

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-B.2016.40.6.347>

ISSN 1226-4881(Print)
2288-5324(Online)

부유 입자를 해석하기 위한 운동량 교환/가상영역-격자볼츠만 방법

전석윤^{*,**} · 윤준용^{*} · 김철규^{**} · 신명섭^{***†}

* 한양대학교 기계공학과 ** 한국건설기술연구원 *** 특허청 차세대수송심사과

A Momentum-Exchange/Fictitious Domain-Lattice Boltzmann Method for Solving Particle Suspensions

Seok Yun Jeon^{*,**}, Joon Yong Yoon^{*}, Chul Kyu Kim^{**} and Myung Seob Shin^{***†}

* Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.,

** Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology,

*** Advanced Transportation Examination Division, Korea Intellectual Property Office(KIPO)

(Received April 4, 2015 ; Revised August 7, 2015 ; Accepted December 7, 2015)

Key Words: Lattice Boltzmann Method(격자볼츠만 방법), Fluid-Particle Interaction(유체-고체입자 상호작용), Momentum Exchange Model(운동량 교환 모델), Particle Sedimentation(부유입자)

초록: 본 연구에서는 격자볼츠만 방법을 기반으로 유체-입자 상호작용에 대한 수치계산을 수행하였다. 유체 유동은 격자볼츠만 방법을 이용하였으며, 유동장 내에서의 고체입자 운동은 계산점(node) 기반의 가상영역으로 간주하여 해석하였다. 유체-입자의 상호작용은 격자볼츠만 방법의 지배방정식에 국부적으로 운동량 교환량을 추가하여 해석하며, 가상영역 내에 위치한 고체입자의 병진 및 회전 운동은 뉴턴 운동 방정식과 오일러(Euler) 방정식을 이용한다. 구성된 상호작용 모델의 유효성을 검증하기 위하여 중립상태에서의 부유 입자운동 및 단 입자의 침강에 대한 수치계산을 수행하였으며, 기존 연구들과의 비교를 통하여 본 연구의 유체-입자 상호작용 모델이 갖는 신뢰성과 효용성을 평가하였다.

Abstract: This study presents a Lattice Boltzmann Method (LBM) coupled with a momentum-exchange approach/fictitious domain (MEA/FD) method for the simulation of particle suspensions. The method combines the advantages of the LB and the FD methods by using two unrelated meshes, namely, a Eulerian mesh for the flow domain and a Lagrangian mesh for the solid domain. The rigid body conditions are enforced by the momentum-exchange scheme in which the desired value of velocity is imposed directly in the particle inner domain by introducing a pseudo body force to satisfy the constraint of rigid body motion, which is the key idea of a fictitious domain (FD) method. The LB-MEA/FD method has been validated by simulating two different cases, and the results have been compared with those through other methods. The numerical evidence illustrated the capability and robustness of the present method for simulating particle suspensions.

1. 서론

부유입자(particle suspension)를 포함하는 유동(액체-고체 2상 유동)에 관한 연구는 공학자들이나 환경학자 또는 해양학자들에게 매우 관심 있는 연구 분야이다. 강이나 하천에서의 토사운반, 수로를 통한 곡물이나 알갱이의 수송, 공업용수

속의 부유 물질 여과, 입자상 유기물에 의한 해저오염 등을 연구하기 위해서는 액체와 입자로 구성된 2상 유동(two-phase flow) 문제의 해석이 필수적으로 수반되어야 한다. 특히 유체-입자의 상호작용(fluid-particle interaction)에 대한 연구는 다양한 분야에서 상당히 주목 받고 있으며 현재 관련 연구들이 활발히 진행되고 있다.

유체 내부에 포함된 고체입자의 이동을 모사하는 방법 중 하나인 직접 수치해석(direct numerical

† Corresponding Author, myungseob@korea.kr

simulation, DNS)은 이동 격자(moving mesh) 및 고정 격자(fixed mesh) 방식으로 분류할 수 있다. 이동 격자 방법은 고체입자의 운동에 따라 격자가 고체 형상에 고정(body-fitted mesh)되도록 매 계산시간마다 새로운 격자계를 생성한다. 이동 격자에 관한 가장 대표적인 모델은 Hu⁽¹⁾에 의해 제안된 ALE(arbitrary Lagrangian-Eulerian) 모델이다. Hu⁽¹⁾는 이 모델을 이용하여 뉴턴 유체 및 비뉴턴 유체 내에서 거동하는 각기 다른 형상들의 입자에 대한 연구를 수행하였다. 그러나 ALE 모델의 가장 큰 단점은 매 계산시간마다 입자 운동에 맞춰 격자의 변형과 재생성(regeneration)하는 과정이 필요하며, 이 과정은 필연적으로 격자생성에 따른 추가적인 컴퓨팅 파워 및 해석시간을 요하게 된다. 이러한 단점을 갖는 이동 격자 방법에 대한 대안으로 제안된 것이 격자 재생성(re-meshing) 과정이 필요 없는 고정된 격자 방법이다.

고정된 격자 방법은 계산영역에 구성된 격자계와는 독립적으로 고체입자를 가상 영역(fictitious domain, FD) 및 가상 경계(immersed boundary, IB)로 고려하여 해석하는 방법이다. 두 방법 모두 유체 유동은 고정된 격자로 해석하며, 입자(고체) 영역은 고정된 유체 격자에서 입자가 차지하는 가상적인 영역/경계로 간주하여 이 영역에서의 유체 유동 지배방정식에 체적력(body-force)을 추가하여 해석하는 방법이다. 즉, 해석 도메인 내의 유체 유동은 오일러리안(Eulerian) 관점의 고정된 데카르트(Cartesian) 격자를 사용하고, 입자는 가상적인 영역/경계로 라그랑지안(Lagrangian) 관점으로 표현한다.

Peskin⁽²⁾이 제안한 가상 경계 방법에서 가상 경계로 표현된 물체의 외형과 이동에 의한 힘은 가상 경계를 이루는 경계점들 사이의 복원력에 탄성체의 변형을 고려한 탄성력을 포함시켜 나타낸다. 가상 경계점과 유체 영역의 상호작용은 델타 함수로 표현하며, 유체 유동 지배방정식에 체적력을 추가하여 유체 유동을 해석하게 된다.

고정 격자 방법의 또 다른 방식 중 하나인 가상영역 방법은 Glowinski 등⁽³⁾이 제안한 DLM/FD (distributed Lagrange multiplier/fictitious domain) 모델이 대표적이다. 이 모델은 고정된 유체 영역 내에서 입자의 가상 영역 내부는 주위 유체로 채워지며 강체 운동을 표현하는 Lagrange multiplier가 가상영역 내의 유체에 가상적인 체적력을 부

가하여 유체-입자 운동을 해석한다. 하지만 이 모델에서는 유체 속도와 동등한 입자 속도를 계산하기 위해 음해법(implicit)을 이용하는데 이 과정이 복잡하고 부수적인 계산시간이 필요한 단점이 있다. 이러한 DLM/FD 모델을 보완하기 위하여 Yu and Shao⁽⁴⁾은 기존의 DLM/FD 모델과 Fadlun 등⁽⁵⁾의 DF/IB(direct-forcing/immersed boundary) 모델을 접목한 DF/FD(direct-forcing/fictitious domain) 모델을 제안하였다. DF/IB 모델이 입자의 가상경계에 체적력이 분포하는 것이 비하여, DF/FD 방법은 입자의 가상영역 안의 모든 유체에 체적력이 분포한다. 이러한 DF/IB와 DF/FD의 차이에 의하여, 입자의 속도는 수력학적 힘과 토크를 계산하기 위한 별도의 과정 없이 바로 양해법(explicit)으로 해석할 수 있다.

격자볼츠만 방법(Lattice Boltzmann Method, LBM)은 이산화된 격자 상에서 가상적인 입자들의 상호작용을 바탕으로 Navier-Stokes 방정식의 해를 구하는 새로운 수치해석 방법이다. LBM에서는 계산 영역에 일정한 모양의 격자(lattice)를 구성하고, 입자 간의 상호작용에 의해 각 격자점에 존재할 수 있는 입자의 확률분포를 계산하여 유동을 해석한다. 최근 들어 LBM은 복합 유동(complex flows)^(6,7)을 모사하는 효율적인 수치계산 방법으로 인정받고 있다.

Ladd^(8,9)는 점성유동에서의 부유입자에 대하여 처음으로 LBM을 도입하여 수치해석을 수행하였으며, 유체와 입자(고체)간의 상관관계에 있어 점착조건인 “halfway(or mid-point) bounce-back” 모델의 링크(link)법을 이용한다. 이 방법은 유체영역의 격자점과 고체영역의 격자점 사이의 중간지점을 입자 표면으로 간주하며, 그 표면 주위의 두 영역에서 링크처럼 연결된 두 영역 격자점의 관계를 이용하여 유체-입자 상호간의 운동량 교환을 해석한다. 그러나 곡선형태의 입자 경계면에서의 운동량 교환은 고체 lattice를 따라서 지그재그(zigzag) 계단 형태로 고체영역을 정의하고 있으며, 수치 안정성을 높이기 위해서는 경계면에 많은 수의 경계점이 필요하다. 또한 이 모델에서는 고체영역 주위로 유체영역이 존재하기 때문에 고체 밀도와 유체 밀도가 유사한 입자만 해석할 수 있는 한계가 존재한다. 이렇게 제한된 고체밀도 범위를 갖는 Ladd^(8,9) 모델의 한계를 보완하기 위한 모델이 Aidun 등⁽¹⁰⁾에 의하여 제안되기도 하

였다. 그러나 이 두 모델 모두 유체와 입자 경계면에서의 상호관계는 bounce-back 모델을 이용하는데 이러한 조건은 형상의 불연속과 수치적인 정확도에 영향을 미치며, 특히 레이놀즈(Reynolds, Re) 수가 커질수록 그 영향은 증가하게 된다.

이러한 bounce-back 모델을 이용함으로써 발생하는 LBM의 한계를 보완하기 위하여, Chopard and Marconi⁽¹¹⁾은 유체와 입자 경계면에서 국부적으로 운동량이 교환되는 모델을 제안하였다. 이 모델에서는 유체영역의 고정격자점에서 고체영역은 부분적으로 간주되며, IB 방법과 유사하게 고체 격자점 서로 간에 높은 견고함(stiffness)으로 이루어져 있으나, 단순히 입자 계산점 하나를 입자로 간주하여 수치해석을 수행하였다.

본 연구에서는 유체 유동은 격자볼츠만 방법을 이용하였으며, 유동장 안에서의 고체입자 운동은 계산점(node) 기반의 가상영역으로 간주하여 해석한다. 유체-입자 사이의 상호작용은 Chopard and Marconi⁽¹¹⁾의 운동량 교환 모델을 가상영역까지 확대 적용하였으며, 가상영역 내에 위치한 고체 입자의 병진 운동 및 회전 운동은 뉴턴 운동 방정식과 오일러(Euler) 방정식을 이용한다. 이렇게 확대 적용된 운동량 교환 모델의 유효성을 검증하기 위하여 부유 입자운동 및 단 입자의 침강에 대한 수치해석을 수행하였으며, 기존 연구결과와의 비교를 통하여 본 연구의 유체-입자 상호작용의 운동량 교환 모델에 대한 신뢰성과 효용성을 평가하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 LBM을 이용한 유동해석

본 연구에서는 단일 완화시간(single relaxation time)을 적용한 lattice BGK(LBGK) D2Q9 모델을 사용하였다. Fig. 1처럼, 속도벡터는 총 9개의 성분으로 이루어져 있으며, LBGK D2Q9 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = -\frac{\Delta t}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)] \quad (1)$$

여기에서 f_i 는 i 방향의 입자 분포함수 값이고, τ 는 단일 완화시간, f_i^{eq} 는 각 격자점의 평형 분포함수를 뜻한다.

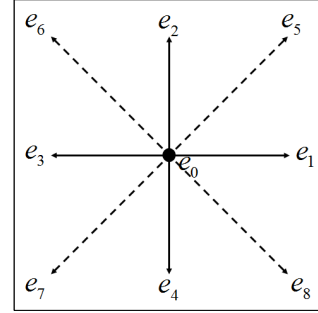


Fig. 1 Discrete velocities of the D2Q9 model

식 (1)에서 속도벡터 e_i 는 다음과 같다.

$$e_i = \begin{cases} c \left[\cos\left(\frac{i-1}{2}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{2}\pi\right) \right] & \text{for } i = 1 \sim 4 \\ \sqrt{2}c \left[\cos\left(\frac{i-1}{2}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{2}\pi\right) \right] & \text{for } i = 5 \sim 8 \end{cases} \quad (2)$$

여기에서 c 는 격자의 속도이며, LBM에서는 일반적으로 등간격 정렬격자(structured grid)를 사용하기 때문에 보통 1로 가정한다. 식 (1)에서의 평형 분포함수 $f_i^{eq}(x, t)$ 는 Maxwell 분포를 속도에 대해 Taylor 전개하여 속도의 2차항까지 나타내며, 식 (3)과 같은 형태로 정의한다.

$$f_i^{eq}(x, t) = w_i \rho \left[1 + 3 \frac{e_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_i \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{c^2} \right] \quad (3)$$

식 (3)의 ρ 는 유체의 밀도이며, u 는 유동속도를 뜻하며, 각 지점의 w_i 는 가중치(weighting) 상수로서 다음과 같은 값을 갖는다.

$$w_i = \begin{cases} \omega_0 = 4/9 \\ \omega_{1 \sim 4} = 1/9 \\ \omega_{5 \sim 8} = 1/36 \end{cases} \quad (4)$$

각 격자점에서의 유체 밀도와 운동량은 다음과 같이 분포함수의 합으로 나타낸다.

$$\rho(x, t) = \sum_i f_i(x, t) \quad (5)$$

$$\rho(x, t) \vec{u}(x, t) = \sum_i e_i f_i(x, t) \quad (6)$$

LBM에서의 압력은 식 (7)과 같은 상태방정식으로 표현되며, 동점성 계수(ν)는 식 (8)과 같이

완화시간(τ)의 함수로 정의된다.

$$p(x,t) = c_s^2 \rho, \quad c_s^2 = c^2/3 \quad \text{for } D2Q9 \quad (7)$$

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \Delta t \quad (8)$$

여기서 c_s 는 lattice 음속(speed of sound)이며, D2Q9 모델에서는 $c_s = c/\sqrt{3}$ 이다.

또한, LBM에서의 레이놀즈 수는 다음과 같은 식으로 나타낸다.

$$Re = \frac{6U_l N_l}{2\tau - 1} \quad (9)$$

여기서 U_l 은 유체속도, N_l 은 특성길이에 대한 LBM에서의 격자수, τ 는 완화시간을 의미한다.

2.2 고체입자 영역

유체 유동의 운동량은 가상의 입자 영역을 포함하는 전 계산영역에 적용되며, 비압축성 유체 유동에서의 운동량 지배방정식은 다음과 같다.

$$\rho_f \frac{d\vec{u}}{dt} = \nabla \cdot \sigma + \vec{F}_{PB} \quad \text{in } \Omega \quad (10)$$

$$\vec{u}_f = \vec{U}_p + \vec{r} \times \vec{\omega}_p \quad \text{in } P(t) \quad (11)$$

여기서 $\sigma = -\nabla p + 2\mu \bar{S}$ 이며, p 는 압력, μ 는 점성계수, \bar{S} 는 변형률 텐서, \vec{F}_{PB} 는 유체 유동 영역에서 입자의 가상 영역이 차지하는 부분으로서 유체 유동 운동량 방정식에 가상적인 외력으로 작용한다. 입자의 가상 영역 내부에서의 유체 속도(\vec{u}_f)는 입자의 중심 이동속도(\vec{U}_p)와 각속도($\vec{\omega}_p$)를 이용하여 나타내며, 외부는 외력이 작용하지 않는 것($\vec{F}_{PB} = 0$)으로 간주하여 전 영역에서의 유체 유동을 해석한다. 가상영역에서의 입자의 운동은 뉴턴 운동 방정식을 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \vec{F}_{PB} = \vec{F}_H + \vec{F}_B + \vec{F}_C \quad (12)$$

$$\frac{d(\vec{I}_p \cdot \vec{\omega}_p)}{dt} = \vec{T}_H \quad (13)$$

$$\frac{dG_p}{dt} = \vec{U}_p \quad (14)$$

여기서 m_p 은 입자의 질량, G_p 는 입자 질량의 중심 위치, \vec{I}_p 은 관성 모멘트(moment of inertia) 텐서, \vec{F}_B 는 부력(buoyancy force)으로서 다음과 같이 정의한다.

$$\vec{F}_B = \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) m_p \vec{g} \quad (15)$$

여기서 ρ_p 와 ρ_f 는 고체 입자와 유체의 밀도이며, \vec{g} 는 중력가속도이다. 그리고 \vec{F}_H 와 \vec{T}_H 는 수력학적 힘과 토크(hydrodynamics force and torque)이며, 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \vec{F}_H &= - \int_p \vec{F}_{PB} dX_p + \frac{d}{dt} \int_p \vec{u}_f dX_p \\ &= - \int_p \vec{F}_{PB} dX_p + \frac{m_p}{\rho_r} \frac{d\vec{U}_p}{dt} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \vec{T}_H &= - \int_p (\vec{r} \times \vec{F}_{PB}) dX_p + \frac{d}{dt} \int_p (\vec{r} \times \vec{u}_f) dX_p \\ &= - \int_p (\vec{r} \times \vec{F}_{PB}) dX_p + \frac{1}{\rho_r} \frac{d}{dt} (\vec{I}_p \cdot \vec{\omega}_p) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\rho_r (= \rho_p/\rho_f)$ 는 고체 입자와 유체의 밀도 비를 나타내며, X_p 는 고체 입자의 질량중심으로 부터의 거리를 나타낸다.

식 (16)과 식 (17)을 식 (10)과 식 (11)에 대입하여 정리하면,

$$\left(1 - \frac{1}{\rho_r} \right) m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = - \int_p \vec{F}_{PB} dX_p + \left(1 - \frac{1}{\rho_r} \right) m_p \vec{g} + \vec{F}_C \quad (18)$$

$$\left(1 - \frac{1}{\rho_r} \right) \frac{d}{dt} (\vec{I}_p \cdot \vec{\omega}_p) = - \int_p (\vec{r} \times \vec{F}_{PB}) dX_p \quad (19)$$

여기서 \vec{F}_C 는 입자와 다른 입자 혹은 입자와 벽과의 충돌력(collision force)을 나타내며, 본 연구에서는 고려하지 않았다.

가상영역에서의 입자 질량중심 위치, 속도와 각속도는 다음과 같이 수치적으로 해석한다.

$$\vec{U}_p^{n+1} = \vec{U}_p^n + \frac{\Delta t}{m_p} (\vec{F}_H^n + \vec{F}_B^n + \vec{F}_C^n) \quad (20)$$

$$\vec{\omega}_p^{n+1} = \vec{\omega}_p^n + \Delta t \frac{\vec{T}_p^n}{I_p} \quad (21)$$

$$\vec{G}_p^{n+1} = \vec{G}_p^n + \Delta t \vec{U}_p \quad (22)$$

2.3 LBM에서의 유체-입자 상호작용 해석 모델

LBM에서는 내부 혹은 외부 힘을 적용하는 여러 가지 모델⁽¹²⁾이 존재하고 있으나, 본 연구에서는 가장 간단한 형태이면서 일반적으로 널리 사용되는 mLGA (modified LGA) 모델을 이용한다.

유체 유동 지배방정식인 식 (1)에 국부적인 운동량 교환량을 추가하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) \\ &= -\frac{\Delta t}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)] + \frac{W_i}{c_s^2} (\Delta \vec{M} \cdot e_i) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $\Delta \vec{M}$ 은 유체와 고체입자 간의 상호 운동량 교환량이며, 유체의 운동량이 증가하는 양만큼 고체입자의 운동량은 같은 양으로 감소한다. 즉, 입자와 유체 사이의 관계는 벽면 접촉조건 (no-slip)으로 인하여 서로 간의 상대 속도는 같아야 한다. 이러한 원리를 이용하여 Chopard and Marconi⁽¹¹⁾은 입자와 유체가 서로 상호간에 교환하는 운동량을 다음과 같이 정의하였다.

$$\Delta \vec{M} = Z(\vec{u}_p - \vec{u}_f) \quad (24)$$

여기서 Z 는 고체입자의 밀도(ρ_p)와 유체의 밀도(ρ_f)를 앙상블 평균⁽¹³⁾(ensemble average)하여 $1/Z = (1/\rho_f + 1/\rho_p)$ 의 관계를 가지며, \vec{u}_p 와 \vec{u}_f 는 고체 영역의 입자 계산점과 유동 격자점 (lattice) 간의 상호작용이 일어나기 전의 고체 입자와 유체의 속도이다. Chopard and Marconi⁽¹¹⁾에 의하면 서로 간의 상호작용 후의 유체 운동량 및 속도는 각각 $\rho_f \vec{u}_f + Z(\vec{u}_p - \vec{u}_f)$, $\vec{u}_f' = \vec{u}_f + \left(\frac{\rho_p}{\rho_p + \rho_f}\right)(\vec{u}_p - \vec{u}_f)$ 로 표현된다. 비슷한 방법으로, 상호작용 후의 고체입자 운동량 및 속도 또한 각각 $\rho_s \vec{u}_p - Z(\vec{u}_p - \vec{u}_f)$, $\vec{u}_p' = \vec{u}_p - \frac{\rho_f}{\rho_p + \rho_f}(\vec{u}_p - \vec{u}_f)$ 로 나타낼 수 있다. 이러한 상호작용 후의 유체 속도와 고체입자 속도의 관계는 $\vec{u}_p' - \vec{u}_f' = 0$ 으로

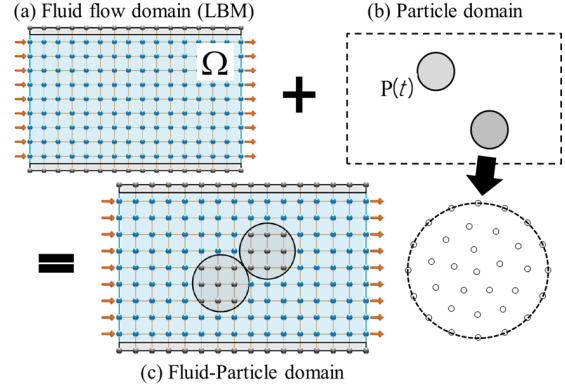


Fig. 2 Schematic of the fluid-particle system

이는 유체와 고체입자 간의 상대적 접촉조건 ($\vec{u}_s = \vec{u}_f$)을 만족하게 된다.

Fig. 2에서 보는 바와 같이, 유체 유동영역은 등간격 정렬 격자를 사용하는데 반하여, 고체입자는 가상영역의 계산점(node)을 기반으로 구성되어 있다. 따라서 본 연구에서의 고체입자 속도는 가상영역 내부의 계산점 주위의 4개 유체 격자점인 (i, j) , $(i+1, j)$, $(i, j+1)$, $(i+1, j+1)$ 을 이중 선형 보간법(bi-linear interpolation)을 적용하여 나타낸다. 유체영역에서의 유체속도(\vec{u}_f) 또한 위와 같은 과정으로 가상영역 내부의 고체입자 계산점들을 이용하여 나타낸다.

3. 수치해석 조건 및 결과

부유입자를 포함하는 유동에 관한 연구는 현재 수치적으로 연구가 활발히 진행되고 있는 분야이다. 중립상태에서 부유하는 입자의 유동 및 2차원 밀폐된 상자 내에서 자유 낙하하는 단일 원형 입자에 대하여 기존 방법들의 수치계산 결과를 토대로 본 연구에서 확대 적용된 유체-입자 상호작용 모델에 대한 신뢰성을 검증한다.

3.1 중립상태에서 부유하는 입자 운동

중립상태에서 부유하는 입자 운동에 대한 점성 유동은 Feng 등⁽¹⁴⁾에 의해서 처음으로 수치적으로 연구되었다. 이 후 수많은 연구자들이 그 결과를 이용하여 유체-입자 상호작용의 새로운 수치해석 방법을 검증해왔다.

Fig. 3은 중립상태에서 부유하는 고체입자의 계산영역에 관한 개략도이며, 조건은 다음과 같다. 두 평판사이의 거리 $H=1$ (160 lattices), 채널길이

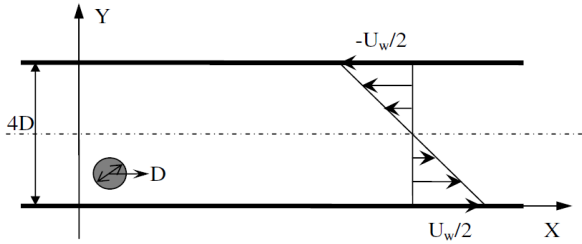


Fig. 3 Schematic diagram of a neutrally buoyant particle in a linear shear flow

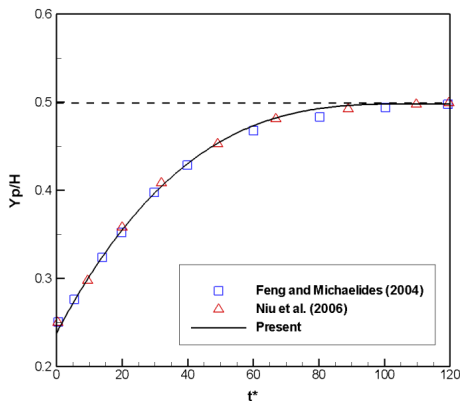


Fig. 4 The trajectory of the particle center with dimensionless time $t^* = tU_w/H$

$L = 18H$, 고체입자 지름 $D = 0.25H$ 이다. 밑면과 윗면의 두 평판은 서로 반대방향으로 일정한 속도 $U_w = 0.10$ 로 움직이며, 고체입자와 유체의 밀도는 같다($\rho_p = \rho_f$). 그리고 평판 속도에 대하여 $Re = U_w H / \nu = 40$ 이다. 계산영역 내의 격자수는 $2880(18H) \times 160(1H)$ 으로 구성되어 있으며, 입·출구 경계조건은 Couette flow의 해석해를 기반으로 Zou and He⁽¹⁵⁾의 속도에 대한 경계조건을 사용하였다. 고체입자의 초기조건(x_0, y_0)은 입구 부로부터 $2.5H$, 밑면으로부터 $0.25H$ 인 위치에 정지된 상태로 위치한다.

Fig. 4는 본 연구의 시간에 따른 고체입자의 수직방향 궤적을 기존의 선행연구들(Feng 등⁽¹⁴⁾과 Niu 등⁽¹⁶⁾)과 비교한 결과를 나타낸다. 기존의 선행연구 결과들과 마찬가지로 시간이 지남에 따라 입자가 위·아래면 평판의 영향으로 인하여 채널 중심으로 이동하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 5는 고체입자의 질량중심 속도(u, v)로서 본 연구결과와 다른 연구결과가 매우 유사한 값을 나타내고 있으며, Fig. 4와 마찬가지로 고체입자가 채널 중심으로 이동함에 따라 각 방향의 속

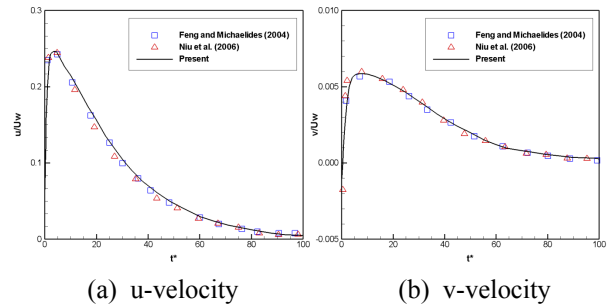


Fig. 5 Comparison of particle translational velocities with previous data

도 모두 점차 감소하는 경향을 볼 수 있다.

3.2 단일 고체입자의 침강

본 연구에 적용된 유체-입자 상호작용에 대한 신뢰성을 검증하기 위한 또 다른 해석 케이스로서, 2차원 밀폐된 상자 내에서 원형의 단 입자가 자유낙하 시 발생하는 유동장 및 입자 운동에 대한 결과를 기존 연구와 비교하여 나타내었다.

단 원형입자의 계산영역은 $(x,y) = (2\text{cm}, 6\text{cm})$ 로 구성되어 있으며, 입자의 초기 위치는 $(2\text{cm}, 6\text{cm})$ 이다. 초기 상태는 정지 상태로서 이후 자유낙하하게 된다. 또한, 수치해석을 위한 초기 및 유동 조건은 기존 연구인 Glowinski⁽³⁾와 Wan and Turek⁽¹⁷⁾의 조건과 동일하게 설정하였으며, Table 1에 정리하여 나타내었다.

입자 운동에 의해 발생하는 입자 Re_p 수와 입자의 병진 운동에너지(translational kinetic energy)는 다음과 같이 정의한다.

$$Re_p = \frac{\rho_p D_p \sqrt{u_p^2 + v_p^2}}{\mu} \tag{25}$$

$$E_T = \frac{1}{2} m_p (u_p^2 + v_p^2) \tag{26}$$

여기서 u_p, v_p 는 입자 질량중심의 수평 및 수직 방향의 속도성분이며, m_p 은 입자의 질량이다.

Table 2는 $\rho_p = 1.25\text{g/cm}^3, \mu = 0.10\text{g/cm}\cdot\text{s}$ 이고, Table 3은 $\rho_p = 1.50\text{g/cm}^3, \mu = 0.01\text{g/cm}\cdot\text{s}$ 인 경우에서 단 입자가 자유낙하 시 발생하는 최대 입자 Re 수를 다른 연구결과들(Glowinski,⁽³⁾ Wan,⁽¹⁷⁾ Nie⁽¹⁸⁾)과 비교하여 나타내었다. 표에서 보는 바와 같이, 본 연구결과는 기존의 연구결과들과 대체로 잘 일치하는 경향을 보여주고 있다.

Table 1 Physical conditions for a single circular particle falling in a channel filled with incompressible viscous fluid

Parameter	density [g/cm^3]		particle diameter (D_p) [cm]	viscosity (μ) [$g/cm.s$]	gravity acceleration (g) [cm/s^2]	discretization step		relaxation time (τ)
	particle (ρ_p)	fluid (ρ_f)				time (Δt) [sec]	size (Δx) [cm]	
Value	1.0	1.25 1.50	0.25	0.10 0.01	980	1.0E-4 2.5E-5	0.010 0.005	0.6 1.1

Table 2 Comparisons of the maximum Reynolds number during the particle sedimentation for $\rho_p = 1.25 g/cm^3$ and $\mu = 0.10 g/cm.s$

	Δx [cm]	Re_{max}
Present	1/100	17.037
	1/200	17.289
Glowinski [3]	1/192	17.270
	1/256	17.310
Wan [17]	1/48	17.420
	1/96	17.150
Nie [18]	1/100	17.042
	1/200	17.304

Table 3 Comparisons of the maximum Reynolds number during the particle sedimentation for $\rho_p = 1.50 g/cm^3$ and $\mu = 0.01 g/cm.s$

	Δx [cm]	Re_{max}
Present	1/100	489.51
	1/200	490.44
Glowinski [3]	1/192	438.60
	1/256	466.00
Wan [17]	1/48	442.19
	1/96	465.52
Nie [18]	1/200	487.28
	1/300	489.91

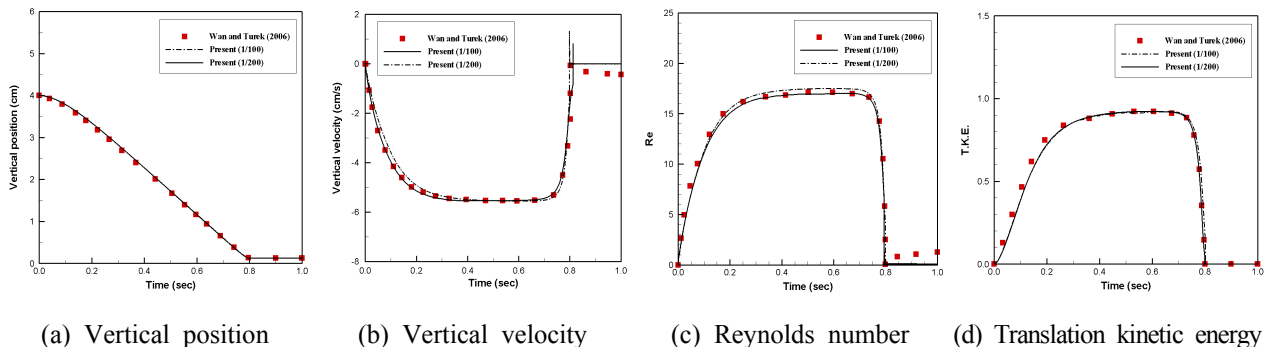


Fig. 6 Time histories of the one particle sedimentation in an incompressible fluid

Fig. 6은 $\rho_p = 1.25 g/cm^3$, $\mu = 0.10 g/cm.s$ 인 경우, 입자 질량 중심의 시간에 따른 y-방향의 입자 궤적과 수직속도(v_p), 입자 Re_p , 입자의 병진 운동에너지(E_T)에 대하여 Wan⁽¹⁷⁾의 연구결과와 비교한 것이다. 본 연구 결과와 Wan의 결과가 대체로 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 6(b)의 수직방향 입자 속도를 보면 $t=0.30$ sec까지는 입자 수직 속도가 급격하게 증가하는 것을 볼 수 있다. 이 구간은 입자가 자유낙하를 시작한 후, 중력에 의하여 등가속도 운동으로 낙하하는 입자의 무게가 유체 점성의 영향으로 발생하는 항력보다 큰 구간이다. 또한, 이 구간을 지난 후부터는 항력의 영향으로 인하여 입자가 등속도 운동을 하게 된

다. 입자는 $t=0.80$ sec까지 등속도 운동을 유지하다가 상자의 밑면에 근접하면, 아래 벽면의 효과에 의해서 입자의 낙하속도가 약간 빨라지기 때문에 Fig. 6(c)와 (d)에서 보는 바와 같이 이 지점에서 최대 입자 Re_p 수와 최대 운동에너지를 보인다.

Fig. 7은 고체입자가 자유낙하 시 상자 내부에 형성되는 시간대별 유체 속도벡터를 나타내고 있다. 초기($t=0$ sec)에 유체는 정지되어 있으며, 자유낙하를 시작함에 따라 유체의 속도는 증가한다. 또한 입자 후류에 와류들(vortex)이 발생하면서 그 크기가 점차 증가하는 것을 볼 수 있다. 자유낙하한 입자는 $t=0.80$ sec일 때 상자의 밑면에 도

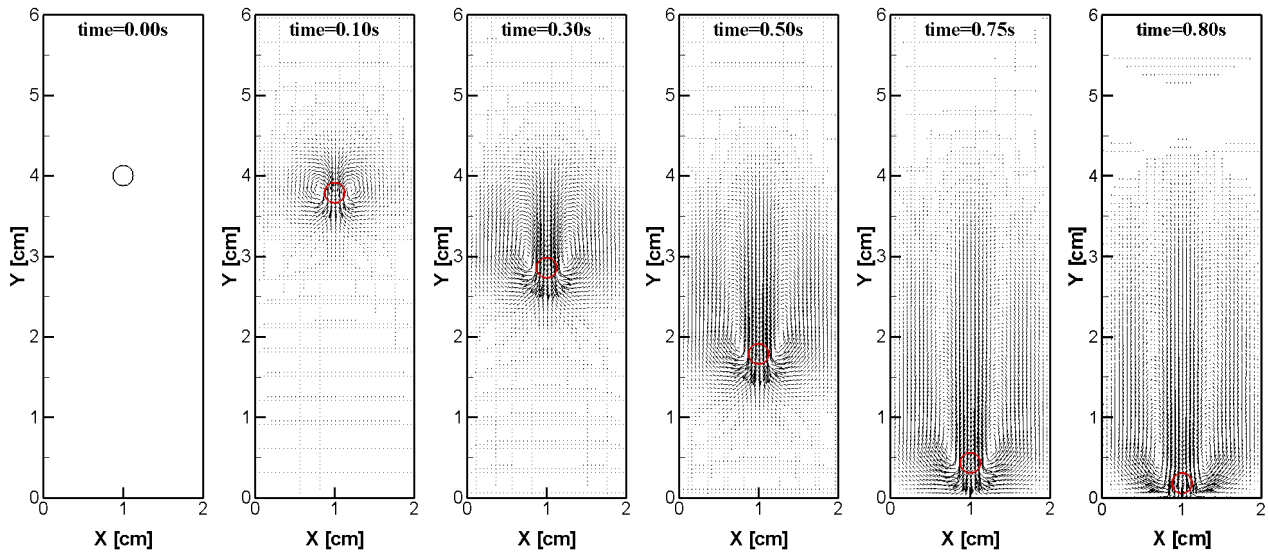


Fig. 7 Instantaneous velocity vectors at different time stages in an incompressible fluid for $\rho_p = 1.25\text{ g/cm}^3$ and $\mu = 0.10\text{ g/cm.s}$

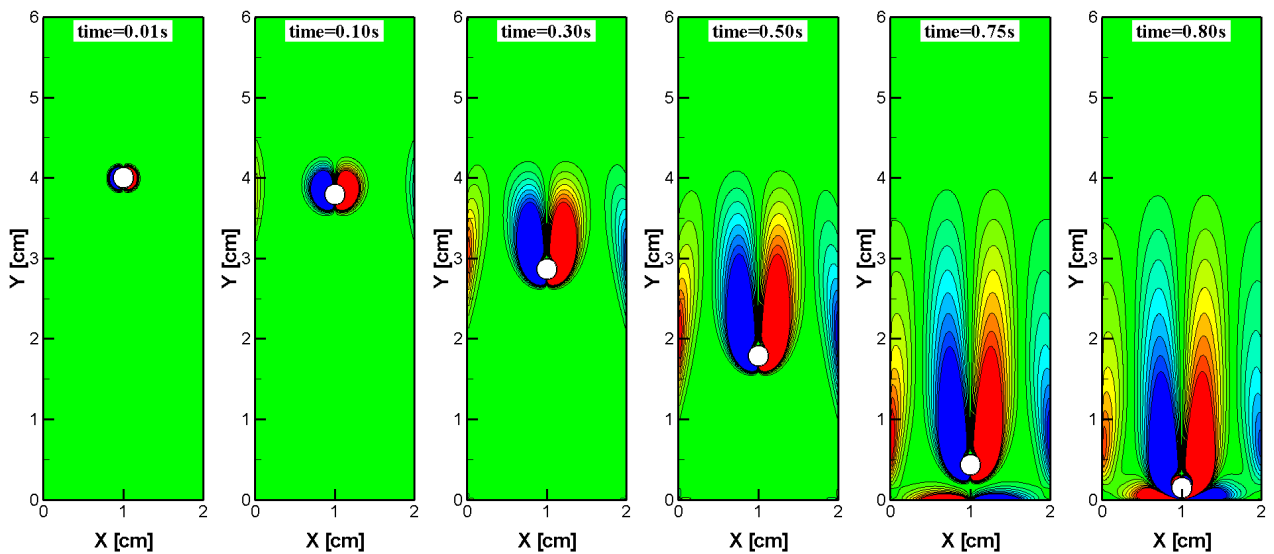


Fig. 8 Instantaneous vorticity contours at different time stages in an incompressible fluid for $\rho_p = 1.25\text{ g/cm}^3$ and $\mu = 0.10\text{ g/cm.s}$

달하게 된다.

Fig. 8은 $\rho_p = 1.25\text{ g/cm}^3$, $\mu = 0.10\text{ g/cm.s}$ 인 경우에 대하여, 시간에 따른 고체입자 후류에 발생하는 순간적인 등와선(contours of vorticity)을 보여주고 있다. 입자가 자유 낙하하면서 입자 후류에 발생하는 한 쌍의 와(입자 좌측 후류에는 “음의 와(blue)”, 우측 후류는 “양의 와(red)”)는 입자를 중심으로 대칭을 이루며, 시간이 지남에 따라 와가 성장하지만 와흐림 현상은 나타나지 않는다. 입자가 밀면에 점점 가까워질수록 밀면에서도 와가 생성되는 것을 볼 수 있으며, 이러한 단 입자

의 등와선은 여러 선행연구 결과에서도 동일한 형태를 나타내고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 격자볼츠만 방법을 기반으로 유체-입자 상호작용에 대한 수치계산을 수행하였다. 유체 유동은 격자볼츠만 방법을 이용하였으며, 유동장 내에서의 고체입자 운동은 계산점(node) 기반의 가상영역으로 간주하여 해석하였다. 구성된 유체-입자 상호작용 모델의 유효성을 검증하기 위하

여 중립상태에서의 부유 입자운동 및 단 입자의 침강에 대한 수치해석을 수행하였다. 그 결과, 기존의 선행연구들과 매우 유사한 경향성을 보여주었으며 이를 통하여 유체-입자 간의 상호작용을 적절히 모사하고 있음을 확인하였다. 후속 연구로서 본 연구의 해석 모델을 부유입자에 의한 열전달 현상 및 3차원 입자유동 등에 확대 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌 (References)

- (1) Hu, H. H., 1996, "Direct Simulation of Flows of Solid-liquid Mixtures," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 22, pp. 335~352.
- (2) Peskin, C. S., 1977, "Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart," *Journal of Computational Physics*, Vol. 25, pp. 220~252.
- (3) Glowinski, R., Pan, T. W., Hesla, T. I., Joseph, D. and Periaux, J., 2001, "A Fictitious Domain Approach to the Direct Numerical Simulation of Incompressible Viscous Flow Past Moving Rigid Bodies: Application to Particulate Flow," *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, pp. 363~426.
- (4) Yu, Z. and Shao, X., 2007, "A Direct-forcing Fictitious Domain Method for Particulate Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, pp. 292~314.
- (5) Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. and Mohd-Y., 2000, "Combined Immersed-boundary Finite-difference Methods for Three-dimensional Complex Flow Imulations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 161, pp. 35~60.
- (6) Chen, S. and Doolen, G. D., 1998, "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 329~364.
- (7) Aidun, C. K. and Clausen, J. R., 2010, "Lattice-Boltzmann Method for Complex Flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 42, pp. 439~472.
- (8) Ladd, A. J., 1994, "Numerical Simulations of Particulate Suspensions Via a Discretized Boltzmann Equation: Part 1. Theoretical Foundation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 271, pp. 285~309.
- (9) Ladd, A. J., 1994, "Numerical Simulations of Particulate Suspensions Via a Discretized Boltzmann Equation: Part 2. Numerical Results," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 271, pp. 311~339.
- (10) Aidun, C. K., Lu, Y. N. and Ding, E. J., 1998, "Direct Analysis of Particle Suspensions with Inertia Using the Discrete Boltzmann Equation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 373, pp. 287~311.
- (11) Chopard, B. and Marconi, S., 2002, "Lattice Boltzmann Solid Particles in a Lattice Boltzmann Fluid," *Journal of Statistical Physics*, Vol. 107, pp. 23~37.
- (12) Guo, Z. and Shu, C., 2013, *Lattice Boltzmann Method and its Applications in Engineering*, World Scientific, Singapore, pp. 66~78.
- (13) Joseph, D. D., Lundgren, T. S., Jackson, R. and Saville, D.A., 1990, "Ensemble Averaged and Mixture Theory Equations for Incompressible Fluid-Particle Suspensions," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 16, pp. 35~42.
- (14) Feng, J., Hu, H. H. and Joseph, D. D., 1994, "Direct Simulation of Initial Value Problems for the Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid. Part 2. Couette and Poiseuille Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 277, pp. 271~301.
- (15) Zou, Q. and He, X., 1997, "On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK Model," *Physics of fluids*, Vol. 9, pp. 1591~1598.
- (16) Niu, X. D., Shu, D., Chew, Y. T. and Peng, Y., 2006, "A Momentum Exchange-Based Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method for Simulating Incompressible Viscous Flow," *Physics Letters A*, Vol. 354, pp. 173~182.
- (17) Wan, D. and Turek, S., 2006, "Direct Numerical Simulation of Particulate Flow Via Multigrid FEM Techniques and the Fictitious Boundary Method," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 51, pp. 531~566.
- (18) Nie, D. and Lin, J., 2010, "A LB-DF/FD Method for Particle Suspensions," *Communications in Computational Physics*, Vol. 7, pp. 544~563.