

# 평균-분산 최적화 모형을 이용한 로버스트 선박운항 일정계획

박나래<sup>1</sup> · 김시화<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>한국해양대학교 해운경영학부, <sup>2</sup>한국해양대학교 해사수송과학부

## A Robust Ship Scheduling Based on Mean-Variance Optimization Model

Nareh Park<sup>1</sup> · Si-Hwa Kim<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Korea Maritime and Ocean University, Division of Shipping Management,

<sup>2</sup>Korea Maritime and Ocean University, Division of Maritime Transportation Science

### ■ Abstract ■

This paper presented a robust ship scheduling model using the quadratic programming problem. Given a set of available carriers under control and a set of cargoes to be transported from origin to destination, a robust ship scheduling that can minimize the mean-variance objective function with the required level of profit can be modeled. Computational experiments concerning relevant maritime transportation problems are performed on randomly generated configurations of tanker scheduling in bulk trade. In the first stage, the optimal transportation problem to achieve maximum revenue is solved through the traditional set-packing model that includes all feasible schedules for each carrier. In the second stage, the robust ship scheduling problem is formulated as mentioned in the quadratic programming. Single index model is used to efficiently calculate the variance-covariance matrix of objective function. Significant results are reported to validate that the proposed model can be utilized in the decision problem of ship scheduling after considering robustness and the required level of profit.

Keywords : Maritime Transportation Problem, Robust Ship Scheduling, Mean-Variance, Quadratic Programming Problem

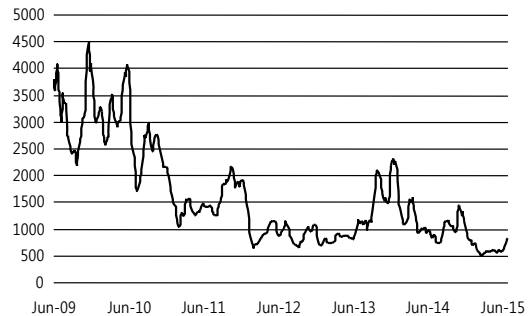
## 1. 서 론

선박운항담당자는 운항 가능한 선박의 집합과 수송 가능한 화물의 집합이 주어졌을 때, 선박운항 일정 계획을 어떻게 수립하느냐는 문제에 직면한다. 해상 운송에서 장소적인 효율을 극대화하기 위하여, 선박 운항 일정계획에 관한 최적화 모형의 경우 대부분 운항수익의 최대화 또는 운항비용의 최소화를 문제로 다룬다[1, 4, 20, 22]. 그러나 2008년 후반 미국 금융위기 이후 세계 경기침체와 해운 수급불균형으로 인해 운임은 장기간의 약세가 지속되고 있고 변동성의 폭이 크게 증가하였다[10, 23]. 급변하는 환경 속에서 운임변동에 따른 리스크를 축소시키기 위하여 로버스트(robust) 선박운항 일정계획에 관한 최적화 모형을 정식화하는 연구가 필요하다[7]. 이 논문에서는 마코위츠가 제시한 평균-분산 모형(Mean-Variance Model)의 아이디어를 사용하여 새로운 최적화 모형을 제시하고자 한다. 마코위츠가 제시한 포트폴리오 이론은 투자자가 최소한의 기대수익률을 만족시키면서 동시에 수익률의 변동성을 제어하여 위험에 강한 포트폴리오를 구성할 수 있다는 분산투자의 효율성을 증명하는 현대투자이론이다[21].

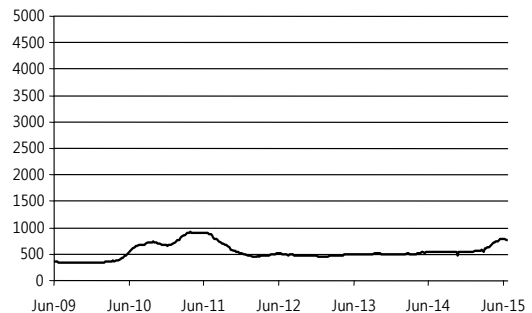
기존의 부정기선 해사수송 문제의 최적화를 다룬 선행 문헌 조사를 통하여 최적화 모형의 수립 과정과 해법에 관한 연구 및 이와 관련된 의사결정지원 시스템에 관한 연구를 살펴보고, 기존 모형의 한계점을 해결하기 위해 평균-분산 모형(Mean-Variance Model)을 적용한다. 즉 일정한 기대이익률을 만족시키면서 운항이익의 분산-공분산을 최소화하는 로버스트 선박운항 일정계획 모형을 도출하고 이를 2차 계획 모형(Quadratic Programming Model)으로 정식화한 최적화 모형을 제안한다. 로버스트 선박운항 일정계획 모형의 수행도를 평가하고 분석하기 위해 메이저 석유회사의 가상적인 해사수송 문제를 랜덤하게 생성하여 계산실험을 수행하고자 한다.

해운업은 선박의 운항형태에 따라 크게 정기선(Liner) 운항, 부정기선(Tramper) 운항, 화주직접(Industrial Carrier) 운항으로 나눌 수 있다. 정해진

항로를 정해진 운항일정에 따라 규칙적으로 운항하는 정기선 운항과는 달리 부정기선 운항과 화주 직접운항의 경우의 해운시장은 불특정다수의 수요자와 공급자가 모여서 시장의 수급에 따라 운임을 결정하고 계약을 체결하는 구조로 되어 있다. 이러한 특성으로 인하여 부정기선 운임의 변동 폭은 정기선 운임의 변동 폭보다 크고 변동주기가 짧다[24].



[그림 1] 2009년 6월부터 2015년 6월까지 BDI 지수 변화



[그림 2] 2009년 6월부터 2015년 6월까지 HRCI 지수 변화

[그림 1]은 2009년도 6월부터 2015년 6월까지 부정기선 대표지수인 발틱 운임 지수(Baltic Dry Index)의 그래프이고, [그림 2]는 같은 시기 정기선의 대표지수인 HR 컨테이너 운임지수(Howe Robinson Container Index)의 그래프이다[6]. 그림으로 같은 시기 지수의 변동을 비교해 볼 수 있다. 부정기선 운임지수인 BDI 지수의 변동 폭이 훨씬 큰 것을 알 수 있다. 이 논문은 해상운송의 형태 중에서 화주직접 운항을 포함하는 부정기선 운항형태를 연구 대상으로

하여 해운시장의 불확실성을 제어하는 로버스트 선박운항 일정계획을 수립하는 문제를 다루고자 한다.

## 2. 부정기선 운항의 선박운항일정 계획 문제

### 2.1 선행연구

부정기선 운항 시 발생하는 해사수송 문제를 최적화한 시초는 Dantzig and Fulkerson[13]의 연구로 해군의 연료유를 수송하는 문제에 최소 투입 선박의 수를 결정하는, 간단한 알고리즘으로 해결할 수 있는 선형계획 문제였다. 그 후 이 연구를 바탕으로 부정기선 운항의 해사수송 문제에 많은 학문적 노력이 있었다.

Appelgren[8, 9]은 이전의 연구들과는 다르게 집합패킹(set-packing) 혹은 집합 분할(set-partitioning) 모형으로 현대 선박운항 일정계획 최적화 문제 모형의 원형을 확립하였다. 이후 부정기선 혹은 화주직접운항 선박운항 일정계획 문제는 거의 모두 집합패킹 모형의 형식을 취하고 있다.

Brown et al.[12]은 집합 분할 모형을 바탕으로 채선과 용선에 대한 논리변수에 탄력적 가중치(elastic penalties)를 부여한 모형을 제시하였으며, 같은 해 Fisher and Rosenwein[16]은 화물의 용선요율과 계선 없이 운항할 경우 운항 비용을 고려하여 듀얼 알고리즘(dual algorithm)을 활용한 모형을 만들고 해군 해상수송사령부(Military Sealift Command of the U.S. Navy) 산하의 유조선에 관한 실제 자료를 이용한 컴퓨터 계산 실험을 통하여 모형을 증명하였다.

김시화[2]는 현대의 선박운항계획일정 모형이 Appelgren의 모형으로부터 변형되었음을 지적하고 이를 바탕으로 일반화된 부정기선 운항의 해사수송 집합패킹 모형을 기반으로 구축된 선박운항 일정계획의 사결정 지원시스템 MoDiSS(Model based Decision Support System in Ship Scheduling)를 도출하였다. 시스템 안에 운용 가능한 선박과 수송 가능한 화

물 상세와 항구간 거리표를 입력하면 모든 가능한 일정을 생성하고 이 중에서 최대 이익을 창출할 수 있는 일정을 선택함으로써 최적 선박운항 일정계획을 수립할 수 있다. Hwang et al.[17]은 시장의 변동이 심한 상황에서 위험을 고려한 로버스트 선박운항 일정계획을 수립하기 위한 모형을 제시하고 그 해법으로 Branch-and-Price-and-Cut 방법을 이용하였다. 기대위험도를 낮추기 위해 분산을 제한하는데 이차 제약식(quadratic constraint)을 사용하였고 해법으로 Kelly's cutting plane algorithm과 column-and-cut generation algorithm을 적용하였다. Hwang et al.[17]의 최적화해법은 이차제약식을 복잡한 과정의 알고리즘을 거쳐서 변형하여 계산한다. 본 논문은 Hwang et al.[17]의 연구와 달리 이차 제약식을 제거하고 운항이익의 분산-공분산을 최소화하는 이차 목적함수를 도입한 로버스트 선박운항 일정계획 모형을 제시한다.

### 2.2 부정기선 해사수송 집합패킹 모형 연구 [SPK 모형]

이 논문에서는 김시화[17]이 정식화한 부정기선 해사수송 최적화 집합패킹(set-packing) 모형을 편의상 간략하게 집합패킹에서 착안하여 [SPK 모형]이라 칭한다. 운용 가능한 선박의 집합과 선적지부터 양하지까지 수송해야 할 화물의 집합이 주어졌을 때, 선박의 운항이익을 극대화할 수 있는 선박운항 일정계획을 도출할 수 있다. 부정기선 해사수송 최적화 모형은 다음과 같다.

[기호]

$i = 1, \dots, m$  선박

$k = 1, \dots, n$  화물

$J_i$  = 선박  $i$ 의 후보 운항일정 집합

$J$  = 모든 운항일정 집합

[자료]

$$q_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{만일 선박이 운항 일정 } j \text{에 투입되어} \\ & \text{화물 } k \text{를 수송할 경우,} \\ 0, & \text{그 외의 경우,} \end{cases}$$

$$r_j = \sum_{k=1}^n q_{jk} p_k - h_j$$

$p_k$  = 화물  $k$ 를 수송할 경우의 운임수익

$h_j$  = 운항일정  $j$ 에 투입된 운항비용

[의사결정 변수]

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{만일 선박이 운항 일정 } j \text{에 투입될 경우,} \\ 0, & \text{그 외의 경우,} \end{cases}$$

[모형]

$$\text{Max} \sum_{j \in J} r_j x_j \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j \in J_i} x_j \leq 1, \quad \text{for all ship } i \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} q_{jk} x_j \leq 1, \quad \text{for all cargo } k \quad (3)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j \in J, \quad J = \bigcup_{i=1}^m J_i, \quad \text{for all } i, j \quad (4)$$

목적함수 (1)이 의미하는 것은 운용 가능한 선박을 계획된 기간 운항할 때, 화물 수송의 운임수익(revenue) 총합에서 투입된 선박의 운항비용(operating cost) 총합을 감한 총 선박의 운항이익(profit)을 최대화한다는 것이다. 제약식 (2)는 각 선박이 화물수송에 투입되지 않거나 정확히 하나의 운항일정만을 선택하도록 하고 있고, 제약식 (3)은 각 화물이 수송되지 않거나 정확히 하나의 선박, 하나의 일정에 의해 수송되는 조건을 의미한다. 제약식 (4)는 의사결정 변수가 0 또는 1인 이진변수(binary variable)로 나타나는 정수계획 문제임을 알 수 있다.

### 3. 위험을 고려한 평균-분산 모형

#### 3.1 평균-분산 모형(Mean-Variance Model)

마코위츠[21]가 1952년 발표한 투자안의 수익률 분포의 평균과 분산을 기반으로 하는 투자안 선택이론인 현대 포트폴리오 이론은 오늘날까지 불확실성 하의 투자 의사결정의 표준적인 지표로 받아들여져 왔다. 평균-분산 모형에서 최적의 포트폴리오는 수많은 조합 중에서 동일한 위험성 하에 기대수익률이

제일 높거나, 혹은 동일한 기대수익률 하에 위험이 가장 낮은 포트폴리오를 말한다. 마코위츠 모형을 이용한 주식시장 투자성공에 대한 다양한 연구들이 있다[3, 5, 7, 14, 19]. 본 연구에 사용된 마코위츠 평균-분산 모형에 사용된 변수와 상수는 다음과 같다.

[기호와 자료]

$i = 1, \dots, N$  주식

$R_i$  = 주식  $i$ 의 수익률

$\sigma_{ij}$  =  $R_i$ 와  $R_j$ 의 공분산

$V$  = 포트폴리오의 분산-공분산(기대위험도)

$E(R_i)$  = 주식  $i$ 에 대한 기대수익률

$K$  = 최저 요구 기대수익률

[의사결정 변수]

$x_i$  = 투자자의 자산 중 주식  $i$ 에 투자하는 비율

[모형]

$$\text{Min } V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (5)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^N x_i E(R_i) \geq K \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (7)$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

목적함수 (5)는 포트폴리오의 개별 종목의 수익률 간 공분산을 최소화시키는 것을 목적으로 한다. 제약식 (6)은 총 포트폴리오의 기대수익률이 정해진 최저기대수익률을 달성해야 한다는 것이다. 식 (7)은 투자금을 모두 포트폴리오에 투자한다는 의미이며 식 (8)을 통해 공매도는 없다고 가정한다. 다시 말해 공매도가 없다는 가정에 따라 최저기대 수익률을 만족시키면서 포트폴리오의 공분산을 최소화하여 안정적이고 효율적인 최적의 투자 대안을 구하는 이론이 마코위츠의 평균-분산 모형이다. 본 모형은 비선형계획법으로 목적함수가 이차함수이고 제약조건식이 모두 선형인 이차계획법이다.

### 3.2 단일지수 모형(Single Index Model)

마코위츠의 평균-분산 모형을 사용하여 목적함수의 공분산을 계산할 경우 개별종목 간 모든 조합의 공분산을 계산해야 하므로 주식 수의 증가에 따라 입력변수가 기하급수적으로 증가한다. 이러한 계산의 복잡성을 해소하기 위하여 Sharpe[25]는 1963년 단일지수 모형(Single Index Model)을 개발하였다. 단일지수 모형은 시장 전체 수익률의 변동을 적절하게 나타내주는 하나의 시장지표가 존재하고 각 증권의 수익률과 이 시장지표 사이에 선형의 관계가 존재한다는 가정에서 출발한다. 각 증권의 수익률과 시장지표 사이를 회귀방정식으로 나타내면 다음 식 (9)와 같다

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \epsilon_i \tag{9}$$

여기서,  $i(1, \dots, N)$ 는 주식 지표이고,  $R_i$ 는 정해진 기간 동안의 주식  $i$ 의 수익률,  $R_m$ 은 정해진 기간 동안의 시장지표의 수익률,  $\alpha_i$ 는 시장지표와는 독립인 수익률,  $\beta_i$ 는 시장지표 수익률에 대한 개별증권  $i$ 의 수익률의 민감도를 나타내는 계수, 그리고  $\epsilon_i$ 는 잔차(오차항)이다.

시장에 대한 민감도를 나타내는  $\beta_i$ 는 시스템적인 요소 혹은 시장위험 요소로 분리하고 나머지 시장에서 독립적인  $\alpha_i$ ,  $\epsilon_i$ 는 비시스템적인 요소로 분리할 수 있다.

$$E(\epsilon_i) = 0 \tag{10}$$

$$E(\epsilon_i \epsilon_j) = 0 \tag{11}$$

$$COV(\epsilon_i, R_m) = 0 \tag{12}$$

식 (10)은 잔차의 기대치는 0에 수렴한다는 것이고 식 (11)은 각각의 잔차는 다른 개별주식의 잔차와 상관없이 독립임을 말하며, 마지막으로 식 (12)는 잔차와 시장지표의 수익률의 공분산이 0이라는 가정을 의미한다. 이 세 가지 가정을 토대로 하면 예상 수익률, 분산, 공분산은 다음과 같은 식으로

구할 수 있다.

$$E(R_i) = E(\alpha_i + \beta_i R_m + \epsilon_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m) \tag{13}$$

$$VAR(R_i) = \sigma_i^2 = E[R_i - E(R_i)]^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2 \tag{14}$$

$$COV(R_i, R_j) = \sigma_{ij} = E\{[R_i - E(R_i)]\{R_j - E(R_j)\}} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \tag{15}$$

따라서 식 (13)~식 (15)의 단일지수모형을 적용하면 변수의 수를 현저히 줄일 수 있다. <표 1>은 평균-분산모형에서 단일지수모형을 이용하지 않고 행렬을 구성할 때와 이를 이용하여 행렬을 구성할 때의 입력변수 수의 차이를 보여준다. 평균-분산모형에서  $(N^2+3N)/2$ 개였던 입력변수는 단일지수모형을 적용하면  $3N+2$ 개의 입력변수로 그 수가 현저하게 줄어들었음을 알 수 있다[11].

<표 1> 단일지수 모형을 사용했을 때 입력변수의 변화

모형	Mean-Variance model		Single Index Model	
입력 변수	$N$	mean $E(R_i)$	$N$	mean $E(R_i)$
	$N$	variance	$N$	sensitivity coefficient $\beta_i$
	$\frac{N(N-1)}{2}$	covariance	$N$	firm-specific variance $\sigma_{\epsilon_i}^2$
			1	market mean $E(R_m)$
			1	market variance $\sigma_m^2$
총 입력 변수 수	$(N^2+3N)/2$		$3N+2$	

### 4. 이차계획법을 이용한 로버스트 선택운항 일정계획 모형 [ROQ 모형]

제 2장과 제 3장의 모형을 결합하여 운항일정거리의 공분산을 최소화하며 최저 수익을 만족하게 하는 로버스트 선택운항 일정계획 모형을 정식화하면 다음과 같다. 편의상 간략하게 로버스트(robust)

와 이차계획 모형(Quadratic Programming Model)에서 착안하여 [ROQ 모형]이라 칭한다.

[자료]

$\sigma_{ij}$  = 운항일정  $R_i$ 와  $R_j$ 의 공분산

$r_j$  = 운항일정  $j$ 의 기대수익([SPK 모형] 참조)

$K$  = 최저 요구 기대수익

$V$  = 수익의 분산(위험)

[의사결정 변수]

$x_j = \begin{cases} 1, & \text{만일 선박이 운항 일정 } j \text{에 투입될 경우,} \\ 0, & \text{그 외의 경우,} \end{cases}$

[모형 [ROQ]]

$$\text{Min } V = \sum_i \sum_j x_i x_j \sigma_{ij} \quad (16)$$

s.t.

$$\sum_j r_j x_j \geq K \quad (17)$$

$$\sum_{j \in J_i} x_j \leq 1, \text{ for all ship } i \quad (18)$$

$$\sum_{j \in J} q_{jk} x_j \leq 1, \text{ for all cargo } k \quad (19)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j \in J_i, J = \bigcup_{i=1}^m J_i, \text{ for all } i, j \quad (20)$$

[ROQ 모형]의 목적함수 (16)과 제약식 (17)은 평균-분산 모형을 응용한 것으로 최저 요구 기대수익을 달성하는 범위 내에서 각 일정 간의 공분산을 최소화한다는 내용이다. 제약식 (18)~식 (20)은 부정기선 해사수송 최적화를 위한 집합패킹 모형의 제약식으로, 각 화물은 오직 한 선박에 적재되어야 하고, 각 선박은 오직 한 화물을 적재한다는 의미이다. 모형 [ROQ 모형]를 통하여 불확실한 상황에서 최저 요구 기대수익  $K$ 를 운항 담당자가 원하는 대로 조정하여  $K$ 를 달성하는 범위 내에서 분산이 적은 로버스트 운항일정계획을 세울 수 있다.

## 5. 계산 실험

이 장에서는 앞서 정리한 내용을 바탕으로 메이저 석유회사에서 유조선에 항해용선계약으로 수송에 투입하는 경우를 사례로 계산실험을 실행한다. 투입 가

능한 선박의 집합과 수송이 필요한 화물의 집합을 무작위로 설정한다. 부정기선 해사수송 집합패킹 모형문제로 정식화된 0-1 정수계획 모형인 [SPK 모형]은 MoDiSS 프로그램을 활용하여 그 해를 구할 수 있다. MoDiSS는 모든 운항가능일정을 생성하기 위해 운항가능일정 생성 그래프에서 깊이우선탐색 알고리즘을 사용한다[2]. 생성된 모든 선박운항가능일정을 의사결정 변수로 삼아 평균-분산 모형의 개념을 활용하여 앞장에서 새롭게 제안한 [ROQ 모형] 문제를 풀이한다. 목적함수에 사용된 분산-공분산 행렬은 단일지수 모형을 활용하여 구현한다. 완성된 이차계획문제를 WINQSB의 Quadratic Programming을 통하여 계산하고 그 수행도를 평가하여 [ROQ 모형]의 적합성을 알아본다.

### 5.1 [SPK 모형]에 의한 계산 결과

MoDiSS를 이용하여 [SPK 모형]의 해를 구하는 계산실험을 위하여 무작위로 생성된 선박의 집합 및 화물의 집합 자료들과 항구간 거리표, 자료들을 준비하였다. <표 2>는 계산실험의 예시 1번의 투입 가능한 선박집합을 보여준다. <표 2>는 3척의 선박의 크기, 운항비용, 투입가능시작일, 초기 설정 항구, 수송 가능한 화물의 종류, 선박명을 보여준다. 수송 가능한 화물의 종류 5~8은 원유로 원유성상에 따라 구분하였다. <표 3>은 계산실험의 예시 1번에 수송 가능한 화물의 집합을 나타낸다. 5개의 화물에 대하여 화물량, 운임지표인 월드스케일, 적하일, 적하 허용간격, 적하량, 양하일, 양하량, 화물의 종류를 보여준다.

이외에 항구간 거리표를 위의 선박자료 및 화물자료와 함께 MoDiSS에 입력하면 최대 운항 수익

<표 2> 예시 1번의 선박 집합

ID	Size	Utility	Open Date	Initials Port	Cargo Type	Name
1	275	50	3	Singapore	5678	G.Glory
2	314	44	5	Basrah	5678	M.Star
3	297	37	7	Bonga	5678	New Creation

<표 3> 예시 1번의 화물집합

ID	SIZE	World Scale	Load Date	Load Interval	Load Port	Disch Date	Disch Port	Type
1	265	368	22	1	Djeno	34	Houston	6
2	245	165.5	60	1	Fujairah	66	Singapore	8
3	155	201.5	18	1	Kharg Island	42	Dalian	5
4	215	259.5	13	1	Al Shaheen	25	Ulsan	7
5	235	309	40	1	Dalia	52	Houston	7

을 낼 수 있는 최적의 운항일정 계획이 출력된다. 로버스트 선박운항 일정계획을 구하기 위한 [ROQ 모형]은 선박운항일정(의사결정 변수) 간의 운임의 분산-공분산 행렬을 도출해내고 운임변동으로 인한 위험을 제어하기 위해 분산-공분산을 최소화시키면서 최저요구기대 운항수익을 만족하는 제약조건을 추가하여 구축하는 것이다. [ROQ 모형]의 해를 구하기 위한 계산실험은 다음과 같이 진행한다.

### 5.2 [ROQ 모형]에 의한 계산 실험

MoDiSS 프로그램으로 구한 [SPK 모형]의 해를 이용하여 [ROQ 모형]의 분산-공분산 매트릭스를 구한다. 단일지수 모형은 분산-공분산 행렬을 효율적으로 구하는 데에 사용된다. 단일지수 모형을 통하여 분산-공분산 행렬을 생성하려면 시장지표와 항로별 지표가 필요하다. 정해진 기간 동안 시장의 기대운임을 나타내는  $E(R_{m,t})$ 과 정해진 기간 동안 주식  $i$ 의 기대운임을 나타내는  $E(R_{i,t})$ 에 대한 타당하고 객관적인 자료를 선정하기 위해 발틱유조선지수(Baltic Dirty Tanker Index, BDTI)와 이와 함께 발표되는 항로별 운임지수를 사용했다[15].

이차계획법 문제의 해를 구하기 위해 엑셀의 해 찾기 기능을 이용할 수 있으나 변수의 수에 관한 제약 때문에 본 계산실험에서는 WINQSB 패키지의 이차계획법 모듈을 이용하였다.

다음 <표 4>~<표 6>은 3가지 사례를 [ROQ 모형]을 이용하여 계산 실험한 결과이다. 각 사례의 최저요구기대운항수익은 [SPK 모형]으로 계산한 최대기대운항수익의 100%, 95%, 90%, 85%, 80%,

75%라고 각각 설정하였다.

<표 4>는 운항 가능한 3개의 선박과 수송 가능한 5개의 화물을 가지고 실험한 결과이다. 최저요구기대운항수익이 작아질수록 변동성을 나타내는 운항일정 간의 공분산 값도 줄어들고 있다. 최대기대운항수익의 100%, 95%, 90%의 경우 분산의 크기가 같았다. 그러나 최대기대운항수익의 100%인 경우의 최적운항일정과 95%, 90%인 경우의 최적운항일정이 다르다는 것을 알 수 있다. 이 세 경우에서는 최대기대운항수익을 100%로 만족시켜주는 선박운항일정을 선택하는 것이 최적이다. 85% 수준에서 G. Glory 선박은 100% 수준에서 운송한 화물 4와 2 대신 화물 3을 운송하고, M. Star는 100% 수준에서 운송한 화물 5 대신 화물 4와 2를 운송한다. New Creation 선박은 100% 수준과 동일하게 화물 1을 선택해서 운항하므로 최종적으로 85% 수준에서는 화물 5를 탈락시키고 화물 3을 선택했음을 알 수 있다. 화물 5가 선택되지 않은 이유는 운임은 높지만 BDTI를 통하여 추정된 항로별 운임 변동성이 화물 3에 비해 높기 때문이다. 이처럼 [ROQ 모형]은 위험을 고려하여 설정한 최저요구기대운항수익에 따른 다양한 운항일정계획 의사결정의 프론티어를 제공해 줄 수 있다.

<표 5>는 운항 가능한 3개의 선박과 수송 가능한 6개의 화물을 실험한 결과이다. 최저요구기대운항수익이 최대기대운항수익의 95%, 90%, 85%, 80% 일 경우 같은 선박운항일정을 갖는다. 이때 운항담당자는 최대기대운항수익의 80% 이상을 얻을 수 있는 이들 운항일정계획 의사결정의 프론티어 중 가장 나은 운항 일정을 선택할 수 있을 것이다. 75%

〈표 4〉 예시 1의 로버스트 선박운항 일정계획 결과값

Required Level of Profit	Ship Name	Op. Cost	Cargo ID	Freight	Loading Port	Loading Date	Discharging Port	Disch. Date	Total Profit	Variance of Profit
100% (971)	G.Glory	50	CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25	971	702
			CD_2	165.5	Fujairah	60	Singapore	66		
	M.Star	44	CD_5	309	Dalia	40	Houston	52		
	New Creation	37	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34		
95% (922.45)	G.Glory	50	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34	971	702
			CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25		
	M.Star	44	CD_2	165.5	Fujairah	60	Singapore	66		
	New Creation	37	CD_5	309	Dalia	40	Houston	52		
90% (873.9)	G.Glory	50	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34	971	702
			CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25		
	M.Star	44	CD_2	165.5	Fujairah	60	Singapore	66		
	New Creation	37	CD_5	309	Dalia	40	Houston	52		
85% (825.35)	G.Glory	50	CD_3	201.5	Kharg Island	18	Dalian	42	863.5	599.88
			CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25		
	M.Star	44	CD_2	165.5	Fujairah	60	Singapore	66		
	New Creation	37	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34		
80% (776.8)	G.Glory	50	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34	805.5	404.55
	M.Star	44	CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25		
	New Creation	37	CD_5	309	Dalia	40	Houston	52		
75% (728.25)	G.Glory	50	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34	805.5	404.55
	M.Star	44	CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25		
	New Creation	37	CD_5	309	Dalia	40	Houston	52		
70% (679.7)	G.Glory	50	CD_1	368	Djeno	22	Houston	34	698	328.27
	M.Star	44	CD_3	201.5	Kharg Island	18	Dalian	42		
	New Creation	37	CD_4	259.5	Al Shaheen	13	Ulsan	25		

수준에서는 M/V Duke의 투입을 포기한 일정을 보여주고 70% 수준에서는 M/V Grace의 투입을 포기한 일정을 보여준다. 이 경우에는 변동이 심한 고위험 항로에 운항비용이 높은 선박을 투입하지 않는 것이 위험을 피하는 방안임을 제시하고 있다.

<표 6>은 운항 가능한 6개의 선박과 수송 가능한 8개의 화물을 가지고 실험한 결과 값이다.

95%, 90%에서 동일한 운항일정을 선택하고 80%, 75%에서 동일한 경로를 채택하고 있다. 최대기대운항수익을 얻을 때는 95%, 90% 와 비교하여 화물 3 대신 화물 6의 수송을 선택한다. 이는 화물 6의 기

대운항수익이 크지만 그 항로의 운임의 변동성 또한 크다는 것을 말해준다. 80%, 75% 수준에서는 선박 OS Arcadia를, 그리고 70% 수준에서는 두 선박 OS Concord와 OS Arcadia를 운항에 투입하지 않음으로써 위험을 감소시킬 수 있음을 보여준다.

## 6. 결과 및 검토

본 논문은 변동성이 큰 해운 시황에서 로버스트한 선박운항 일정계획을 수립하는 문제를 다루었다. 연구를 위해 부정기선 운항 및 화주 직접 운항 유



<표 5> 예시 2의 로버스트 선박운항 일정계획 결과값

Required Level of Profit	Ship Name	Op. Cost	Cargo ID	Freight	Total Profit	Variance of Profit
100% (1009)	M/V James	65	CD_2	305	1009	1606.8
			CD_5	314		
	M/V Grace	80	CD_1	285		
	M/V Duke	70	CD_3	320		
95% (958.55)	M/V James	65	CD_1	285	959	1104.43
			CD_3	320		
	M/V Grace	80	CD_4	298		
	M/V Duke	70	CD_6	271		
90% (908.1)	M/V James	65	CD_1	285	959	1104.43
			CD_3	320		
	M/V Grace	80	CD_4	298		
	M/V Duke	70	CD_6	271		
85% (857.65)	M/V James	65	CD_1	285	959	1104.43
			CD_3	320		
	M/V Grace	80	CD_4	298		
	M/V Duke	70	CD_6	271		
80% (807.2)	M/V James	65	CD_1	285	959	1104.43
			CD_3	320		
	M/V Grace	80	CD_4	298		
	M/V Duke	70	CD_6	271		
75% (756.75)	M/V James	65	CD_1	285	758	768.43
			CD_3	320		
	M/V Grace	80	CD_4	298		
70% (706.3)	M/V James	65	CD_1	285	741	509.83
			CD_3	320		
	M/V Duke	70	CD_6	271		

형의 해상수송 문제의 선박운항 일정계획 관한 선행 연구를 살펴보았다. 기존의 부정기선 운항일정계획의 최적화 문제는 기대운항이익의 최대화 또는 기대운항비용의 최소화를 목적으로 0-1 정수계획 모형인 집합 패키징 문제로 정식화되어 있음을 확인할 수 있었다. 해운운임은 과거보다 큰 변동 폭과 짧은 변동주기를 보이고 있음에도 불구하고 부정기선 선박운항 일정계획을 수립을 하는 연구에서 운임변동의 불확실성을 고려한 연구가 부족한 것이 사실이다. 이 연구에서는 기존의 집합패키징 문제로 정식화된 선박운항 일정계획 최적화 모형에 마코위츠[21]가 투자

이론에서 제시한 평균-분산 모형(Mean-Variance Model)의 아이디어를 사용하여, 일정한 기대이익률을 만족시키면서 운항이익의 분산 공분산을 최소화하는 로버스트 선박운항 일정계획 모형을 2차 계획 모형으로 정식화한 최적화 모형을 제안하였다. 분산 공분산의 계산에는 편의성을 위하여 단일지수모형을 사용하였고 제안한 로버스트 선박운항 일정계획의 타당성을 입증하기 위하여 무작위로 생성한 유조선 운항일정계획 사례문제를 대상으로 계산 실험을 수행하였다. 계산실험에는 부정기선 해운의 해상수송 문제에 대한 최적화 기반 의사결정 지원시스

〈표 6〉 예시 3의 로버스트 선박운항 일정계획 결과값

Required Level of Profit	Ship Name	Op. Cost	Cargo ID	Freight	Total Profit	Variance of Profit
100% (1650)	G.Glory	50	CD_2	165.5	1650	1691.91
			CD_8	258		
	M.Star	44	CD_5	309		
	New Creation	37	CD_7	311		
	New Resource	33	CD_1	368		
	OS Arcadia	50	CD_4	259.5		
95% (1567.5)	G.Glory	50	CD_1	368	1602.5	1581.1
			M.Star	44		
	New Creation	37	CD_5	309		
			CD_8	258		
	OS Arcadia	50	CD_3	201.5		
	OS Concord	56	CD_7	311		
90% (1485)	G.Glory	50	CD_1	368	1602.5	1581.1
			M.Star	44		
	New Creation	37	CD_5	309		
			CD_8	258		
	OS Arcadia	50	CD_3	201.5		
	OS Concord	56	CD_8	258		
85% (1402.5)	G.Glory	50	CD_1	368	1437	1352.45
			M.Star	44		
	New Creation	37	CD_4	259.5		
	New Resource	33	CD_5	309		
	OS Arcadia	50	CD_7	311		
	OS Concord	56	CD_8	258		
80% (1320)	G.Glory	50	CD_1	368	1341.5	1198.13
			M.Star	44		
	New Creation	37	CD_5	309		
			CD_3	201.5		
	OS Concord	56	CD_8	258		
75% (1237.5)	G.Glory	50	CD_1	368	1341.5	1198.13
			M.Star	44		
	New Creation	37	CD_3	201.5		
			CD_5	309		
	OS Concord	56	CD_8	258		
70% (1155)	G.Glory	50	CD_1	368	1196	807.32
			M.Star	44		
	New Creation	37	CD_8	258		
			CD_5	309		

템으로 개발된 MoDiSS와 WinQSB를 사용하였다.

계산실험 결과 제안된 최적화 모형은 해운시황의 변동을 고려하면서 로버스트한 선박운항 일정계획 의사결정의 프론티어를 도출해 주었다. 최저요구기 대운항 수익의 설정에 따라 수익성이 높아도 운임 불확실성이 높은 화물의 운송을 포기하는 경우도 있고, 운항비용이 높은 선박을 해당 항로에 투입하지 않는 경우도 있다.

현재 우리나라 중소선사는 직관에 의한 판단으로 선박운항 일정을 도출하는 경우가 많다. 해운불황시기에 기업 경쟁력 강화를 위하여 체계화된 의사결정 시스템을 개발하는 것이 필요하다. 본 논문의 선박 운항일정 의사결정 시스템을 사용하면 저렴하고 쉽게 운항일정을 예측할 수 있다. 다양한 개별 기업의 자료를 축적된 자료를 이용하여 위험을 헷징하는 운항일정을 분석할 수 있는 체계를 마련하는데 도움이 된다. 또한 세계 해운 시장은 대량으로 늘어난 선박으로 인해 선박 공급 과잉시대를 맞이하고 있다. 공급량이 물동량의 성장세를 상회하며 불황이 지속되고 있다. 따라서 선대를 개편할 필요성이 있는데 선박의 투자 혹은 해체에 대한 의사결정도 위 모형을 활용하여 리스크를 축소시키는 방향으로 정할 수 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] 김기석, 주재훈, “유조선의 최적 운항일정계획”, 『한국경영과학회지』, 제8권, 제1호(1991), pp.91-108.
- [2] 김시화, “부정기선 해운의 해사수송 문제에 대한 최적화 기반 의사결정 지원시스템”, 부산대학교 박사학위논문, 1999.
- [3] 김홍선, 정종빈, 김성문, “한국 주식시장에서 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 입력변수의 정확도에 따른 투자 성과 연구”, 『한국경영과학회지』, 제38권, 제4호(2013), pp.35-52.
- [4] 최은정, 이경식, 박성수, “[Session B4. 일정계획(1)] 해양수송에 의한 원유도입 일정계획 문

- 제의 정수계획 해법”, 『한국경영과학회 춘계학술대회논문집』, (2001), pp.288-291.
- [5] 최재호, 정종빈, 김성문, “마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가: 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로”, 『한국경영과학회지』, 제30권, 제1호(2013), pp.73-89.
- [6] 한국해양수산개발원, 『해운통계요람』, 2014.
- [7] Alexander, G.J., “Mixed security testing of alternative portfolio selection models,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 12, No.5(1977), pp.817-832.
- [8] Appelgren, L.H., “A column generation algorithm for a ship scheduling problem,” *Transportation Science*, Vol.3, No.1(1969), pp.53-68.
- [9] Appelgren, L.H., “Integer programming methods for a vessel scheduling problem,” *Transportation Science*, Vol.5, No.1(1971), pp.64-78.
- [10] Asariotis, R. et al., *Review of Maritime Transport*, UNCTAD, 2013.
- [11] Barlow, J., *Excel models for business and operations management*, Wiley.com, 2005
- [12] Brown, G.G., G.W. Graves and D. Ronen, “Scheduling ocean transportation of crude oil,” *Management Science*, Vol.33, No.3(1987), pp.335-346.
- [13] Dantzig, G.B. and D.R. Fulkerson, “Minimizing the number of carriers to meet a fixed schedule,” *RAND CORP SANTA MONICA CALIF*, (1954), p.569.
- [14] Elton, E.J. and M.J. Gruber, “Modern portfolio theory, 1950 to date,” *Journal of Banking and Finance*, Vol.21, No.11(1997), pp.1743-1759.
- [15] Fan, S., T. Ji, and W. Gordon, “Forecasting Baltic Dirty Tanker Index by Applying Wavelet Neural Networks,” *Journal of Transportation Technologies*, Vol.3(2013), pp.68-87.
- [16] Fisher, M.L. and M.B. Rosenwein, “An interactive optimization system for bulk-cargo ship scheduling,” *Naval Research Logistics (NRL)*, Vol.36, No.1(1989), pp.27-42.
- [17] Hwang, H.S., S. Visoldilokpun, and J.M. Rosenberger, “A branch-and-price-and-cut method for ship scheduling with limited risk,” *Transportation science*, Vol.42, No.3(2008), pp.336-351.
- [18] Gkanatsas, E., *Designing robust shipping schedules*, Erasmus University, 2005.
- [19] Korn, E. and R. Korn, “Portfolio-optimization by the mean-variance approach,” *EU Socrates Project*, 2001.
- [20] Laderman, J., L. Gleiberman and J.F. Egan, “Vessel allocation by linear programming,” *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.13, No.3(1966), pp.315-320.
- [21] Markowitz, H., “Portfolio selection,” *The Journal of Finance*, Vol.7, No.1(1952), pp.77-91.
- [22] McKay, M.D. and H.O. Hartley, “Computerized scheduling of seagoing tankers,” *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.21, No.2 (1974), pp.255-264.
- [23] Omar, A.M. et al., *Annual Statistical Bulletin (ASB)*, OPEC, 2013.
- [24] Stopford, M., *Maritime Economics 3e*, Routledge, 2008.
- [25] Sharpe, W.F., “A simplified model for portfolio analysis,” *Management science*, Vol.9, No.2(1963), pp.277-293.
- [26] Wolfe, P., “The simplex method for quadratic programming,” *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, (1959), pp.382-398.