이제, 식 (17)를 만족시키는 행렬  $P$ 을 구하기 위하여 행렬

$Y_f$ 와  $Y_b$ 를 결합한 행렬  $\Phi = [Y_f, Y_b]$ 을 정의하면 다음이 성립한다. 즉,

$$\Phi = [\hat{A} D^1 S A_1^T, \hat{A} D^{-L} S A_1^T] \quad (21)$$

$$= \hat{A} [D^1 S A_1^T, D^{-L} S A_1^T]$$

$$= \begin{bmatrix} A_1 D^1 S A_1^T, A_1 D^{-L} S A_1^T \\ A_2 D^1 S A_1^T, A_2 D^{-L} S A_1^T \end{bmatrix}$$

이제, 행렬  $\Phi_1$ 과  $\Phi_2$ 을

$$\Phi_1 = [A_1 D^1 S A_1^T, A_1 D^{-L} S A_1^T] \quad (22)$$

와

$$\Phi_2 = [A_2 D^1 S A_1^T, A_2 D^{-L} S A_1^T] \quad (23)$$

와 같이 정의하면, 식 (17)에 의하여

$$\Phi_1^H P = \Phi_2^H \quad (24)$$

이 성립하며, 이로부터

$$P = (\Phi_1 \Phi_1^H)^{-1} \Phi_1 \Phi_2^H \quad (25)$$

와 같이 행렬  $P$ 를 구할 수 있다.

결론적으로, 이와 같은 방법으로 얻은 행렬  $P$ 를 이용하여  $Q$ 를 구한 다음, 이로부터 다시 행렬  $\Pi_Q = Q(Q^H Q)^{-1} Q^H$ 을 구하면, 도레각은 추정함수

$$f(\theta) = \frac{1}{\hat{a}^H(\theta) \Pi_Q \hat{a}(\theta)}. \quad (26)$$

에 피크값을 주는  $\theta$ 의 값을 구하는 방법으로 추정한다.

## IV. 실제 알고리즘과 복잡도

### 4-1 실제 알고리즘

우리가 제안한 방법은 특이값 분해를 필요하지 않으나,  $P = (\Phi_1 \Phi_1^H)^{-1} \Phi_1 \Phi_2^H$ 와  $\Pi_Q = Q(Q^H Q)^{-1} Q^H$ 를 구하는 과정에서 각각  $K \times K$ ,  $(U-K) \times (U-K)$  행렬의 역행렬 계산하여야 하는 문제가 있다. 일반적으로  $K < U-K$ 이므로  $U-K$ 차원 행렬의 역행렬을 구하는 것보다는  $K$ 차원 행렬의 역행렬을 구하는 것이 계산량이 적다.  $\Pi_Q$ 의 역행렬을 보다 손쉽게 구하기

위하여

$$\Pi_Q = Q [I_{U-K} - P^H (PP^H + I_K)^{-1} P] Q^H \quad (27)$$

가 성립함을 관찰하자 [14]. 식 (27)를 이용하면  $K$  차원 행렬  $PP^H + I_K$ 의 역행렬만 구하면  $\Pi_Q$ 를 구할 수 있음을 알 수 있다.

관측된 신호에 제안된 기법을 적용하여 도래각을 추정하는 방법은 다음과 같은 5단계로 요약할 수 있다. 이를 위해,  $K$ 개의 신호원이  $N$ 개의 안테나에 입사할 때,  $T$ 개의 스냅샷을 이용하여 도래각을 추정한다고 하자.

**1단계:** 먼저,  $T$ 개의 신호 스냅샷  $\underline{x}(t), t = 1, 2, \dots, T$ 을 이용하여 자기상관행렬  $R_{xx}$ 를 다음 식에 따라 구한다.

$$R_{xx} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \underline{x}(t) \underline{x}^H(t) \quad (28)$$

**2단계:** 식(8) ~ (10)를 이용하여 가상의 선형 균일 배열  $\underline{z} = [z_1, z_2, \dots, z_L]^T$ 를 생성한다.

**3단계:** 식 (12) 및 (14) 와 식 (13) 및 (15)에 따라, 행렬  $Y_f$ 와 행렬  $Y_b$ 를 구성한 다음, 식 (22)와 (23)에 따라 행렬  $\Phi_1$ 와  $\Phi_2$ 를 구성한다.

**4단계:** 선형 변환 행렬  $P$ 를 (25)와 같이 구한 다음, 식 (27)에 따라  $\Pi_Q$ 를 구한다.

**5단계:** 마지막으로 도래각을 추정하기 위하여 식(26)에 정의된 함수  $f(\theta)$ 가 가장 큰  $K$ 개의 값을 갖도록 하는  $\theta$ 들의 값을 구한다.

#### 4-2 복잡도

일반적으로 부공간 기법을 이용하여 도래각을 추정하는 기법은 크게 3 단계의 과정으로 나누어 생각할 수 있다. 첫 번째 과정은 신호의 자기상관행렬  $R_{xx}$ 를 구하는 과정이며, 두 번째 과정은 이를 신호 부공간, 잡음 부공간으로 나누는 과정이며, 세 번째 과정은 도래각을 찾는 과정이다. 우리가 제안하는 방법은 효율적인 계산을 위하여 특이값 분해없이 부공간을 구하는 기법이며, MUSIC과 차이점은 이 부공간을 구하는 과정에만 있다. 부공간 형성 과정의 연산량 차이를 정확하게 분석하기 위하여 실수의 덧셈과 곱셈의 연산횟수 단위를 rflops (real floating operations)라 표현하기로 하자.

MUSIC을 서로소 배열에 적용하여 도래각을 추정할 경우, 자기상관행렬을 신호 부공간과 잡음 부공간으로 나누기 위하여 크기가  $(L+1) \times (L+1)$ 인 정사각 행렬의 특이값 분해로 약  $O(L^3)$  rflops가 필요하다 [11]. 이 때, 보다 정확하게 연산량

표 1. 서로소 배열에서 안테나 개수에 따른 연산량

Table 1. Computation of the number of antennas with coprime array.

$N$	MUSIC	propagator method
10	$6.22 \times 10^4$ rflops	$4.22 \times 10^3$ rflops
30	$2.23 \times 10^7$ rflops	$2.57 \times 10^5$ rflops
50	$4.11 \times 10^8$ rflops	$1.81 \times 10^6$ rflops

을 분석하면 이 특이값 분해에 사용되는 자기상관 행렬은 에르미트 (hermitian) 행렬이므로 [15] 에서와 같이 약  $32(L+1)^3/3$  rflops가 된다.

우리가 제안한 방법의 부공간 형성에 필요한 계산과정은 식 (25)으로 이를 분석하면 다음과 같다. 식 (35)에서 행렬의 곱으로 인하여 필요한 계산량은  $24(U-K)K^2 + 16K^3$  rflops 이며, 역행렬 계산으로 인하여 필요한 연산은  $O(K^3)$  rflops이다. 추가적으로  $\Pi_Q = Q(Q^H Q)^{-1} Q^H$ 을 계산할 때,  $(Q^H Q)^{-1}$ 를 계산하는 방법을 택할 경우, 필요한 연산량은  $O(U^3)$  rflops 이나, 식 (27)을 이용하여 계산할 경우 계산량을  $8(U-K)^2 K + 16(U-K)K^2 + O(K^3)$  rflops로 줄일 수 있다. 여기서,  $U = L - K - 1$ 이다. 또한, 역행렬 계산에 사용되는 행렬 또한 에르미트 행렬이므로, 복잡도 감소를 위하여 촐레스키 분해를 이용하면 기존의 역행렬 연산량에 1/6정도의 연산량을 감소시킬 수 있다. 하지만 일반적으로  $L \gg N \gg K$  조건을 만족하기 때문에 우리가 제안한 방법의 부공간을 형성하기 위한 총 연산량은 약  $8(U-K)^2 K + 40(U-K)K^2$  rflops 가 된다. 결론적으로, 우리가 제안한 방법을 이용하면 MUSIC의 연산량  $O(L^3)$  rflops를  $O(L^2 K)$  rflops로 감소시킬 수 있다.

안테나 개수에 따라 부공간 형성에 필요한 연산량을 수치적으로 비교 분석하기 위하여 몇 개의 계산량 예를 표1에 나타내었다. 신호원의 개수는 2개라 가정하며, 안테나 개수  $N$ 은 10개, 30개, 50개 일때의 연산량을 고려하여 보았다. 또한,  $p$ 는 2라 두었으며, 최적의 서로소 배열을 이루기 위하여 서로소  $(N_1, N_2)$ 는 각각 (6,5), (16,15), (26,25)로 선택하였다 [12].

#### V. 시뮬레이션 결과

우리는 제안한 방법을 같은 안테나 개수의 선형 균일 배열 MUSIC, 선형 균일 배열 프로퍼게이터 방법, 서로소 배열의 MUSIC과 비교 및 분석을 한다. 먼저, 선형균일 배열 MUSIC과 선형 균일 배열 프로퍼게이터 방법을 사용하는 경우, 18개의 안테나가 반파장의 등간격으로 배열되어 있는 경우를 고려하였다. 다음으로, 서로소 배열의 MUSIC과 제안된 알고리즘을 사용하는 경우는  $p$ 는 2라 두고  $N_1 = 10$  및  $N_2 = 9$  개의 안테나를 사용하는 경우를 고려하였다. 이 경우도, 안테나 사이의 최소 간격을 반파장인 것으로 가정하였다. 또한, 모든 경우에 스

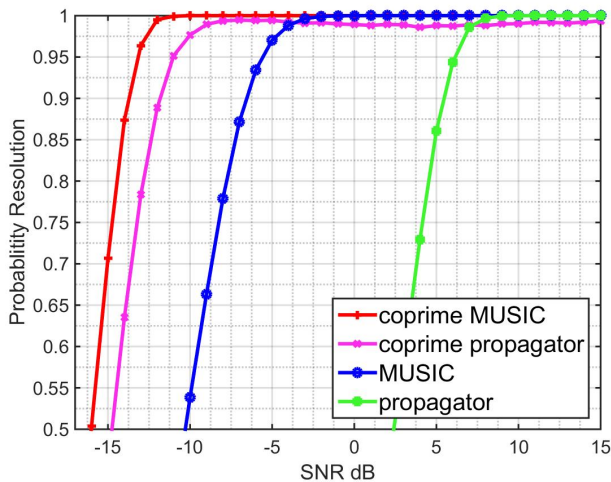


그림 2. SNR에 따른 탐지 가능 확률  
Fig. 2. The curves of PR versus SNR.

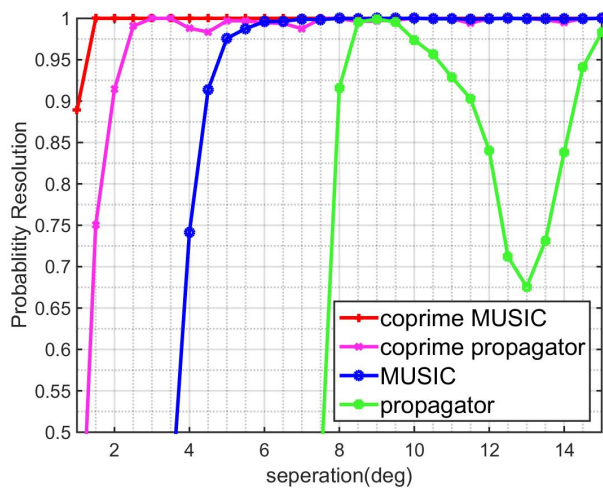


그림 3. 도래각 분리에 따른 탐지 가능 확률  
Fig. 3. The curves of PR versus separation of DoA.

냅샷의 수  $T$ 는 100이라 두었다.

성능 비교 분석을 위해서 탐지 가능 여부를 판단하는 PR (probability resolution) 수치를 고려하였다. 우리는 실험에서, 추정된 도래각이 실제 도래각의 0.5°이내에 있으면 우리는 탐지에 성공했다고 가정하였다. 우리는, 먼저 동일한 세기를 갖는 두 개의 신호원이 각각 90°와 95° 지점에서 입사하는 경우 신호대 잡음비에 따라 PR이 어떻게 구해지는지 실험하였는데 그 결과는 그림 2와 같으며, 다음으로 신호대 잡음비를 -5dB로 일정하게 두고 한 신호는 90°에서 도래하고 동일한 세기를 갖는 나머지는 신호는 91°, 91.5°, ..., 105°와 같이 서로 다른 각도에서 도래하는 경우를 가정하여 PR이 어떻게 달라지는지 테스트하였으며 그 결과는 그림 3과 같다.

그림 2에 보여진 바와 같이, 우리가 제안한 서로소 배열을 이용한 프로퍼게이터 방법은, PR이 0.95일 때, 서로소 배열을 이용한 MUSIC 보다는 약 2dB 정도 성능이 떨어지지만, 균일

배열을 이용하는 MUSIC이나 프로퍼게이터 방법보다는 각각 약 5.5 dB 및 17 dB가량 성능이 우수한 것으로 파악된다. 비슷하게, 그림 3에서도, 우리가 제안한 서로소 배열을 이용한 프로퍼게이터 방법이, PR이 0.95일 때, MUSIC에 비해서는 성능이 0.9° 정도 낮은 성능을 보이나, 균일배열을 이용하는 MUSIC이나 프로퍼게이터 방법보다는 각각 2.6° 및 6° 이상 성능이 우수함을 확인할 수 있다.

결론적으로 우리가 제안한 서로소 배열을 이용하는 프로퍼게이터 기법은 복잡도가 훨씬 높은 서로소 배열을 이용하는 MUSIC 기법에 비해서는 다소 낮은 성능을 보여주지만, 균일배열을 이용하는 MUSIC이나 프로퍼게이터 기법보다는 월등한 성능을 보여 주고 있다고 말할 수 있다. 따라서, 복잡도를 낮게 유지한 채로 정확한 추정을 해야 하는 경우, 우리가 제안한 기법은 매우 유용하게 활용될 수 있다고 판단된다.

## VI. 결 론

우리는 서로소 배열 기법에 기존의 프로퍼게이터 방법을 적용하여 해상도는 높이고 복잡도는 낮출 수 있는 도래각 추정 알고리즘을 제안하였다. 기존 선형 비균일 배열의 MUSIC은 상호 배열 크기의 행렬을 특이값 분해한 후 도래각을 추정하는 방법이어서 높은 복잡도를 지닌다. 하지만 우리가 제안한 방법은 상호 배열을 신호원의 개수만큼 부열벡터들로 나누어 재배치시킨 후 신호원 개수와 같은 차원의 역행렬만을 이용하여 도래각을 추정하는 방법으로 부공간 기법의 복잡도를  $O(K/L)$  만큼 개선시킨다. 성능면에서는 복잡도가 높은 서로소 배열 MUSIC보다 신호대 잡음비면에서는 2dB, 분해능 면에서는 0.9° 정도 낮은 성능을 보였다. 그러나, 선형 균일 배열 MUSIC 보다는 도래각 추정 성능이 각각 5.5dB 및 2.6° 정도 우수하며, 선형 균일 배열 프로퍼게이터 방법보다는 각각 17dB 및 6° 정도 우수하였다. 따라서, 우리가 제안한 방법은 안테나의 개수가 제한된 상황에서 고속의 계산을 요구하는 빠른 물체의 도래각 추적을 요구하는 상황이나, 2차원의 도래각 추정과 같이 고계산량을 요구하는 상황에서 성능은 높게 유지하면서도 복잡도를 개선하기 위한 방법으로 유용하다고 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단 기본연구지원사업(과제번호: NRF-2015R1D1A1A01060234)의 지원을 받아 수행되었습니다.

## 참고 문헌

- [1] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 34, No. 3, 1986.
- [2] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 37, No. 7, pp. 984-995, 1989.
- [3] A. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'83)*, Boston: MA, Vol. 8, pp. 336-339, April, 1983.
- [4] R. Kumaresan and D.W.Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-19, No. 1, pp. 134-139, 1983.
- [5] S. Marcos, A. Marsal and M. Benidir, "The propagator method for source bearing estimation," *Signal Processing*, Vol. 42, No. 2, pp.121-138, 1995.
- [6] P. Palanisamy and A. R. Nandan, "A new L-shape 2-dimensional angle of arrival estimation based on Propagator Method," in *TENCON 2008-2008 IEEE Region 10 Conference*, Hyderabad: Pakistan, pp. 1-6, 2008.
- [7] J. Xin, J. Wang, N. Zheng, and A. Sano, "Subspace-based two-dimensional direction estimation and tracking of multiple targets," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 51, No. 2, pp. 1386-1402, 2015.
- [8] A. Moffet, "Minimum-redundancy linear arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 16, No. 2, pp. 172-175, 1968.
- [9] P. Pal and P. P. Vaidyanathan, "Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 58, No. 8, pp. 4167-4181, 2010.
- [10] P. Pal and P. P. Vaidyanathan, "Sparse sensing with coprime arrays," in *2010 Conference Record of the Forty Fourth Asilomar Conference on Signals and Computers (ASILOMAR)*, Pacific Grove: CA, pp.1405-1409, 2010.
- [11] P. Pal and P. P. Vaidyanathan, "Coprime sampling and the music algorithm," *Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education (DSP/SPE)*, Sedona: AZ, pp. 289 - 294, 2011.
- [12] S. Qin, Y.D. Zhang and M.G. Amin, "Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 65, No. 6, pp. 1377 - 1390, 2015.
- [13] J. Xin and A. Sano, "Computationally efficient subspace-based method for direction-of-arrival estimation without eigendecomposition," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 52, No. 4, pp.876-893, 2004.
- [14] P. Stoica and K. Sharman, "Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 38, No. 7, pp. 1132-1143, 1990.
- [15] D. S. Yoo, "A Low complexity subspace-based DOA estimation algorithm with uniform linear array correlation matrix subsampling," *International Journal of Antennas and Propagation*, Vol. 2015, Article ID323545, pp.10, 2015.



**변 부근 (Bu-Guen Byun)**

2011년 2월 : 홍익대학교 전자전기공학부 (공학사)  
 2013년 2월 : 홍익대학교 전자전기공학부 (공학석사)  
 2013년 3월 ~ 현재 : 홍익대학교 대학원 전자정보통신공학과 박사과정  
 ※ 관심분야 : 통신 및 신호처리, 레이더 신호처리, 어레이 신호처리



**유 도 식 (Do-Sik Yoo)**

2002년 2월 : 미시간대학교 전자컴퓨터공학과 (공학박사)  
 2006년 9월 ~ 2011년 3월 : 홍익대학교 전자전기공학부 조교수  
 2011년 4월 ~ 현재 : 홍익대학교 전자전기공학부 부교수  
 ※ 관심분야 : 통신 및 신호처리, 정보이론, 어레이신호처리, 영상처리 및 필터링, 신호처리, 변환광학 등