

# 복합소재 적층판 구조의 적층배열 최적화 해석

## Optimized Layup Sequence Analysis of Laminated Composite Plate Structures



김규동 (Gyu-Dong Kim) | 학생회원 | 안동대학교 토목공학과 | kkd1514@hanmail.net

이상열 (Sang-Youl Lee) | 이사 | 안동대학교 토목공학과 교수 | lsy@anu.ac.kr

### 1. 서론

복합소재로 구성된 구조물의 특징은 적층배열에 따라 구조적 거동이 크게 달라진다는 점이다. 복합소재 구조를 설계함에 있어서 고려해야 할 주요 사항은 섬유 보강 각도, 적층 개수 및 각도배열이라 할 수 있다. 실제 설계 시 이러한 사항들이 최적화되어 반영되는 것이 매우 중요하다. 이러한 복합소재만의 특징이 반영된 설계 개념은 동일한 물량의 소재를 사용하면서도 경제성 확보 및 구조 성능을 개선할 수 있기 때문에 간과해서는 안되는 요소로 판단된다. Fig. 1은 적층배열 변화에 따른 복합소재 샌드위치 적층판의 동적 거동을 비교한 것이다. 그림에서 보는바와 같이 동일한 물성을 적용하였을 경우, 적층배열 변화만으로도 상이한 거동을 보임을 알 수 있다. 따라서, 본 학술기사에서는 복합소재 적층구조에 대한 최적화된 적층배열 설계를 위한 해석방법을 소개하고, 예제를 통하여 복합소재의 구조적 특징에 대한 독자의 이해를 돕고자 한다. 복합소재 구조의 변위 해석은 Navier 방법을 적용하였으며, 범용 유한 구조해석 프로그램인 ABAQUS를 적용하여 검증하였다.

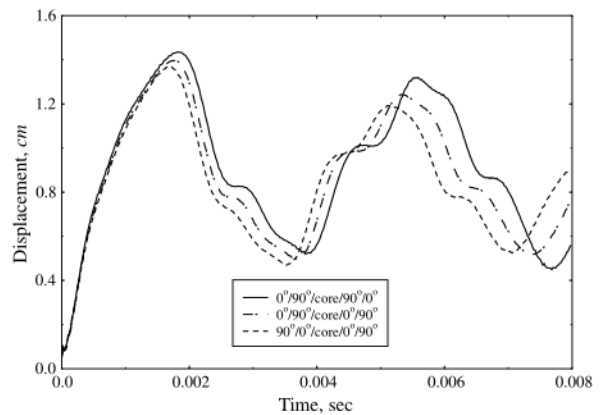
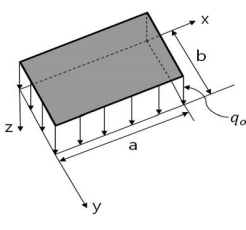
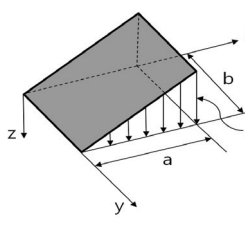
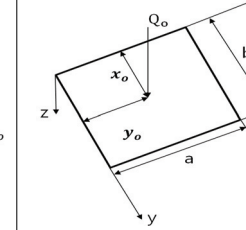
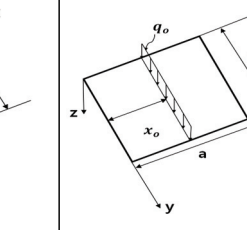


Fig 1. Dynamic behaviors for different layup sequence (Park et al., 2008)

### 2. 최적 적층배열 결정을 위한 Navier 방법

Navier 방법은 1820년대 발표된 복합소재의 적층 배열에 따른 변위 및 응력을 계산할 수 있는 해석적 방법이다. Navier 방법은 다양한 경계조건을 만족할 수 있도록 고안되었으며, 횡방향 힘 변위에 대한 기본 식은 식(1)과 같다. 식(2)는 하중에 대한 가정식이다. 하중에 대한 계수는 Table 1와 같이 집중하중부터 삼각 등분포 하중까지 적용된다.

Table 1. Coefficients in the trigonometric series expansion of load in the navier method

Load case	Uniform load	Hydrostatic load	Point load	Line load
Coefficients $Q_{mn}$				
	$Q_{mn} = \frac{16q_0}{\pi^2 mn}$	$Q_{mn} = \frac{8q_0 \cos m\pi}{\pi^2 mn}$	$Q_{mn} = \frac{4Q_0}{ab} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b}$	$Q_{mn} = \frac{8q_0}{\pi a n} \sin \frac{m\pi x_0}{a}$

$$\omega_0(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

$$q(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

여기서,  $A_{mn}$ 를 결정하기 위해서 식(2)에 Table 1의 하중에 대한 계수를 대입하고 판구조의 굽힘만 고려된 지배방정식인 식(3)에 식(1)을 대입하고 식(2)와 동일하게 놓고 계산하면  $A_{mn}$ 을 얻을 수 있으며 식(4)와 같다.

$$D_1 \frac{\partial^4 \omega_0}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 \omega_0}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 \omega_0}{\partial y^4} = q \quad (3)$$

$$A_{mn} = \frac{Q_{mn}}{d_{mn}} \quad (4)$$

여기서,  $d_{mn} = \frac{\pi^4}{b^4} [D_1 m^4 (\frac{b}{a})^4 + 2D_3 m^2 n^2 (\frac{b}{a})^2 + D_2 n^4]$

제에 적용한 복합재료는 CFRP 계열의 T300/5208이고 이에 대한 상세한 물성은  $E_1 = 132 GPa$ ,  $E_2 = 10.8 GPa$ ,  $\nu_{12} = \nu_{21} = 0.24$ ,  $G_{12} = 5.65 GPa$ ,  $Thickness_{total} = 1.1 mm$ 이다.

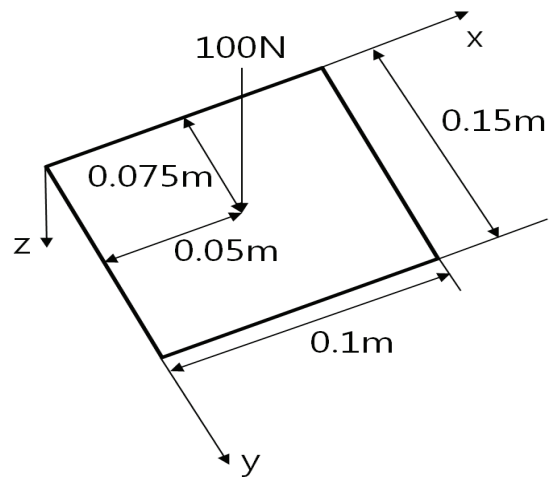


Fig 2. Example model

### 3. 해석 예제

본 기술 기사에서 다루는 예제는 Table 1에서 Point load가 적용된 사각형 판구조이고, 하중 위치는 모델형상의 정 중앙부에 위치시켰다. 최적화 해석의 조건은 최대 처짐은 4.0mm이하가 되도록 하였다. 그리고 그 조건에 부합되는  $[0/\pm\theta/90]_{NS}$ 의 적층배열에서 최적의  $\theta$ 와  $N$ 을 결정하였다. 해석에 사용된 모델은 Fig. 2와 같이  $a = 0.1m$ ,  $b = 0.15m$ ,  $Q_0 = 100N$ 을 적용하였다. 예

가장 먼저 최적의  $\theta$ 를 구하기 위해서 Navier Method의 제안 식에 대하여 예제의 조건들을 적용하고  $\theta$ 는  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지 적용하여 가장 효율적인 적층각도를 탐색하였다. Fig.3은 이에 대한 결과로서 적층 각도가 올라갈수록 최대 처짐이 전체적으로 줄어드는 경향을 보여주고 있다.  $38^\circ$ 부터  $90^\circ$ 까지 최대 처짐 4.0mm 조건에 만족했다. 그 중  $90^\circ$ 일 때가 최대 처짐이 약 3.2mm 정도로 가장 적게 나오는 것으로 나타났다. 따라서  $\theta$ 값은  $90^\circ$ 로 결정하고 추가적인 해석을 진행하였다.

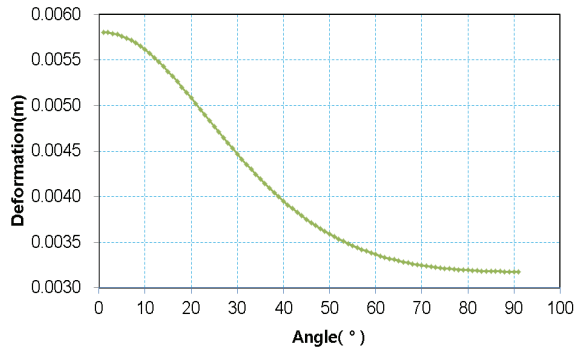


Fig 3. Maximum deflection of the rectangular plate according to laminated angles

일반적으로 일정한 두께에서 적층 갯수를 증가시키는 경우, 복합재료 적층구조는 전체적인 강성이 올라가다가 일정한 값으로 수렴하는 경향을 보이는 것으로 알려져 있다. 따라서 무조건 적층 갯수를 증가하는 것이 구조적으로 크게 유리한 것은 아니기 때문에 최적의 적층갯수에 대한 최적화 해석이 필요하다. 따라서  $[0/\pm 90/90]_{NS}$ 의 적층배열에서 최적의 N값을 구하기 위해 적층 개수를 늘려가면서 해석을 진행하였다.

Table 2. Maximum deflection according to Layup Sequence

Layup Sequence(NS)	Deformation(mm)
$[0/\pm 90/90]_5$	3.2
$[0/\pm 90/90]_{2S}$	2.6
$[0/\pm 90/90]_{3S}$	2.6
$[0/\pm 90/90]_{4S}$	2.5

Table 2와 같이 적층갯수가 늘어남에 따라 면내강성이 상승하기 때문에 최대 변위가 줄어드는 것을 관찰할 수 있다. 그러나 적층개수가 증가 될수록 최대 처짐이 줄어드는 비율이 점차 감소한다. 본 예제에서는 적층개수가 2일 때가 최대 처짐이 2.6mm으로 가장 효율이 좋은 것으로 판단할 수 있다. 결과를 요약하면, 최대 처짐 기준 4.0mm인데 적층배열로 인해 최대 처짐이 2.6mm 발생하였으므로 기준치에 많이 상회한다. 복합재료는

다른 재료들에 비해 가격이 비싸기 때문에 재료의 사용량을 최소로 할 필요가 있다. 따라서  $\theta$ 값과 N 값이 각각  $90^\circ$  와 2일 때가 효율이 가장 좋은 것으로 나타났기 때문에 이 값들을 고정시키고 총 두께를 0.1mm 단위로 줄여가면서 해석을 진행하였다. Fig. 4에서 보는 바와 같이 총 두께가 약 0.96mm 일 때가 최대 처짐이 약 3.94mm임을 알 수 있다. 따라서 가장 재료를 적게 사용하고 효율적인 두께는 약 0.96mm라고 결정할 수 있다.

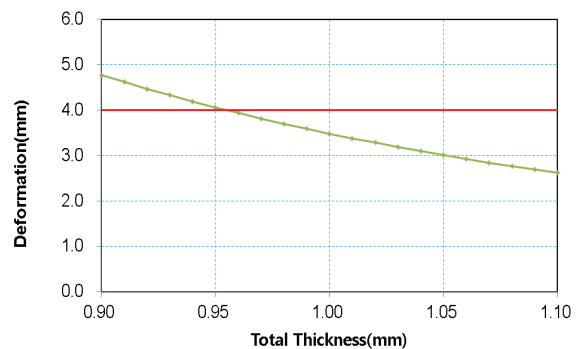


Fig 4. Maximum deflection according to total thickness

본 기술기사에서 다루는 최적화 해석은 고전적인 방법 중 대표적인 Navier 방법을 적용한 것이며, 전산구조해석의 발전에 따라 신뢰성과 정확도가 높은 다양한 기법들이 적용되고 있다.

Table 3. Comparison of Maximum deflections

Analysis	Navier Method	ABAQUS	Error(%)
Deflection(mm)	3.94mm	3.88mm	1.5

본 기술기사에서는 최적화 해석을 통해 얻은 적층 설계 변수값을 ABAQUS 모델링에 대입시켜 최대처짐 값을 비교해보았다. Fig. 5는 ABAQUS의 적층배열과 모델형상을 보여준다. 그 결과는 두 해석법의 결과 값이 거의 비슷하게 나왔으면 오차율은 1.5%이나 허용치 안에 들어온 것으로 판단된다. Fig. 6은 ABAQUS를 적용한 유한요소 해석 결과를 보여준다.

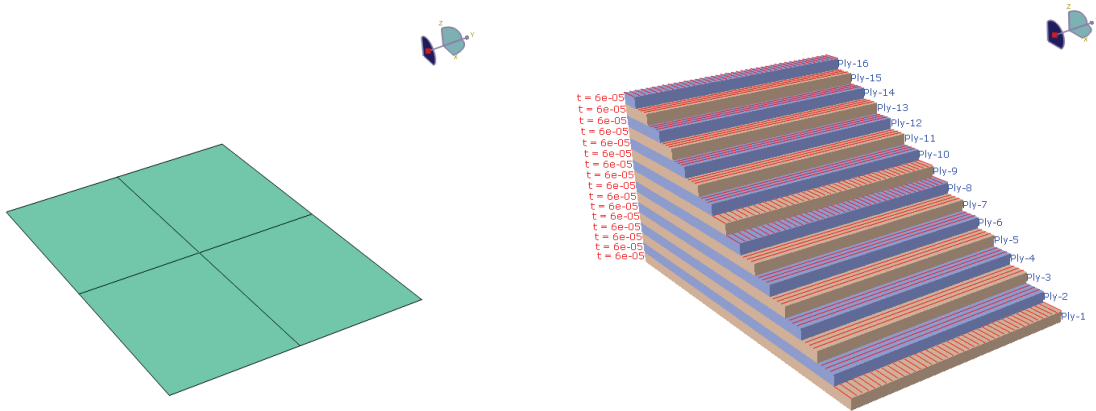


Fig 5. Model shape & composite modeling in ABAQUS CAE

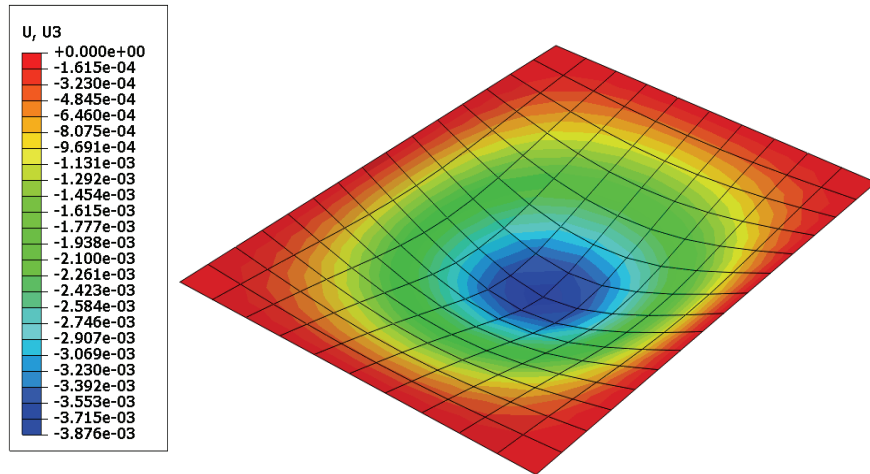


Fig 6. Induced displacement using ABAQUS

#### 4. 요약 및 결론

복합소재는 향후 건설분야에 보다 다양하고 폭넓게 적용할 수 있을 것으로 기대된다. 그러나 국내에서는 아직 건설분야를 위한 설계기준이 정립되지 않을 실정이며, 선진국에 비하여 설계 및 시공 수준도 열악한 상황이다. 강재 및 콘크리트 재료 이외의 제3의 건설재료로서의 충분한 가능성을 위해서는 무엇보다 최적화된 구조설계가 필요하다. 본 학술기사에서는 복합소재 구조의 최적화 설계를 위한 기본 해석방법을 소개하였다. 본 기사에서 제안한 복합재료의 특성을 반영할 수 있는

적층배열에 대한 최적화 설계를 통하여 보다 효율적이고 합리적인 구조물 개발이 가능할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참고문헌

1. ABAQUS. ABAQUS/CAE user's manual, version 6.7, Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc., Pawtucket, R.I., 2007.

2. Pagano, N. J. (1970). Exact solutions for rectangular bidirectional composites and sandwich plates. *Journal of Composite Materials*, 4, pp.20-34.
3. Reddy, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2004.
4. Szilard, R., *Theories and applications of plate analysis*, Wiley, 2004.
5. Park T., Lee S.Y. =, Seo J.W. Voyiadjis G.Z. (2008) Structural dynamic behavior of skew sandwich plates with laminated composite faces., *Composites Part B Vol.39*, pp.316-326
6. Wang, S., “Free vibration analysis of skew fibre-reinforced composite laminates based on first-order shear deformation plate theory,” *Computers and Structures*, Vol. 63, No. 2, 1997, pp. 525-538.
7. Yu, W. (2005). Mathematical construction of a Reissner-Mindlin plate theory for composite laminates. *International Journal of Solids and Structures*, 42, 6680-6699.