

직교좌표공간에서의 스플라인을 이용한 산업용 로봇의 궤적 생성 방법

정 성 엽 · 황 면 중*

국립한국교통대학교 기계공학과

Trajectory Planning of Industrial Robot using Spline Method in Task Space

Seong Youb Chung · Myun Joong Hwang*

Department of Mechanical Engineering, Korea National University of Transportation,

50 Daehak-ro, Chungju-si, Chungbuk, 27469, Korea

(Received 2016.10.31 / Accepted 2016.11.17)

Abstract : Robot usually requires spline motion to move through multiple knots. In this paper, catmull-rom spline method is applied to the trajectory planning of industrial robot in task space. Centripetal catmull-rom is selected to avoid self-intersection and slow motion which can be occurred in uniform and chordal spline. The method to set two control points are proposed to satisfy velocity conditions of initial and final knots. To optimize robot motion, time scaling method is presented to minimize margin between real robot value and maximum value in velocity and acceleration. The simulation results show that the proposed methods are applied to trajectory planning and robot can follow the planned trajectory while robot motion does not exceed maximum value of velocity and acceleration.

Key words : trajectory planning, catmull-rom spline, industrial robot, task-space, time scaling

1. 서 론

산업용 로봇에 대한 관심이 지속되면서 로봇을 다양한 작업에 적용하기 위한 노력이 계속되고 있다. 특히 직접 티칭 등과 같이 로봇에 숙련되지 않은 사람들도 로봇의 작업을 티칭 할 수 있는 방법이 제안되면서 실제 로봇을 구동하기 위한 다양한 궤적 생성(Trajectory planning) 방법에 대한 연구가 진행되고 있다.¹⁾

기존에는 작업자가 로봇이 이동해야 할 위치를 티칭(Teaching) 후 해당 위치를 로봇 제어기에 저장 한 후 PTP(Point To Point) 또는 CP(Continuous Path) 모션을 통해 단순히 반복 운동하는 형태가 대부분이었지만 최근에는 여러 점들을 거쳐 정지 없이 이동하기 위한 스플라인(Spline) 모션 등이 필요하게 되었다.

스플라인 궤적 생성은 크게 관절 좌표 공간(Joint space)에서의 궤적 생성과 직교 좌표 공간(Task space)

에서의 궤적 생성으로 나눌 수 있다. 관절 좌표 공간에서의 궤적 생성은 각 관절의 각도 변화가 정지 없이 연결되도록 하는 것으로 큐빅 스플라인(Cubic spline) 방법²⁾이 주로 이용되고 있다. 작업자는 실제 현장에서의 로봇 끝 점 좌표에 관심을 두어 로봇을 티칭하게 되므로 직교 좌표 공간에서의 궤적 생성이 보다 직관적이라 할 수 있으며, 본 연구에서는 캣멀-롬(Catmull-rom) 스플라인을 이용한 로봇의 직교 좌표 공간에서의 궤적 생성에 대한 방법과 그 결과를 기술한다.

캣멀-롬 스플라인은 기본적으로 주어진 2점을 연결하기 위해서 두 점 사이의 궤적 외부에 조절점(control point)이라 불리는 각각 1점씩을 추가하여 모두 4점을 연결하는 방법이다. 궤적 외부의 2개의 조절점에 따라 궤적의 곡률 등이 변하게 되므로 이 조절점들을 선정하는 방법에 대한 고려가 필요하다. 또한, 실제 산업용 로봇에 적용하기 위해서는 로봇의 작업 시간(cycle time)을 최소화하여 생산성을 최대한으로 높일 필요

*Corresponding author, E-mail: mjhwang@ut.ac.kr

가 있으므로, 로봇의 최대 속도와 최대 가속도 등의 물리적인 제한 조건을 고려하여 로봇 궤적의 속도와 가속도를 최적화할 필요가 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 직교 좌표 공간에서의 스플라인 방법에 대한 이론적인 설명을 하고 3장에서는 시뮬레이션을 통해 제안된 방법을 검증한다. 이후 4장에서는 본 연구에 대한 결론과 향후 필요한 연구에 대해 기술한다.

2. 직교 좌표계에서의 스플라인 방법

2.1 캣멀-롬 스플라인

캣멀-롬 스플라인 방법은 Fig. 1과 같이 두 개의 점(knot)을 보간 하기 위해 두 점을 연결하는 궤적의 외부 앞뒤에 두 개의 조절점(control point)을 배치한다.

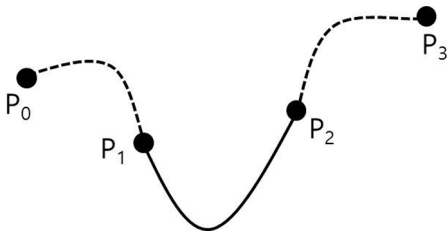


Fig. 1 Single path using catmull-rom spline

이 때 시간에 따른 로봇의 위치 궤적을 $P(t)$ 라 하면, 위치와 속도에 대한 구속조건은 식 (1)과 같다. 여기서 α 는 스플라인의 텐션(tension)을 조절하는 파라미터로써 0과 1사이의 값을 가진다. α 의 값이 1에 가까워질수록 각 중간점에서의 꼬임이 적어지게 되고, α 가 0.5 인 경우를 일반적으로 캣멀-롬 스플라인이라 한다.

$$\begin{aligned} P(t_1) &= P_1 \\ P(t_2) &= P_2 \\ \dot{P}(t_1) &= \alpha(P_2 - P_0) \\ \dot{P}(t_2) &= \alpha(P_3 - P_1) \end{aligned} \quad (1)$$

실제 궤적 생성을 위해서는 각 중간점(knot)를 거치는 시간에 대한 결정이 필요하다. 캣멀-롬 스플라인에서의 시간은 식(2)과 같이 β 에 의해 결정할 수 있으며 β 는 각 시점의 시간을 결정하는 파라미터로 0과 1 사이의 값을 가진다. 0의 경우 모든 구간이 동일한 시

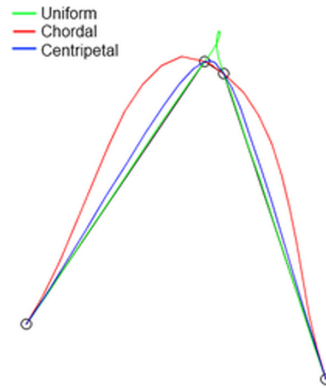


Fig. 2 Comparison of uniform, chordal, and centripetal splines

간을 가지는 균일(uniform) 스플라인이라 하며, 1의 경우 상대 거리에 비례하는 코달(chordal) 스플라인이라 한다. 다만, 균일 스플라인의 경우 중간점들의 실제 위치에 따라 Fig. 2와 같은 자기 교차(self-intersection)가 발생할 수 있다. 이는 실제 로봇 적용 시 급격한 궤적 변화에 의한 작은 곡률반경에 의해 큰 가속도를 발생시킬 수 있으므로 적절하지 않다. 또한 코달 스플라인 경우 상대적으로 완만한 궤적으로 이동거리가 길어지는 단점이 있으므로 본 연구에서는 β 가 0.5 값을 가지는 구심적(centripetal) 스플라인을 적용하고자 한다.

$$t_{i+1} = \left[\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} \right]^\beta + t_i \quad (2)$$

식 (2)와 같이 각 점에서의 시간이 결정되는 경우, 시간에 대한 궤적의 위치 함수는 식 (3)에 의해 결정된다.³⁾ 식 (4)는 속도를 의미하는 함수로 식 (3)을 시간에 대해 미분함으로써 유도할 수 있고, 식 (4)를 시간에 대해 한번 더 미분함으로써 식 (5)와 같이 가속도의 함수를 유도할 수 있다.

$$P(t) = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} B_1 + \frac{t - t_1}{t_2 - t_0} B_2 \quad (3)$$

$$\text{where, } B_1 = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_0} A_1 + \frac{t - t_0}{t_2 - t_0} A_2$$

$$B_2 = \frac{t_3 - t}{t_3 - t_1} A_2 + \frac{t - t_1}{t_3 - t_1} A_3$$

$$A_1 = \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} P_0 + \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} P_1$$

$$A_2 = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} P_1 + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} P_2$$

$$A_3 = \frac{t_3 - t}{t_3 - t_2} P_2 + \frac{t - t_2}{t_3 - t_2} P_3$$

$$P'(t) = \frac{(B_2 - B_1)}{t_2 - t_1} + \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} B_1' + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} B_2' \quad (4)$$

where, $B_1' = \frac{(A_2 - A_1)}{t_3 - t_0} + \frac{t_2 - t}{t_2 - t_0} A_1' + \frac{t - t_0}{t_2 - t_0} A_2'$

$$B_2' = \frac{(A_3 - A_2)}{t_3 - t_1} + \frac{t_3 - t}{t_3 - t_1} A_2' + \frac{t - t_1}{t_3 - t_1} A_3'$$

$$A_1' = \frac{(P_1 - P_0)}{t_1 - t_0} \quad A_2' = \frac{(P_2 - P_1)}{t_2 - t_1} \quad A_3' = \frac{(P_3 - P_2)}{t_3 - t_2}$$

$$P''(t) = \frac{2(B_2' - B_1')}{t_2 - t_1} + \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} B_1'' + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} B_2'' \quad (5)$$

where, $B_1'' = \frac{2(A_2' - A_1')}{t_2 - t_0} \quad B_2'' = \frac{2(A_3' - A_2')}{t_3 - t_1}$

2.2 여러 개의 점에 대한 궤적 생성

여러 개의 중간점을 거치는 궤적을 생성하기 위해서는 2.1절에서 설명한 캣멀-롬 스플라인 방법을 순차적으로 적용해야 한다. Fig. 3에서와 같이 P₁에서 시작하여 P_n에 도달하는 궤적을 생성하는 경우를 가정하고 P₁과 P_n에서의 속도는 0이라 한다.

첫 번째 구간(segment)에서는 P₀~P₃까지의 4개의 점을 기반으로 P₁과 P₂ 사이의 궤적을 생성한다. 이 경

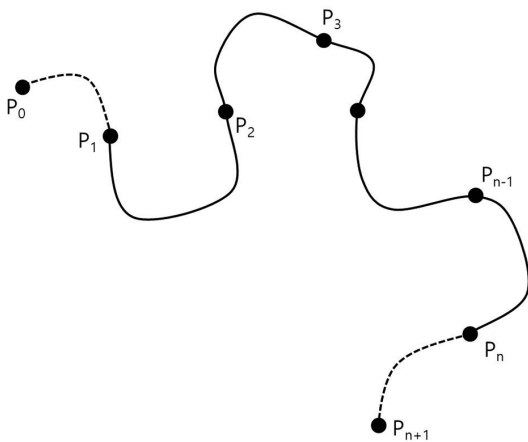


Fig. 3 Path via multiple knots using catmull-rom spline

우 두 개의 조절점이 필요하게 되며 그 중 하나는 다음 점(knot)인 P₃을 적용함으로써 연속한 궤적을 생성할 수 있다. 다른 한 조절점의 경우 P₁에서의 속도가 0이 되어야 하는 구속 조건을 이용하여 P₀를 선정할 수 있다. 식(4)에서 P'(t₁)=0이라는 조건을 이용하면, P₀을 P₂와 동일하게 할 경우 만족하는 것을 알 수 있다. 이후의 중간점의 경우 각 조절점은 해당 궤적의 바로 앞 점과 뒤의 점을 이용하여 연속성을 유지하도록 한다. P_{n-2}~P_{n+1}로 이루어지는 마지막 구간의 경우는 첫 번째 구간과 유사하게 조절점 P_{n+1}을 P_{n-1}과 동일하게 하면 P_n에서의 속도가 0이 되도록 할 수 있다. 따라서 전체 궤적에 대한 첫 번째 조절점 P₀과 마지막 조절점 P_{n+1}을 결정할 수 있으므로 식(2)~(5)를 반복적으로 적용하여 전체 궤적에 대한 시간에 따른 위치, 속도, 가속도를 구할 수 있다.

2.3 속도 및 가속도 최적화

2.2 절에서 생성된 궤적은 식 (2)에 의해 각 점을 지나는 시간이 결정되므로 속도와 가속도의 크기는 실제 로봇의 물리적인 최대 속도와 최대 가속도를 고려하지 않았다. 로봇의 동작 시간을 최소화하기 위해서는 궤적을 이동하는 속도와 가속도를 로봇이 움직일 수 있는 최대 속도와 최대 가속도에 근접하도록 하는 것이 중요하다. 궤적 내에서 로봇의 속도와 가속도의 최대값은 각 값의 미분값이 0인 점이 된다.

하나의 구간(segment) 내에서 실제 로봇이 이동하는 궤적에 해당하는 시간은 t₁~t₂에 해당하고 식 (4)와 (5)로부터 해당 구간 내에서의 최대 속도와 최대 가속도를 예측할 수 있다. 이를 전체 구간에 대해 적용하는 경우 전체 궤적에서의 최대 속도 v_{max}와 최대 가속도 a_{max}를 예측할 수 있다.

이를 최적화하기 위해서 실제 로봇의 직교 좌표 공간에서의 최대 속도 v_{r,max}와 최대 가속도 a_{r,max}를 이용한다. 초기 속도와 종료 속도가 0인 경우 로봇의 최대 속도와 최대 가속도는 로봇의 모션 시간의 비율에 따라 변화시킬 수 있다. 속도는 시간과 선형적인 관계를 가지고 가속도는 제곱에 비례하는 관계를 가지게 되므로 식 (6)과 같이 이 비율을 의미하는 파라미터 k_{vel}과 k_{acc}를 각각 계산할 수 있다.⁴⁾ 이 두 개의 파라미터 중 식 (7)과 같이 최대값을 찾아 이를 기존 모션 시간 T에 곱해주게 되면, 식 (8)과 같이 새롭게 비율이 적용된 모션 시간 T_m을 구할 수 있다. 즉, 비율에 따라 모션

시간을 재분배함으로써 로봇의 실제 속도와 가속도를 물리적인 최대값에 근접하게 하고 로봇의 운동을 최적화할 수 있다.

$$k_{vel} = \frac{v_{max}}{v_{r,max}} \quad k_{acc} = \sqrt{\frac{a_{max}}{a_{r,max}}} \quad (6)$$

$$k = \max(k_{vel}, k_{acc}) \quad (7)$$

$$T_m = kT \quad (8)$$

3. 시뮬레이션

로봇의 직교 좌표 공간에서 Table 1과 같이 5개의 좌표가 주어진 경우에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 시작점과 끝점에서의 속도는 0으로 가정한다. 식 (2)~(5)에 의해 주어진 5개의 점을 거치는 궤적을 생성한다. 이 때 조절점은 2.2절에서 언급한 바와 같이 초기 속도와 최종 속도를 0으로 하기 위해 P₀는 P₂, P₆는 P₄와 동일하게 하여 적용하였다. P₁과 P₅는 동일한 원점으로써 Fig. 4의 결과와 같이 루프(loop)를 구성하는 궤적을 알 수 있다. Fig. 4에서 각 점은 o로 표기되어

Table 1 Positions of example multiple knots for simulation (mm)

	X	Y	Z
P ₁	0	0	0
P ₂	500	500	300
P ₃	0	1000	-200
P ₄	-500	1500	0
P ₅	0	0	0

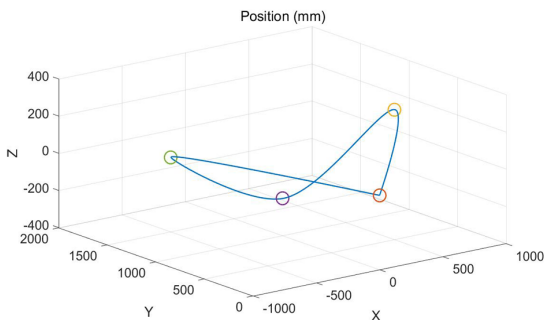
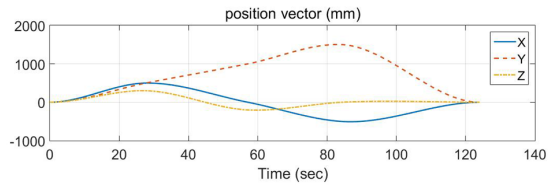
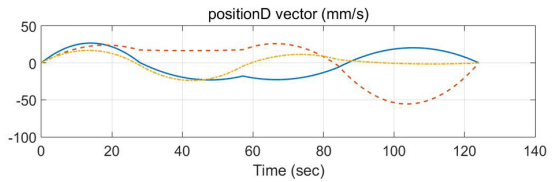


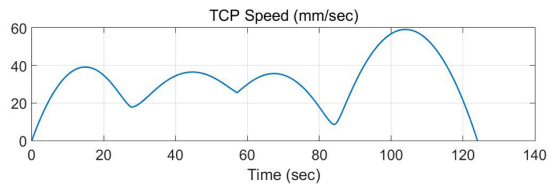
Fig. 4 3-D path of example multiple knots



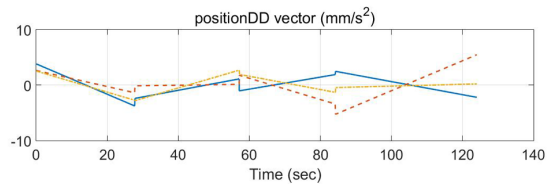
(a) position vector



(b) velocity vector



(c) TCP speed



(d) acceleration vector

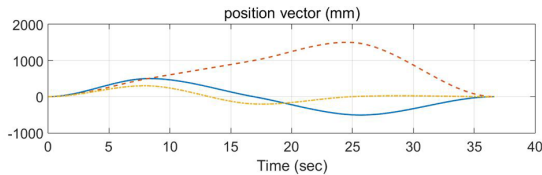
Fig. 5 Trajectory of example

있으며 모든 점을 정확히 거치는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5의 (a), (b), (d)는 x, y, z 축의 각각에 대한 위치, 속도, 가속도 변화를 나타낸 그래프이며 속도의 크기를 확인하기 위해 (c)와 같이 로봇의 끝점(TCP: Tool Center Point)의 속도를 계산하였다. 이 경우 최대 속도는 59.144 mm/s, 최대 가속도는 5.90 mm/s²임을 알 수 있다.

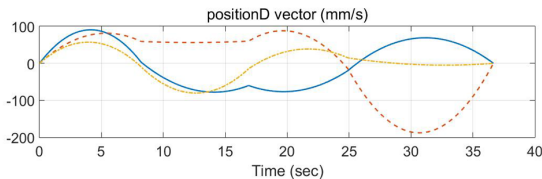
로봇의 최대 속도와 최대 가속도가 Table 2와 같이 주어진 경우 첫 번째 시뮬레이션 결과를 보면 실제 생성된 궤적의 속도와 가속도는 최대값에 미치지 못해 실제 로봇이 더 빠른 속도로 움직일 수 있는 마진 (margin)을 가지고 있음을 알 수 있다. 이를 최적화하기 위해서 2.3절에서 제안한 모션 시간 재분배를 적용

Table 2 Parameters for maximum velocity and acceleration (mm/s, mm/s²)

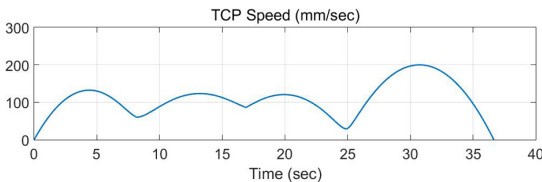
parameter	value	parameter	value
v_{max}	59.114	a_{max}	5.90
$v_{r,max}$	200	$a_{r,max}$	1000
k_{vel}	0.2956	k_{acc}	0.0768



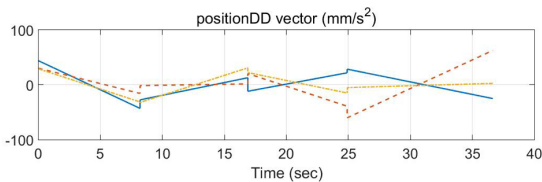
(a) position vector



(b) velocity vector



(c) TCP speed



(d) acceleration vector

Fig. 6 Trajectory of example when maximum parameter are considered

하였다. k_{vel} 과 k_{acc} 를 계산한 결과 각각 0.2956, 0.0768을 가짐을 알 수 있었다. 이는 로봇의 최대 속도에 의해 로봇 모션이 구속됨을 알 수 있고 그 비율인 0.2956를 첫 번째 결과 궤적의 전체 시간 124.014초에 곱하게 되면 모션 시간을 36.655초로 단축시킬 수 있음을 알 수 있다. 이를 적용한 시뮬레이션 결과는 Fig. 6과 같

다. 로봇의 끝점 속도 그래프인 (c)를 보면 최적화를 통해 새롭게 생성된 궤적의 속도가 로봇의 최대 속도는 200mm/s와 같음을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 로봇이 직교 좌표 공간에서 여러 개의 점들을 정지 없이 이동하도록 하는 스플라인 방법을 이용하여 로봇의 궤적 생성 방법에 대해 기술하였다. 캣멀-롬 스플라인을 적용함에 있어 로봇의 초기 속도와 최종 속도가 0이 되도록 궤적 외부의 조절점의 선정하는 방법을 제안하였고 실제 로봇에서의 운동을 최적화하기 위해서 로봇의 물리적인 최대 속도와 최대 가속도를 반영한 시간 재분배를 제안하여 실제 로봇의 운동 시간을 최적화 할 수 있었다.

본 논문에서는 캣멀-롬 스플라인이 잘 적용될 수 있음을 보였으나 이 방법은 속도의 연속만 보장하고 가속도의 연속이 보장되지 않는 단점도 가지고 있다. 또한 현재는 로봇의 끝점 위치만 고려하였고 이후에는 로봇의 방향(orientation)까지 포함하여 궤적을 생성할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다.

Acknowledgement

2016년 한국교통대학교 지원을 받아 수행하였음.

References

- 1) L. Biagiotti and C. Melchiorri, Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots, Springer, p.166-193, 2008.
- 2) E. Catmull and R. Rom, "A class of local interpolating splines", Computer Aided Geometric Design, p. 317-326, 1974.
- 3) C. Yuksel, S. Schaefer, and J. Keyser, "Parameterization and applications of Catmull-Rom curves", Computer-Aided Design. 43, p. 747-755, 2011.
- 4) (Online) <http://www.diag.uniroma1.it/~deluca/>