

횡등방성 암석의 강도 이방성 모사를 위한 강도정수 공간분포함수 이연구*

Spatial Distribution Functions of Strength Parameters for Simulation of Strength Anisotropy in Transversely Isotropic Rock

Youn-Kyou Lee*

Abstract This study suggests three spatial distribution functions of strength parameters, which can be adopted in the derivation of failure conditions for transversely isotropic rocks. All three proposed functions, which are the oblate spheroidal function, the exponential function, and the function based on the directional projection of the strength parameter tensor, consist of two model parameters. With assumption that the cohesion and friction angle can be described by the proposed distribution functions, the transversely isotropic Mohr-Coulomb criterion is formulated and used as a failure condition in the simulation of the conventional triaxial tests. The simulation results confirm that the failure criteria incorporating the proposed distribution functions could reproduce the general trend in the variations of the axial stress at failure and the directions of failure planes with varying inclination of the weakness planes and confining pressure. Among three distribution functions, the function based on the directional projection of the strength parameter tensor yields the highest axial strength, while the axial strength estimated by the oblate spheroidal distribution function is the lowest.

Key words Transversely isotropy, Failure criteria, Cohesion, Friction angle, Direction of failure plane

초 록 이 연구에서는 횡등방성 암석파괴함수의 개발에 활용할 수 있는 3가지 강도정수 공간분포함수를 제안하였다. 제안된 분포함수는 편구(oblate spheroid)분포함수, 지수분포함수, 강도정수텐서 방향투영함수이며 모두 2개의 모델파라미터로 정의된다. 제안된 분포함수들을 점착력과 마찰각의 공간분포함수로 활용하여 횡등방성 Mohr-Coulomb 파괴함수를 유도한 후 이를 활용하여 수치삼축시험을 모사하였다. 연약면의 경사각과 구속압의 변화에 따른 파괴축응력 변화 및 파괴면 방향 변화를 계산한 결과 3개의 분포함수를 적용한 경우 모두 실제 실험에서 관찰되는 이방성 파괴특성을 재현하고 있음을 확인하였다. 3개의 분포함수 중 강도정수텐서 방향투영함수를 채용한 경우가 가장 큰 파괴축강도를 계산하였으며 지수분포함수, 편구분포함수 순으로 낮은 파괴축강도를 예측하였다.

핵심어 횡등방성, 파괴조건식, 점착력, 마찰각, 파괴면의 방향

1. 서론

역학적 연약면으로 간주할 수 있는 평면구조들이 반복적으로 나타나는 횡등방성 암석에 대한 일축 및 삼축 압축시험 결과에서는 강도 이방성 현상이 뚜렷이 관찰되는 경우가 많다. 보통 연약면과 평행하거나 수직인 방향으로 하중을 가할 때 강도가 가장 크고 재하방향이 연약면과 45°~60°일 때 가장 낮은 강도를 보인다. Ramamurthy (1993)는 횡등방성 암석의 최소강도에 대한 최대강도 비율을 암석의 이방성 비로 정의하였으며

Received: Apr. 11, 2016

Revised: Apr. 21, 2016

Accepted: Apr. 21, 2016

*Corresponding Author: Youn-Kyou Lee

Tel) +82634691864, Fax) +82634691861

E-Mail) kyoulee@kunsan.ac.kr

Department of Coastal Construction Engineering, Kunsan National University, Daehak-ro 558, Gunsan, Jeonbuk 573-701, Korea

사암이나 셰일의 경우 이방성 비는 1.0~2.0, 점판암이나 천매암의 경우 2~6 범위에 있는 것으로 보고하였다. Saroglou and Tsiambaos (2008)의 연구 결과에 따르면 편마암의 경우 이방성 비는 2.0~4.0 범위에 있다. 이와 같이 횡등방성 암석의 강도는 연약면에 대한 재하방향의 변화에 따라 큰 차이를 보이므로 횡등방성 암반을 대상으로 안전성과 경제성을 동시에 고려하여 암반구조물을 설계하기 위해서는 횡등방성 암석의 이방성 강도 특성을 정확히 이해하는 것이 필수적이다.

Jaeger (1960)는 Mohr-Coulomb (M-C) 강도정수인 점착력을 연약면 경사각의 함수로 정의한 횡등방성 파괴조건식을 제안하였으며, McLamore and Gray (1967)은 Jaeger의 이론을 발전시켜 마찰각도 연약면 경사각의 함수로 가정하였다. 그 후 횡등방성 암석을 대상으로 한 일축 및 삼축압시험에서 관찰된 강도 이방성 특성을 재현하기 위해 다양한 파괴조건식들이 제안되었으며 Duveau et al. (1998)은 대표적인 8가지 횡등방성 암석 파괴함수들의 강도예측 성능을 비교분석하였다. Saroglou and Tsiambaos (2008)는 Hoek-Brown (H-B) 함수를 횡등방성 파괴조건식으로 수정하였다. 최근에도 등방성 M-C 식과 H-B 식을 기반으로 한 횡등방성 파괴함수들이 꾸준히 제안되고 있으며 대표적 사례로 Lee (2007, 2008), Asadi and Bagheripour (2015)와 Saecidi et al. (2013) 등이 있다.

지금까지 제안된 대부분의 횡등방성 파괴조건식에서는 이방성 지수를 재하방향에 대한 연약면 방향의 함수로 정의하고 있다. 이러한 경우 파괴조건식은 강도 이방성을 현상학적으로 설명할 수 있으나 파괴조건식에 포함된 이방성 지수의 물리적 의미가 명확하지 않다는 단점이 있다. Pietruszczak and Mroz (2000)는 강도이방성이 미소구조(microstructure)의 방향성 배열에 기인한다는 가정 하에 2차 텐서의 일종인 미소구조텐서(microstructure tensor) 개념을 도입하여 등방성 파괴함수를 이방성 파괴함수로 확장하는 방법을 제시함으로써 이방성 파괴조건식의 강도지수들이 갖는 물리적 의미를 명확히 함과 동시에 이방성 파괴함수를 개발하는 체계적인 이론적 틀을 제시하였다. 국내에서도 미소구조텐서를 활용하여 M-C 파괴함수를 횡등방성 파괴함수로 확장시킨 연구 사례가 보고되었다(Lee and Choi, 2011).

Pietruszczak and Mroz (2000)에 의해 제안된 이방성 파괴함수 개발법은 각 강도정수의 공간분포를 정의하기 위해 최소 2개 이상의 모델파라미터가 필요하다. 모델파라미터의 수가 증가할수록 더 세밀한 이방성 거동 기술이 가능하지만 모델파라미터를 실험적으로 결정하기 어려운 단점도 수반된다. 그러므로 이방성 파괴함수

의 사용 편의성을 고려할 때 강도정수 공간분포함수의 정의에 필요한 모델파라미터의 수가 제한될 필요가 있다. 이 연구에서는 2개의 모델파라미터로 정의되며 강도정수의 횡등방성 공간분포함수로 활용 가능한 3가지 3차원 분포함수를 제안하고 각 함수가 내포하고 있는 강도정수 공간변화 특성을 분석하였다. 또한 각 분포함수를 점착력과 마찰각의 공간분포함수로 활용하여 횡등방성 M-C 파괴함수를 구성한 후 이를 삼축압축시험 수치모사에 적용함으로써 각 분포함수의 파괴강도 및 파괴면 경사각 예측 성능을 평가하였다.

2. 강도정수 공간분포함수

Mohr-Coulomb 식을 기반으로 하는 횡등방성 암석의 파괴조건식을 유도하는 방법 중 하나는 점착력과 마찰각을 방향의 함수로 표시하는 것이다. 횡등방성 암석의 경우 층리면, 벽개면(cleavage), 엽리면(foliation) 등과 같은 연약면에 평행한 면의 강도정수 값이 최소이다. 연약면과 경사진 면의 강도정수 값은 연약면과 교차각의 크기가 클수록 증가하며 연약면과 직교하는 면의 강도정수 값이 최대가 되는 것으로 가정할 수 있다. 이러한 경험적 사실을 바탕으로 다양한 강도정수 공간분포함수가 정의될 수 있으며 정의된 분포함수는 수학적으로 모든 방향에 대한 연속성과 미분가능성 그리고 연약면에 대한 대칭성이 만족되어야 한다.

Fig. 1과 같이 연약면에 수직한 방향으로 x_3 축을 설정한 직교좌표계에서 임의의 경사면에 수직한 방향은 다음과 같이 단위벡터 \mathbf{n} 으로 표시할 수 있다.

$$\mathbf{n} = (\sin\varphi \cos\theta, \sin\varphi \sin\theta, \cos\varphi) \tag{1}$$

여기서 φ 는 연약면에 대한 임의의 경사면의 경사각이

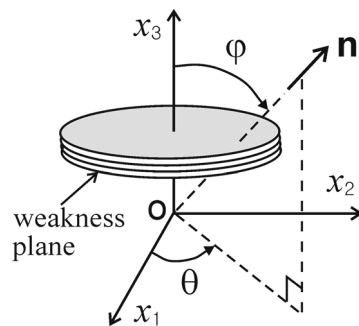


Fig. 1. Definition of orientation with respect to weakness plane

며 θ 는 수평축 x_1 을 기준으로 측정한 경사방향이다.

한편, 횡등방성 암석의 경우 x_3 축에 대한 축 대칭성 때문에 강도정수 값은 θ 에 무관해야 한다. 그러므로 방향 \mathbf{n} 을 갖는 면의 임의 강도정수 값 ω 는 다음과 같이 φ 의 함수로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega &= \omega(\varphi) \\ \omega_{\min} &= \omega_0 = \omega(0^\circ) \\ \omega_{\max} &= \omega_{90} = \omega(90^\circ) \end{aligned} \quad (2)$$

φ 가 0° 에서 90° 까지 변하는 동안 단조 증가하는 함수 $\omega(\varphi)$ 의 형태는 대상 암석의 고유한 이방성 특성으로 이해할 수 있다.

또한 강도정수 값은 횡등방성 대칭성과 부드러운 공간적 변화를 보여야 하므로 함수 $\omega(\varphi)$ 는 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$\left. \frac{d\omega}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \left. \frac{d\omega}{d\varphi} \right|_{\varphi=90^\circ} = 0 \quad (3)$$

이 연구에서는 식 (2)와 식 (3)을 만족하는 예상 가능한 강도정수 공간분포함수 중 2개의 모델파라미터를 갖는 3가지 강도정수 공간분포함수들을 제시하고 각 함수들의 특성 및 활용 가능성을 고찰하였다.

2.1 편구분포함수

임의 면의 강도정수 값을 그 면에 수직인 방향 \mathbf{n} 의 반경거리 $\omega(\varphi)$ 로 표시할 경우 한 점에서 강도정수 값들의 공간적 분포는 3차원 곡면으로 표시할 수 있다. 편구 (oblate spheroid) 분포를 가정할 경우 분포곡면의 단면은 Fig. 2와 같이 타원이 된다. 여기서 연약면과 직교하는 방향은 x_3 축과 평행한 것으로 가정하였다. 이때 직

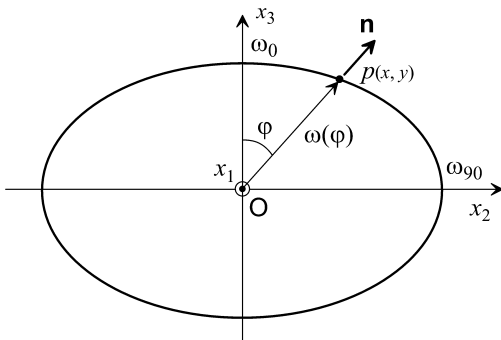


Fig. 2. Elliptical variation in strength parameter

교좌표계에서 표현된 편구의 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{\omega_0^2} + \frac{x_3^2}{\omega_{90}^2} = 1 \quad (4)$$

이 식을 구면좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$\omega(\varphi) = \sqrt{\frac{\omega_0^2 \omega_{90}^2}{\omega_0^2 \sin^2 \varphi + \omega_{90}^2 \cos^2 \varphi}} \quad (5)$$

그러므로 편구 분포를 가정한 강도정수의 공간분포함수는 모델파라미터 ω_0 과 ω_{90} 에 의해 결정된다. 두 상수 값은 임의의 두 파괴면 방향에 대응되는 강도정수 값 즉, (φ_1, ω_1) , (φ_2, ω_2) 이 측정되면 이론적으로 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 (\cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_1 - \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2)}{\omega_1^2 \sin^2 \varphi_1 - \omega_2^2 \sin^2 \varphi_2} \quad (6)$$

$$\omega_{90}^2 = \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 (\cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_1 - \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2)}{\omega_2^2 \cos^2 \varphi_2 - \omega_1^2 \cos^2 \varphi_1} \quad (7)$$

2.2 강도정수텐서의 방향투영을 이용한 강도정수 공간 분포함수

암석의 강도정수를 2차 텐서로 표시할 수 있다고 가정하면 Fig. 1과 같은 주축좌표계(principal triad)에서 횡등방성 암석의 강도정수는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_{90} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{90} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

이제 임의의 방향 \mathbf{n} 에 수직인 면의 강도정수 값은 텐서 $\boldsymbol{\omega}$ 의 \mathbf{n} 방향 투영으로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\boldsymbol{\omega}(\mathbf{n}) = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\omega} \mathbf{n} \quad (9)$$

식 (1)을 이용하면 식 (9)로부터 다음과 같은 강도정수 공간분포함수가 유도된다.

$$\omega(\varphi) = \omega_0 \cos^2 \varphi + \omega_{90} \sin^2 \varphi \quad (10)$$

두 개의 측정치 (φ_1, ω_1) , (φ_2, ω_2) 가 주어질 경우 모델 파라미터 ω_0 과 ω_{90} 은 다음 식을 이용하여 결정할 수 있다.

$$\omega_0 = \frac{\omega_2 \sin^2 \varphi_1 - \omega_1 \sin^2 \varphi_2}{\sin^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_2} \quad (11)$$

$$\omega_{90} = \frac{\omega_2 \cos^2 \varphi_1 - \omega_1 \cos^2 \varphi_2}{\sin^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_2} \quad (12)$$

2.3 지수분포함수

식 (2)와 식 (3)을 만족하는 지수분포함수로 다음 식을 가정할 수 있다.

$$\omega(\varphi) = \omega_0 \left(\frac{\omega_{90}}{\omega_0} \right)^{\sin^2 \varphi} \quad (13)$$

이 경우 두 개의 측정치 $(\varphi_1, \omega_1), (\varphi_2, \omega_2)$ 가 존재하면 모델파라미터 ω_0 과 ω_{90} 은 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$\omega_0 = \exp \left(\frac{\ln \omega_2 \sin^2 \varphi_1 - \ln \omega_1 \sin^2 \varphi_2}{\sin^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_2} \right) \quad (14)$$

$$\omega_{90} = \exp \left(\frac{\ln \omega_1 \cos^2 \varphi_2 - \ln \omega_2 \cos^2 \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_2} \right) \quad (15)$$

2.4 강도정수 공간분포함수의 모델파라미터 결정

일축압축시험이나 삼축압축시험에서 균열의 전파방향은 미시적 결함의 분포특성에 큰 영향을 받으므로 균열개시 방향과 일치하는 거시적 파괴면 방향을 $\pm 5^\circ$ 오차 범위 내에서 관찰하는 것이 매우 어렵다(Hoek, 1983). 그러므로 식 (6)과 식 (7), 식 (11)과 식 (12), 식 (14)와 식 (15)을 이용하여 ω_0 와 ω_{90} 을 결정하는 방법은 정확성이 떨어지게 된다. 대신, 측정치가 3개 이상일 경우 식 (5), 식 (10), 식 (13)을 이용한 비선형 회귀분석을 통해 모델파라미터를 결정하는 방법이 더 바람직하다고 판단된다. 여러 방향으로 코어링한 횡등방성 시험편을 대상으로 구속압을 달리한 일련의 삼축압축시험을 실시하면 그 과정에서 파괴면 방향과 대응되는 강도정수 값들을 다수 측정할 수 있고(Attewell and Sandford, 1974) 이를 비선형 회귀분석 자료로 활용할 수 있다.

2.5 강도정수 공간분포함수의 특성 분석

Fig. 3~Fig. 5은 $\omega_{90}/\omega_0 = 2.0$ 을 가정하고 식 (5), 식 (10), 식 (13)의 강도정수 공간분포함수를 도시한 것이다. 3가지 분포함수는 Fig. 1에서 정의한 좌표계에서 경사방향 θ 에 영향을 받지 않으므로 x_3 축은 분포곡면의 회전대칭축이 된다. 원점에서 곡면 위의 한 점까지 거

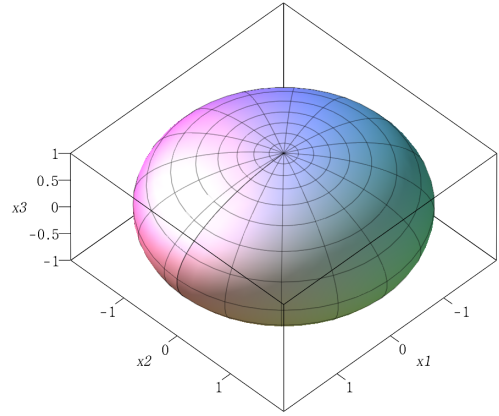


Fig. 3. Spatial variation of strength parameters approximated by oblate spheroidal surface

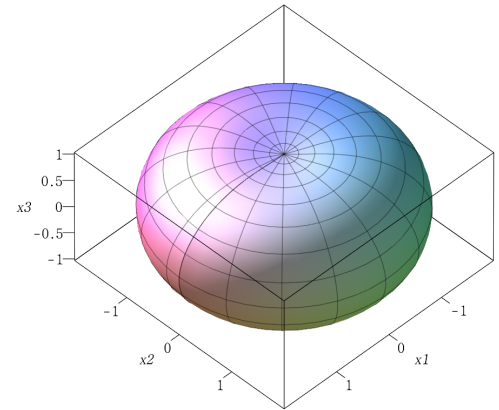


Fig. 4. Spatial variation of strength parameters approximated by exponential distribution function

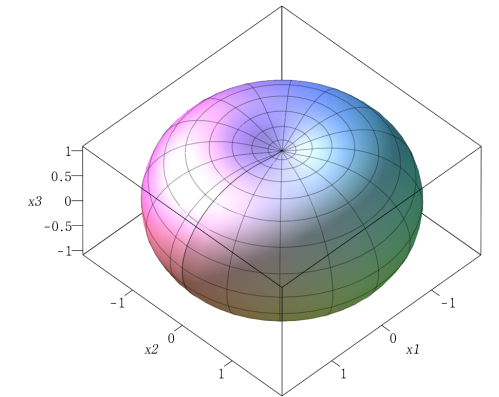


Fig. 5. Spatial variation of strength parameters approximated by projection of strength parameter tensor

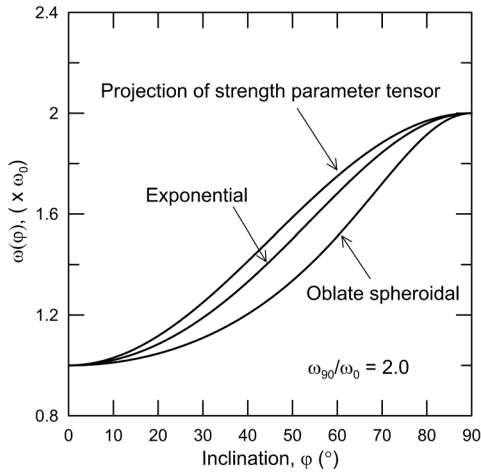


Fig. 6. Comparison of strength parameter values predicted by three different spatial distribution functions

리는 그 방향과 수직한 면의 강도정수 값을 의미한다. 그러므로 원점에서 x_3 방향의 거리가 연약면의 강도정수 값이 되며 수평방향의 거리가 연약면과 직각을 이루는 면의 강도정수 값이 된다. 편구형 분포곡면의 경우 항상 볼록한 형상을 유지하지만 텐서투영 곡면과 지수 분포 곡면의 경우 x_3 축에 근사한 방향에서 오목한 특징을 보인다. ω_{90}/ω_0 이 커짐에 따라 이러한 오목한 특징은 더욱 뚜렷해진다. $\omega_{90}/\omega_0 = 1.0$ 일 경우 즉, 등방성 매질의 경우 3가지 분포함수는 모두 반지름이 ω_0 인 구(sphere)로 도시된다.

Fig. 6은 $\omega_{90}/\omega_0 = 2.0$ 을 가정하고 φ 의 증가에 따른 강도정수 값의 변화특성을 비교 도시한 것이다. 편구분포함수를 이용하여 계산한 경사면의 강도정수 값이 가장 작고 강도정수텐서 투영함수로부터 계산한 강도정수 값이 3가지 함수 중 가장 큰 값을 알 수 있다. 그러므로 횡등방성 암석 시험편에 대한 일축 또는 삼축압축시험에서 연약면에 평행하지 않는 파괴면이 형성되는 경우 강도정수텐서 투영함수를 적용한 횡등방성 파괴조건식으로 예측한 파괴 축강도 값이 나머지 두 분포함수를 적용한 경우보다 크다는 것을 예상할 수 있다. Fig. 7은 $\omega_{90}/\omega_0 = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0$ 일 때 지수분포함수로 계산되는 φ 와 강도정수 값의 관계를 보여준다. $\omega_{90}/\omega_0 = 1.0$ 은 등방성 암석에 해당하며, ω_{90}/ω_0 증가는 강도정수 이방성의 증가를 의미한다. 동일한 ω_0 를 가정할 경우, 강도정수 이방성 정도가 암석의 파괴강도에 미치는 영향은 파괴면과 연약면의 방향 차이 즉 φ 의 크기가 클수록 크게 나타남을 예상할 수 있다. 그러나 ω_0 와 ω_{90} 의 범위

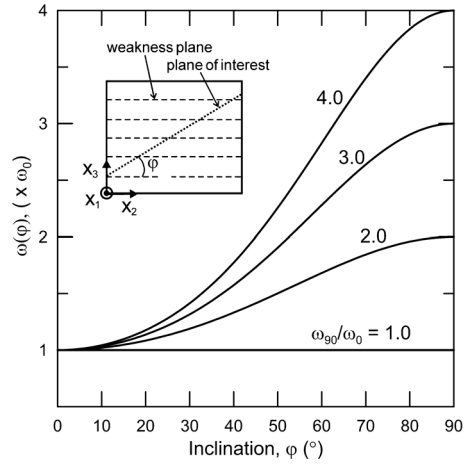


Fig. 7. Variations of strength parameter values predicted by exponential distribution function with four different values of ω_{90}/ω_0

차이에도 불구하고 분포함수의 공간변화 유사성 때문에 파괴강도의 이방성은 등방성인 경우를 제외한 경우 모두 유사한 경향성을 보여줄 것으로 예상된다. ω_{90}/ω_0 의 변화에 따른 φ 와 $\omega(\varphi)$ 의 관계는 나머지 두 분포함수에서도 유사하게 나타남을 보일 수 있다.

3. 횡등방성 암석파괴함수

점착력과 마찰각의 공간분포 특성이 2절에서 설명한 분포함수들에 의해 기술될 수 있다고 가정하면 Mohr-Coulomb 파괴조건식을 기반으로 하는 횡등방성 암석의 파괴함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$f(\sigma, \mathbf{n}) = \|(\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})\sigma \mathbf{n}\| - (\mathbf{n} \cdot \sigma \mathbf{n}) \tan \phi(\varphi) - c(\varphi) \quad (16)$$

여기서 \mathbf{I} 는 2차 단위텐서이고 \otimes 는 두 벡터를 이용하여 2차 텐서를 생성하는 dyad 연산자이다. 또한 σ 는 응력텐서이고 \mathbf{n} 은 고려하는 면의 방향이다. $\phi(\varphi)$ 와 $c(\varphi)$ 는 각각 연약면과 각도 φ 로 교차하는 면(Fig. 8) 즉, 수직단위벡터 \mathbf{n} 을 갖는 면의 마찰각과 점착력이다. 연약면의 방향 \mathbf{n}_w 는 이미 알고 있으므로 각도 φ 는 다음 관계식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\varphi = \cos^{-1}(\mathbf{n}_w \cdot \mathbf{n}) \quad (17)$$

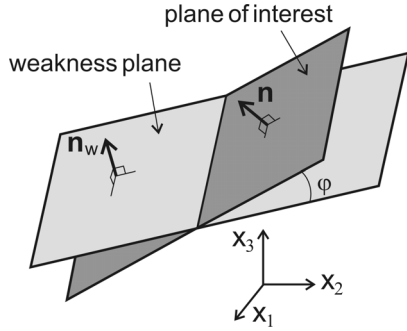


Fig. 8. Definition of angle φ measured with respect to weakness plane

주어진 응력텐서 σ 에 대해 $f(\sigma, \mathbf{n})$ 을 최대화 하는 방향 \mathbf{n} 에 수직인 면을 임계면(critical plane)이라 부르며 $f=0$ 을 만족하는 임계면은 파괴면으로 간주할 수 있다. 임계면법은 크게 두 부분으로 구성된다. 첫 번째 부분은 적절한 강도정수 공간분포함수와 응력텐서의 traction 성분을 이용하여 파괴함수 f 를 정의하는 것이고 두 번째 부분은 함수 f 의 방향 \mathbf{n} 에 대한 최적화를 통해 f 를 최대화 하는 방향 \mathbf{n} 을 찾는 과정이다. 식(16)과 같이 파괴함수가 응력의 traction 성분으로 표현되는 경우 임계면법의 적용이 가능하다. 임계면을 찾는 자세한 수치해석적 절차는 Pietruszczak and Mroz (2001)에 설명되어 있다.

4. 수치 삼축압축시험

2절에서 설명한 3가지 강도정수 공간분포함수를 채용한 횡등방성 파괴함수인 식 (16)의 파괴강도 예측특성을 비교 분석하기 위하여 삼축압축시험을 수치적으로 모사하였다. 해석을 위해 설정한 모델은 Fig. 9와 같다. 그림에서 d 와 β_f 는 각각 수평면에 대한 연약면의 경사각과 파괴면의 경사각이다.

해석에서 점착력의 최소 및 최댓값은 각각 $c_0 = 30\text{MPa}$, $c_{90} = 50\text{MPa}$ 으로 가정하였다. 또한 마찰각의 최소 및 최댓값은 각각 $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi_{90} = 45^\circ$ 로 가정하였다. 구속압 σ_3 는 5가지 경우 즉, 0, 5, 10, 15, 20MPa을 고려하였다. 각 경우에 대해 연약면의 경사각 d 가 0° 에서 90° 까지 2° 간격으로 변화하는 동안 파괴 축강도 σ_1 및 이와 대응되는 파괴면의 경사각 β_f 의 변화를 계산하였다.

4.1 파괴 축강도 예측 특성

Fig. 10은 3가지 강도정수 공간분포함수를 적용한 파

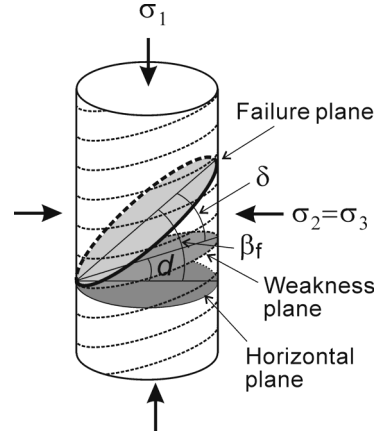


Fig. 9. Model for simulation of conventional triaxial test

괴함수로 예측한 파괴 축강도의 변화를 보여준다. 구속압 σ_3 의 증가에 따라 σ_1 이 증가하는 경향과 $d=60^\circ$ 부근에서 최소강도가 나타나는 것은 실험적 관찰 결과와 잘 일치한다.

수평 연약면을 갖는 모델 즉, $d=0^\circ$ 인 경우 파괴강도는 연직 연약면을 갖는 경우 ($d=90^\circ$)에 비해 대략 1.5~1.7배 정도 큰 값을 나타내고 있다. 연약면에 수직인 방향으로 재하하는 것이 연약면에 평행한 방향으로 재하하는 경우보다 큰 강도를 나타내는 경향은 다수의 실험적 관찰 결과(Donath, 1964, Attewell and Sandford, 1974, Ramamurthy, 1993, Whittles et al., 2002, Saroglou and Tsiambaos, 2008, Saeidi et al., 2013)와 일치한다. 이러한 수치해석적 결과는 $d=0^\circ$ 인 경우가 $d=90^\circ$ 인 경우에 비해 연약면과 파괴면 사이의 각 δ 가 크다는 이론적 사실에 기인한다. δ 가 크다는 것은 Fig. 6과 Fig. 7에 도시된 것처럼 파괴면의 점착력과 마찰각 역시 크다는 것을 의미한다. 그러나 반대의 경향 역시 일부 문헌(McLamore and Gray, 1967, Niandou et al., 1997)에 보고되고 있다. 이는 시험편과 가압판의 접촉면에 발생한 마찰력에 의해 시험편 내의 응력장이 균질하게 유지되지 못한 결과로 추정된다.

Fig. 11은 $\sigma_3 = 10\text{MPa}$ 인 경우 3가지 강도정수 공간분포함수를 적용한 파괴함수로 예측된 파괴 축강도 변화를 비교 도시한 것이다. 예측된 파괴강도는 $d=60^\circ$ 부근에서 거의 일치하고 있다. 이는 $d=60^\circ$ 인 경우 파괴면이 연약면과 거의 일치 즉, $\delta \approx 0^\circ$ 이기 때문이다. $\delta=0^\circ$ 인 경우 3가지 파괴함수에 적용된 강도정수 값은 모두 $c_0 = 30\text{MPa}$, $\phi_0 = 30^\circ$ 이다. 그 외 구간에서는 강도정수 텐서의 방향투영 함수를 적용한 경우가 가장 큰 값을

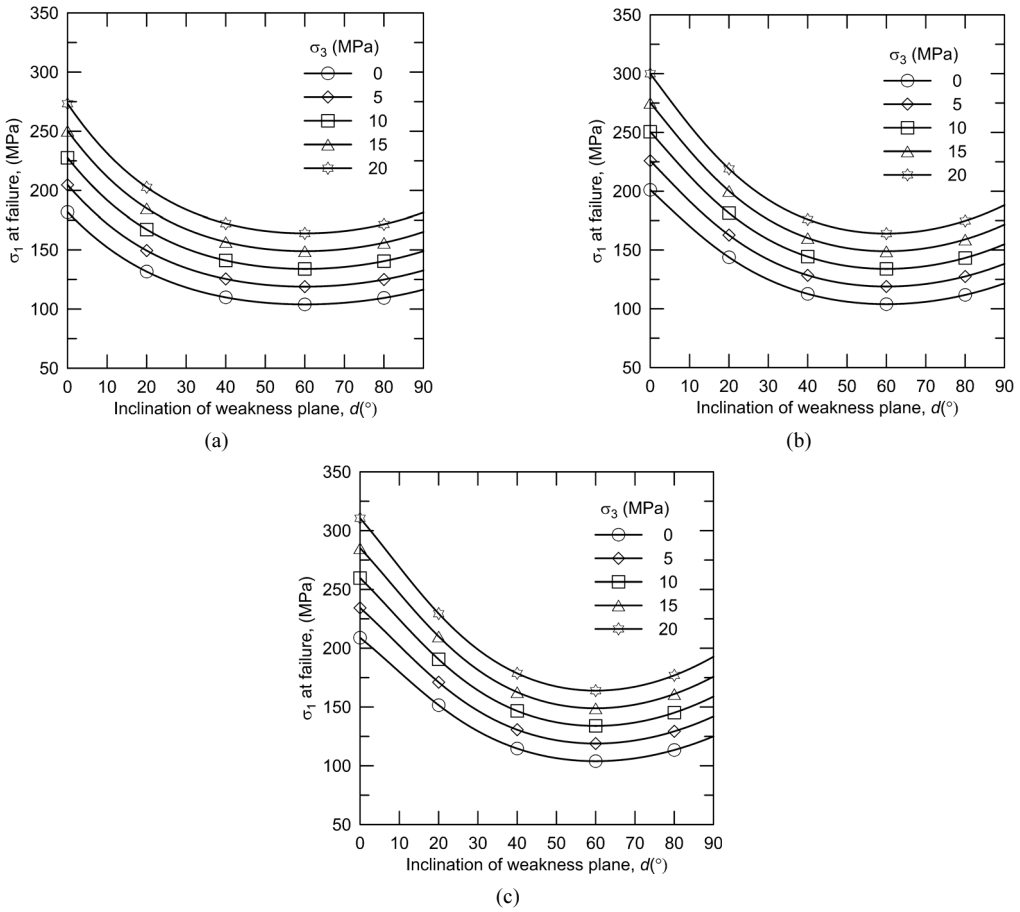


Fig. 10. Variations of axial stress at failure with different inclination of weakness planes. The adopted spatial distributions of the cohesion and friction angle are (a) oblate spheroidal, (b) exponential, (c) tensor projection

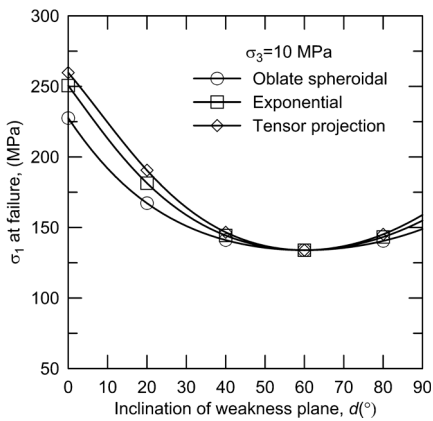


Fig. 11. Comparison of axial strength at failure predicted by use of different strength parameter distribution functions for strength parameters

나타내었고 편구분포함수를 적용한 경우가 가장 낮은 강도를 예측하였다.

Fig. 12는 구속압 σ_3 와 최대강도($\sigma_{1,0}$)/최소강도($\sigma_{1,60}$) 비의 관계를 도시한 것이다. 최대강도 및 최소강도는 각각 $d=0^\circ$ 와 $d=60^\circ$ 일 때 파괴축응력이다. 세 가지 강도정수 공간분포함수의 경우 모두 σ_3 가 증가할수록 $\sigma_{1,0}/\sigma_{1,60}$ 의 값은 감소하는 경향을 보여준다. 즉, 구속압이 증가할수록 파괴강도 이방성이 감소한다는 것을 보여준다. 이러한 경향은 문헌에 보고된 실험결과와도 일치한다(Ramamurthy, 1993, Cazacu and Cristescu, 1999, Tiwari and Rao, 2007). 또한 이 그림은 파괴강도 이방성이 강도정수텐서 방향투영함수의 경우에 가장 크게 반영되며, 지수분포함수, 편구분포함수의 경우 순서로 낮게 반영되고 있음을 잘 보여준다.

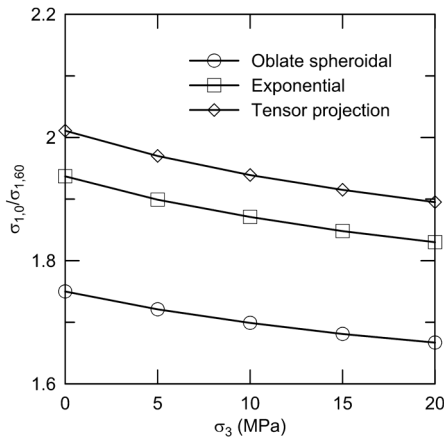


Fig. 12. Ratio of maximum axial stress ($\sigma_{1,0}$) to minimum axial stress ($\sigma_{1,60}$) at failure with varying confining stress

4.2 파괴면의 경사각 예측 특성

Fig. 13은 3가지 강도정수 공간분포함수를 채용한 횡등방성 파괴함수를 이용하여 계산된 파괴면의 경사각 (β_f)과 연약면의 경사각(d) 관계를 도시한 것이다. 그림에서 점선은 파괴면과 연약면이 일치하는 것을 의미한다. 세 가지 경우 모두 β_f 는 근사적으로 $55^\circ \sim 65^\circ$ 의 범위에 있는 것으로 계산되었다. d 가 60° 보다 작은 경우 파괴면은 연약면보다 급한 경사로 형성되며 반대로 d 가 60° 보다 큰 경우는 연약면 보다 낮은 경사로 파괴면이 형성됨을 보여준다. 또한 3가지 경우 모두 구속압 σ_3 의 크기는 파괴면의 경사각 변화에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다. 편구분포함수를 적용한 경우 $d=0^\circ \sim 20^\circ$ 인 구간 그리고 지수분포함수와 강도정수텐서 방향투영함수를 적용한 경우 $d=0^\circ \sim 30^\circ$ 인 구간에서 d 가 증가함에 따라 β_f 가 감소하는 것으로 나타났다.

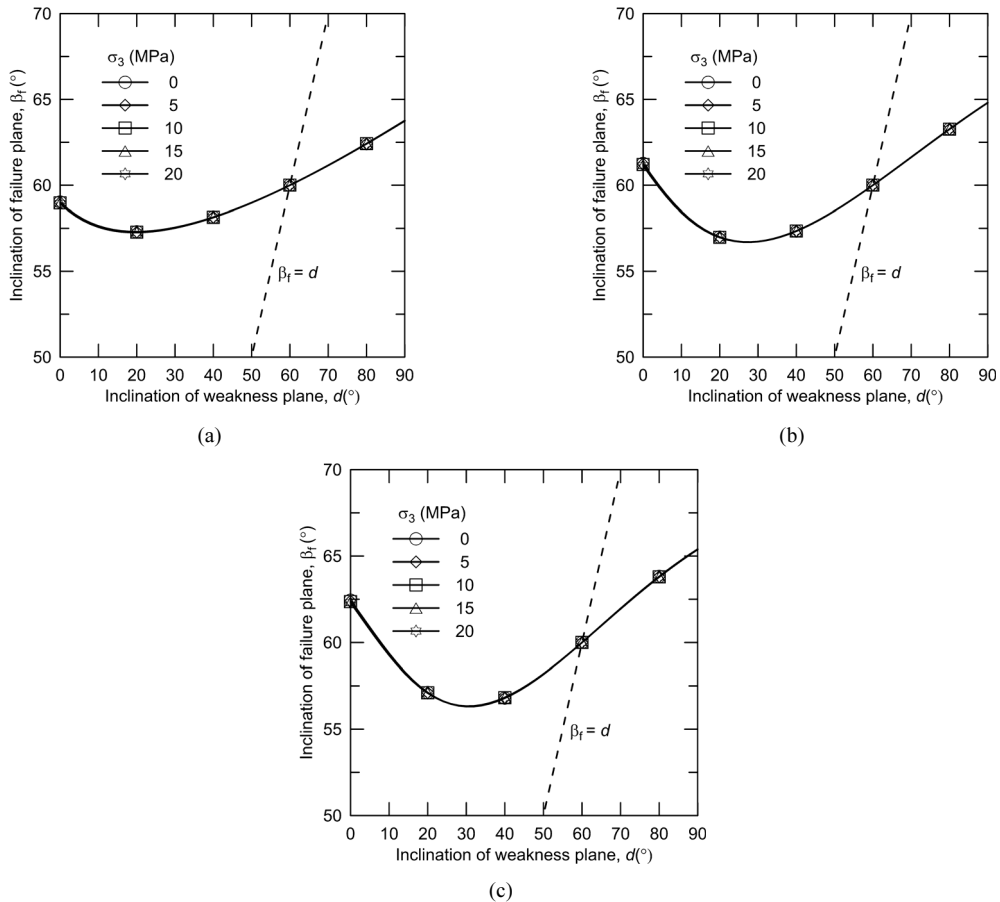


Fig. 13. Variations of inclination of failure planes with different inclination of weakness planes. The adopted spatial distributions for the cohesion and friction angle are (a) oblate spheroidal, (b) exponential, (c) tensor projection

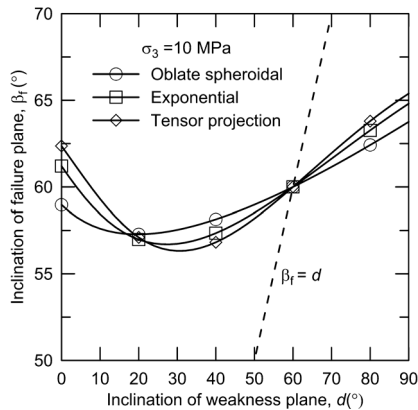


Fig. 14. Comparison of failure plane inclination predicted by use of different strength parameter distribution functions for strength parameters

이 후 구간에서는 d 가 증가함에 따라 β_f 역시 증가하는 것으로 나타났다. 이러한 파괴면 경사각 변화 경향은 Attewell and Sandford (1974)이 보고한 실험적 관찰결과와 정성적으로 일치한다.

Fig. 14는 $\sigma_3 = 10\text{MPa}$ 일 때 3가지 강도정수 공간분포함수를 적용한 횡등방성 파괴함수로 예측된 파괴면 경사각의 변화를 비교 도시한 것이다. 수직 삼축압축시험에서 가정된 마찰각의 범위가 $\phi = 30^\circ \sim 45^\circ$ 이므로 Mohr-Coulomb 식을 기반으로 하는 횡등방성 파괴함수 식 (16)이 예측하는 최소강도 면의 경사각은 $\beta = (45^\circ + 30^\circ/2) = 60^\circ$ 이다. 그러므로 $d = 60^\circ$ 일 때 파괴면과 연약면이 정확히 일치하며 이 경우는 $\delta = 0^\circ$ 에 해당한다. $\delta = 0^\circ$ 인 경우 3가지 강도정수 공간분포함수는 동일한 최소값을 가지므로 $d = 60^\circ$ 일 때 세 곡선은 한 점에서 만난다.

Fig. 14에서 파괴면의 최소경사각은 편구분포함수를 적용한 경우 $d = 20^\circ$ 부근에서 최소이고 지수함수와 강도정수텐서 방향투영함수를 적용한 경우는 각각 $d = 28^\circ$ 부근과 $d = 30^\circ$ 부근에서 최소인 것으로 나타났다. 파괴축강도의 이방성 특성과 마찬가지로 파괴면 경사각의 이방성도 편구분포함수를 적용한 경우가 가장 작게 나타나며 강도정수텐서 방향투영 함수를 적용한 경우가 가장 크다는 것을 보여준다. 이는 연약면 방향 부근에서 내측으로 볼록한 곡면을 표현할 수 있는 지수분포함수 및 텐서 방향투영 함수와 달리 항상 외측으로 볼록한 형태의 강도정수분포 곡면을 갖는 편구분포의 경우가 상대적으로 강도정수 값의 완만한 변화를 고려하기 때문에 판단된다.

5. 결론

등방성 암석의 파괴조건식을 기반으로 하는 이방성 암석의 파괴조건식을 유도하기 위해서는 등방성 파괴조건식을 구성하는 강도정수들을 방향의 함수로 정의하는 것이 필요하다. 이 연구에서는 Mohr-Coulomb 식을 구성하는 강도정수인 점착력과 마찰각의 횡등방성 변화를 기술하는 데 활용될 수 있는 3가지 강도정수 공간분포 함수를 제안하고 각 공간분포함수들이 내포하고 있는 파괴 관련 특성을 고찰하였다.

이 연구에서 제안된 3가지 강도정수 공간분포함수는 편구형 분포함수, 지수함수형 분포함수, 그리고 강도정수텐서의 방향투영을 활용한 분포함수이다. 각 분포함수는 모두 2개의 모델파라미터만으로 정의되므로 기존의 연구에서 제안된 복잡한 강도정수 공간분포함수에 비해 활용성이 높을 것으로 판단된다. 제안된 강도정수 공간분포함수는 서로 다른 방향의 최소 2개면에 대한 강도정수 값을 알고 있으면 이론적으로 계산할 수 있지만 3개 이상의 실험자료가 있을 경우 통계적 최적화 과정을 통해 모델파라미터 값 결정의 신뢰성을 높일 수 있다.

각 강도정수 공간분포함수는 연약면과 평행한 면에 해당하는 최소 강도정수 값으로부터 연약면에 수직인 면에 해당하는 최대 강도정수 값까지 방향변화에 따라 부드럽게 단조증가하는 특징을 보인다. 방향변화 과정에서는 편구형 분포함수가 가장 낮은 강도정수 값을 예측하였고 강도정수텐서 방향투영함수가 가장 높은 강도정수 값을 예측하였다.

제안된 3가지 강도정수 공간분포함수를 채용한 횡등방성 Mohr-Coulomb 파괴함수를 이용하여 삼축압축시험을 모사하고 연약면의 경사각 변화에 따른 파괴축강도 및 파괴면의 경사각 변화를 고찰하였다. 연약면의 경사각이 60° 일 때 3가지 경우 모두 동일한 최소 파괴축응력이 계산되었다. 나머지 구간에서는 텐서 방향투영 분포함수, 지수분포함수, 편구분포함수를 적용한 순서로 높은 파괴강도를 예측하였다.

수평면을 기준으로 한 파괴면의 경사각은 연약면의 경사각이 증가함에 따라 초반에는 감소하여 연약면의 경사각이 $20^\circ \sim 30^\circ$ 범위에 있을 때 최소가 되지만 이후 단조 증가하는 특징을 보였다. 파괴면 경사각의 전체적인 이방성 정도는 지수분포함수와 텐서방향투영함수의 경우가 유사한 결과를 보였으며 두 경우는 편구분포함수의 경우에 비해 높은 이방성을 보였다.

사 사

이 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2013R1A1A2013261). 세심하게 원고를 검토하시고 수정방향을 제안해 주신 심사위원들께 깊은 감사를 드립니다.

References

- Asadi, M. and M.H. Bagheripour, 2015, Modified criteria for sliding and non-sliding failure of anisotropic rocks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 73, 95-101.
- Attewell, P.B. and M.R. Sandford, 1974, Intrinsic shear strength of a brittle, anisotropic rock - I: Experimental and mechanical interpretation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 11, 423-430.
- Cazacu, O. and N.D. Cristescu, 1999, A paraboloid failure surface for transversely isotropic materials, *Mechanics of Materials*, 31, 381-393.
- Duveau, G., J.F. Shao and J.P. Henry, 1998, Assessment of some failure criteria for strongly anisotropic geomaterials, *Mech. Coh.-Fric. Mater.*, 3, 1-26.
- Donath, F.A., 1964, Strength variation and deformational behavior in anisotropic rock. In: Judd, W.R. (Ed.), *State of stress in the Earth's crust*, Elsevier, Amsterdam, 281-297.
- Hoek, E., 1983, Strength of jointed rock masses, *Geotechnique*, 33(3), 187-223.
- Jaeger, J.C., 1960, Shear failure of anisotropic rocks. *Geol. Mag.*, 97, 65-72.
- Lee, Y.K., 2007, Prediction of strength for transversely isotropic rock based on critical plane approach, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 17, 119-127.
- Lee, Y.K., 2008, An investigation of anisotropic tensile strength of transversely isotropic rock by critical plane approach, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 18, 194-201.
- Lee, Y.K. and B.H. Choi, 2011, Anisotropic version of Mohr-Coulomb failure criterion for transversely isotropic rock, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 21(3), 174-180.
- McLamore, R. and K.E. Gray, 1967, The mechanical behavior of anisotropic sedimentary rocks, *J. Eng. Ind., Trans. ASME*, 89, 62-73.
- Niandou, H., J.F. Shao, J.P. Henry and D. Fourmaintraux, 1997, Laboratory investigation of the mechanical behaviour of Tournemire shale, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 34(1), 3-16.
- Pietruszczak, S. and M. Mroz, 2000, Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor, *Computers and Geotechnics*, 26, 105-112.
- Pietruszczak, S. and M. Mroz, 2001, On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 21, 509-524.
- Ramamurthy, T., 1993, Strength and modulus responses of anisotropic rocks, In: Hudson, J.A. (Ed.), *Compressive Rock Engineering*, Vol. 1-I Fundamentals, Pergamon Press, 313-329.
- Saeidi, O., R.G. Vaneghi, V. Rasouli, and R. Gholami, 2013, A modified empirical criterion for strength of transversely anisotropic rocks with metamorphic origin, *Bull. Eng. Geol. Environ.*, 72, 257-269.
- Saroglou, H. and G. Tsiambaos, 2008, A modified Hoek-Brown failure criterion for anisotropic intact rock, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 45, 223-234.
- Tiwari, R.P. and K.S. Rao, 2007, Response of an anisotropic rock mass under polyaxial stress state, *J. Mater. Civil Eng.*, 19(5), 393-403.
- Whittles, D.N., E. Yasar, D.J. Reddish and P.W. Lloyd, 2002, Anisotropic strength and stiffness properties of some UK coal measure siltstones, *Quarterly J. Eng. Geol. Hydrogeol.*, 35, 155-166.

이 연 규



1987년 서울대학교 공과대학 자원공학과
공학사
1989년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학석사
1994년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학박사

Tel: 063-469-1864
E-mail: kyoulee@kunsan.ac.kr
현재 군산대학교 해양과학대학 해양건설
공학과 교수