# 열연 공정 정상상태 판 프로파일 예측 - PartⅡ: 수식 모델 개발

## 이재상<sup>1</sup>·황상무#

# Prediction of Steady-state Strip Profile during Hot Rolling - Part II: Development of a Mathematical Model

J. S. Lee, S. M. Hwang

(Received December 8, 2015 / Revised January 4, 2016 / Accepted January 18, 2016)

#### Abstract

In the current study, we present a new model for the prediction of the strip profile and the residual stresses. This new approach is an analytical model that predicts the residual stresses from the effect of post-deformation. Since the residual stress cannot exceed the yield strength of the material, post-yielding may possibly occur in the post-deformation zone prior to the strip reaching the steady-state zone. The prediction accuracy of the proposed model is examined through comparison with the predictions from 3-D finite element (FE) simulations.

Key Words : Strip Profile, Residual Stresses, Finite Element Method, Hot Strip Rolling, Steady-state, Post-deformation

# 1. 서 론

열연 공정은 가열로에서 가열한 슬래브(slab)를 조 압연과 사상압연을 통해 원하는 폭과 두께로 압연 하여 코일을 만드는 공정이다. 그 중에서 사상압연 은 조압연 공정을 통해 압연된 바(bar)를 다단 압연 하여 목표 판 형상으로 압연하는 공정이다.

근래 제품의 경쟁력을 높이기 위해 품질 향상을 위한 노력이 진행되고 있다. 판 프로파일 정밀 예측 및 제어는 제품의 최종 판 형상을 결정하기 때문에 품질 향상을 위해 필수적이다.

과거 여러 연구자들에 의해 판 프로파일 예측에 관한 연구가 진행되어왔지만 대부분 경험에 의한 실험식이다[1,2]. 또한 롤 출측에서의 판 프로파일이 스탠드(stand) 사이에서 계속 유지된다고 가정하였기 때문에 롤 출측 판 프로파일을 결정하는 워크롤 변 형에 관한 연구가 주로 이루어 졌다[3~5].

본 연구에서는 Part I 에서 확인된 소성변형후 변 형(post-deformation) 효과를 반영해보기 위해서 정상 상태 판 프로파일을 결정하는 잔류응력과 두께방향 소성변형률에 소성변형후 변형(post-deformation)을 적용해 보고자 하였다. 제안된 판 프로파일 예측 모 델은 사상압연 공정조건 하에서 3-D 탄·소성 유한 요소 해석(FE simulation)과 비교하여 검증하였다.

#### 2. 판 프로파일 예측 모델

2.1 롤 출측의 응력과 변형률 예측 Fig. 1은 다단 압연 시 판의 두께 변화와 변형률 변화를 나타내는 개략도 이다. *ε<sub>i</sub>*는 롤 출측에서의 변형률, *ε<sub>i</sub><sup>\*\*</sup>*는 정상상태 영역에서의 변형률을 나타내 고 '*i*'는 압연기 번호를 나타낸다.

<sup>1.</sup> 포항공과대학교 기계공학과

<sup>#</sup> Corresponding Author : Department of Mechanical Engineering, POSTECH, E-mail : smhwang@postech.ac.kr

х



x를 폭 방향,y를 두께 방향,z를 길이 방향으로 가 정하고 판의 두께방향 변형률 변화를 무시한다면 롤 출측에서의 각각의 변형률은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\varepsilon_{xi}(x) = \ln \frac{w_i(x)}{w_0} \tag{1}$$

$$\varepsilon_{yi}(x) = \ln \frac{h_i(x)}{h_0}$$
(2)

$$\varepsilon_{zi}(x) = \ln \frac{\overline{l_i}(x)}{\overline{l_0}}$$
(3)

h<sub>0</sub>(x)는 바(bar)의 요소 두께, w<sub>0</sub>는 요소 폭, l<sub>0</sub>는 요소 길이를 나타낸다. 또한, h<sub>i</sub>(x), w<sub>i</sub>(x), l<sub>i</sub>(x)는 i 번째 압연기에서의 롤 출측 값이다.

i번째 압연기에서 압연 중 바이트존(bite zone)에서 의 판의 변형률 증분량을 다음과 같이 정의 한다면, 롤 출측에서의 탄성변형률 및 소성변형률 역시 동 일한 방식으로 정의 할 수 있다.

$$\delta \varepsilon_{mi}(x) = \varepsilon_{mi}(x) - \varepsilon_{mi-1}^{**}(x) \qquad (m = x, y, z) \qquad (4)$$

$$\delta \varepsilon_{mi}^{e}(x) = \varepsilon_{mi}^{e}(x) - \varepsilon_{mi-1}^{e^{**}}(x)$$
(5)

$$\delta \varepsilon_{mi}^{p}(x) = \varepsilon_{mi}^{p}(x) - \varepsilon_{mi-1}^{p^{**}}(x)$$
(6)

$$\delta \varepsilon_{mi}(x) = \delta \varepsilon_{mi}^{e}(x) + \delta \varepsilon_{mi}^{p}(x)$$
(7)

δε<sup>e</sup><sub>mi</sub>(x)는 탄성응력-변형률 관계식으로부터 다음



small element at the roll exit and at the steadystate zone

과 같이 정의된다.

$$\delta \varepsilon_{mi}^{e}(x) = \frac{1+v}{E} \sigma_{mi} - \frac{3v}{E} \sigma_{i}$$
(8)

 $\sigma_{mi}$ 와  $\sigma_i$ 는 각각 i번째 압연기에서 롤 출측의 수 직응력(normal stress)과 등방응력(hydrostatic stress)을 나타낸다.

바이트존(bite zone)에서 Matsumoto가 제안한 수직 응력(normal stress) 사이의 관계식을 이용하고  $\alpha_i \approx 0$ 이라 가정하면 다음과 같이 표현된다[6,7].

$$\frac{\sigma_{zi} - \sigma_{yi}}{k_i} = \frac{2 - \alpha_i}{2\sqrt{1 - \alpha_i + \alpha_i^2}} \approx 1$$
(9)

$$\frac{\sigma_{xi} - \sigma_{yi}}{k_i} = \frac{1 + \alpha_i}{2\sqrt{1 - \alpha_i + \alpha_i^2}} \approx \frac{1}{2}$$
(10)

식(2)와 식(4), 식(7)로부터  $\delta \varepsilon_{yi}^{p}(x)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다. 또한,  $\delta \varepsilon_{xi}^{p}(x)$ 를 알려진 근사모델을 사용하여 구한다면 소성변형의 비압축성 성질로부 터  $\delta \varepsilon_{zi}^{p}(x)$ 를 구할 수 있다[7].

$$\delta \varepsilon_{yi}^{p}(x) = \ln \frac{h_i(x)}{h_{i-1}^{**}(x)} - \delta \varepsilon_{yi}^{e}(x)$$
(11)

$$\delta \varepsilon_{zi}^{p}(x) = -\delta \varepsilon_{xi}^{p}(x) - \delta \varepsilon_{yi}^{p}(x)$$
(12)

2.2 정상상태에서의 응력과 변형률 예측 소성변형후 변형(post-deformation)에서 소성변형후 항복(post-yielding)을 무시한다면 정상상태에서의 소



성변형률은 다음과 같이 정의할 수 있다

$$\varepsilon_{mi}^{p^*}(x) = \varepsilon_{mi}^p(x) = \varepsilon_{mi-1}^{p^{**}}(x) + \delta \varepsilon_{mi}^p(x)$$
(13)

'\*'는 정상상태에서 소성변형후 항복(post-yielding) 이 일어나지 않을 때를 나타낸다.

Fig. 2는 판의 롤 출측과 정상상태에서의 길이, 폭, 두께 변화를 나타낸다. 정상상태에서 판의 길이를 상수라고 가정한다면 ε<sub>zi</sub>(x)와 잔류응력을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\varepsilon_{zi}^*(x) = \varepsilon_{zi}^* = \ln \frac{\overline{l_i^*}}{\overline{l_0}}$$
(14)

$$\sigma_{zi}^*(x) = E \varepsilon_{zi}^e(x) = E \left( \varepsilon_{zi}^* - \varepsilon_{zi}^{p^*}(x) \right)$$
(15)

롤 출측과 정상상태에서 힘의 평형관계식을 이용 하면 ε<sub>zi</sub>은 다음과 같이 구할 수 있다. σ<sub>fi</sub>는 평균 전방 텐션 값을 나타낸다.

$$\varepsilon_{zi}^{*} = \frac{\frac{\sigma_{fi}}{E} \int_{0}^{(b/2)_{i}} h_{i}(x) dx + \int_{0}^{(b/2)_{i}} \varepsilon_{zi}^{p^{*}}(x) h_{i}(x) dx}{\int_{0}^{(b/2)_{i}} h_{i}(x) dx} \quad (16)$$

위에서 얻은 잔류응력을 탄성응력-변형률 관계식 에 적용하면 폭방향 및 두께방향 탄성변형률을 구 할 수 있다.

$$\varepsilon_{xi}^{e^{*}}(x) = \varepsilon_{yi}^{e^{*}}(x) = -\frac{v}{E}\sigma_{zi}^{*}(x)$$
(17)

2.3 소성변형후 항복(post-yielding) 처 리 방법

2.2에서 얻은 잔류응력은 소성변형후 항복(postyielding)을 무시하고 얻은 것이기 때문에 잔류응력 이 항복응력을 초과한다면 소성변형후 항복(postyielding)을 고려할 필요가 있다. '\*\*'를 정상상태에서 의 각 변형률을 나타낸다면 소성변형후 항복(postyielding)에 의한 변형률 증분량은 다음과 같다.

$$\delta \varepsilon_{mi}^{e^{**}}(x) = \varepsilon_{mi}^{e^{**}}(x) - \varepsilon_{mi}^{e^{*}}(x)$$
(18)

$$\delta \varepsilon_{mi}^{p^{**}}(x) = \varepsilon_{mi}^{p^{**}}(x) - \varepsilon_{mi}^{p^{*}}(x)$$
(19)

$$\delta \varepsilon_{mi}^{**}(x) = \delta \varepsilon_{mi}^{e^{**}}(x) + \delta \varepsilon_{mi}^{p^{**}}(x) \tag{20}$$

소성변형후 항복(post-yielding)으로 인해 발생한 잔 류응력 변화량은 다음과 같다.

$$\delta \sigma_{zi}^{**}(x) = \sigma_{zi}^{**}(x) - \sigma_{zi}^{*}(x) = E \delta \varepsilon_{zi}^{e^{**}}(x)$$
(21)

소성변형후 항복(post-yielding)으로 발생한  $\delta \sigma_{zi}^{**}(x)$ 는 힘의 평형에 영향을 미치지 않기 때문에 식(20) 으로부터  $\delta \varepsilon_{zi}^{**}$ 를 구할 수 있다.

$$\delta \varepsilon_{zi}^{**} = \frac{\int_{0}^{(b/2)_{i}} \delta \varepsilon_{zi}^{p^{**}}(x) h_{i}(x) dx}{\int_{0}^{(b/2)_{i}} h_{i}(x) dx}$$
(22)

소성변형후 항복(post-yielding)으로 발생하는 응력 과 변형률의 증분량을 계산하는 과정은 다음과 같 다.

3) 식(20)으로부터 
$$\delta \varepsilon_{zi}^{p**}(x) =$$
계산한다.  
if  $|\varepsilon_{zi}^{e\#}| \ge \frac{\gamma}{E}$   
 $\delta \varepsilon_{zi}^{p**}(x) = \delta \varepsilon_{zi}^{**} - (\varepsilon_{zi}^{e**}(x) - \varepsilon_{zi}^{e*}(x))$  (24)

ε<sup>e\*\*</sup><sub>zi</sub>(x)는 +<sup>Y</sup><sub>E</sub>나 -<sup>Y</sup><sub>E</sub>이며 기호는 ε<sup>e#</sup><sub>zi</sub>(x)에 의해 결 정된다.

$$\delta \varepsilon_{zi}^{p**}(x) = 0 \tag{25}$$

4) 식(22)로부터 δε<sup>\*\*</sup>를 계산한다.

if  $\left|\varepsilon_{zi}^{e^{\#}}\right| < \frac{Y}{r}$ 

5) δε<sup>\*\*</sup><sub>zi</sub>가 수렴할 때까지 과정 2)-4)를 반복한다.

소성변형후 항복(post-yielding)이 발생할 때 두께 및 길이방향 증분량에 비해 폭방향 소성변형률 증 분량이 작기 때문에  $\delta \varepsilon_{xi}^{p**} = 0$ 이라 가정하면  $\delta \varepsilon_{yi}^{p**}$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\varepsilon_{yi}^{p^{**}}(x) = \varepsilon_{yi}^{p^{*}}(x) - \delta \varepsilon_{zi}^{p^{**}}(x)$$
(26)

2.4 정상상태 판 프로파일 예측 위의 과정을 통해 정상상태에서의 변형률을 구하 면 다음과 같다.

$$\varepsilon_{mi}^{**}(x) = \varepsilon_{mi}^{*}(x) + \delta \varepsilon_{mi}^{**}(x)$$
(27)

$$\varepsilon_{zi}^{**}(x) = \varepsilon_{zi}^{*}(x) + \delta \varepsilon_{zi}^{**}(x) = \ln \frac{\overline{l_i}^{**}}{\overline{l_0}}$$
(28)

식(29)로부터 정상상태에서의 판의 두께분포를 얻을 수 있다. 판의 중심(center) 대비 판 끝 25mm 위 치에서의 두께 편차를 나타내는 판 크라운 정의를 이용하여 정상상태 판 프로파일을 다음과 같이 정 의 할 수 있다.

$$\ln \frac{h_{i}^{**}(x)}{h_{i-1}^{**}(x)} = \varepsilon_{yi}^{**}(x) - \varepsilon_{yi-1}^{**}(x)$$
(29)

$$C_{h_i}^{**}(x) = h_i^{**}(0) - h_i^{**}(x)$$
(30)

### 3. 모델 검증 및 결과

예측 모델의 타당성을 검증하기 위해서 3-D 비정 상상태 탄·소성 유한 요소 모델을 사용하였고, 1개 의 롤로 압연하는 유한요소 해석을 수행하여 모델 을 검증하고자 하였다.

실제 압연 시 압연하중에 의해 발생한 롤 변형이 롤 출측 판 프로파일을 결정하기 때문에 롤 변형이 판 프로파일에 큰 영향을 미치지만 제안된 모델은 압연 후 발생한 소성변형후 변형(post-deformation)이 판에 미치는 영향이 중요하므로 롤은 강체라고 가 정하였다.

### 3.1 검증 공정 조건

예측 모델의 검증을 위해 사용된 공정조건은 Table 1과 같다. 해석 시 판의 탄성계수(Young's modulus) 100GPa, 포와송 비(Poisson's ratio) 0.37, 항복 강도 200MPa을 사용하였으며 마찰 모델은 쿨롬 마 찰(coulomb friction)을 사용하였고, 롤과 판 사이의 마찰 계수는 μ=0.3을 사용하였다.

Fig. 3은 유한요소 해석 시 사용된 공정 조건 및 해석 결과를 나타낸다. b는 판 폭, h는 출측 판 두 께, 판 크라운(strip crown)은 롤 출측에서의 크라운 (crown)을 나타낸다.



Fig. 3 FE simulation of strip in flat rolling

| Table 1 Simulation conditions |                      |        |  |  |  |  |
|-------------------------------|----------------------|--------|--|--|--|--|
|                               | width [mm]           | 1000.0 |  |  |  |  |
| strip                         | entry thickness [mm] | 9.07   |  |  |  |  |
|                               | exit thickness [mm]  | 6.04   |  |  |  |  |
| strip crown                   | entry [µm]           | 0      |  |  |  |  |
|                               | roll exit [µm]       | 60     |  |  |  |  |
| work roll                     | diameter [mm]        |        |  |  |  |  |
|                               | velocity [mpm]       | 340.0  |  |  |  |  |



Fig. 4 The residual stress profile appearing in the steady-state zone



Fig. 5 Thickness plastic strain distribution at the steadystate zone





### 3.2 예측 모델 검증

위와 같은 공정조건에서 Fig. 4는 유한요소 해석과 판 프로파일 예측 모델이 예측한 잔류응력을 나타 낸다. 유한 요소 해석 결과는 소성변형후 변형(postdeformation) 이후 정상상태에 도달할 때까지 판을 충분히 압연 한 후 정상상태에서 판의 길이방향 응 력를 나타낸 것이고, 판 프로파일 예측 모델을 통해 서는 소성변형후 항복(post-yielding)까지 고려된 잔류 응력을 나타낸다. Fig. 5는 소성변형후 변형(postdeformation) 이후 정상상태에서의 두께방향 소성변 형률을 나타낸 것으로 중심(center) 대비 위치에서의 차이로 표현하였다.

유한요소 해석 결과 판의 끝 부에서 소성변형후

Table 2 Process conditions, a finishing mill

| bar thickness = $45.36$ mm, width = $1682.8$ mm |       |         |              |                |            |  |  |
|---|-------|---------|--------------|----------------|------------|--|--|
|   | h     | WR dia. | bender force | pair cross     | roll force |  |  |
|   | [mm]  | [mm]    | [ton/chock]  | angle [degree] | [ton]      |  |  |
| F1  | 25.74 | 806.44  | 27.3         | 0              | 2624.4     |  |  |
| F2  | 14.74 | 786.12  | 37.8         | 0              | 2602.4     |  |  |
| F3  | 9.12  | 763.99  | 67.2         | 0              | 2256.6     |  |  |
| F4  | 5.81  | 630.25  | 60           | 0.24           | 1728       |  |  |
| F5  | 4.23  | 604.43  | 63           | 0.25           | 1425       |  |  |
| F6  | 3.33  | 622.93  | 49.5         | 0.19           | 1084       |  |  |
| F7  | 3.02  | 669.15  | 53           | 0.09           | 774        |  |  |

항복(post-yielding)이 발생하였는데 이를 모델 역시 잘 표현하고 있음을 확인할 수 있다. 위 결과를 통하여 모델이 예측하는 잔류응력이 소성변형후 변형(postdeformation)을 잘 반영하고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 6은 판 프로파일 예측 모델이 예측한 정상상태 판 프로파일과 유한요소 해석 결과를 비교한 것이다. 유한 요소 해석 결과는 정상상태에서의 판의 두께 프 로파일이며 예측 모델 결과는 모델이 예측한 잔류응 력과 두께방향 소성변형률을 적용하여 얻은 두께 프 로파일이다. 예측 모델이 수 μm이하의 오차로 잘 예 측하였음을 확인 할 수 있다. 이를 통해 판 프로파일 예측 모델의 타당성을 검증 할 수 있다.

#### 4. 결과 및 토론

모델 검증에 사용된 공정조건은 단일 롤 압연 공 정이지만 실제 열연 압연 공정은 다단 압연으로 5~7개의 롤로 구성되어 있다. 바(bar)의 사이즈 및 제품의 사이즈에 따라 압연 공정조건이 다르다. Table 2는 실제 압연 공정조건을 나타낸 것이다.

Fig. 7은 모델이 예측한 제품의 판 프로파일과 실측 데이터를 비교한 것이다. Old 모델은 기존 판 프로파 일 예측 모델로써 롤 출측에서의 판 프로파일을 정상 상태 판 프로파일로 가정한 모델이다[7, 8]. New 모델 은 기존 판 프로파일 예측 모델에 롤 출측 이후 소성 변형후 변형(post-deformation)을 추가한 모델이다.

이를 통해 소성변형후 변형(post-deformation)을 반 영하는 정상상태 판 프로파일 예측 모델이 모델의



Fig. 7 Predicted strip profile at F7 stand

예측 정밀도를 향상시켰음을 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 수학적 수식을 기반으로 열연 공 정의 사상 압연 시 정상상태 판 프로파일 및 잔류 응력 예측 모델을 개발하였다. 또한, 이를 유한요소 해석의 결과와 비교하여 모델의 타당성을 검증하였 다. 본 예측모델을 통해 사상 압연 시 제품의 판 프 로파일 정밀 예측 및 제어에 기여할 수 있으리라 기대한다.

### 후 기

이 논문은 2012년도 정부(미래창조과학부)의 재원

으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2012R1A5A1048294).

#### REFERENCES

- K. Ohe, Y. Morimoto, S. Kajiura, T. ujino, S. Simada, K. Anraku, A. Mizuta, N. Kim, 1994, Proc. 6<sup>th</sup> Int. Rolling Conf., VDEh, Dusseldorf, pp. 78~85.
- Y. Hori, Y. Mizutani, T. Ogawa, 1994, Proc. 6<sup>th</sup> Int. Rolling Conf., VDEh, Dusseldorf, pp. 93~100.
- [3] K. N. Shohet, N. A. Townsend, 1968, Roll Bending Methods of Crown Control in Four-high Plate Mill, J. Iron Steel Inst., Vol. 206, No. 11, pp. 1088~1098.
- [4] Y. Tozawa, 1970, Analysis to Obtain the Pressure Distribution from the Contour of Deformed Roll, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., Vol. 11, pp. 29~37.
- [5] A. Foppl, 1920, Technische Mechanik, 4<sup>th</sup> ed., B. G. Teubner, Leipzig, Deutschland, Vol. 5, p. 350.
- [6] H. Matsumoto, 1991, 2-dimensional Lateral-materialflow Model Reduced from 3-Dimensional Theory for Flat Rolling, ISIJ Int., Vol. 31, No. 6, pp. 550~558.
- [7] Y. K. Kim, W. J. Kwak, T. J. Shin, S. M. Hwang, 2010, A New Model for the Prediction of Roll Force and Tension Profiles in Flat Rolling, ISIJ Int., Vol. 50, No. 11, pp. 1644~1652.
- [8] K. H. Yun, T. J. Shin, S. M. Hwang, 2007, A Finite Element-based On-line Model for the Prediction of Deformed Roll Profile in Flat Rolling, ISIJ Int., Vol. 47, No. 9, pp. 1300~1308.