

대규모 미시교통시물레이션모형 구축을 위한 O/D 추정 방법 성능 비교 - 중력모형과 QUEENSOD 방법을 중심으로 -

Comparison Study of O/D Estimation Methods for Building a Large-Sized Microscopic Traffic Simulation Network: Cases of Gravity Model and QUEENSOD Method

윤정은	Yoon, Jung Eun	정회원 · 한국건설기술연구원 도로연구소 연구원 (E-mail : yoon22@kict.re.kr)
이철기	Lee, Cheol Ki	아주대학교 교통시스템공학과 교수 (E-mail : cklee@ajou.ac.kr)
이환필	Lee, Hwan Pil	한국도로공사 도로교통연구원 선임연구원 (E-mail : pogijay@ex.co.kr)
김경현	Kim, Kyung Hyun	아주대학교 건설교통공학과 박사과정 (E-mail : kk6661@ajou.ac.kr)
박원일	Park, Wonil	운수산업연구원 연구원 (E-mail : wonil@kriti.re.kr)
윤일수	Yun, Ilsoo	정회원 · 아주대학교 교통시스템공학과 부교수 · 교신저자 (E-mail : ilsooyun@ajou.ac.kr)

ABSTRACT

PURPOSES : The aim of this study was to compare the performance of the QUEENSOD method and the gravity model in estimating Origin-Destination (O/D) tables for a large-sized microscopic traffic simulation network.

METHODS : In this study, an expressway network was simulated using the microscopic traffic simulation model, VISSIM. The gravity model and QUEENSOD method were used to estimate the O/D pairs between internal and between external zones.

RESULTS : After obtaining estimations of the O/D table by using both the gravity model and the QUEENSOD method, the value of the root mean square error (RMSE) for O/D pairs between internal zones were compared. For the gravity model and the QUEENSOD method, the RMSE obtained were 386.0 and 241.2, respectively. The O/D tables estimated using both methods were then entered into the VISSIM networks and calibrated with measured travel time. The resulting estimated travel times were then compared. For the gravity model and the QUEENSOD method, the estimated travel times showed 1.16% and 0.45% deviation from the surveyed travel time, respectively.

CONCLUSIONS : In building a large-sized microscopic traffic simulation network, an O/D matrix is essential in order to produce reliable analysis results. When link counts from diverse ITS facilities are available, the QUEENSOD method outperforms the gravity model.

Keywords

gravity model, QUEENSOD method, O/D estimation, microscopic traffic simulation model, genetic algorithm

Corresponding Author : Yun, Ilsoo, Associate Professor
Department of Transportation System Engineering, Ajou University,
206 Worldcup-ro, Yeongtong-gu, Suwon-si, 16499, Korea
Tel : +82.31.219.3610 Fax : +82.31.215.7604
E-mail : ilsooyun@ajou.ac.kr

International Journal of Highway Engineering
http://www.ksre.or.kr/
ISSN 1738-7159 (print)
ISSN 2287-3678 (Online)
Received Feb. 16, 2015 Revised Feb. 16, 2015 Accepted Mar. 17, 2016

1. 서론

1.1. 연구의 배경 및 목적

최근 교통신호 개선사업, ITS사업 효과평가, 교통시설

개선사업의 교통영향평가 등에서 수립된 개선대책을 평가할 때 VISSIM, CORSIM, PARAMICS 등과 같은 미시교통시물레이션모형(microscopic traffic simulation

model)을 적용하는 경우가 증가하고 있다. 이는 미시교통시물레이션모형이 거시적 모형으로 구현하기 힘든 개별차량의 움직임과 같은 교통상황을 정밀하게 표현할 수 있고 또한 다양한 성과지표(performance indexes)를 산출할 수 있기 때문이다.

과거에는 컴퓨터 성능 부족 등의 이유로 계산량이 많은 미시교통시물레이션모형을 비교적 소규모 네트워크에 적용하였다. 하지만, 최근 컴퓨터 H/W 및 S/W 기술의 발달로 인하여 고속도로망과 같은 대규모 네트워크 교통분석에도 미시교통시물레이션모형을 빈번하게 적용하고 있다.

특히, 대규모 네트워크를 구축하는 경우에는 차량들의 실제 경로선택 행태를 고려하기 위하여 기중점교통량(O/D)을 기반으로 네트워크 상에 교통수요를 입력하는 것이 분석의 정확도를 높일 수 있다. 하지만, 교통수요예측 과정이 아닌 교통운영분석 과정에서 미시교통시물레이션모형에 적용하기 위한 O/D 표를 별도로 구축하는 것은 쉬운 작업이 아니다.

예를 들어, 수도권 고속도로망과 같은 대규모 네트워크를 미시교통시물레이션모형으로 구축하는 경우, 차량통행 발생 지점이 내부 톨게이트(이하 내부 존)와 외부 유출입 지점(이하 외부 존)으로 나누어지며, 내부 존(internal zone)과 외부 존(external zone)을 모두 포함하는 전체 존간 O/D 표를 구축하여야만 정확한 분석이 가능하다. 하지만, 수집이 용이한 TCS 자료를 이용할 경우 내부 존 간의 O/D 값은 정확히 확인할 수 있으나, 내부 존과 외부 존 간 그리고 외부 존 간 O/D 값은 다중 경로 문제 등으로 정확히 산출하기 곤란하다.

기·중점간 통행량을 추정하는 통행분포모형(trip generation model)은 1950년대 이후 많은 모형들이 개발되어 왔으며, 대표적인 모형으로는 성장인자모형, 중력모형, 간섭기회모형 등이 있다. 이들 중 중력모형은 교통분석존(traffic analysis zone) 사이의 거리, 통행비용, 통행시간 등을 전혀 고려하지 못하는 성장인자모형의 한계를 극복하면서 보다 현실적인 통행분포모형으로서 가장 일반적으로 활용되어 왔다(Rho et al., 2005).

그러나 중력모형에 사용되는 통행시간이나 통행비용 등과 같은 통행저항들이 통행수요의 변화나 시간의 흐름에 따라 함께 변함에도 불구하고 중력모형에서는 이를 하나의 값만을 가진 것으로 가정하기 때문에 정확한 통행분포 예측에는 한계가 있다(Rho et al., 2005). 또한 중력모형을 사용할 때에는 정산(calibration)이 중요하다. 예를 들어 수도권 고속도로망을 구축하는 경우

내부 존 간 O/D 값이 정확히 주어져 있기 때문에 내부 존과 내부 존 간의 O/D 값을 기준으로 통행비용함수를 정산할 수 있다. 하지만 이렇게 정산된 통행비용함수는 내부 존과 외부 존 그리고 외부 존과 외부 존 간의 통행 특성을 반영하기는 어렵다.

FTMS(Freeway Traffic Management System)와 같은 ITS(Intelligent Transport Systems) 시설에서 수집된 교통량 자료를 활용하는 링크 교통량 기반 O/D 추정 방법(link flow count-based O/D estimation approach)을 이용하여 앞서 설명한 중력모형이 갖는 문제점을 극복하려는 노력이 시도되어 왔다. 링크 교통량 기반 O/D 추정 방법은 교통량의 관측치와 추정치의 오차 혹은 상대 비율을 이용하여 O/D 값을 반복적으로 보정하는 기법으로 네트워크의 링크별 통행량을 활용하기 때문에 중력모형에서 통행량을 추정하는 것보다 정확한 예측이 가능하다고 알려져 있다. 특히, 교통량 자료를 수집할 수 있는 ITS관련 시설들이 다양해지고 점차 늘어나는 상황에서 이러한 장점이 더욱 부각되고 있다. 또한 중력모형의 한계점으로 지적되는 내부 존과 외부 존, 외부 존과 외부 존 간의 교차 통행량을 추정하기에는 QUEENSOD 방법과 같은 링크 교통량기반 O/D 추정 방법이 적합하다(Kim, 2005). 참고로 O/D 추정 시 필요한 계산과 수행과정 측면에서도 중력모형에 비해 QUEENSOD 방법이 다소 간단하다.

본 연구에서는 수도권 고속도로망과 같은 대규모 미시교통시물레이션모형을 구축하기 위하여 TCS에서 산출된 분석대상구간 내부 톨게이트 간 O/D 자료와 현장조사 자료를 이용하여 분석대상구간의 전체 O/D 표를 추정하고자 한다. 이를 위하여 사례분석을 통해 중력모형과 QUEENSOD 방법의 O/D 표 추정 성능을 비교하였다.

또한 두 O/D 표 추정 방법의 성능 검증을 위하여 두 가지 방법을 통해서 추정된 전체 O/D 표를 미시교통시물레이션모형에 각각 입력한 후 미시교통시물레이션모형의 각종 파라미터 값에 대한 정산 과정을 통해 산출된 통행시간을 실제 조사값과 비교하였다. 이를 통해 QUEENSOD 방법과 중력모형 중 어떤 접근방법으로 생산한 O/D 표가 분석대상구간의 교통상황을 보다 정확히 묘사할 수 있는지 확인하고자 한다.

1.2. 연구의 범위 및 방법

본 연구의 공간적 범위는 신갈JCT를 중심으로 경부고속도로와 영동고속도로상의 16개 톨게이트로 선정하고,

현장조사 자료와 한국도로공사의 TCS(Toll Collection System) 및 VDS(Vehicle Detection System) 등에서 수집된 자료를 이용하여 미시교통시물레이션모형인 VISSIM 네트워크를 구축하였다. 중력모형과 QUEENSOD 방법을 이용하여 분석대상구간 내에 존재하는 내부 존(톨게이트)과 분석대상구간 경계에 위치하는 외부 존(유출입교통량 조사지점)을 포함하는 존 쌍(zone pair) 간 O/D 값을 추정하였고, 추정된 O/D 표를 통계적으로 비교하였다. 미시교통시물레이션 네트워크에 중력모형과 QUEENSOD 방법을 통해 추정된 전체 O/D 표를 각각 적용하여 미시교통시물레이션 모형의 네트워크를 구축하였다. 각각의 모형을 적용한 두 가지의 네트워크를 구축한 후 정산과정을 통해 중력모형과 QUEENSOD 방법 중 어떤 접근방법으로 생산한 O/D가 분석대상구간의 교통상황을 비교적 정확히 묘사할 수 있는지 평가하였다.

2. 문헌 고찰

2.1. 선행연구 고찰

링크 단위의 교통량 자료를 기반으로 한 O/D 추정 관련 연구, 중력모형 등을 이용한 O/D 추정연구, 그리고 미시교통시물레이션모형의 정산과 관련한 연구로 나누어 기존에 연구된 문헌들에 대하여 고찰하였다.

Kim(2005)은 “실시간 교통자료를 이용한 고속도로 동적 O/D 추정기법의 개발” 연구에서 고속도로 교통관리시스템(FTMS)에서 수집되는 교통자료와 칼만필터 및 유전자알고리즘을 이용한 동적 O/D 추정 모델을 구축하여 기존 동적 O/D 추정모델과 비교하였다. 또한 O/D 추정력 제고를 위한 방안으로 교통량이 많은 진출입램프에 AVI(Automated Vehicle Identification) 시스템을 구축하고, 이를 통해 수집되는 해당 진출입램프간 O/D와 VDS에서 수집된 교통자료를 복합적으로 적용하는 동적 O/D 추정모델을 제안하였다. 이 모델은 AVI 시스템이 설치된 고속도로의 동적 O/D를 추정하는 과정에 활용될 수 있을 뿐만 아니라, 지속적인 동적 O/D 추정을 위해 부분적으로 진출입램프에 AVI를 설치하고자 할 경우 대안별 평가 시에도 활용될 수 있음을 제시하였다.

Van Aerde 외(1993)는 링크 교통량 추정치의 차이를 이용하여 진출입램프간 O/D를 반복적으로 보정하는 QUEENSOD 방법을 개발하였다. 이는 정적 통행배정과 동적 통행배정으로 구분할 수 있다. 교통상황을 고려하지 않는 정적 통행배정은 진입램프별 출발시간대와 링크의

통과시간대간의 차이를 전혀 반영할 수 없는 한계점이 있다. 반면에 동적 통행배정은 시간대별 링크교통량의 관측치를 이용하여 통행이 완료된 과거의 시간대에 대해 진출입램프 간 O/D를 추정하는 기법으로 정적 통행배정 방법보다 다양하게 활용될 수 있음을 밝혔다. QUEENSOD 방법은 상업용 S/W로도 출시되었다(Rakha, 2010).

Rho 외(2005)는 “고속도로 이용차량에 대한 통행분포 모형의 적합성 연구”에서 교통수요 분석상의 통행분포 과정에 지역 간 여객 및 화물수송의 통행 특성이 다름에도 불구하고 일률적으로 엔트로피 극대화 모형을 적용하는 문제점을 제기하였다. 중력모형과 간섭기회 모형을 비교하여 지역 간 통행특성에 따라 통행분포 모형을 달리 적용해야 함을 보였다.

Lim 외(2000)는 “유전자 알고리즘을 이용한 O/D 추정모형의 개발과 적용에 관한 연구(서울시 내부순환도로를 대상으로)”에서 유전자알고리즘의 재생산 규칙으로 엘리트 보존방법과 랭킹방법을 결합하여 목적함수 값이 우수한 상위 개체의 일정비율을 다음 세대에 복제하는 방법으로 정적 O/D를 추정하였다.

Zhao 외(2001)는 통행목적별로 간섭기회 모형과 중력모형을 적용하여 목적별 O/D를 추정하고 이를 실제 O/D 자료와 비교하였다. 그 결과, 통행목적별 O/D를 추정함에 있어서는 통행분포모형을 목적에 부합하게 달리 적용해야 함을 제시하였다.

Lee 외(2001)는 유전자알고리즘을 PARAMICS의 파라미터 정산에 적용하여 고속도로에 대한 파라미터 정산을 실시하였다. 검지기 교통량과 검지기 점유율을 성능지표로 이용하여 정산한 결과, 유전자알고리즘을 이용한 정산방법론이 효과적인 것으로 나타났다.

Park 외(2006)는 교통시물레이션 모형 정산 및 검증 절차를 제안하고 미시교통시물레이션모형인 VISSIM을 이용하여 독립교차로에 대한 파라미터 정산을 실시하였다. 연구에서 제안한 교통류 시물레이션 모형 정산 및 검증 절차를 교통시물레이터 VISSIM과 CORSIM을 사용하여 12개의 교통감응신호교차로로 구성된 도시부 간선네트워크에 대하여 검증하였다. 통행시간과 최대 대기행렬을 성능지표로 이용하여 검증한 결과, Park 외(2006)가 제안한 파라미터 정산절차가 효과적인 것으로 나타났다.

2.2. QUEENSOD 방법론

Van Aerde 외(1993)가 제안한 QUEENSOD 알고리즘은 반복적인 O/D 값의 수정을 통하여 링크 교통량의

관측치와 추정치의 오차를 점차적으로 줄여나가는 방법이다.

초기치 O/D는 균일값 혹은 과거 이력자료 등 분석가가 임의의 값을 설정할 수 있으며 iteration 별 링크교통량 추정치와 관측치 간의 상대비율에 근거하여 O/D를 반복적으로 보정해 나간다.

QUEENSOD 알고리즘은 교통량의 관측치와 추정치의 오차를 이용하여 O/D를 반복적으로 보정하는 Additive Method 기법과 관측치와 추정치의 상대비율을 이용하여 O/D를 반복적으로 보정하는 Multiplicative Method 기법이 있다(Yoon, 2013; Van Aerde et al., 1993). 이 중에서 Multiplicative Method 기법을 구체적으로 살펴보면 다음과 같이 수행된다(Yoon, 2013).

STEP 1 초기 O/D 매트릭스 결정(균일O/D 혹은 과거 O/D로 설정)

STEP 2 링크교통량(VE) 추정

STEP 3 링크의 오차보정계수(Error correction factor, CL_a^t) 계산

$$CL_a^t = \begin{cases} \frac{VA}{VE} & \text{if } VE > 0 \\ 1.0 & \text{if } VE = 0 \end{cases} \quad (1)$$

여기서, CL_a^t : 시간대 t 일 때 링크 a 의 correction factor

VA : 시간대 t 일 때 링크 a 의 교통량 관측치

VE : 시간대 t 일 때 링크 a 의 교통량 추정치

STEP 4 O/D의 오차보정계수(CF_{ij}^{dt}) 계산

$$CS_{ij}^{dt} = \prod_a \left[\sum_t (PR_{ij,a}^{dt,t} \times CL_a^t) \right] \quad (2)$$

$$PO_{ij}^{dt} = \sum_a \sum_t PR_{ij,a}^{dt,t} \quad (3)$$

$$CF_{ij}^{dt} = \begin{cases} CS_{ij}^{dt} \times (PO_{ij}^{dt})^{-1} & \text{if } PO_{ij}^t > 0 \\ 1.0 & \text{if } PO_{ij}^t = 0 \end{cases} \quad (4)$$

여기서, CS_{ij}^{dt} : 출발시간대 dt 에 진입램프 i 에서 진출램프 j 간 O/D 비율(PR)에 링크

교통량의 추정치 대비 관측치 비율(CL)을 반영한 파라미터

$PR_{ij,a}^{dt,t}$: 출발시간대 dt 에 진입램프 i 에서 진출램프 j 로 출발한 차량군의 시간대 t 일 때 링크 a 를 이용하는 비율

PO_{ij}^{dt} : 출발시간대 dt 에 진입램프 i 에서 진출램프 j 로 통행하는 모든 링크의 O/D 비율의 합

CF_{ij}^{dt} : 출발시간대 dt 에 진입램프 i 에서 진출램프 j 간의 오차보정계수(Error correction factors)

STEP 5 새로운 O/D 매트릭스를 추정

$$OD_{ij}^{dt}(n+1) = OD_{ij}^{dt}(n) \times CF_{ij}^{dt} \quad (5)$$

여기서, $OD_{ij}^{dt}(n)$: Iteration n 번째의 O/D 매트릭스

STEP 6 수렴조건이 만족될 때까지 위의 단계를 반복적으로 수행

2.3. 기존 연구와의 차이점

O/D 추정 관련 연구들은 링크 단위의 교통량 자료를 이용하여 관측된 교통량과 추정된 교통량 간의 오차를 최소화하는 적정 O/D를 추정하는 방법을 제안하고 있다. 미시교통시물레이션모형 정산과 관련한 많은 연구들은 다양한 기법을 도입하여 파라미터 정산 절차를 제안하고 있다. 본 연구는 기존 연구에서 많이 사용된 중력모형과 QUEENSOD 방법을 이용하여 O/D를 추정하고 관측된 자료와 추정된 자료를 검증하였다. 다음으로 이를 미시교통시물레이션모형인 VISSIM의 파라미터 정산에 유전자알고리즘을 적용시켜 최적해 산정 성능을 비교·분석하였다.

3. 시물레이션 모형 네트워크 구축

3.1. 분석대상 범위 선정

본 연구에서 네트워크에 설정한 공간적 범위는 경부고속도로와 영동고속도로상의 16개의 톨게이트(이하 TG)와 3개의 유출입 지점을 대상으로 설정하였다. 경부고속도로의 경우 서울TG에서 남쪽방향으로 천안TG까지의 구간을 선정하였으며, 영동고속도로의 경우 군포TG에서 동쪽방향으로 덕평TG까지의 구간을 대상 범위로 선

정하였다. 이는 대규모 네트워크를 미시교통시물레이션 모형으로 구현하는 본 연구에 적용하기에 적합하다고 판단하였다. 여기서 천안TG, 군포TG, 덕평TG는 인근 고속도로 본선의 외부 유출입 지점에 해당한다.

3.2. 자료수집

자료 수집은 한국도로공사가 보유하고 있는 교통자료와 현장조사를 통한 수집 자료로 구분하였다. 한국도로공사 보유 자료 수집 기간은 2011년 12월 10일 토요일 오전 8시부터 오후 12시까지 경부선 서울TG~천안IC 구간, 영동선 군포IC~덕평IC 구간 TCS, Hi-Pass, DSRC, VDS, AVC 등의 원시자료이다. 이는 한국도로공사 고속도로 공공데이터 포털(<http://data.ex.co.kr/>)을 통해 제공받았다. 고속도로 공공데이터 포털은 한국도로공사가 보유한 원시자료 및 지표 수집·관리·제공 시스템이다. 수집된 자료는 톨게이트 간 O/D와 통행시간, 톨게이트별 진출입 교통량, 시간대별 검지기 자료 등이다. 현장조사는 분석대상구간 경계에 위치한 유출입 지점인 천안IC, 군포IC, 양지IC 부근의 고속도로 본선 구

간에서 직접 수행되었다. 현장조사는 해당 고속도로 본선 지점에서 양방향 교통류를 비디오카메라를 이용하여 촬영한 후, 녹화된 영상을 실험실에서 모니터에 표출시켜 해당 지점을 통과하는 1시간 단위 교통량을 계측하는 형식으로 수행되었다. 본 연구에서 수집된 내부 존 간 O/D 표는 Table 1과 같다.

3.3. 네트워크 구축

본 연구에서는 VISSIM 5.3을 이용하여 미시교통시물레이션모형의 네트워크를 구축하였다. 네트워크는 실제 선형과 가능한 동일하도록 Google Map의 위성사진을 기반으로 차로 수, TG 및 IC의 위치와 형태, 가속 및 감속차로 길이 등을 입력하였다. 교통수요의 경우 O/D 표를 기반으로 경로 지정(routing)을 수행하였다. 여기서 내부 존 간 O/D는 TCS에서 수집된 1시간 단위 O/D 값을 입력하였다. 내부 존과 외부 존 간 그리고 외부 존 간 O/D값은 중력모형과 QUEENSOD 방법을 이용하여 추정된 값을 사용하였다. VISSIM을 이용해 구축된 전체 네트워크 모습은 Fig. 1과 같다.

Table 1. O/D Table for Internal Zones

(unit : vehicle/4-hour)

O \ D	Seoul	Suwon	Kiheung	Kiheung Dongtan	Osan	Anseong	Cheonan	Gunpo	East Gunpo	Bugok	North Suwon	East Suwon	Maseong	Yongin	Yangj	Duckpyung
Seoul	0	5497	1937	1635	1251	1124	1753	28	17	11	72	1761	926	1820	1574	431
Suwon	6936	0	839	468	257	231	340	226	145	91	701	117	262	219	433	179
Kiheung	1168	304	0	0	0	0	0	8	23	12	113	28	23	27	48	11
Kiheung Dongtan	2742	492	0	0	193	148	214	9	34	6	101	45	129	96	110	69
Osan	2104	475	0	93	0	533	684	3	17	12	135	53	46	31	36	14
Anseong	1564	353	0	185	605	0	489	5	19	2	120	38	19	7	0	0
Cheonan	2467	503	0	258	719	515	0	4	25	5	126	46	54	18	15	5
Gunpo	4	127	12	4	8	4	10	0	0	149	70	244	38	81	68	53
East Gunpo	4	99	41	26	20	7	19	0	0	106	29	238	29	49	61	20
Bugok	4	62	11	5	5	6	7	106	78	0	35	140	19	26	39	4
North Suwon	44	664	163	107	112	67	107	80	38	43	0	1348	254	436	597	224
East Suwon	1690	188	62	49	26	31	37	533	344	188	1606	0	251	443	595	242
Maseong	414	112	16	22	7	1	1	29	12	8	117	138	0	15	27	18
Yongin	1854	238	43	63	17	1	5	97	42	43	464	456	30	0	447	114
Yangj	1222	368	60	26	3	5	10	110	78	47	368	411	60	309	0	39
Duckpyung	175	62	8	10	1	3	4	25	14	2	84	58	4	55	35	0

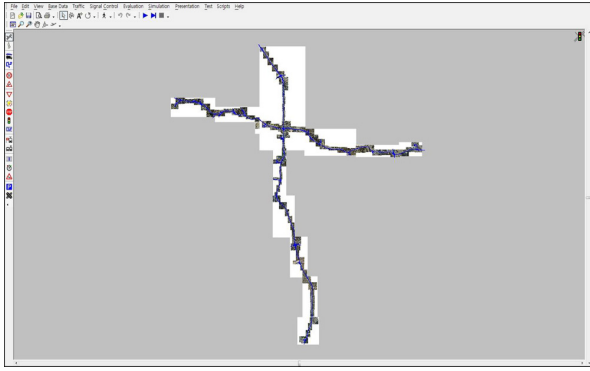


Fig. 1 Analysis Network for Test-Site

구축된 네트워크를 이용하여 VISSIM을 수행한 모습은 Fig. 2와 같다.

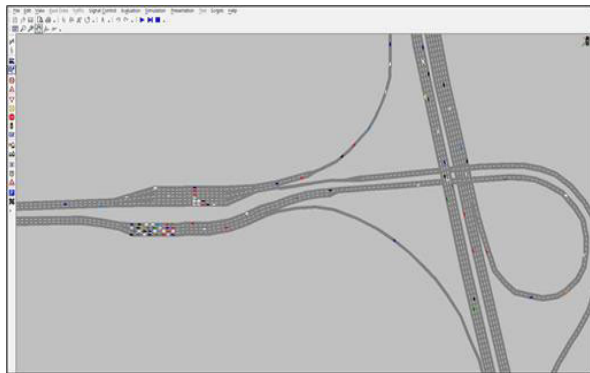


Fig. 2 Simulation of VISSIM Model

4. 고속도로 톨게이트 간 교통량 추정

4.1. 중력모형 적용

본 연구에서는 중력모형의 여러 가지 유형 중 총량제약 중력모형이나 단편제약 중력모형보다 더 정확한 추정치를 산출할 수 있는 이중제약 중력모형으로 적용하였다. 이는 존별 총출발통행량(O_i)과 존별 총도착통행량(D_j)에 제약이 동시에 있는 모형으로, 총통행량은 변하지 않아 분석 전과 분석 후의 총통행량이 같기 때문에 다른 모형에 비해 비교적 정확한 추정치를 산출하게 되며 Eq. (6)을 이용하여 산출하였다(Youn, 1995).

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot \alpha (c_{ij}^{-\beta}) \quad (6)$$

여기서, A_i : 출발지 존 i 의 조정계수

B_j : 도착지 존 j 의 조정계수

O_i : 톨게이트별 출발통행량

D_j : 톨게이트별 도착통행량

α, β : 존 간 통행비용함수의 계수

존 i 와 존 j 간의 통행비용함수 c_{ij} 는 통행에 마찰인자(friction factor)로 작용하며 통행시간, 통행거리, 통행의 금전비용 등의 함수로 표현되는데, 본 연구에서는 통행시간으로 설정하였다.

통행비용함수에 적용된 두 가지 파라미터(α, β) 값을 찾기 위하여 본 연구에서는 유전자알고리즘을 이용하였다. 유전자알고리즘으로 관측치와 추정치의 오차가 최소화되는 조건을 만족시키는 통행비용함수 파라미터 값을 찾기 위하여 오차의 제곱합의 평균값인 평균제곱오차(Mean Square Error, MSE)를 이용하였다(Yoon, 2013).

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^N (Y_t - F_t)^2}{N} = \frac{\sum_{t=1}^N e_t^2}{N} \quad (7)$$

여기서, Y_t : 관측치

F_t : 추정치

N : 변수의 개수

따라서 유전자알고리즘은 MSE값을 최소화하는 통행비용함수에 적용된 두 가지 파라미터 값을 찾는다. 여기서, MSE 값은 기준에 알고 있는 분석대상구간 내에 위치하는 내부 존과 내부 존 간의 O/D(Eq. (7))에서 관측치 Y_t 에 해당함)를 이용하여 산출하게 된다.

통행비용함수에 적용된 두 가지 파라미터 값을 찾기 위하여 적용한 유전자알고리즘의 주요 내용으로 α 값의 범위는 0.00~99.99, β 값의 범위는 0.00~9.99, 세대(generation)수는 10, 모집단(population)의 크기는 10, 돌연변이확률은 0.03으로 설정하였으며 균일 교배(uniform crossover)방법을 이용하였다. 이로 인해 산출된 α 값과 β 값은 각각 44.4781, 0.5270이다.

Eq.(6)에서 O_i 와 D_j 값은 톨게이트별 진출입 통행량으로 알려져 있으나, A_i 값은 미지수인 B_j 값의 함수이며, B_j 값 역시 A_i 값의 함수로써 한 번의 계산으로 A_i 값과 B_j 값이 결정될 수 없기 때문에 MATLAB 프로그램을 이용하여 반복계산(iteration)을 수행하였다. 구체적인 중력모형의 단계적 수행절차는 다음 Fig. 3과 같다. Fig. 3에서 두 번째 추정된 O/D는 다음 Table 2와 같다.

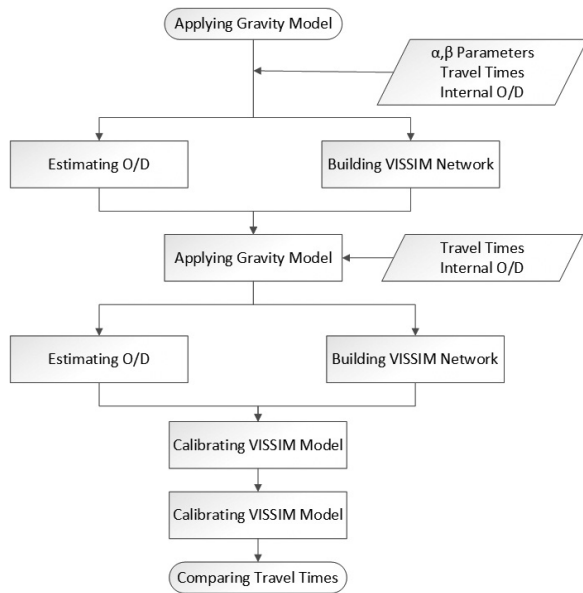


Fig. 3 O/D Estimation Process Using Gravity Model

4.2. QUEENSOD 방법 적용

QUEENSOD 방법은 크게 정적 통행배정(Static Traffic Assignment)과 동적 통행배정(Dynamic Traffic Assignment)으로 구분된다. 동적 통행배정의 경우 관측치와 추정치의 오차율을 반복적으로 보정할

수록 발산이 되는 것으로 확인되어, 본 연구에서는 정적 통행배정 방법을 이용하였다(Rho, 1999).

정적 통행배정은 교통량의 관측치와 추정치의 오차를 이용하여 톨게이트 간 O/D를 반복적으로 보정하는 Additive Method와 관측치와 추정치의 상대비율을 이용하여 톨게이트 간 O/D를 반복적으로 보정하는 Multiplicative Method 기법이 있다(Lim et al., 2000).

Additive Method를 적용한 결과, 링크교통량의 추정치 대비 관측치의 차이를 이용하여 추정하는 Additive Method의 특성상 교통량이 음수(-)값이 나오는 치명적인 문제점이 발생하였다. 이는 현실을 반영하기에 매우 부적절하다고 판단되므로 본 연구에서는 Multiplicative Method를 이용하기로 하였다. 따라서 이하의 'QUEENSOD 방법'은 QUEENSOD 방법의 정적 통행배정 기반 Multiplicative Method임을 뜻한다.

QUEENSOD 방법을 적용하기 위하여 링크번호별 실제 관측교통량 값을 VDS와 AVC 자료를 이용하여 추출하였고, 내부 존 O/D값을 이용하여 seed O/D 표를 구축하였다. 목적함수인 시간대별 링크교통량의 추정치와 관측치를 최소화하는 O/D를 추정하기 위하여 링크교통량의 추정치 대비 관측치의 비율인 오차보정계수를 계

Table 2. O/D Table Estimated Using Gravity Model

(unit : vehicle/4-hour)

O \ D	Seoul	Suwon	Kiheung	Dongtan	Osan	Anseong	Cheonan	Gunpo	East Gunpo	Bugok	North Suwon	East Suwon	Maseong	Yongin	Yangji	Duckpyung	South Boundry	West Boundry	East Boundry
Seoul	0	3,200	1,080	830	1,220	990	1,900	1,190	260	460	1,440	2,170	560	1,140	1,390	570	4,000	3,730	4,710
Suwon	3,880	0	880	730	760	430	670	520	120	220	710	1,120	360	640	660	250	1,400	1,670	1,960
Kiheung	630	420	0	0	0	0	0	80	20	30	100	160	50	90	100	40	0	250	300
Dongtan	1,440	890	0	0	390	190	290	180	40	70	230	360	100	200	220	90	600	570	680
Osan	1,760	820	0	310	0	300	410	210	50	90	280	430	120	230	260	100	860	680	820
Anseong	1,210	460	0	140	260	0	440	140	30	60	180	270	70	140	170	0	910	450	540
Cheonan	1,280	440	0	120	210	250	0	150	30	60	180	270	70	150	170	70	4,890	460	560
Gunpo	1,420	380	130	100	150	120	220	0	0	90	250	320	80	150	180	70	460	1,460	600
East Gunpo	330	90	30	20	30	30	50	0	0	40	70	70	20	30	40	20	100	0	140
Bugok	560	160	50	40	60	50	90	270	80	0	160	150	30	60	70	30	180	930	240
North Suwon	1,690	520	170	130	190	140	260	590	160	330	0	520	100	190	230	90	540	1,930	740
East Suwon	2,800	1,040	320	250	350	250	440	650	160	300	1,010	0	190	370	420	160	920	2,090	1,320
Maseong	260	130	40	30	40	20	40	40	10	20	50	90	0	70	60	20	80	120	150
Yongin	1,170	530	150	120	160	100	170	160	40	70	220	370	190	0	320	100	360	520	780
Yangji	1,210	420	130	100	140	100	180	150	30	60	200	310	100	220	0	180	380	480	1,230
Duckpyung	270	80	30	20	0	0	0	30	10	10	40	60	20	40	60	0	90	100	530
South Boundry	3,870	1,310	0	370	630	720	1,370	440	100	170	540	820	220	440	520	210	0	1,380	1,700
West Boundry	3,950	1,120	360	280	420	340	640	1,460	0	320	800	960	210	430	520	210	1,320	0	1,730
East Boundry	4,350	1,200	400	310	450	360	670	490	110	190	600	900	250	520	750	490	1,390	1,510	0

산하였다. 그 후 해당링크의 오차보정계수의 가중값인 O/D의 오차보정계수를 해당 반복계산(iteration)에서 추정된 O/D에 곱하는 절차를 수렴 조건이 만족할 때까지 계속 반복하는 알고리즘으로 MATLAB을 이용하여 반복계산을 수행하였다. 자세한 절차는 Van Aerde 외 (1993)과 Yoon(2013)에서 확인할 수 있다.

QUEENSOD 방법의 단계적 수행절차는 다음 Fig. 4와 같으며, QUEENSOD 방법을 이용하여 추정된 O/D는 Table 3과 같다.

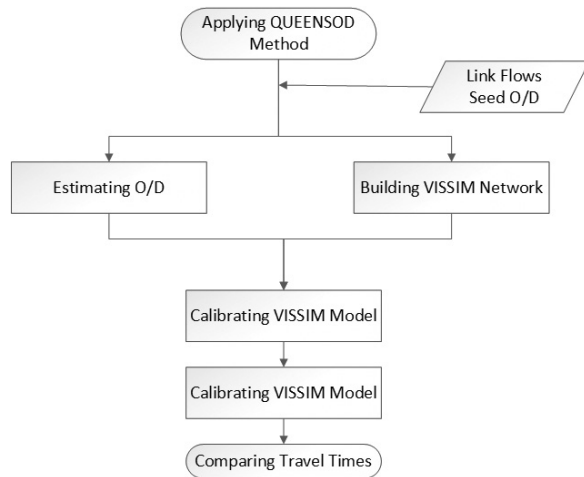


Fig. 4 O/D Estimation Process Using QUEENSOD Method

4.3. 추정된 O/D 검증

본 연구에서는 각 O/D 추정방법으로 추정된 내부 존간 O/D를 기존에 조사된 TCS 자료의 seed O/D 표와 평균제곱근오차(Root Mean Square Error, RMSE)를 계산하여 검증하였다(Yoon, 2013). RMSE는 추정치와 관측치의 차이를 다룰 때 사용하는 척도로서 Eq. (8)과 같이 산출된다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (Y_t - F_t)^2}{N}} \quad (8)$$

여기서, Y_t : 관측치

F_t : 추정치

N : 변수의 개수

비교 대상으로 사용된 관측치 Y_t 는 TCS 자료의 틀게이트 간 교통량으로 분석구간의 내부 존간 O/D값에 해당한다. 중력모형으로 추정된 O/D를 관측치인 Y_t 와의 평균제곱근오차로 산출하였다. RMSE 값은 386.0으로 비교적 오차율이 큰 것으로 나타났다. 그에 반해 QUEENSOD 방법의 RMSE 값은 241.2로 중력모형에

Table 3. O/D Table Estimated Using QUEENSOD Method

(unit : vehicle/4-hour)

O \ D	Seoul	Suwon	Kiheung	Dongtan	Osan	Anseong	Cheonan	Gunpo	East Gunpo	Bugok	North Suwon	East Suwon	Maseong	Yongin	Yangji	Duckpyung	South Boundry	West Boundry	East Boundry
Seoul	0	5,134	1,860	1,205	437	507	885	9	18	4	64	1,422	1,414	2,205	1,777	476	3,585	3,233	4,865
Suwon	5,517	0	682	282	64	87	149	49	86	21	303	40	162	122	256	113	1,723	991	1,366
Kiheung	1,218	498	0	0	0	0	0	2	16	3	59	12	17	18	33	8	0	152	207
Dongtan	1,625	327	0	0	129	111	172	2	19	2	42	16	71	49	59	40	1,519	365	476
Osan	745	161	0	92	0	274	416	1	7	3	43	14	18	12	15	6	2,293	467	585
Anseong	677	153	0	158	393	0	205	1	9	1	45	12	9	3	0	0	2,391	303	367
Cheonan	1,204	251	0	232	529	202	0	1	12	2	52	17	26	8	7	3	1,896	725	869
Gunpo	1	26	3	1	2	1	3	0	0	17	13	47	13	27	25	21	705	606	789
East Gunpo	3	56	24	14	8	3	9	0	0	244	47	236	27	42	52	17	138	0	183
Bugok	2	18	4	2	1	2	2	7	100	0	14	48	10	13	20	2	466	684	572
North Suwon	22	212	58	38	27	21	38	13	59	7	0	598	164	255	366	146	815	1,419	1,060
East Suwon	668	44	17	14	5	8	12	80	270	26	746	0	144	228	331	146	1,221	1,432	1,611
Maseong	839	110	16	18	4	1	1	13	16	4	140	164	0	33	47	28	100	109	198
Yongin	1,753	143	27	36	6	0	2	33	38	17	350	311	36	0	366	98	425	430	663
Yangji	972	208	36	14	1	2	5	38	64	18	253	256	54	189	0	22	622	620	766
Duckpyung	190	47	6	7	1	2	2	11	14	1	74	49	5	62	38	0	237	245	694
South Boundry	3,065	1,304	0	760	1,804	1,901	1,107	753	129	280	651	881	166	371	517	331	0	0	219
West Boundry	2,313	637	156	166	277	244	634	556	0	723	1,044	1,102	169	370	516	332	225	0	286
East Boundry	2,784	772	187	195	320	275	709	713	147	272	726	973	200	372	426	193	179	77	0

비해 37.6% 낮은 것으로 분석되어 QUEENSOD 방법의 오차율이 중력모형에 비해 적은 것으로 나타났다. 이를 통해 QUEENSOD 방법의 추정력이 중력모형보다 우수하다고 판단된다.

추정된 O/D 검증의 경우, 내부 존, 외부 존으로 구분하여 검증하는 것이 타당하다. 하지만, 내부 존과 외부 존 쌍 그리고 외부 존 쌍의 경우는 참값이라고 할 수 있는 TCS 자료 기반 관측 O/D 값이 없기 때문에 정확한 오차율을 산정할 수 없다. 반면에 내부 존 간 O/D 쌍의 경우에는 TCS 자료 기반 O/D 값을 구할 수 있기 때문에 오차율 산정이 가능하다. 따라서 본 연구에서는 자료의 한계로 인하여 내부 존 간 실제 O/D 값과 추정 O/D 값을 비교하였다.

두 가지 방법론의 이러한 성능 차이는 두 방법론의 구조적 차이라고 판단된다. 중력모형은 단일제약이든 이중제약이든 해당 교통존을 유출입하는 통행수요에 대해서만 제약을 가한다. 이에 반해서 QUEENSOD 방법론은 링크에서 관측된 교통량을 구현할 수 있도록 해당 교통존을 유출입하는 통행수요를 제약한다. 이러한 특성은 선택 가능한 경로가 많은 경우에는 지역 최적해(local minima)에 빠지기 쉬우나 고속도로와 같이 선형 네트워크로 구성된 네트워크에서는 상대적으로 우수한 성능을 보이는 것으로 판단된다.

5. 미시교통시물레이션모형 정산을 통한 검증

5.1. 미시교통시물레이션모형의 정산

미시교통시물레이션모형은 다양한 파라미터를 이용하여 교통상황을 상세하게 묘사한다. 따라서 시물레이션모형에서 구현되는 교통상황을 보다 현실적으로 표현하기 위해서는 각종 파라미터를 일부 조정할 필요가 있다. 이를 통해 통행시간, 통행속도 등의 값을 현실에 가깝도록 보정하는 과정을 정산(calibration)이라고 한다. 본 연구에서도 이러한 정산과정을 수행하여 대상 범위의 교통상황을 보다 현실에 부합하고 정밀한 묘사가 가능하도록 노력하였다. 본 연구에서 적용한 정산 방법은 Park 외(2006)가 제시한 방법을 사용하였다. 본 연구에서 실제로 정산에 사용된 변수는 속도 관련 변수(desired speed distribution), 차로변경 관련 변수(waiting time before diffusion, min. headway, maximum deceleration, $-1m/s^2$ per distance, accepted deceleration), 그리고 차량추종 관련 변수(observed vehicles, max. look ahead distance,

standstill distance, headway time, following variation)로 구성되어 있다(Park et al., 2006; PTV Vision, 2011; Yoon, 2013).

5.2. 정산 결과

미시교통시물레이션모형을 사용할 경우 모형의 신뢰도 확보를 위하여 정산이 매우 중요한 역할을 한다. 미시교통시물레이션모형을 정산할 경우 상대적으로 교통혼잡이 있는 경우를 대상으로 정산하는 경우가 많다. 이는 교통혼잡이 없는 경우는 미시교통시물레이션모형이 거의 입력된 값을 잘 재현하는데 반해, 교통혼잡이 증가하면 다양한 원인으로 인하여 의도된 교통상황을 잘 반영하지 못하는 경우가 많기 때문이다. 본 연구에서는 정산을 위하여 서울→천안 구간을 선정하였다. 선정된 이유는 구축된 네트워크 상에서 가장 교통량이 많고 혼잡한 구간이기 때문이다. 만일 이 구간에 대하여 관측된 통행시간과 시물레이션된 통행시간 간의 오차가 충분히 적다고 하면, 본 연구에서 구축된 네트워크가 현실 교통상황을 잘 반영한다고 할 수 있다. 그리고 본 연구에서는 통행시간 검증에 비해서 O/D 추정값에 대한 검증이 상대적으로 중요하기 때문에 통행시간의 경우는 정산 과정에만 사용되고 검증은 O/D를 기반으로 수행하였다.

정산을 수행하기 위해서는 시물레이션 구동 후 추출되는 지표(Measure of effectiveness)와 실제 관측된 지표를 비교하여야 한다. 본 연구에서는 정산을 위한 지표를 통행시간으로 선정하였으며, 톨게이트 간 통행시간 자료 중 Hi-Pass 자료를 이용하였다.

정산 과정에 사용된 기준통행 시간은 Hi-Pass 기반 통행시간이다. TCS 기반 통행시간은 집락된 통행시간의 대푯값만이 제시된다. 따라서 중간에 휴게소 등을 방문하여 실제 통행 외에 추가 통행시간을 소비한 차량의 경우에도 통행시간으로 합산되는 문제점이 있다. 본 연구에서는 Hi-Pass 기반 개별차량 통행시간 자료를 이용하여 휴게소 체류 등으로 인하여 특이하게 많은 통행시간이 소요된 이상치를 제거한 후 기준 통행시간을 산정하였다.

기준 통행시간은 경부고속도로의 서울TG에서 천안TG 간 천안방향의 통행시간으로 결정하였고 평균 5,520초(1.53시간)이다. 기준 통행시간 조사 대상 구간은 Fig. 5와 같다.

중력모형과 QUEENSOD 방법으로 추정된 교통량을 VISSIM 네트워크에 적용 후, 정산 과정을 수행하여 추출된 통행시간은 Table 4와 같다. 표에서 보이는 바와

같이 정산 후의 시뮬레이션에서 추출된 통행시간이 실제 관측된 통행시간과 유사하여 시뮬레이션 네트워크를 현실적으로 구현하고 있음을 알 수 있다. 또한 정산된 네트워크의 애니메이션을 통해 차량 움직임을 확인한 결과, 차량 이동의 큰 이상 행동은 없는 것으로 나타났다.

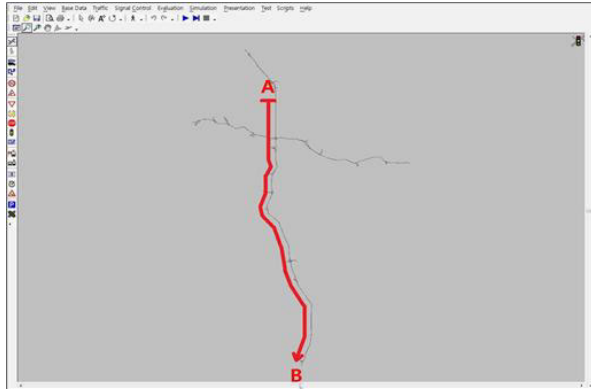


Fig. 5 Segment for Travel Time Survey

Table 4. Travel Time Comparison before and after Calibration

Type	Surveyed travel time	Gravity model-based calibrated travel Time	QUEENSOD-based calibrated travel time
Average travel time (sec)	5,519.8	5,583.8	5,495.1

5.3. 분석 결과

중력모형과 QUEENSOD 방법의 전반적인 추정 능력을 비교해 본 결과를 Table 5와 같이 정리하였다.

Table 5. Estimation Performance Comparison of Gravity Model and QUEENSOD Method

RMSE of O/D Estimation		Travel time(sec)		
Gravity model	QUEENSOD model	Surveyed travel time	Gravity model-based network	QUEENSOD model-based network
386.0	241.2	5,520	5,583.8	5,495.1

Table 5에서 보이는 바와 같이 중력모형과 QUEENSOD방법을 적용하여 각각 O/D를 추정된 결과 중력모형으로 추정된 O/D의 내부 존과 내부 존 간 RMSE는 386.0으로 산출되었다. QUEENSOD 방법을 이용하여 추정된 O/D의 내부 존과 내부 존 간 RMSE는 241.2로 산출되어 QUEENSOD 방법의 통행량 예측력이 중력모형에 비해 우수한 것으로 나타났다.

또한 정산 과정 수행 후 실제 관측치인 Hi-Pass 자료와 비교해 보았을 때, 4시간 기준 평균 통행시간의 차이가 중력모형은 약 64초, QUEENSOD 방법은 약 25초로 나타났다. 이를 통해 QUEENSOD 방법이 보다 현실을 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

QUEENSOD 방법의 경우 중력모형보다 수행절차가 간단하며 내부 존과 내부 존 간의 O/D를 추정할 때의 예측력이 높다. 또한 VISSIM 네트워크에서 추출된 통행시간도 현실 상황과 매우 근접하게 정산되었다. 이는 본 연구와 같은 대규모의 네트워크보다 소규모의 네트워크에서 링크교통량을 기반으로 한 O/D를 추정할 때에 활용도가 높을 것으로 예상된다.

반면에 중력모형의 경우 내부 존과 내부 존 간의 O/D를 추정할 결과 상대적으로 오차율이 큰 것으로 나타났다. 중력모형과 QUEENSOD 방법의 특성을 정리하면 Table 6과 같다.

Table 6. Characteristics of Gravity Model and QUEENSOD Method

Gravity model	QUEENSOD method
<ul style="list-style-type: none"> • Requiring traffic volume and travel time between each O-D pair • No need for a seed O/D and link counts • Subjective accuracy on the intensity of calibration • Overestimating the O/D volumes between relatively close O/D pairs 	<ul style="list-style-type: none"> • Requiring a seed O/D and link counts • Subjective accuracy on the amount of available link counts • Relatively accurate in the estimation for O/D pairs between internal zones • Relatively simple process with less calculation

6. 결론 및 연구의 한계

6.1. 결론

본 연구에서는 미시교통시뮬레이션에 적용할 O/D를 추정하는 방법으로 QUEENSOD 방법과 중력모형을 이론적으로 비교하고, 사례분석을 통하여 두 가지 방법의 성능을 평가하였다.

중력모형과 QUEENSOD 방법을 각각 적용하여 동일한 네트워크 범위의 교통량을 추정해 본 결과, 내부 존과 내부 존 간의 O/D는 QUEENSOD 방법으로 추정하였을 때 관측치와 추정치간 오차가 더 적게 나타났다. 이는 평균제곱근오차인 RMSE로 비교하였으며 각 값은 중력모형 적용 시 386.0, QUEENSOD 방법 적용 시 241.2로 산출되었다. 제시된 RMSE 값으로 보아 내부 존과 내부 존 간의 O/D는 QUEENSOD 방법의 추정력

이 비교적 우수한 것으로 판단된다. 또한 네트워크 구축의 정산 결과인 통행시간도 QUEENSOD 방법의 경우가 현실 상황과 유사하게 나타났다. 하지만 전반적인 O/D 패턴이나 외부 존과 외부 존 간의 O/D는 중력모형의 경우가 현실을 더 잘 반영하고 있다.

두 가지 방법을 비교하였을 때, QUEENSOD 방법은 대규모 네트워크의 O/D 추정에 적합하며 링크별 교통량 자료와 램프의 방향별 교통량 자료 유무에 따라 O/D 패턴 차이가 크게 나타남을 알 수 있었다. 본 연구의 네트워크 범위 중 영동고속도로의 신갈JCT에서 덕평TG 구간은 차로 확장공사로 인하여 검지기 자료를 수집할 수 없었다. 상위 구간의 링크 교통량을 정확히 수집한다면 QUEENSOD 방법에서 현실의 O/D 패턴과 유사한 더욱 추정력 좋은 O/D를 산출해 낼 수 있을 것이라 판단된다. 또한 향후 QUEENSOD 방법이 이론적 및 실험적으로 활발히 도입되고 확대될 수 있을 것으로 기대된다.

이에 반해 중력모형의 경우 수행절차가 비교적 복잡하고 내부 존 간의 O/D 추정력은 QUEENSOD 방법보다 상대적으로 낮았다.

본 연구의 대상 범위 내에서 중력모형 및 QUEENSOD 방법 적용 과정 및 결과를 전체적으로 미루어 보아 미시교통시물레이션모형을 위한 O/D 추정 시 O/D 추정 목적, 네트워크 규모 그리고 기존에 수집한 자료의 종류에 따라 각 방법의 특성에 맞는 방법을 사용해야 함을 알 수 있었다.

6.2. 연구의 한계

본 연구는 고속도로를 중심으로 대규모 미시교통시물레이션모형을 위한 O/D 추정에 집중하고 있다. 이러한 O/D 추정 문제의 가장 큰 난제는 O/D 표의 참값을 알기 힘들다는 것이다. 그래서 추정된 O/D 표가 얼마나 신뢰할 수 있는가를 증명하는 것이 항상 어려운 과제였다. 본 연구에서는 TCS 자료 등을 이용해서 O/D 표의 참값을 확인할 수 있는 고속도로를 공간적 범위로 선택하여 O/D 표 추정 방법론 두 가지에 대하여 성능을 비교하였다.

하지만, 향후 네비게이션 자료 등이 공개되어 도심지 내에서 통행하는 차량들의 출발지, 목적지 그리고 경로를 확인할 수 있다면 본 연구에서 다루어진 방법론을 보다 현실적으로 검토할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 2015학년도 아주대학교 일반연구비와 2010년도 및 2015년도 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단(NRF)의 지원을 받아 수행된 것임(NRF-2010-0028693, 2015R1A1A1A05028008).

REFERENCES

- Kim, J., "Dynamic Travel Demand Estimation Using Real-time Traffic Data", University of Seoul, 2005.
- Lee, D., Yang, X., and Chandrasekar, P., "Parameter Calibration for PARAMICS Using Genetic Algorithm", Transportation Research board 01-2399, 2001.
- Lim, Y., Kim, H. and Baek, S., "Development and application of GLS OD matrix estimation with genetic algorithm for Seoul inner-ringroad", Korean Society of Transportation, Vol.18, No.4, pp.117-126, 2000.
- Park, B., Won, J., and Yun, I., "Application of Microscopic Simulation Model Calibration and Validation Procedure: A Case Study of Coordinated Actuated Signal System," Transportation Research Record (TRR) 1978, TRB, Washington D.C., 2006.
- PTV Vision, "VISSIM 5.30-04 User Manual", PTV, 2011.
- Rakha, H., QUEENSOD Rel. 2.10 - Use's Guide: Estimating Origin - Destination Traffic Demands from Link Flow Counts, Van Aerde & Associates, 2010.
- Rho, J., "Transportation Planning", Nanam, 1999.
- Rho, J., Kim, T. and Kim, T., "A Suitability Analysis of Trip Distribution Models for Vehicular Movements on the Express Highway in Korea", The Korea Spatial Planning Review, vol.45, pp.93-104, 2005.
- Van Aerde, M., Hellinga, B., Mackinnon, G., "QUEENSOD: A Method for Estimating Time Varying Origin Destination Demands for Freeway Corridors/Networks", Annual Transportation Research Board Meeting, 1993.
- Yoon, J., "O/D Estimation and Calibration Method for Building Large-Sized Microscopic Traffic Simulation Model", Ajou University, 2013.
- Youn, Y., "Understanding Forecasting Theory", Freeaca, 1995.
- Zhao, F., "Refinement of FSUTMS trip distribution methodology, Calibration of an Intervening Opportunity Model for Plam Beach County", Technical Memorandum, No.3, Florida International University, 2001.