The Korean Journal of Applied Statistics (2016) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2016.29.3.505
29(3), 505–512

Choice of weights in a hybrid volatility based on high-frequency realized volatility

J.E. Yoon[a] · S.Y. Hwang[a,1]

[a]Department of Statistics, Sookmyung Women's University

(Received February 16, 2016; Revised March 3, 2016; Accepted March 3, 2016)

Abstract

The paper is concerned with high frequency financial time series. A weighted hybrid volatility is suggested to compute daily volatilities based on high frequency data. Various realized volatility (RV) computations are reviewed and the weights are chosen by minimizing the differences between the hybrid volatility and the realized volatility. A high frequency time series of KOSPI200 index is illustrated via QLIKE and Theil-U statistics.

Keywords: high frequency time series, realized volatility, weighted hybrid volatility

1. 서론

금융시계열에서 수익률의 변동성(volatility, 조건부 분산)을 추정하고 예측하는 것은 금융시계열에서 중요한 요소가 된다. 변동성은 금융시장의 위험성 관리 측면에서 중요한 역할을 하고 있으며 수익률의 변동성은 직접 관측되지 않는 값이므로 다양한 추정방법을 이용하여 변동성을 추정하게 된다.

수익률의 변동성을 추정하는 방법으로는 GARCH 모형이나 비대칭 변형모형(예, 분계점 threshold-GARCH 모형) 등과 같은 조건부 이분산성 모형을 설정하고 모형의 모수를 추정하는 모형 기반(model based) 방법이 널리 이용된다. GARCH 모형 형태의 파생 모형들에 대해서는 Hansen과 Lunde (2005)를 참고하기 바란다. 모형 기반 방식이 아닌 수익률 제곱 자료를 이용하는 비모수적인 평활방법에 의한 자료 기반(data based) 방법은 가정에 로버스트한 유용한 변동성 추정방법이라 할 수 있다. 이러한 전통적인 방법 외에 최근에는 대용량 데이터 처리 능력 향상 등으로 고빈도 자료(high-frequency data)의 분석이 활발한 가운데 고빈도 자료를 이용한 변동성을 추정하는 방법이 대안으로 떠오르고 있다. 고빈도 변동성에 대해서는 Andersen 등 (2003), Martens (2002) 및 Yoon과 Hwang (2015)을 참고하기 바란다. 고빈도 자료로부터 매일의 실현변동성(realized volatility; RV_t)을 계산할 수 있으며 이렇게 계산된 실현변동성 RV_t는 실제 관측할 수 없는 금융시계열의 조건부 변동성에 대한 추정량으로 이용될 수 있다. Xiao (2013) 및 Yoon과 Hwang (2015)는 고빈도 실현 변동성 측정 방법과 기존의 모형 기반 및 자료 기반 방법에 대해 비교 분석한 바 있다.

본 연구에서는 고빈도 자료를 이용하여 실현변동성을 추정하는 대표적인 방법들을 소개하고, 모형 기반 방법과 자료 기반 방법을 가중치 조합하여 변동성을 추정하는 가중 융합(weighted hybrid) 방법을

[1]Corresponding author: Department of Statistics, Sookmyung Women's University, Cheongpa-ro 47-gil 100, Yongsan-Gu, Seoul 04310, Korea. E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr

제안하였다. 가중 융합 방법에서는 가중치를 조절함으로써 t시점의 변동성을 추정할 때 "최적" 융합방법을 선택할 수 있게 하였다. 최적 가중치는 조정된 실현변동성을 참값으로 간주하고 비교 통계량들인 QLIKE, Theil-U 등을 통해 선택하였다. 국내 주가자료에 제안된 가중 융합 방법을 적용하여 변동성을 추정해 보았으며 우수한 예측 정확성을 보이는 가중치 조합을 찾아본 결과, 시점 t에서의 가중치가 가장 크고 시점 t에서 벗어날수록 가중치가 작아지는 것을 확인할 수 있었다.

2. 실현변동성(realized volatility)

Andersen과 Bollerslev (1997), Martens (2002)는 하루 동안 매 분 단위로 관측된 고빈도 자료를 이용하여 변동성을 추정하는 방법에 대해 소개하였다. 기호 r_t를 시점(t일)의 일간 로그 수익률(daily log return)이라고 하자. 일중 로그 수익률(intra-daily log return)은 t일 중 일정한 간격으로 n개가 조사되었다고 가정하여 $\{r_{t,i}\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$으로 나타내며 t일의 i번째 관측시점의 로그 수익률을 의미한다. 예를 들어 1분 단위 관측의 경우 KOSPI는 오전 9시부터 오후 3시까지의 6시간에 해당하는 $n = 360$값을 가진다. 일간 로그 수익률 r_t는 일중 로그 수익률의 합으로 나타낼 수 있으며 따라서 일간 로그 수익률의 조건부 분산, 즉, r_t의 실현변동성(RV_t)를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{RV}_t = \sum_{i=1}^{n} r_{t,i}^2. \tag{2.1}$$

Andersen 등 (2003)은 시장미시구조 잡음이 없다는 가정 하에 작은 단위로 관측된 수익률의 제곱 합으로 계산된 실현변동성 RV_t는 n이 무한대로 커짐에 따라 변동성의 일치 추정량이 됨을 보인 바 있으며 Yoon과 Hwang (2015)은 실현변동성(RV_t)을 국내주가에 적용하고 자료기반 변동성 및 모형 기반 변동성과 비교 분석 하였다. 특정 t일의 실현변동성 RV_t는 각각 평균이 0이고 유한한 분산을 갖는 iid 과정으로 가정한 t일의 일중 로그 수익률 $r_{t,i}$의 제곱 합으로 정의된 것이다. 이 정의에서는 개장 시간 중의 일간 로그 수익률들만 고려하므로 폐장 이후의 변동은 반영되지 않는다. 하지만 개장 시간보다는 폐장 이후의 움직임이 더 큰 경우가 종종 발생하고 있으며, $t-1$일의 종가와 t일의 시가를 이용하여 장외시간(overnight) 수익률을 수정 계산하여 반영하는 경우 노이즈를 발생시킬 수 있다는 단점이 있다고 알려져 있으며 위 방법은 개장 시간에서의 일간 수익률의 제곱 합만으로 t일의 실현 변동성을 정의하므로 실제 변동성보다 과소 추정될 가능성이 높다는 단점이 있다. 이에 대해서는 Cho 등 (2016)와 Hansen과 Lunde (2005)를 참고하기 바란다. 최근에 Xiao (2013)는 실현변동성 RV_t의 편향성을 조정하는 방법을 연구하였다. 먼저, RV_t에 상수를 곱해주어 비편향성을 가질 수 있게 하였다.

$$\mathrm{RV}_t^* = \omega \sum_{i=1}^{n} r_{t,i}^2. \tag{2.2}$$

이 방법은 t일의 일중 로그 수익률 $r_{t,i}$의 제곱 합에 ω라는 상수를 곱하여 제곱합의 스케일을 조정하는 형태로 생각할 수 있다. 여기서 ω는 t일의 종가와 시가를 이용하여 계산한 로그수익률의 분산과 t일의 시가와 $t-1$일의 종가를 이용하여 계산한 로그수익률의 분산을 이용하여 계산된 상수이며 1보다 큰 값을 갖는다. 조정 상수 ω에 대해서는 Xiao (2013)를 참고하기 바란다. 또한, Hansen과 Lunde (2005)도 장외시간과 주말 폐장에 따른 실제 일중 변동성 과소 추정을 해결하기 위한 조정 상수를 제안한 바 있다. 일간 로그 수익률 r_t는 다음과 같이 n개의 일중 로그 수익률의 합으로 나타낼 수 있으며

$$r_t = \sum_{i=1}^{n} r_{t,i}$$

조건부 분산은 다음과 같다 (Tsay, 2010, Ch.5; Yoon과 Hwang, 2015)

$$\mathrm{Var}(r_t|F_{t-1}) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Var}(r_{t,i}|F_{t-1}) + 2\sum_{i<j}^{n} \mathrm{Cov}[r_{t,i}, r_{t,j}|F_{t-1}],$$

여기서 F_{t-1}은 $t-1$시점까지 주어진 정보를 나타낸다. 따라서 다음과 같은 조정된 실현변동성 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$을 계산할 수 있다.

$$\mathrm{RV}_t^{(a)} = \sum_{i=1}^{n} r_{t,i}^2 + \frac{n}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} r_{t,i}r_{t,i+1}. \tag{2.3}$$

일간 수익률 간에는 자기상관성이 낮다 하더라도 일중 수익률 간에는 시장 구조 효과로 인한 강한 자기상관성이 존재하므로 이러한 자기상관관계를 반영하여 iid 과정을 가정한 t일의 일중 로그 수익률 $r_{t,i}$의 제곱합(RV_t)에 일중 로그 수익률의 곱을 더해주는 형태로 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$을 정의하였다. 이러한 방법은 일간 로그 수익률 간의 상관관계를 반영하는 항을 추가함으로써 단순하게 일중 로그 수익률의 제곱합으로 구한 실현변동성 RV_t가 과소 추정되는 단점을 보완하고 비편향성을 얻고자 한 방법이다 (Xiao, 2013).

3. 가중 융합(weighted hybrid) 방법

3.1. 융합(hybrid) 변동성과 가중 융합(weighted hybrid) 변동성

변동성의 정의는 $h_t = \mathrm{Var}(r_t|F_{t-1})$이므로 r_t^2를 "평활한" 통계량으로 h_t를 추정할 수 있으며 이를 자료 기반 방법이라 부른다. 또한 GARCH 모형 등의 점화수식 모형을 통해 h_t를 얻을 수도 있다. Yoon과 Hwang (2015)은 자료에 기초한 방법과 모형 기반 방법을 동시에 사용하여 변동성을 추정하는 융합 방법을 제안하였다. 변동성 h_t가 $t-1$시점까지의 정보 집합 F_{t-1} 함수임을 고려하여 과거의 수익률과 더불어 모형을 통해 예측한 값을 함께 이용하여 변동성을 추정하였으며 주간 수익률을 기준으로 $k=5$로 해서 다음과 같이 t시점에서의 변동성을 계산하였다.

$$h_t = \frac{1}{5}\left\{r_{t-2}^2 + r_{t-1}^2 + h_t(1) + h_t(2) + h_t(3)\right\},$$

여기서 $h_t(1)$, $h_t(2)$, $h_t(3)$는 각각 $E(h_t|F_{t-1})$, $E(h_{t+1}|F_{t-1})$, $E(h_{t+2}|F_{t-1})$을 의미하며 조건부 기대값을 계산하기 위해서는 적절한 GARCH 모형을 가정한다. 이 방법에서는 t시점에서의 변동성을 계산할 때 한 시점 전과 두 시점 전의 과거 수익률의 제곱과 $t-1$시점까지의 정보가 주어져 있을 때 모형을 이용하여 구한 예측 값을 각각 1/5씩 동일한 가중치를 주어 반영하고 있다.

본 논문에서는 t시점의 변동성을 계산할 때 과거와 현재, 미래에 대한 가중치를 다르게 하여 반영하는 방법을 제안하고자 한다. 이렇게 하여 추정한 변동성을 가중 융합 변동성 $h_t^{(a)}$이라 하고 다음과 같이 정의한다.

$$h_t^{(a)} = \omega_1 r_{t-2}^2 + \omega_2 r_{t-1}^2 + \omega_3 h_t(1) + \omega_4 h_t(2) + \omega_5 h_t(3), \tag{3.1}$$

여기서 각 값에 대한 가중치를 각각 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$로 하며 이들의 합은 1이다. ω_1, ω_2는 각각 과거 두 시점 전, 한 시점 전의 로그 수익률의 제곱에 대한 가중치이며, ω_3는 현재 시점에서의 모형 기반 변동성, ω_4, ω_5는 각각 미래 한 시점 후, 두 시점 후의 모형 변동성에 대한 가중치이다. 5개의 ω_i 합이 1이라는 조건 아래 다양한 가중치 조합을 생각할 수 있다. 가중치가 클수록 t시점에서의 변동성을 계산하는데 있어 해당 값에 더 큰 비중을 주는 것으로 볼 수 있다. 따라서 $h_t^{(a)}$에서는 ω_3가 가장 크고 여기서 멀어질수록 가중치가 작아지는 "가중 이동평균" 형태가 합리적이라 판단된다.

3.2. 가중치 추정 방법

가중 융합 변동성 $h_t^{(a)}$에서 ω_i의 합이 1이라는 조건 아래 가능한 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$의 모든 경우의 수를 고려해 보자. 금융시계열의 조건부 변동성은 직접적으로 관측되는 값이 아니므로 변동성에 대한 추정량으로 앞에서 소개한 t시점에서의 실현변동성 RV_t를 이용할 수 있으나 본 논문에서는 t일의 로그 수익률에 대한 참 변동성(true volatility)의 추정 값으로 비편향성을 가진 식 (2.3)에서 정의된 조정된 실현변동성 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$를 이용하였다. 본 논문에서 제안한 가중 융합 방법에 의해 추정된 t일의 변동성과 조정된 실현변동성과의 "차이"를 나타내는 통계량을 구한 후 최소 차이를 제공하는 가중치들의 조합을 구하였다. 여러 가중치 조합의 예측 정확성을 비교하기 위한 "차이" 통계량은 다음의 네 가지 값을 고려하였다. 여기서, 가중 융합 방법으로 계산한 변동성을 $h_t^{(a)}$, 변동성의 참값으로 이용한 조정된 실현변동성은 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$이며 T는 비교 구간의 시간 너비이다.

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\left(h_t^{(a)} - \mathrm{RV}_t^{(a)}\right)^2},$$

$$\mathrm{MPSE} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\left(1 - \frac{h_t^{(a)}}{\mathrm{RV}_t^{(a)}}\right)^2,$$

$$\mathrm{QLIKE} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\left(\log h_t^{(a)} + \frac{\mathrm{RV}_t^{(a)}}{h_t^{(a)}}\right),$$

$$\text{Theil-U} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{T}\left(\mathrm{RV}_t^{(a)} - h_t^{(a)}\right)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{T}\mathrm{RV}_t^{(a)2}} + \sqrt{\sum_{i=1}^{T}h_t^{(a)2}}}.$$

통계량 root mean squared error(RMSE)와 mean percentage squared error(MPSE)는 값이 작을수록, 정규분포를 가정하고 얻은 "차이"에 해당하는 Quasi-likelihood(QLIKE)는 값이 작을수록, Theil's uncertainty coefficient(Theil-U)는 0과 1사이 값을 가지며 0에 가까울수록 정확한 예측력을 보인다. 자세한 내용은 Xiao (2013), Hansen과 Lunde (2005) 및 Patton과 Sheppard (2009)를 참고하기 바란다.

4. 자료 분석 예시: KOSPI200

실제 금융시계열 자료를 이용하여 가중 융합 변동성 방법에서 가장 효과적인 가중치 조합을 찾아보았다. 2010년 1월 2일부터 2015년 6월 30일까지의 총 1360개의 KOSPI200자료를 이용하였다. 또한 같은 기간 동안 매일 1분 단위로 조사된 고빈도 자료를 이용하여 조정 실현변동성 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$을 구하였으며 이 값을 t일의 변동성(true volatility)으로 생각하여 가중 융합 방법을 이용해 계산한 t일의 변동성 $h_t^{(a)}$와 비교하였다. 먼저 자료의 구간을 가중 융합 변동성 계산 시 필요한 모형에 대한 모수를 추정하는 구간과 그 결과를 이용하여 가중 융합 변동성을 계산하는 구간으로 나누어 분석하였다. 전체 구간을 나누는 비율은 여러 가지 경우가 있지만 본 논문에서는 모수를 추정하는 구간과 가중 융합 변동성을 계산하는 구간을 약 9대 1의 비율로 하였다. 이용한 자료의 구간 중 금융위기 구간 등 급격하게 변하는 구간이 존재하므로 구간을 넓게 잡아 모수를 추정하는 것이 적절하다고 판단하여 2010년 1월부터 2014년 12월까지의 자료를 모형의 모수를 추정하는 구간으로 이용하였다. 이 구간에서 적용한 모형은 가장 기본적인 이분산 변동성 모형인 GARCH(1,1) 모형이다. 추정된 모수를 이용하여 2015년 1월부터 2015년 6월까지

Table 4.1. Root mean squared error(RMSE)

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	RMSE
1	0.050	0.050	0.8	0.050	0.050	0.29978
2	0.075	0.075	0.7	0.075	0.075	0.30064
3	0.100	0.100	0.6	0.100	0.100	0.30286
4	0.100	0.100	0.5	0.200	0.100	0.30338
5	0.100	0.100	0.5	0.100	0.200	0.30389
6	0.100	0.100	0.4	0.300	0.100	0.30390
7	0.100	0.100	0.4	0.200	0.200	0.30441
8	0.100	0.100	0.3	0.400	0.100	0.30442
9	0.125	0.125	0.5	0.125	0.125	0.30640
10	0.150	0.150	0.4	0.150	0.150	0.31123

Table 4.2. Mean percentage squared error(MPSE)

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	MPSE
1	0.125	0.125	0.5	0.125	0.125	2.37928
2	0.100	0.100	0.6	0.100	0.100	2.37933
3	0.100	0.100	0.5	0.200	0.100	2.38849
4	0.150	0.150	0.4	0.150	0.150	2.39695
5	0.075	0.075	0.7	0.075	0.075	2.39712
6	0.100	0.100	0.5	0.100	0.200	2.39751
7	0.100	0.100	0.4	0.300	0.100	2.39767
8	0.200	0.100	0.5	0.100	0.100	2.40014
9	0.100	0.100	0.4	0.200	0.200	2.41476
10	0.050	0.050	0.8	0.050	0.050	2.43263

의 자료에서 가중 융합 변동성을 계산하여 RMSE, MPSE, QLIKE, Theil-U 네 개의 통계량을 계산하였다.

먼저 2010년 1월부터 2014년 12월에서의 로그 수익률을 계산한 후 GARCH 모형을 적합한 결과는 다음과 같다.

$$\text{GARCH} : h_t = 0.1422 + 0.07r_{t-1}^2 + 0.9152h_{t-1}.$$

위의 모수 추정 결과를 이용하여 2015년 1월부터 2015년 6월까지의 자료에서의 $h_t(1), h_t(2), h_t(3)$를 구하였다. 가중치의 합이 1이라는 제한 아래 모든 가능한 가중치 조합을 고려하였다. 가중치는 0.1단위로 하되, t일의 가중치 ω_3을 중심으로 양쪽으로 대칭인 값을 갖는 가중치를 추가로 고려하여 총 130개의 가중치 조합에 대한 가중 융합 변동성을 계산하였다. Table 4.1에서 Table 4.4는 GARCH$(1,1)$ 모형을 적합하여 얻은 130개의 가중치 조합 중 우수한 결과를 나타내는 상위 10개의 가중치 조합을 통계량별로 정리한 결과이다.

Table 4.1의 RMSE 값을 보면 현재 t시점에서의 변동성에 대한 가중치 ω_3이 가장 큰 값을 갖고 한 시점 전과 두 시점 전에 해당하는 가중치 ω_2, ω_1과 한 시점 후와 두 시점 후에 해당하는 가중치 ω_4, ω_5가 같은 값을 갖는 가중치 조합이 작은 RMSE 값을 갖는 것을 볼 수 있다. t시점에서의 변동성을 추정할 때 현재 t시점에서의 값을 가장 크게 반영하고 전 시점에 대한 가중치와 미래 시점에 대한 가중치를 동일한 비중으로 반영하여 추정하는 것이 다른 가중치 조합에 비해 정확성이 높다고 볼 수 있다. Table 4.2의 MPSE 값에서도 비슷한 경향을 볼 수 있는데 t시점에서의 가중치를 가장 높게 하고 나머지 시점에서의

Table 4.3. Quasi-likelihood (QLIKE)

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	QLIKE
1	0.500	0.100	0.2	0.100	0.100	−0.30033
2	0.500	0.100	0.1	0.200	0.100	−0.30000
3	0.500	0.100	0.1	0.100	0.200	−0.29967
4	0.100	0.500	0.2	0.100	0.100	−0.29718
5	0.400	0.100	0.3	0.100	0.100	−0.29696
6	0.150	0.150	0.4	0.150	0.150	−0.27079
7	0.125	0.125	0.5	0.125	0.125	−0.26483
8	0.100	0.100	0.3	0.100	0.100	−0.25874
9	0.075	0.075	0.7	0.075	0.075	−0.25260
10	0.050	0.050	0.8	0.050	0.050	−0.24649

Table 4.4. Theil's uncertainty coefficient(Theil-U)

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	Theil-U
1	0.050	0.050	0.8	0.050	0.050	0.39568
2	0.075	0.075	0.7	0.075	0.075	0.39755
3	0.100	0.100	0.6	0.100	0.100	0.40081
4	0.100	0.100	0.5	0.200	0.100	0.40117
5	0.100	0.100	0.5	0.100	0.200	0.40153
6	0.100	0.100	0.4	0.300	0.100	0.40154
7	0.100	0.100	0.4	0.200	0.200	0.40189
8	0.100	0.100	0.3	0.400	0.100	0.40191
9	0.125	0.125	0.5	0.125	0.125	0.40540
10	0.150	0.150	0.4	0.150	0.150	0.41124

가중치는 똑같이 주는, 즉, t시점을 기준으로 대칭인 형태로 가중치를 주는 것이 다른 가중치 조합에 비해 효과적이라고 생각할 수 있다. Table 4.3의 QLIKE 값을 보면 앞의 두 값과는 약간 다른 결과를 볼 수 있다. 값이 작을수록 우수한 QLIKE의 경우에는 대칭인 형태로 가중치를 주는 것보다 두 시점 전의 값에 제일 큰 가중치를 주는 조합이 더 정확성이 높음을 보여주고 있다. Table 4.4의 Theil-U 값은 0에 가까울수록 예측 정확도가 높은데 결과를 보면 RMSE, MPSE 결과에서와 마찬가지로 t시점에서의 가중치를 가장 크게 주고 나머지 시점에서의 가중치를 같은 값으로 동일한 비중으로 반영하여 추정한 변동성이 상대적으로 예측 정확성이 높음을 볼 수 있다. 이러한 결과를 종합해 보면 t시점에서의 가중치를 0.7 또는 0.6으로 하고 나머지를 동일하게 0.075 또는 0.1로 하는 조합이 우수한 예측 결과를 나타냄을 알 수 있다. QLIKE 값에서는 더 우수한 결과를 보이는 조합이 있으나 대칭으로 가중치를 배분하는 것이 총 130개의 조합 중 상위 10개의 조합에 포함되는 것으로 보아 이들이 효과적이라고 생각하는 것이 타당해 보인다. 가중 융합 변동성에서 t시점에서의 변동성을 추정할 때 과거 두 시점과 미래 두 시점에 대한 반영 비중을 적게 하고 t시점에서의 정보에 큰 비중을 주는 것이 합리적이라 생각되었던 바, 실제 자료 분석을 통해 그러한 예상을 확인할 수 있었다.

최적 가중치 선정 과정에서 미래 시점의 예측 값을 구할 때 한 시점씩 이동할 때마다 추가되는 수익률을 이용하여 매번 새로운 모수 추정과정을 거쳐 변동성 예측 값을 계산하는 교차타당성(cross-validation) 방법을 고려 할 수 있다. 교차타당성을 적용한다면 계산과정은 복잡해지는 반면에 실제 값에 더 가까운 예측 값을 얻을 수 있을 것이다. 또한 다음과 같은 회귀모형

$$h_t^{(a)} = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{RV}_t^{(a)} + u_t$$

또는 로그버전 모형인 $\log h_t^{(a)} = \beta_0 + \beta_1 \log \mathrm{RV}_t^{(a)} + u_t$에서 최소 오차제곱합 또는 최대 결정계수를 제공하는 가중치 조합을 선택하는 것도 대안이 될 것이다 (Hansen과 Lunde, 2005; Patton과 Sheppard, 2009). 분석에 이용된 조정된 실현변동성 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$는 오전 9시부터 오후 3시까지의 개장시간 수익률만을 분석한 값이므로 장외시간(overnight) 수익률을 감안한 다른 형태의 실현변동성을 고려하여 $\mathrm{RV}_t^{(a)}$와 비교분석하는 작업 또한 유용할 것으로 판단되며 이를 위해 Cho 등 (2016)을 참고하면 좋을 것이다.

References

Andersen, T. G. and Bollerslev, T. (1997). Intraday periodicity and volatility persistence in financial markets, *Journal of Empirical Finance*, **4**, 115–158.

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., and Labys, P. (2003). Modelling and forecasting realized volatility, *Econometrics*, **71**, 579–625.

Cho, S., Kim, D., and Shin, D. W. (2016). Comparison of realized volatilities reflecting overnight returns, *Korean Journal of Applied Statistics*, **29**, 85–98.

Hansen, P. R. and Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH $(1, 1)$?, *Journal of Applied Econometrics*, **20**, 873–889.

Martens, M. (2002). Measuring and forecasting S&P 500 index-futures volatility using high-frequency data, *Journal of Futures Markets*, **22**, 497–518.

Patton, A. and Sheppard, K. (2009). *Evaluating volatility forecasts, in Handbook of Financial Time Series*, (Eds) T.G. Anderson, R.A. Davis, J.P. Kreiss and T. Mikosch, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 801–838.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd edition, John Wiley & Sons.

Xiao, L. (2013). Realized volatility forecasting: empirical evidence from stock market indices and exchange rates, *Applied Financial Economics*, **23**, 57–69.

Yoon, J. E. and Hwang, S. Y. (2015). Volatility computations for financial time series: high frequency and hybrid method, *Korean Journal of Applied Statistics*, **28**, 1163–1170.

고빈도 금융 시계열 실현 변동성을 이용한 가중 융합 변동성의 가중치 선택

윤재은[a] · 황선영[a,1]

[a]숙명여자대학교 통계학과

(2016년 2월 16일 접수, 2016년 3월 3일 수정, 2016년 3월 3일 채택)

요 약

본 연구에서는 금융시계열의 일간 변동성 측정을 위해 가중 융합 방법을 제안하고 있다. 고빈도(high frequency) 자료에 기반을 둔 조정된 실현변동성을 계산하고 이를 참 값으로 간주하여 제안된 가중 융합 변동성에서 최적 가중치를 결정하는 과정을 서술하였다. 국내 KOSPI200자료의 1분 단위 고빈도 주가로부터 조정된 실현변동성을 구한 후 최적의 가중 융합 변동성을 제안해 보았다.

주요용어: 고빈도 금융시계열, 조정된 실현변동성, 가중 융합 변동성

[1]교신저자: (04310) 서울특별시 용산구 청파로47길 100, 숙명여자대학교 통계학과.
E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr