*한국초등수학교육학회지 20*(4) 583-599. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 20*(4) 583-599.
*2016. 11. 30* *November 30. 2016.*

# 우리나라 초등학교 수학 교과서에서 제시하는 좌변이 단항식인 등식의 양태 분석

고준석[1] · 최종현[2] · 이승은[3] · 박교식[4]

본 논문에서는, 식을 구성하는 요소에 초점을 맞추어 교과서에서 제시하는 좌변이 단항식인 등식의 양태를 분석하고 있다. 이에 따르면, 교과서에서는 좌변이 단항식인 등식을 체계적으로 도입 · 취급하기 보다는 학생들이 이미 알고 있는 것처럼 취급하고 있다. 본 논문에서는 이러한 분석을 바탕으로 다음 네 가지 제언을 결론으로 제시한다. 첫째, A형 등식(우변에 1종류의 계산 기호와 2개 이상의 수 또는 변수 또는 명수가 있는 등식)과 B형 등식(우변에 2종류 이상의 계산 기호와 3개 이상의 수 또는 변수 또는 명수가 있는 등식)을 명시적인 설명에 의해 도입할 필요가 있다. 둘째, 숫자식, □(빈칸)이 있는 식, 단어가 있는 식, □(변수)가 있는 식, 문자식의 취급 순서를 명확히 설정할 필요가 있다. 셋째, 좌변이 단항식인 등식이 다양한 의미로 사용된다는 것에 주목하게 할 필요가 있다. 넷째, 좌변이 단항식인 등식을 구성하는 수의 범위를 분수, 소수까지 넓힐 필요가 있다.

주제어: 등식, 등식의 의미, 좌변이 단항식인 등식

## Ⅰ. 서 론

초등학교 수학과에서는 기본적으로, 2+3=5, 9-2=7, 4×3=12, 14÷7=2와 같이, 좌변에 1종류의 계산 기호와 2개의 수가 있고, 우변에 그 계산 결과를 나타내는 1개의 수가 있는 등식을 취급한다. 본 논문에서는 이와 같이 우변에 1개의 항이 있는 등식을 간단히 '우변이 단항식인 등식'이라고 부르기로 한다. 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011; 이하, 간단히 2009 개정 교육과정)에 따른 초등학교 수학 교과서(이하, 간단히 교과서)에서는 이 기본적인 등식을, 쓰고 읽는 것을 포함하여, 명시적인 설명에 의한 도입과 함께 체계적으로 제시하고 있다. 그리고 이것을 바탕으로 좌변에 2종류 이상의 계산 기호와 3개 이상의 수가 있고 우변에 1개의 수가 있는 등식도 제시하고 있다. 수 대신 수가 들어가는 □, 단어 또는 연어(連語), 문자 역할을 하는 □, 문자, 명수(名數)가 있는 경우도 제시된다.[5] 우변이 단항식인 등식의 암묵적 함의는 좌변에 있는 것을 계산해서 그

1) 경인교육대학교 대학원
2) 경인교육대학교 대학원
3) 경인교육대학교 대학원
4) 경인교육대학교 (교신저자)

결과를 우변에 적는다(간단히, 좌→우 계산)는 것이다. 우변이 단항식인 등식의 이러한 암묵적 함의와 우리나라 초등학생들도 그 암묵적 함의의 영향을 받고 있다는 것은 이미 알려져 있다(기정순, 정영옥, 2008; 강명희, 2009).

그런데 교과서에서는, 5=2+3, 7=9-2, 12=4×3, 2=14÷7과 같이, 좌변에 1개의 수가 있고 우변에 1종류의 계산 기호와 2개 이상의 수가 있는 등식도 제시하고 있다. 본 논문에서는 이와 같이 좌변에 1개의 항이 있는 등식을 간단히 '좌변이 단항식인 등식'이라고 부르기로 한다. 교과서에서는 이 뿐만 아니라 좌변에 1개의 수 또는 변수 또는 명수가 있고, 우변에 2종류 이상의 계산 기호와 3개 이상의 수 또는 변수 또는 명수가 있는 식도 제시하고 있다. 이와 같은 등식은 우변이 단항식인 등식의 좌변과 우변을 서로 바꾼 것이다. 좌변이 단항식인 등식을 편의상 다음 2가지로 구분할 수 있다. 하나는 9=3+3+3, 13=□-□, (정사각형의 둘레)=(한 변)×4, 3=9÷□, △=□+2, $y$=3×$x$와 같이 우변에 1종류의 계산 기호와 2개 이상의 수 또는 변수 또는 명수가 있는 등식이다. 본 논문에서는 이러한 등식을 간단히 A형 등식이라고 부르기로 한다. 다음 하나는 365=3×100+6×10+5×1, 3=9÷□×2, (사다리꼴의 넓이)={(윗변)+(아랫변)}×(높이)÷2와 같이 우변에 2종류 이상의 계산 기호와 3개 이상의 수 또는 변수 또는 명수가 있는 등식이다. 본 논문에서는 이러한 등식을 간단히 B형 등식이라고 부르기로 한다.

좌변이 단항식인 등식의 양태에 초점을 맞춘 국내 연구는 찾기 어렵다. 등호의 읽기·쓰기와 관련한 국내 연구(박교식, 1998, 2012; 임재훈, 2013), 등호의 의미와 관련한 국내 연구(도종훈, 최영기, 2003; 이종희, 김선희, 2003), 등호 이해와 관련한 국내 연구(강지선, 2003; 기정순, 정영옥, 2008; 강명희, 2009, 2010, 2015; 김정원, 방정숙, 최지영, 2016)가 있지만, 이중에서 임재훈(2013), 강명희(2009, 2010), 김정원, 방정숙, 최지영(2016)에서 A형 등식에 관련한 연구 결과를 일부 찾을 수 있을 뿐이다. 임재훈(2013)에서 학생들이 5+2=□보다 □=5+2와 같은 A형 등식을 상대적으로 어려워한다는 외국의 연구 결과를 소개하고 있는 것을 볼 수 있지만, 최근의 국내 연구 결과는 이와 다르다. 강명희(2009)에서는 □=6-2라는 A형 등식을 제시하고, □에 알맞은 답을 구하고, 이어 =가 나타내는 뜻을 묻고 있다. 이 문제에 대한 4~6학년 학생들의 정답률은 92.1%로 나타났고, 등호의 이해 유형으로 관계성(양변이 같다)은 76.2%, 결과(계산 결과를 적는다)는 21.0%로 나타났다. 김정원, 방정숙, 최지영(2016)에서는 2~6학년 학생들을 대상으로 A형 등식 6=6+0의 참·거짓을 묻는 문제와 A형 등식 8=6+□, 10=$z$+6에서 각각 □와 $z$의 값을 구하는 문제를 제시하고 있는데, 정답률이 모두 99%이상으로 학생들이 이러한 문제를 어렵지 않게 해결하는 것으로 나타났다. 강명희(2009)와 김정원, 방정숙, 최지영(2016)에서는 학생들이 A형 등식의 답을 실제로 어떻게 구하고 있는가에 관해서는 언급하고 있지 않지만, 강명희(2010)에 의하면, 많은 학생들이 '__=6-2'를 '6-2= '로 다시 고쳐 쓴 후에 계산한다. 이것은 학생들이 □=6-2를 6-2=□와 똑같은 것으로 받아들여 어렵지 않게 답을 구할 수 있다는 것을 보여준다. 한편, 고준석, 김지원, 박교식(2014)에서 식을 다양하게 분류하고 있지만, 여기서는 좌변이 단항식인 등식에 관해서는 논의하고 있지 않다.

교과서에서는 좌변이 단항식인 등식이 적지 않게 제시되고 있지만, 위에서 이미 언급했듯이 그것의 취급에 관해서는 논의된 것이 거의 없다. 그러나 초등학교 수학과에서의 식

5) 단어 또는 연어, 문자 역할을 하는 □, 문자는 모두 변수라고 할 수 있다. 이런 이유에서 이하 본 논문에서는 특별한 언급이 없는 한 단어 또는 연어, 문자 역할을 하는 □, 문자는 변수를 의미하는 것으로 간주한다. 그리고 문자 역할을 하는 □를 간단히 '□(문자)'로 나타낸다. 이에 비해 □가 단순히 빈칸을 의미하는 경우에는 '□(빈칸)'으로 나타낸다.

지도 내용의 체계화를 위해서는, 좌변이 단항식인 등식에 관한 논의가 필요하다. 본 논문에서는 이러한 입장에서 교과서에서 제시하는 좌변이 단항식인 등식의 양태를 분석하고, 그러한 분석을 바탕으로 좌변이 단항식인 등식의 취급을 위한 제언을 결론으로 제시한다.

## Ⅱ. 분석의 대상과 방법

### 1. 분석의 대상

본 논문에서는 교과서에서 제시하는 좌변이 단항식인 등식의 양태에 초점을 맞추고 있다. 따라서 2009 개정 교육과정에 따른 1~6학년의 학년별, 학기별 교과서 12권이 분석 대상이 될 수 있다. 이중에서 좌변이 단항식인 등식을 제시하지 않고 있는 것을 제외하면 실제 분석 대상 교과서는 다음의 7권이다. 1학기용 교과서는 2016년에, 2학기용 교과서는 2015년에 출판된 것이다.

≪수학 2-1≫, ≪수학 3-2≫, ≪수학 4-1≫, ≪수학 4-2≫, ≪수학 5-1≫,
≪수학 6-1≫, ≪수학 6-2≫

### 2. 분석의 방법

각 교과서에서 제시하고 있는 좌변이 단항식인 등식을 전수 조사하여, 식을 구성하는 요소에 초점을 맞추어 다음과 같은 기준에 의해 그 양태를 분석한다.

첫째, A형 등식을 계산 기호의 종류에 따라 덧셈 A형 등식, 뺄셈 A형 등식, 곱셈 A형 등식, 나눗셈 A형 등식으로 구별한다. 이렇게 구별함으로써, 교과서에서 각 A형 등식이 균형적으로 제시되고 있는지 분석할 수 있다. 한편, B형 등식에서도 이와 유사한 분류를 할 수 있지만, 용례 자체가 많지 않으므로 더 세부적인 분류는 하지 않았다.

둘째, 좌변이 단항식인 등식을 그 식에서 사용하는 수, 단어 또는 연어, □, 문자, 명수에 따라 숫자식, 단어가 있는 식, □가 있는 식, 문자식, 명수식으로 구별한다. 이것은 고준석, 김지원, 박교식(2014)에 따른 것이다. 그런데 □에 1개의 수가 들어가는 경우, □ 자체가 변수의 역할을 하는 경우 또는 □에 변수 역할을 하는 단어 또는 연어가 들어가는 경우가 있으므로, 본 논문에서는 □가 있는 식을 □(빈칸)이 있는 식, □(변수)가 있는 식으로 세분하고 있다. 이렇게 구별함으로써, 교과서의 A, B형 등식에서 수, 단어 또는 연어, □(빈칸), □(변수), 문자, 명수가 적절히 제시되고 있는지 분석할 수 있다. 한편, 본 논문에서는 '원주율'을 제외한 단어 또는 연어는 여러 가지 값을 나타낸다는 점에서 변수로 취급하고 있다. 다만, 원주율의 경우는 그 값이 고정되어 있으므로 변수로 보기 어렵다.

셋째, 좌변이 단항식인 등식을 그것이 어떤 의미에서 사용될 수 있는지에 따라 반사식, 좌←우 계산식, 분해식, 전개식, 대응식으로 구별한다. ① 9=3+6을 단지 3+6=9의 좌변과 우변을 맞바꾼 것으로 볼 수 있다. 이러한 의미로 사용될 때가 반사식이다. ② 9=3+6을 우변의 3과 6을 더해 좌변의 9를 구한 것으로 볼 수 있다. 이러한 의미로 사용될 때가 좌←우 계산식이다. ③ 9=3+6을 9를 3과 6의 합으로 분해한 것으로 볼 수 있다. 이러한 의미로 사용될 때가 분해식이다. 분해식을 각각 덧셈 분해식, 뺄셈 분해식, 곱셈 분해식, 나눗셈 분해식으로 세분할 수 있다. 이때 본 논문에서는 분해식의 우변에는 1종류의 계산 기호가

있는 이항식 이상이어야 분해의 의미에 부합한다고 보고, A형 등식 중에서 우변이 이항식 이상인 경우에만, 분해식이 될 수 있는 것으로 간주한다. 또한 본 논문에서는 변수가 있는 경우에 대해서 대응을 별도의 의미로 구분하고 있으므로, 여기서는 변수가 포함되지 않은 경우에만 분해식이 될 수 있는 것으로 간주한다.[6] ④ 365=3×100+6×10+5×1은 365를 1, 10, 100을 단위로 하여 각각 그것들의 몇 배로 전개한 것으로 볼 수 있다. 이러한 의미로 사용될 때가 전개식이다. 본 논문에서는, 전개식의 우변은 2종류 이상의 계산 기호가 있는 삼항식 이상이어야 전개의 의미에 부합한다고 보고, B형 등식의 경우에만 전개식이 될 수 있는 것으로 한정한다.[7] ⑤ △=□+2는 변수 □의 한 값에 다른 한 변수 △의 값이 1개만 대응한 것으로 볼 수 있다. 이러한 의미로 사용될 때가 대응식이다. 본 논문에서는, A형 등식 중에서 좌변이 변수이고, 우변이 변수를 1개 포함하는 이항식인 경우에만 대응식이 될 수 있는 것으로 한정한다. 다만, △ 또는 $y$의 값이 음수가 될 수 있다는 점에서, △=2-□ 또는 $y$=2-$x$와 같은 형태는 포함되지 않는 것으로 한다.[8] 대응식을 우변의 계산 기호에 따라 각각 덧셈 대응식, 뺄셈 대응식, 곱셈 대응식, 나눗셈 대응식으로 세분할 수 있다. 이렇게 구별함으로써, 교과서에서 좌변이 단항식인 등식이 다양한 의미에서 제시되고 있는지 분석할 수 있다.

넷째, 좌변이 단항식인 등식을, 0과 자연수, 분수, 소수가 사용되는지에 따라 자연수가 있는 식, 분수가 있는 식, 소수가 있는 식으로 구별한다. 이렇게 구별함으로써, 교과서의 A, B형 등식에서 0과 자연수, 분수, 소수가 적절히 제시되고 있는지 분석할 수 있다.[9]

지금까지의 논의를 바탕으로 위의 분석 기준을 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> 좌변이 단항식인 등식의 분석 기준

| 기준 | 구분 |
|---|---|
| [1] | A형 등식(+, -, ×, ÷), B형 등식 |
| [2] | 숫자식, □(빈칸)이 있는 식, 단어가 있는 식, □(변수)가 있는 식, 문자식, 명수식 |
| [3] | 반사식, 좌←우 계산식, 분해식(+, -, ×, ÷), 전개식, 대응식(+, -, ×, ÷) |
| [4] | 자연수가 있는 식, 분수가 있는 식, 소수가 있는 식 |

## Ⅲ. 좌변이 단항식인 등식의 양태

### 1. 1~2학년군 교과서에서의 양태

1~2학년군 교과서에서는 B형 등식을 제시하지 않고 있다. A형 등식은 ≪수학 2-1≫의

6) 본 논문에서 분해식이라 한 것은 '소인수분해'의 '분해'를 빌린 것이다. 9=10-1은 9를 10과 1의 차로 분해한 것이고, 9=1×9는 9를 1과 9의 곱으로 분해한 것이다. 특히 8=2×2×2는 8을 소인수 2의 곱으로 분해한 것이다. 9=27÷3은 9를 27과 3의 몫으로 분해한 것이다. 이때 합, 차, 곱, 몫으로 분해하는 것은 유일하지 않지만, 소인수의 곱으로 분해하는 것은 유일하다.

7) 본 논문에서 전개식이라 한 것은 '십진법의 전개식'의 '전개식'을 빌린 것이다.

8) 본 논문에서 대응식은 그것이 실질적으로는 함수식이라는 것을 의미한다. 2009 개정 교육과정의 3~4학년군 <규칙성 영역>의 '교수·학습상의 유의점'에서 "두 양의 종속적인 대응 관계는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식 중 하나로 표현되는 간단한 경우만 다룬다."고 하고 있다.

9) 자연수가 있는 식은 자연수만 있는 식을 의미한다.

〈단원 1. 세 자리 수〉 21쪽에서 제시하고 있는 다음 예가 유일하다. 이 예에서는 세 자리 수 125가 백 단위의 수 100, 십 단위의 수 20, 일 단위의 수 5의 합으로 이루어진다는 것을 보이기 위해

$$125=\square+\square+\square$$

를 제시하여 □ 안에 차례로 100, 20, 5를 쓰게 하여 '□(빈칸)이 있는 식 → 숫자식'의 순서를 택하고 있다.[10] 즉, 이 식은 세 자리 수를 백 단위의 수, 십 단위의 수, 일 단위의 수의 합으로 분해하는 것을 목표로 한 것이다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A01을 다음과 같이 분류할 수 있다.[11]

A01 [1] +A, [2] □(빈칸), [3] +분해, [4] 자연수

이때 세 자리 수를 백 단위의 수, 십 단위의 수, 일 단위의 수의 합으로 분해하는 것이므로, 자연수가 있는 식으로 한정된다.

## 2. 3~4학년군 교과서에서의 양태

3~4학년군 교과서에서는 B형 등식을 제시하지 않고 있다. A형 등식은 ≪수학 3-2≫에서 1개, ≪수학 4-1≫에서 1개, ≪수학 4-2≫에서 2개 제시하고 있다.

첫째, ≪수학 3-2≫의 〈단원 5. 들이와 무게〉 144쪽에서는 1 L 500 mL가 1 L와 500 mL의 합으로, 그리고 156쪽에서는 1 kg 500 g이 1 kg과 500 g의 합으로 이루어진다는 것을 보이기 위해

1 L 500 mL = 1 L + 500 mL, 1 kg 500 g = 1 kg + 500 g

을 제시하고 있다. 즉, 이 두 식은 복명수를 단명수의 합으로 분해하는 것을 목표로 한 것이다. 그러나 이 이전 또는 이후에 시간, 길이, 넓이, 부피에서는 복명수를 단명수의 합으로 분해하는 것은 제시되지 않고 있다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A02를 다음과 같이 분류할 수 있다.

A02 [1] +A, [2] 명수, [3] +분해, [4] 자연수

이때, 계산에서 자연수만을 사용하고 있다는 점에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다.

둘째로, ≪수학 4-1≫의 〈단원 1. 큰 수〉 15쪽에서 다섯 자리 수 32654가 만 단위의 수 30000, 천 단위의 수 2000, 백 단위의 수 600, 십 단위의 수 50, 일 단위의 수 4의 합으로 이루어진다는 것을 보이기 위해

$$32654=30000+\square+\square+\square+\square$$

를 제시하여 □ 안에 차례로 2000, 600, 50, 4를 쓰게 하여 '□(빈칸)이 있는 식 → 숫자식'의 순서를 택하고 있다. 즉, 이 식은 다섯 자리 수를 만 단위의 수, 천 단위의 수, 백 단위의 수, 십 단위의 수, 일 단위의 수의 합으로 분해하는 것을 목표로 한 것이다. 이 이

---

10) 본 논문에서 '식 P → 식 Q'는 '식 P를 먼저 식 Q를 그 후에' 지도한다는 것을 의미한다. 또한, 이 예에서는 □의 크기를 각각 달리 제시함으로써 학생들이 차례로 100, 20, 5를 적지 않을 수 없도록 유도하고 있다. 이런 점에서, □의 크기를 각각 달리하여 학생들에게 명백한 답을 암시하는 것은 토파즈 효과(Brousseau, 1997)의 한 예로 볼 수 있다.

11) A01은 첫째 A형 등식이라는 의미이다. 이러한 분류를 위해 기준 [1]과 [3]에서 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 각각 간단히 +, -, ×, ÷로 나타낸다. 또, 기준 [1]에서 A형 등식과 B형 등식을 각각 A, B로 나타낸다. 예를 들어 덧셈 A형 등식을 간단히 +A로 나타낸다. [기준 2]에서 숫자식, □(빈칸)이 있는 식, 단어가 있는 식, □(변수)가 있는 식, 문자식, 명수식을 각각 간단히 숫자, □(빈칸), 단어, □(변수), 문자, 명수로 나타낸다. 기준 [3]에서 반사식, 좌←우 계산식, 분해식, 전개식, 대응식을 각각 간단히 반사, 계산, 분해, 전개, 대응으로 나타낸다. 기준 [4]에서 자연수가 있는 식, 분수가 있는 식, 소수가 있는 식을 간단히 자연수, 분수, 소수로 나타내기로 한다.

외에 유사한 몇 개의 예를 더 제시하고 있다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A03을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A03 [1] +A, [2] □(빈칸), [3] +분해, [4] 자연수

이때 다섯 자리 이상의 큰 수를 일, 십, 백, … 단위의 수의 합으로 분해하는 것이므로, 자연수가 있는 식으로 한정된다.

셋째로, ≪수학 4-2≫의 <단원 4. 어림하기> 136쪽의 '체험마당'에서 이번 달 전기 사용량을 계산하기 위해

(이번 달 전기 사용량)=(이번 달 지침)-(지난 달 지침)

을 제시하고 있다. 즉, 이 식은 이번 달 전기 사용량을 이번 달 지침이 가리키는 양과 지난 달 지침이 가리키는 양의 차로 분해하는 것을 목표로 한 것으로 볼 수도 있고, 이번 달 전기 사용량을 이번 달 지침이 가리키는 양에서 지난 달 지침이 가리키는 양을 빼어 구하는 것을 목표로 한 것으로 볼 수도 있다. 그런데 교과서에서 이 식을 이번 달 전기 사용량을 "계산하는 방법"으로 도입하고 있다는 점에서 후자를 더 강조한다고 할 수 있다. 이런 점에서, 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A04를 다음과 같이 분류할 수 있다.

A04 [1] -A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수

이때 이번 달 지침이 가리키는 양과 지난 달 지침이 가리키는 양을 소수로 나타내므로, 소수가 있는 식이라고 할 수 있지만, 실제로 검침할 때는 소수를 무시하고 자연수만 대상으로 한다는 점에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다. 또, 이때 명수를 사용하지는 않으므로 명수식이라고 할 수 없다. 이 소재는 학생들의 흥미, 관심을 끌기 위해, 또 더 나아가 창의력 신장을 위해 2009 개정 교육과정의 범위 안에서 특별히 마련된 것이다.

넷째로, ≪수학 4-2≫의 <단원 6. 규칙과 대응> 183쪽에서 ▽와 ◎ 사이의 대응 관계가 다음과 같이 나타나는 예를 쓰고, 또 표로 나타내어 보게 하고 있다. 이때의 ▽와 ◎는 모두 변수의 역할을 하고 있다.

▽=◎×4

즉, 이 식은 한 변수의 값에 따라 다른 한 변수의 값을 1개씩 정하는 것을 목표로 한 것이다. 그러나 이 이외의 다른 예는 제시되고 있지 있다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A05를 다음과 같이 분류할 수 있다.

A05 [1] ×A, [2] □(변수), [3] ×대응, [4] 자연수

이때, ◎와 ▽의 값을 자연수로 한정하는 것은 아니지만, ≪수학 4-2 지도서≫ 349쪽에서는 ◎의 값으로 1, 2, 3, 4, 5, 6을 예시하고 있다. 이런 이유에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다.

### 3. 5~6학년군 교과서에서의 양태

5~6학년군 교과서에서는 A, B형 등식을 모두 제시하고 있다. A형 등식은 ≪수학 5-1≫에서 4개, ≪수학 6-1≫에서 3개, ≪수학 6-2≫에서 4개 제시하고 있다. B형 등식은 ≪수학 5-1≫에서 1개, ≪수학 6-2≫에서 1개 제시하고 있다.

첫째로, ≪수학 5-1≫의 <단원 1. 약수와 배수>의 16쪽에서 15가 두 수의 곱으로 이루어진다는 것을 보이기 위해

15=□×□, 15=3×5

를 제시하고 있다. 먼저 □ 안에 알맞은 수를 넣게 하고, 이어 15가 3과 5의 곱으로 이루

어진다는 것을 예시하고 있다. 이 이외에 유사한 몇 개의 예를 더 제시하고 있다. 특히 자연수를 세 수의 곱으로 분해하는 식도 제시하고 있다. 즉, 위의 두 식은 한 수를 그 약수의 곱으로 분해하는 것을 목표로 한 것이다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A06을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A06 [1] ×A, [2] □(빈칸)/숫자, [3] ×분해, [4] 자연수

이때 자연수를 그 약수의 곱으로 분해하는 것이므로, 자연수가 있는 식으로 한정된다.

둘째로, ≪수학 5-1≫의 <단원 4. 분수의 덧셈과 뺄셈> 119쪽의 '체험마당'에서 분수 $\frac{7}{8}$이 단위분수 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$의 합으로 이루어진다는 것을 보이기 위해

$$\frac{7}{8}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2},\ \frac{31}{32}=\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$

를 제시하고 있다. 즉, 이 식은 분수를 서로 다른 단위분수의 합으로 분해하는 것을 목표로 한 것이다. 그러나 이 이전에 그리고 이후에도 분수를 단위분수가 아닌 분수의 합으로 분해하는 것은 제시되지 않고 있다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A07을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A07 [1] +A, [2] 숫자/□(빈칸), [3] +분해, [4] 분수

이 소재는 학생들의 흥미, 관심을 끌기 위해, 또 더 나아가 창의력 신장을 위해 2009 개정 교육과정의 범위 안에서 특별히 마련된 것이다.

셋째로, ≪수학 5-1≫의 <단원 5. 다각형의 넓이> 130쪽에서 "직사각형의 둘레를 구하는 방법을 식으로 나타내어 보시오."라는 활동을 제시하고 있다. ≪수학 5-1 지도서≫에 따르면, 학생들은

(직사각형의 둘레)={(가로)+(세로)}×2

와 같은 답을 해야 한다. 교과서에서 이 식을 직사각형의 둘레를 "구하는 방법"으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 직사각형의 둘레를 {(가로)+(세로)}×2로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 이 이외에 유사한 B형 등식을 몇 개 더 제시하고 있다.[12] 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 B형 등식 B01을 다음과 같이 분류할 수 있다.

B01 [1] B, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수

이때, 계산에서 자연수만을 사용하고 있다는 점에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다. 유사한 다른 예에서도 모두 자연수로 한정되고 있다.

넷째로, ≪수학 5-1≫의 <단원 5. 다각형의 넓이> 130쪽에서 "정사각형의 둘레를 구하는 방법을 이야기해 보시오."라는 활동을 제시하고 있다. ≪수학 5-1 지도서≫에 따르면, 학생들은

(정사각형의 둘레)=(한 변)×4

와 같은 답을 해야 한다. 교과서에서 이 식을 정사각형의 둘레를 "구하는 방법"으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 정사각형의 둘레를 (한 변)×4로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 이 이외에 유사한 A형 등식을 몇 개 더 제시하고 있다.[13] 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A08을 다음과 같이 분류할 수 있다.

12) ≪수학 5-1 지도서≫에 따르면, 학생들은 (사다리꼴의 넓이)={(윗변)+(아랫변)}×(높이)÷2, (마름모의 넓이)=(한 대각선)×(다른 대각선)÷2와 같은 답을 해야 한다.

13) ≪수학 5-1 지도서≫에 따르면, 학생들은 (직사각형의 넓이)=(가로)×(세로), (정사각형의 넓이)=(한 변)×(한 변), (평행사변형의 넓이)=(밑변)×(높이)와 같은 답을 해야 한다.

A08 [1] ×A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수

이때, 계산에서 자연수만을 사용하고 있다는 점에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다.

다섯째로, ≪수학 5-1≫의 〈단원 5. 다각형의 넓이〉 148쪽에서 “삼각형의 넓이 구하는 방법을 이야기해 보시오.” 라는 활동을 제시하고 있다. ≪수학 5-1 지도서≫에 따르면, 학생들은

(삼각형의 넓이)=(평행사변형의 넓이)÷2

와 같은 답을 해야 한다. 교과서에서 이 식을 삼각형의 넓이를 “구하는 방법” 으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 삼각형의 넓이를 (평행사변형의 넓이)÷2로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A09를 다음과 같이 분류할 수 있다.

A09 [1] ÷A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수

이때, 계산에서 자연수만을 사용하고 있다는 점에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다.

여섯째로, ≪수학 6-1≫의 〈단원 4. 비와 비율〉 107쪽에서 비율을 정의하면서

(비율)=(비교하는 양)÷(기준량)

을 제시하고 있다. 교과서에서 비율을 비교하는 양을 기준량으로 “나눈” 값으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 비율을 (비교하는 양)÷(기준량)으로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 이 이외에 유사한 A형 등식을 몇 개 더 제시하고 있다.[14] 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A10을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A10 [1] ÷A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 소수

이때, 계산에서 소수를 사용하고 있다는 점에서 소수가 있는 식이라고 할 수 있다. 유사한 다른 예에서도 소수가 사용되고 있다.

일곱째로, ≪수학 6-1≫의 〈단원 5. 원의 넓이〉 155쪽의 “원의 넓이 구하는 방법을 알아보시오.” 라는 활동에서

(원의 넓이)=(원주의 ½)×(반지름)

을 제시하고 있다. 교과서에서 이 식을 원의 넓이를 “구하는 방법” 으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 원의 넓이를 (원주의 ½)×(반지름)으로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A11을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A11 [1] ×A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 소수

이때, 계산에서 소수를 사용하고 있다는 점에서 소수가 있는 식이라고 할 수 있다.

여덟째로, ≪수학 6-1≫의 〈단원 6. 직육면체의 겉넓이와 부피〉 186쪽의 “직육면체의 부피 구하는 방법을 식으로 정리해 보시오.” 라는 활동에서

(직육면체의 부피)=(□)×(□)×(□)

를 제시하고 있다. ≪수학 6-1 지도서≫에 따르면, 학생들은

(직육면체의 부피)=(가로)×(세로)×(높이)

와 같은 답을 해야 한다. 교과서에서 이 식을 직육면체의 부피를 “구하는 방법” 으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은

14) ≪수학 6-1≫의 〈단원 4. 비와 비율〉에서 (속력)=(간 거리)÷(걸린 시간), (인구 밀도)=(인구)÷(넓이), (용액의 진하기)=(용질의 양)÷(용액의 양)과 ≪수학 6-1≫의 〈단원 5. 원의 넓이〉에서 (원주율)=(원주)÷(지름)이 이와 유사하다. 다만, 이때 원주율은 3.14로서 고정된 값이므로 변수로 보기 어렵다.

직육면체의 부피를 (가로)×(세로)×(높이)로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 여기서 □ 자체는 빈칸을 의미하지만, □ 안에 들어가는 ‘가로’, ‘세로’, ‘높이’는 변수가 된다. 이 이외에 유사한 A형 등식을 1개 더 제시하고 있다.[15) ] 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A12를 다음과 같이 분류할 수 있다.

A12 [1] ×A, [2] □(빈칸)/단어, [3] 계산, [4] 자연수

이때, 계산에서 자연수를 사용하고 있다는 점에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다. 유사한 다른 예에서도 자연수로 한정되고 있다.

아홉째로, ≪수학 6-2≫의 〈단원 3. 원기둥, 원뿔, 구〉의 76쪽에서 “원기둥의 겉넓이 구하는 방법을 알아보시오.” 하는 활동에서

(한 밑면의 넓이)=□×□×□, (옆면의 넓이)=(밑면의 둘레)×(원기둥의 높이)

를 제시하고 있다. 처음 식의 □에 들어가는 것은 문제에서 주어진 수이다. 교과서에서 이 식을 각각 한 밑면의 넓이, 옆면의 넓이를 “구하는 방법”으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 한 밑면의 넓이를 (반지름)×(반지름)×(원주율)로, 그리고 옆면의 넓이를 (밑면의 둘레)×(원기둥의 높이)로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 이 이외에 유사한 A형 등식을 1개 더 제시하고 있다.[16) ] 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A13을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A13 [1] ×A, [2] □(빈칸)/단어, [3] 계산, [4] 분수/소수

이때, 계산에서 분수와 소수를 사용하고 있다는 점에서 분수와 소수가 있는 식이라고 할 수 있다. 유사한 다른 예에서는 분수가 사용되고 있다.

열째로, ≪수학 6-2≫의 〈단원 3. 원기둥, 원뿔, 구〉의 76쪽에서 “원기둥의 겉넓이 구하는 방법을 알아보시오.” 하는 활동에서

(원기둥의 겉넓이)=(한 밑면의 넓이)×2+(옆면의 넓이)

를 제시하고 있다. 교과서에서 이 식을 원기둥의 겉넓이를 “구하는 방법”으로 도입하고 있다는 점에서, 이 식은 좌←우 계산의 의미를 가진다고 할 수 있다. 즉, 이 식은 원기둥의 겉넓이를 (한 밑면의 넓이)×2+(옆면의 넓이)로 구하는 것을 목표로 한 것이다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 B형 등식 B02를 다음과 같이 분류할 수 있다.

B02 [1] B, [2] 단어, [3] 계산, [4] 분수/소수

이때, 계산에서 분수와 소수를 사용하고 있다는 점에서 분수와 소수가 있는 식이라고 할 수 있다.

열한째로, ≪수학 6-2≫의 〈단원 5. 정비례와 반비례〉 136쪽에서 “우주인의 수와 우주복의 수 사이의 대응 관계를 □와 △를 사용하여 식으로 나타내어 보시오.”라는 활동을 제시하고 있다. ≪수학 6-2 지도서≫에 따르면, 학생들은

△=□+2

와 같은 답을 해야 한다. 이때의 △와 □는 모두 변수의 역할을 하고 있다. 즉, 이 식은 한 변수의 값에 따라 다른 한 변수의 값을 1개씩 정하는 것을 목표로 한 것이다. 특히 한 변수 △를 다른 한 변수 □에 대한 내림차순의 덧셈식으로 나타내고 있다. 그러나 이 이외의 다른 예는 제시되고 있지 않다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A14를 다음과 같이 분류할 수 있다.

---

15) ≪수학 6-1≫의 〈단원 5. 원의 넓이〉에서 (정육면체의 부피)=(□)×(□)×(□)가 이와 유사하다. 여기서도 □ 자체는 빈칸을 의미하지만, □ 안에 들어가는 ‘한 모서리’는 변수가 된다.

16) ≪수학 6-2≫의 〈단원 3. 원기둥, 원뿔, 구〉에서 (원기둥의 부피)=(반지름)×(반지름)×(원주율)×(높이)가 이와 유사하다.

A14 [1] +A, [2] □(변수), [3] +대응, [4] 자연수

이때, □와 △의 값은 교과서에서 각각 우주복의 수와 우주인의 수를 나타내므로 자연수이다. 이런 이유에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다.

열두째로, ≪수학 6-2≫의 〈단원 5. 정비례와 반비례〉 136쪽에서 "우주인의 수와 우주복의 수 사이의 대응 관계를 $x$와 $y$를 사용하여 식으로 나타내어 보시오." 라는 활동을 제시하고 있다. ≪수학 6-2 지도서≫에 따르면, 학생들은

$$y=x+2$$

와 같은 답을 해야 한다. 즉, 이 식은 한 변수의 값에 따라 다른 한 변수의 값을 1개씩 정하는 것을 목표로 한 것이다. 특히 한 변수 $y$를 다른 한 변수 $x$에 대한 내림차순의 덧셈식으로 나타내고 있다. 그러나 이 이외의 다른 예는 제시되고 있지 않다. 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A15를 다음과 같이 분류할 수 있다.

A15 [1] +A, [2] 문자, [3] +대응, [4] 자연수

이때, $x$와 $y$의 값은 교과서에서 각각 우주복의 수와 우주인의 수를 나타내므로 자연수이다. 이런 이유에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다.

열셋째로, ≪수학 6-2≫의 〈단원 5. 정비례와 반비례〉 137쪽에서 "우주복의 수를 $x$, 연료전지의 수를 $y$라 하고, $x$와 $y$ 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보시오." 라는 활동을 제시하고 있다. ≪수학 6-2 지도서≫에 따르면, 학생들은

$$y=2\times x$$

와 같은 답을 해야 한다. 즉, 이 식은 한 변수의 값에 따라 다른 한 변수의 값을 1개씩 정하는 것을 목표로 한 것이다. 특히 독립변수를 $x$, 종속변수를 $y$로 지정해 주고 있다. 이 이외에 유사한 A형 등식을 몇 개 더 제시하고 있다.[17] 위에서 설정한 분석 기준에 따르면, 이 A형 등식 A16을 다음과 같이 분류할 수 있다.

A16 [1] ×A, [2] 문자, [3] ×대응, [4] 자연수

이때, $x$와 $y$의 값은 교과서에서 각각 우주복의 수와 연료전지의 수를 나타내므로 자연수이다. 이런 이유에서 자연수가 있는 식이라고 할 수 있다. 교과서에서 유사한 다른 예에서도 $x$와 $y$의 값은 모두 자연수에 한정되고 있다.

## Ⅳ. 논 의

'Ⅲ. 좌변이 단항식인 등식의 양태' 에서, 7권의 교과서에서 제시하고 있는, 좌변이 단항식인 등식을 각 교과서별로 위에서 설정한 4가지 기준에 따라 18개의 유형으로 분류하였다. 이때 한 개의 용례만을 가진 유형도 있지만, 유사한 몇 개의 예를 가진 유형도 있다. 앞의 논의에서 한 교과서에서 유사한 것으로 판단할 수 있는 것은 모두 같은 유형으로 보았다. 이렇게 해서 좌변이 단항식인 등식의 교과서별 양태를 〈표 2〉와 같이 나타낼 수 있다.

### 1. 기준 1의 관점

기준 1의 관점에서 볼 때, 교과서에서 제시하고 있는 A형 등식은 16개 유형이다. 이 중

17) ≪수학 6-2≫의 〈단원 5. 정비례와 반비례〉에서 $y=113\times x$, $y=100\times x$, $y=70\times x$가 이와 유사하다.

에서 덧셈 A형 등식이 6개, 뺄셈 A형 등식이 1개, 곱셈 A형 등식이 7개, 나눗셈 A형 등식이 2개 제시되고 있다. 유형의 수로 보면, 교과서에서 각각의 A형 등식이 균형적으로 제시되고 있는 것은 아니다. 특히 뺄셈 A형 등식과 나눗셈 A형 등식이 상대적으로 적게 제시되고 있다. 이것은 교과서에서 각각의 A형 등식을 체계적으로 취급하기 보다는, 그것이 필요한 맥락에 맞는 특정한 유형을 그때그때 제시하고 있기 때문이라 할 수 있다.

<표 2> 좌변이 단항식인 등식의 교과서별 양태

| 교과서 | 좌변이 단항식인 등식의 양태 |
|---|---|
| ≪수학 2-1≫ | A01 [1] +A, [2] □(빈칸), [3] +분해, [4] 자연수 |
| ≪수학 3-2≫ | A02 [1] +A, [2] 명수, [3] +분해, [4] 자연수 |
| ≪수학 4-1≫ | A03 [1] +A, [2] □(빈칸), [3] +분해, [4] 자연수 |
| ≪수학 4-2≫ | A04 [1] -A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수 |
| | A05 [1] ×A, [2] □(변수), [3] ×대응, [4] 자연수 |
| ≪수학 5-1≫ | A06 [1] ×A, [2] □(빈칸)/숫자, [3] ×분해, [4] 자연수 |
| | A07 [1] +A, [2] 숫자/□(빈칸), [3] +분해, [4] 분수 |
| | B01 [1] B, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수 |
| | A08 [1] ×A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수 |
| | A09 [1] ÷A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 자연수 |
| ≪수학 6-1≫ | A10 [1] ÷A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 소수 |
| | A11 [1] ×A, [2] 단어, [3] 계산, [4] 소수 |
| | A12 [1] ×A, [2] □(빈칸)/단어, [3] 계산, [4] 자연수 |
| ≪수학 6-2≫ | A13 [1] ×A, [2] □(빈칸)/단어, [3] 계산, [4] 분수/소수 |
| | B02 [1] B, [2] 단어, [3] 계산, [4] 분수/소수 |
| | A14 [1] +A, [2] □(변수), [3] +대응, [4] 자연수 |
| | A15 [1] +A, [2] 문자, [3] +대응, [4] 자연수 |
| | A16 [1] ×A, [2] 문자, [3] ×대응, [4] 자연수 |

게다가 덧셈 A형 등식, 뺄셈 A형 등식, 곱셈 A형 등식, 나눗셈 A형 등식이 처음 도입될 때, 각각 명시적인 설명에 의해 도입되고 있는 것은 아니다. 실제로는 갑작스럽게

125=▭+▭+□, (이번 달 전기 사용량)=(이번 달 지침)-(지난 달 지침),

▽=◎×4, (삼각형의 넓이)=(평행사변형의 넓이)÷2

와 같은 식을 학생들이 이미 알고 있는 것처럼 제시하는 것이다. 그러나 학생들은 이러한 형태의 식을 처음으로 접하는 바, 학생들에게 그것은 완전히 새로운 형태의 식이다.

교과서에서 2개 유형으로 제시하고 있는 B형 등식의 경우도 이와 같다. B형 등식이 처음 도입될 때, 명시적인 설명에 의해 도입되고 있는 것은 아니며, 실제로는 갑작스럽게

(직사각형의 둘레)={(가로)+(세로)}×2

와 같은 식을 학생들이 이미 알고 있는 것처럼 제시하는 것이다. 그러나 학생들은 이러한 형태의 식을 처음으로 접하는 바, 학생들에게 그것은 완전히 새로운 형태의 식이다.

### 2. 기준 2의 관점

기준 2의 관점에서 볼 때, 교과서의 A, B형 등식에서 숫자식이 2개, □(빈칸)이 있는 식이 6개, 단어가 있는 식이 9개, □(변수)가 있는 식이 2개, 문자식이 2개, 명수식이 1개 유형이다.[18] 유형의 수로 보면, 교과서의 A, B형 등식에서 수, 단어 또는 연어, □(빈칸), □

(변수), 문자, 명수가 적절히 제시되고 있는 것은 아니다.

일단 명수를 제외하고 볼 때, 이와 같은 결과는 좌변이 단항식인 등식이 명시적인 설명에 의해 도입되고 취급된 것이 아니라는 점에서 예상 가능한 것이라 할 수 있다. 명시적인 설명에 의한 도입에서는 좌변이 단항식인 등식의 도입 맥락과 함께 그 쓰기, 읽기가 선행되어야 하지만, 교과서에서는 그런 과정이 없기 때문에 맥락에 따라 숫자식, □(빈칸)이 있는 식, 단어가 있는 식, □(변수)가 있는 식, 문자식을 그때그때 적절히 맥락에 맞도록 제시할 수밖에 없다.

좌변이 단항식인 등식의 취급과 관련해서 변수의 유무에 따라 먼저 '숫자식 → □(빈칸)이 있는 식'의 진행을 생각할 수 있다. 이 진행은 좌변이 단항식인 등식을 명시적인 설명에 의해 도입하는 것을 염두에 둔 것으로, 이 과정에서는 숫자식을 제시하여 좌변이 단항식인 등식의 쓰기, 읽기를 먼저 취급하게 된다. 다음으로 '단어가 있는 식 → □(변수)가 있는 식 → 문자식'의 진행을 생각할 수 있다. 이 진행에서 '□(변수)가 있는 식 → 문자식'의 순차적 취급은 명확하지만, '단어가 있는 식 → □(변수)가 있는 식'의 순차적 취급에는 찬반이 있을 수 있다. 교과서에서는 길이, 넓이, 부피 그리고 비율을 구하기 위한 일반화된 공식으로서 단어가 있는 식을 제시하고 있기 때문에, 또,

(직사각형의 둘레)={(가로)+(세로)}×2, (직육면체의 부피)=(가로)×(세로)×(높이)

와 같이 단어 B형 등식 그리고 A형 등식에서 연어로 제시된 변수가 3개 이상인 경우에는 변수 사이의 '대응'이 잘 드러나지 않기 때문에 그와 같은 순차적 취급을 하고 있지 않다. 반면에

(정사각형의 둘레)=(한 변)×4

와 같은 식에서는 대응의 의미를 찾을 수 있는 바, 그것을 △=□×4에 앞서 취급하는 것이 가능하다.

한편, 명수식의 유형이 1개에 그친 것은 교과서에서 들이와 무게에 한정하고 있기 때문이다. 그러나 시간, 길이, 넓이, 부피에서도 명수식을 사용하는 것이 가능하다.

### 3. 기준 3의 관점

기준 3의 관점에서 볼 때, 교과서의 A, B형 등식에서 반사식이 0개, 좌←우 계산식이 9개, 분해식이 5개, 전개식이 0개, 대응식이 4개 유형이다. 유형의 수로 보면 교과서의 A, B형 등식이 다양한 의미에서 제시되고 있는 것은 아니다.

반사식이 0개 유형인 결과는 좌변이 단항식인 등식이 명시적인 설명에 의해 도입되고 취급된 것이 아니라는 점에서 예상 가능한 것이라 할 수 있다. 그러나 반사라는 의미는 다른 모든 의미의 기본이 된다는 점에서 좌변이 단항식인 등식을 처음 도입할 때의 맥락이 될 수 있다. 예를 들어 5+2=7과 같은 것으로서의 반사식 7=5+2를, 3×4+2=14와 같은 것으로서의 반사식 14=3×4+2를 도입할 수 있다. 강명희(2010)에서 학생들이 □=6-2를 6-2=□와 같은 것으로 받아들였다는 것에서 보면, 이와 같은 도입을 충분히 생각해 볼 수 있다.

좌←우 계산식 9개 유형은 모두 단어가 있는 식에서 나타난 것이다. 이것은, 앞에서 이미 논의했듯이, 교과서에서 일반화된 공식으로서 단어가 있는 식을 제시하고 있기 때문이다. 그러나 계산이라는 의미도 다른 모든 의미의 기본이 된다는 점에서 좌변이 단항식인 등식을 처음 도입할 때의 맥락이 될 수 있다. 예를 들어 위에서 7=5+2와 5+2=7과 같다는 것을, 또 14=3×4+2가 3×4+2=14와 같다는 것을 계산을 통해 확인할 수 있다.

18) 실제는 18개 유형이지만, <표 2>에서 볼 수 있듯이 4개 유형이 중복되어 있다.

분해식 5개 유형 중에서 덧셈 분해식이 4개 유형이고 곱셈 분해식이 1개 유형이다. 뺄셈 분해식과 나눗셈 분해식은 나타나고 있지 않다. 이것은, 교과서에서 분해식의 체계적인 취급을 염두에 둔 것이 아니라, 필요한 맥락에 맞는 적절한 유형을 제시하는 과정에서 생긴 불균형이라 할 수 있다.

전개식이 될 수 있는 것은 B형 등식이지만, 교과서에서 제시하는 B형 등식 중에서 전개의 의미로 사용된 것은 없다. 교과서에서 제시하는 B형 등식은 모두 단어가 있는 식으로, 일반화된 공식처럼 제시되고 있기 때문이다.

대응식 4개 유형에서, □(변수)가 있는 식이 2개 유형이고, 문자식이 2개 유형이다. ≪수학 4-2≫에서

$$\triangledown=\circledcirc\times 4$$

를 제시하고 있다. 이것을 제외하고는 ≪수학 4-2≫에서 대응식을 모두 우변이 단항식인 등식의 형태로 제시하고 있는 바, 이에 따르면 여기서도 ◎×4=▽로 제시해야 일관적이다. 사실상 ▽=◎×4와 같이 좌변이 단항식인 등식의 형태는 ≪수학 6-2≫에서 문자식 $y=4\times x$에 앞서 제시되어야 하지만, 실제로는 제시되지 않고 있다. 반면에 ≪수학 6-2≫에서 '△=□+2 → $y=x+2$'의 진행을 볼 수 있다. '▽=◎×4 → $y=4\times x$'의 진행을 위해서는 $y=x\times 4$가 $y=4\times x$와 같다는 것의 설명이 필요하지만, 교과서에서는 그러한 설명을 하고 있지 않다.

### 4. 기준 4의 관점

기준 4의 관점에서 볼 때, 교과서의 A, B형 등식에서 자연수가 있는 식이 13개, 분수가 있는 식이 3개, 소수가 있는 식이 4개 유형이다.[19] 유형의 수로 보면 교과서의 A, B형 등식에서 0과 자연수, 분수, 소수가 적절히 제시되고 있는 것은 아니다. 자연수를 일, 십, 백, … 단위로 분해하는 경우는 명백히 자연수에 한정되며, 분수를 단위분수로 분해하는 경우는 명백히 분수에 한정된다. 원주율을 3.14로 해서 원의 넓이를 구하는 경우는 명백히 소수로 한정된다. 이와 같이 맥락에 따라 0과 자연수, 분수, 소수를 각각 사용해야 하는 경우가 있지만, 자연수가 있는 식이 13개나 되는 것은, 대부분 편의를 위해, 자연수로 한정하는 과정에서 생긴 불균형이라 할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는, 초등학교 수학과에서의 식 지도 내용의 체계화를 위해서는, 좌변이 단항식인 등식의 취급에 관한 논의가 필요하다는 입장에서, 교과서에서 제시하는 좌변이 단항식인 등식의 양태를 식을 구성하는 요소에 초점을 맞추어 분석하고 있다. 이에 따르면, 2학년 교과서부터 6학년 교과서에 이르기까지, 좌변이 단항식인 등식을 체계적으로 도입· 취급하기 보다는 학생들이 이미 알고 있는 것처럼 취급하고 있다고 할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 양태 분석을 바탕으로 초등학교 수학과에서 좌변이 단항식인 등식의 취급을 위한 다음 네 가지 제언을 결론으로 제시한다. 이러한 제언은 교육과정 개발과 그에 따른 교과서 개발, 그리고 교사교육까지 영향을 미칠 수 있다.

---

19) 실제는 18개 유형이지만, <표 2>에서 볼 수 있듯이 2개 유형이 중복되어 있다.

첫째, 교과서에서 A, B형 등식을 적절한 예를 사용한 명시적 설명을 통해 도입할 필요가 있다. 현재는 그러한 설명이 없이, 그것이 필요한 맥락에서 갑작스럽게 학생들이 이미 알고 있는 것처럼 제시하고 있다. 그러나 좌변이 단항식인 등식은 우변이 단항식인 등식과 같지 않다. 학생들의 입장에서 그것은 이전에 본 적이 없는 새로운 형태의 식이다. 이런 점에서, 먼저 이 두 등식이 서로 같다는 것을 설명하는 것이 필요하다. 이때 반사의 의미와 계산의 의미에 입각한 설명이 도움이 될 수 있다. 즉, 좌변이 단항식인 등식은 우변이 단항식인 등식을 좌변과 우변을 바꾼 것으로, 계산을 통해 그 두 등식이 같다는 것을 인식할 수 있다. 이러한 도입은 덧셈 A형 등식, 뺄셈 A형 등식, 곱셈 A형 등식, 나눗셈 A형 등식, 그리고 B형 등식이 필요한 각각의 맥락에서 순차적으로 이루어질 수 있다.

둘째, 숫자식, □(빈칸)이 있는 식, 단어가 있는 식, □(변수)가 있는 식, 문자식의 취급 순서를 명확히 설정할 필요가 있다. 명시적인 설명에 의해 좌변이 단항식인 등식을 도입한다는 입장에서, 먼저 변수가 없는 경우의 숫자식을 취급하고, 이것을 바탕으로 우변을 몇 개의 수의 합, 차, 곱, 몫 또는 그것들의 결합으로 나타낼 수 있도록, '숫자식 → □(빈칸)이 있는 식'의 진행을 생각할 수 있다. 다음으로 변수가 있는 경우에는, 단어가 있는 식이 일반화된 공식을 나타낼 때와 대응을 나타낼 때를 구분해서 이원화하는 것을 생각해 볼 수 있다. 일반화된 공식을 나타낼 때는 단어가 있는 식을 독립적으로 취급하고, 대응을 나타낼 때는 우변이 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식의 어느 하나가 되는 상황에서, '단어가 있는 식 → □(변수)가 있는 식 → 문자식'의 진행을 생각할 수 있다. 다만 (수)-(변수) 형태의 뺄셈식은 제외한다. 한편, 명수식의 사용에서 일관된 접근을 모색할 필요가 있다. 명수식의 사용을 들이와 무게에 한정해야 하는 이유가 명확한 것도 아니고, 또 외연량의 특징 중의 하나가 그 가법성이라는 것을 고려한다는 점에서 보면, 들이와 무게에 한정하지 않고, 시간, 길이, 넓이, 부피에서도 명수식을 사용하는 것을 생각할 수 있다.

셋째, 좌변이 단항식인 등식이 다양한 의미로 사용된다는 것에 주목하게 할 필요가 있다. 좌변이 단항식인 등식의 의미로 반사, 계산, 분해, 대응이 가능하다. B형 등식의 의미로 전개가 가능하지만, 교과서에서 전개의 의미로 B형 등식을 사용하는 경우는 없다. 먼저 반사와 계산의 의미는 위에서 이미 언급한 대로 좌변이 단항식인 등식의 도입과 관련해서 사용된다. 또 계산의 의미는 단어가 있는 식이 일반화된 공식으로 주어지는 경우에도 사용된다. 분해의 의미는 수를 다른 수들의 합, 차, 곱, 몫으로 볼 수 있는 상황에서 사용된다. 이러한 분해는 수 감각을 기르는데도 도움이 된다(日本數學敎育學會, 2011). 대응의 의미는 한 변수의 값에 따라 다른 한 변수의 값이 1개씩 정해지는 상황에서 사용된다.

넷째, 좌변이 단항식인 등식을 구성하는 수의 범위를 0과 자연수뿐만 아니라, 분수, 소수까지 넓힐 필요가 있다. 좌변이 단항식인 등식에서는 수의 범위를 자연수로 한정하는 경우가 많다. 맥락에 따라 자연수로 한정해야 하는 명확한 경우가 있지만, 단지 계산 편의에 따라 수의 범위를 자연수로 한정한 경우도 있다. 이런 경우에는 좌변이 단항식인 등식을 구성하는 수의 범위를 넓힐 수 있다.

## 참 고 문 헌


강명희 (2009). 초등학생들의 문제 풀이 과정에 나타난 등호 이해 유형에 관한 연구. **학습자중심교과교육연구, 9**(3). 1-17.

강명희 (2010). 양변 연산식에서 문제풀이전략 유형과 학생들의 등호개념 발달 연구: 정답 반응은 등호의 관계적 개념을 뜻하는가? **학습자중심교과교육연구, 10**(2), 15-33.

강명희 (2015). 학생들의 개념적 지식과 절차적 지식의 발달과 초등수학 교과서 내용구성에 관한 고찰. **학습자중심교과교육연구, 15**(10), 733-753.

강지선 (2003). **등호의 개념 지도 방안에 관한 연구**. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.

고준석, 김지원, 박교식 (2014). 초등학교 수학에서 취급하는 식의 정의와 분류에 관한 연구, **학교수학, 16**(2). 303 - 315.

교육과학기술부 (2011). 교육과학기술부 고시 제 2011-361호. [별책 8] **수학과 교육과정**. 서울: 교육과학기술부.

교육부 (2015a). **수학 3-2**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2015b). **수학 4-2 교사용 지도서**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2015c). **수학 4-2**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2015d). **수학 5-2 교사용 지도서**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2015e). **수학 5-2**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2015f). **수학 6-2 교사용 지도서**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2015g). **수학 6-2**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2016a). **수학 2-1**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2016b). **수학 4-1**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2016c). **수학 5-1 교사용 지도서**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2016d). **수학 5-1**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2016e). **수학 6-1 교사용 지도서**. 서울: (주) 천재교육.

교육부 (2016f). **수학 6-1**. 서울: (주) 천재교육.

기정순, 정영옥 (2008). 등호 문맥에 따른 초등학생의 등호 개념 이해와 지도 방법 연구. **학교수학, 10**(4). 537-555.

김정원, 방정숙, 최지영 (2016). Rasch 모델을 통한 초등학교 학생들의 등호 이해 분석. **수학교육, 55**(1). 1-19.

도종훈, 최영기 (2003). 수학적 개념으로서의 등호 분석. **수학교육, 42**(5), 697-706.

박교식 (1998). 우리나라 초등학교 1학년 1학기 수학에서 사용되는 용어와 기호에 관한 연구. **과학교육논총, 10**, 59-76. 인천교육대학교 과학교육연구소.

박교식 (2012). 우리나라와 연변의 초등학교 수학 교과서의 비교 연구: 수 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지, 16**(1), 21-38.

이종희, 김선희 (2003). 등호 개념의 분석 및 학생들의 등호 이해 조사. **수학교육학연구, 13**(3). 287-307.

임재훈 (2013). 등호 해석의 두 시간적 차원인 읽기ㆍ쓰기의 불일치와 그 해소. **한국초등수학교육학회지, 17**(2) 207-223.

日本數學教育學會(編) (2011). *算數教育指導用語辭典(第四版)*. 東京: 教育出版株式會社.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherlans, V. Warfield (tran.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

<Abstract>

# An Analysis on Aspects of Equalities with Monomial Left-hand Side Presented in Korean Elementary School Mathematics Textbooks

Ko, Jun Seok[20]; & Choi, Jong Hyeon[21]; & Lee, Seung Eun[22]; & Park, Kyo Sik[23]

In this paper, aspects of equalities with monomial left-hand side presented in Korean elementary school mathematics textbooks are analyzed focusing on the component of expressions. According to this analysis, the textbooks deal with equalities with monomial left-hand side as though the students already know them, rather than to introduce and deal with them systematically. In this paper, the following four suggestions based on this analysis are proposed as conclusions. First, A-type equalities (with one kinds of calculation symbols and two or more numbers, variables, denominative numbers in the right-hans side) and B-type equalities (with two or more kinds of calculation symbols and two or more numbers, variables, denominative numbers in the right-hans side) may need to be introduced by the explicit description. Second, it is necessary to establish clearly the order of dealing with numeric expressions, expressions with □(blank) expression, expressions with words, expressions with □(variable), expressions with variables. Third, it needs to be noted that equalities with monomial left-hand side cab be used with a variety of meanings. Fourth, it is necessary to widen the range of the number constituting equalities with monomial left-hand side to the natural number 0 and as well as fractions, decimals.

Key words: equality, equality with monomial left-hand side, meaning of equality

논문접수: 2016. 10. 15
논문심사: 2016. 11. 23
게재확정: 2016. 11. 26

20) wideepmath@naver.com
21) duck0808@hanmail.net
22) lseblues@nate.com
23) pkspark@ginue.ac.kr (corresponding author)