

## 근접사진측량과 Total Least Squares를 활용한 VLBI 안테나 형상 변형 모니터링 방안 연구

### Shape Deformation Monitoring for VLBI Antenna Using Close-Range Photogrammetry and Total Least Squares

김혁길<sup>1)</sup> · 윤홍식<sup>2)</sup>

Kim, Hyuk Gil · Yun, Hong Sik

#### Abstract

In order to maintain the precise positioning accuracy of the VLBI system, the shape deformation found in antenna structure should be monitored. In fact, reduced the antenna gaining of an electromagnetic wave reception from the Quasar has been particularly expected due to the shape deformation of main reflector in VLBI antenna. Therefore, the importance of shape deformation monitoring for the main reflector has been significantly increased. The main reflector has come out as the high potential for deformation in the VLBI structure. The fact has led us to investigate the monitoring system for the main reflector based on the efficient algorithm in accordance with the close-range photogrammetry, which of expecting to be utilized as the continuous and automated monitoring system for the structure deformation in the near future. Ten fitting lines were estimated with the TLS for feature points of distributed in all directions from the main reflector. The resultant intersection point of estimated fitting lines was calculated by using the nearest point calculation algorithm, based on those non-intersection lines. Following to the intuitive basis for the time series analysis, the results was able to provide the calculation of numerical variation in the intersection point, which is represented in 3-axis,; that we are expecting to open the way for predicting a deformation rate as well as deformation direction.

Keywords : VLBI, Close-Range Photogrammetry, Total Least Squares, Principal Component Analysis

#### 초 록

VLBI 시스템의 정밀측위 정확도 유지를 위하여 안테나 구조물에서 발생하는 형상 변형을 분석할 수 있는 모니터링 연구가 반드시 수행되어야 한다. 특히, VLBI 안테나 주 반사경의 형상 변화로 인하여 퀘이사로부터 전자기파 수신에 대한 안테나 이득이 감소할 것으로 예상됨에 따라, 주 반사경을 대상으로 하는 형상 변형 모니터링에 대한 중요성이 증대되고 있다. 이에 따라, 본 연구에서는 향후 상시적이고 자동화된 구조 변형 모니터링 시스템으로 활용될 수 있는 근접사진측량 방법과 연계한 효율적인 알고리즘 구축을 통해 VLBI 구조물 중 가장 변형 가능성이 높은 주 반사경을 모니터링하기 위한 기반연구를 수행하였다. 이를 위해, VLBI 안테나 주 반사경의 전 방향에 분포된 특징점을 대상으로 토탈최소제곱법을 활용하여 총 10개의 fitting line을 추정하고, 비교차 선들 간의 근접점 계산 알고리즘을 활용하여 추정된 fitting line들의 교차점을 계산하였다. 본 연구결과는 향후 시계열 분석을 통해 3축으로 표현된 교차점의 수치변동량을 계산함으로써 변형률뿐만 아니라 변형방향까지 예측할 수 있는 직관적인 근거자료로 활용 가능할 것으로 판단된다.

핵심어 : VLBI, 근접사진측량, 토탈최소제곱법, PCA

Received 2016. 02. 12, Revised 2016. 02. 23, Accepted 2016. 02. 24

1) Member, Dept. of Civil & Environmental Eng., Sungkyunkwan University (E-mail: soulhyug@skku.edu)

2) Corresponding Author, Member, Dept. of Civil & Environmental Eng., Sungkyunkwan University (E-mail: yoonhs@skku.edu)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## 1. 서론

VLBI(Very Long Baseline Interferometer) 안테나는 우주상의 퀘이사(Quasar)로부터 전파를 수신하여 mm급 정밀도의 기선벡터 측정을 목적으로 운영되는 시스템이다. 우리나라는 VLBI 안테나 구축을 통해 국가 차원의 장거리 측량 및 대륙간 지각변동의 관측뿐만 아니라, 현재의 국가기준점 정확도를 제고할 수 있는 세계적 수준의 국가측지기준을 보유하게 되었다.

VLBI 안테나는 다양한 부재와 재료를 사용하여 구축한 거대한 중량의 복합구조물로서 안테나 설계시 부재의 강도와 변형률을 고려하여 변형을 최소화하도록 설치하나, 자중과 시간에 따른 노후화와 강성 저하로 인하여 변형이 발생하게 된다(Lee *et al.*, 2012).

따라서, VLBI 시스템의 정밀측위 정확도 유지를 위하여 반드시 VLBI 안테나 구조물에서 발생하는 형상 변형을 분석할 수 있는 모니터링 연구가 수행되어야 한다. 특히, Fig. 1과 같이 VLBI 구조물에서 가장 큰 비중을 차지하는 안테나의 주 반사경(main reflector)은 우주상의 광범위한 전자기파 수신을 위하여 직경 22m의 규모로 이루어져 있으며, 구조적 특징상 외부환경 변화에 따른 구조물의 변형 가능성이 가장 높다고 판단된다. VLBI 안테나 주 반사경의 형상 변화로 인하여 퀘이사로부터 전자기파 수신에 대한 안테나 이득(antenna gain)이 감소할 것으로 예상됨에 따라, 주 반사경을 대상으로 하는 형상 변형 모니터링에 대한 중요성이 증대되고 있다. VLBI 안테나 주 반사경의 형상 변형 모니터링에 대한 해외연구 동향을 살펴보면, 레이저 스캐너와 지상 측량 등을 응용하여 중력 및 온도 변화에 따른 주 반사경의 구조적 변형을 해석하고자 하는 연구가 소개되어 왔지만(Sarti *et al.*, 2009), 이에 대한 국내 연구사례는 부족한 상황이다.

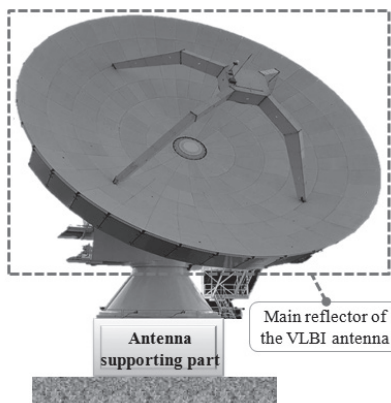


Fig. 1. Main reflector of the VLBI antenna for shape deformation monitoring

따라서, 본 연구에서는 토털최소제곱법(Total Least Squares, 이하 TLS)을 활용하여 안테나 주 반사경의 전 방향에 분포된 특징점에 대한 다수의 fitting line을 추정하고, 결정된 fitting line들 간의 교차점을 계산함으로써 직관적인 수치 계산 결과를 통해 주 반사경의 형상 변형 발생여부를 판단할 수 있는 근거를 제시하고자 하였다.

측량과 측지, 시스템이론, 신호처리, 자동제어 등 다양한 분야에서 획득된 관측값으로부터 미지수를 추정하는 대표적인 방법으로 Gauss-Markov 모델 수립에 의한 최소제곱법(Least Squares, 이하 LS)을 적용하여 왔다. LS는 과잉결정된(over-determined) 선형방정식  $Ax \approx b$  를 해결하는데 있어서 측정벡터  $b$ 에 오차를 포함하고, 설계행렬  $A$ 를 비롯한 나머지 부분에는 오차를 무시하는 반면, TLS는 관측값을 나타내는 측정벡터  $b$ 의 오차뿐만 아니라 설계행렬  $A$ 의 오차까지 고려하여 Errors-In-Variables 모델을 수립하거나 직교 선형회귀(orthogonal linear regression) 방법을 이용하여 문제를 해결한다(Jeon, 2008; Markovsky and Huffel, 2007; Pan *et al.*, 2015). 이에 따라, 본 연구에서는 보다 정밀한 fitting line 도출을 위하여 다양한 선형계수추정 방법 중 PCA(Principal Component Analysis) 기반의 직교 선형회귀 방법에 의한 TLS를 활용하였으며, 직교거리(orthogonal distance) 계산을 통해 최적의 피팅 결과를 도출하고자 하였다.

## 2. 연구대상

본 연구에서는 주 반사경 표면에 분포된 특징점에 대한 3차원 위치좌표 성과를 활용하여 변형 가능성이 높은 VLBI 안테나 주 반사경의 형상 변형 모니터링을 위한 방법론을 개발하고자 하였다. 이때 특징점의 3차원 위치좌표 성과를 획득하기 위하여 Kim *et al.*(2015)이 수행한 DLT(Direct Linear Transformation) 방법과 부가변수에 의한 광속조정법에 기반한 근접사진측량 방법을 활용하였다. DLT 방법과 광속조정법은 정밀 카메라 캘리브레이션 기법 중 하나로서, 특정한 상용프로그램을 사용하지 않고, 신속하고 자동화된 카메라 캘리브레이션 프로세스 구축을 위한 알고리즘으로 활용될 수 있는 장점이 있다.

Kim *et al.*(2015)은 근접사진측량을 활용한 모니터링에 사용될 측정수단으로 일반 사용자용 카메라 중에서도 일상생활에서 가장 활용도가 높은 모바일폰 카메라를 선택하였으며, 전문가용 카메라와 비교하여 기하학적 안정성이 낮은 모바일폰 카메라가 지닌 문제점을 해결하기 위하여 정밀한 카메라 내·외부표정요소를 산출하여 정량적인 정보를 취득하기

위한 알고리즘을 제시하였다.

Kim *et al.*(2015)의 연구는 VLBI 안테나 주 반사경의 특징점에 대한 3차원 위치좌표를 계산함으로써 VLBI의 측위 정확도 유지를 위하여 반드시 수행되어야 하는 변위계측 및 변형 모니터링을 위한 기반연구의 성격을 지니고 있다. 상기 연구성과를 활용하여 본 연구에서는 VLBI 안테나의 주 반사경 형상을 모니터링하기 위한 종합적인 방법론을 제시하고자 하였다.

이를 구체화하기 위하여 연구대상인 VLBI 안테나 주 반사경에 위치한 특징점들의 분포와 fitting line 추정을 위한 대상점의 선정 및 획득 방식을 제시하였으며, 특징점의 3차원 위치좌표 성과를 기반으로 TLS를 활용하여 다수의 fitting line들을 도출하고, 3차원 직선방정식으로 표현된 fitting line들 간의 교차점을 계산하기 위한 알고리즘을 제시하였다.

## 2.1 근접사진측량을 활용한 특징점의 3차원 위치좌표 산출

근접사진측량 방법은 지상에서 취득한 입체영상을 사용하여 지형·지물의 위치와 형상을 정밀하게 측정할 수 있는 방법으로 시설물의 변위 측정에 빈번하게 적용되어 온 검증된 방법이다(Lee and Shinozuka, 2006; Richardson, 1968). 근접사진측량 방법은 피사체에 다양한 종류의 타겟을 구성하고, 각 타겟에 대한 정확한 측정과정이 수행되어야 한다. 이때, 타겟 구성은 피사체를 촬영한 영상내의 다른 픽셀들과 구별되는 특징점을 타겟으로 활용하는 방법 또는 별도의 타겟을 제작 및 부착하여 활용하는 방법으로 구분할 수 있다.

각 타겟에 대한 정확한 측정이 이루어지려면 먼저 카메라의 내·외부표정요소를 계산하기 위한 초기화 작업이 선행되어야 한다. 초기화 작업에서는 카메라 캘리브레이션을 수행하여야 하는데 이때에는 안테나에 설치된 타겟들에 대한 실측좌표가 기준값으로 사용되며, 이 값들을 기준으로 하여 내·외부표정요소들에 대한 엄밀한 수치들이 계산되어야 한다. 타겟들에 대한 실측좌표는 T/S(Total Station) 측량 등의 방법으로 취득할 수 있는데, 실측좌표는 캘리브레이션 단계에서만 1회적으로 사용되나, 실측좌표를 사용하여 결정되는 카메라의 내·외부표정요소들은 카메라가 교체되기 전까지 지속적으로 사용된다. 따라서, 초기화 과정을 통해 정밀한 내·외부표정요소를 결정하기 위하여 타겟의 실측좌표 측정과 카메라 캘리브레이션 작업은 매우 정확하게 수행되어야 한다.

이에 따라, 본 연구에서는 타겟에 대한 정밀한 3차원 지상좌표 계산을 통한 형상 변형을 측정 정확도 확보뿐만 아니라 향후 자동화된 상시 모니터링 가능성 모두를 만족시키기

위하여 근접사진측량 방법을 활용하고자 하였다. 이를 위해 DLT 방법과 광속조정법으로 스테레오 영상에 대한 정밀 내·외부표정요소와 공액점에 대한 3차원 위치좌표 계산을 수행한 Kim *et al.*(2015)의 연구를 활용하였다. Kim *et al.*(2015)은 정밀한 측위정확도를 제공하는 VLBI 안테나의 구조적 안정성을 저하시킬 수 있는 가능성을 배제하기 위하여 VLBI 안테나 표면에 별도의 타겟을 부착하지 않고, 주 반사경 표면에 다수 분포된 특징점을 근접사진측량 적용을 위한 대상으로 활용하였다. 이와 더불어, 각 사진의 외부표정요소 뿐만 아니라 주점거리, 주점위치, 렌즈의 방사 및 접선왜곡 등과 관련된 내부표정요소를 동시에 미지수로 조정하는 부가변수에 의한 광속조정법을 활용하여 각 사진에 대한 정밀한 내·외부표정요소를 산출하고, LS를 활용하여 스테레오 영상의 공액점에 대한 3차원 위치좌표를 계산하였다. 본 연구에서 활용된 Kim *et al.*(2015)이 제시한 근접사진측량 방법을 5단계로 구분하여 정리하였다.

1단계에서는 VLBI 안테나의 위치를 카메라 촬영방향에 맞추어 조정하고, 모바일폰 카메라와 같은 영상센서를 활용하여 VLBI 안테나 주 반사경을 대상으로 스테레오 영상을 획득한다. 이후, 촬영된 영상자료를 활용하여 안테나 주 반사경 표면에 위치한 특징점에 대한 영상좌표를 획득한다.

2단계에서는 지상기준점 측량을 통해 정밀한 카메라 내·외부표정요소 계산을 위한 실측좌표를 취득한다. 이를 위해, 우주측지관측센터 내의 고정필라를 원점으로 한 지역좌표계를 설정하고, VLBI 안테나 주 반사경의 특징점을 대상으로 T/S 측량을 수행하여 지역좌표계 기반의 기준점좌표 성과를 취득한다.

3단계에서는 DLT 방법으로 카메라 표정요소를 계산하고, 이를 광속조정법을 이용하여 정밀한 내·외부표정요소를 산출하기 위한 초기값으로 활용한다. DLT 방법은 사진좌표계와 지상좌표계 시스템을 선형함수를 이용하여 모델화 하는 것으로서, 본 연구에서는 선형적 모델에 의한 DLT 방법을 활용하여 내·외부표정요소의 정밀계산을 위한 초기값을 획득하였다.

4단계에서는 DLT 방법으로 산출한 스테레오 영상에 대한 표정요소 초기값을 활용하여 정밀 내·외부표정요소 산출을 위한 광속조정(bundle adjustment) 계산을 수행한다. 이를 위해, 비선형의 공선조건식을 테일러급수를 통해 선형화한 후, Jacobian 행렬을 구성하여 최적의 파라미터 산출을 위한 반복적인 조정계산을 수행한다. 상기 과정의 광속조정을 통해 계산된 내·외부표정요소를 스테레오 영상에 대한 최종적인 표정결과로 활용한다.

5단계에서는 광속조정법으로 계산된 스테레오 영상의 내·외부표정요소 결과를 활용하여 공액점에 대한 3차원 위치좌표를 계산한다. 이를 위해, 스테레오 영상의 공액점에 대한 영상좌표와 광속조정으로 계산된 내·외부표정요소를 공선조건식에 대입하고, LS를 활용하여 각 공액점에 대한 3차원 위치좌표를 계산한다. 상기와 같은 과정으로 계산된 공액점에 대한 3차원 위치좌표 성과를 활용하여 VLBI 안테나 주 반사경에 대한 위치와 형상을 파악할 수 있으며, 결정된 위치정보를 통해 VLBI 안테나 주 반사경의 변위계측 및 형상 모니터링을 위한 기반자료를 확보할 수 있다.

### 2.2 VLBI 안테나 주 반사경의 특징점 분포 및 선정방법

Kim *et al.*(2015)의 연구에서는 Fig. 2와 같이 VLBI 안테나 주 반사경 표면에 분포된 총 215점의 특징점을 대상으로 영상좌표와 기준점좌표의 성과를 매칭하기 위하여 사전에 라벨링을 수행하였으며, 지정된 특징점의 영상 및 기준점좌표 성과를 취득 후 스테레오 영상에 대한 정밀한 내·외부표정요소와 공액점의 3차원 위치좌표 계산을 수행하였다.



Fig. 2. Feature point labeling for control point surveying and acquisition of image coordinates (Kim *et al.*, 2015)

Kim *et al.*(2015)은 근접사진측량 방법을 통해 결정된 정밀한 내·외부표정요소를 기반으로 스테레오 영상에서 총 14점의 공액점에 대한 3차원 위치좌표를 계산하고 기준점좌표와의 비교를 통해 정확도를 검증한 반면, 본 연구에서는 VLBI 안테나 주 반사경 상에 fitting line 도출 계획에 따라 지정된 128개의 특징점을 공액점으로 선정하여 3차원 위치좌표를 계산하였다.

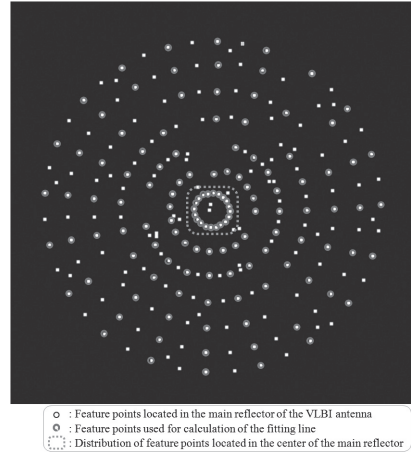


Fig. 3. Distribution of feature points located in the main reflector of the VLBI antenna used for calculation of fitting lines

VLBI 안테나 주 반사경 표면에 다수 위치한 특징점 중 fitting line 도출을 위하여 3차원 위치좌표 성과가 활용되는 128개의 특징점 분포를 Fig. 3과 같이 나타내었다. 본 연구에서는 주 반사경 표면에 분포한 총 215점의 특징점 중 Fig. 3과 같이 주 반사경의 중앙에 위치한 특징점을 기준으로 직선상의 확장된 방향으로 분포된 특징점을 대상으로 하여 fitting line을 도출하고, 3차원 상에서 직선방정식으로 표현되는 전체 fitting line들 간의 교차점을 계산하고자 하였다. 이는 Fig. 3에서 표시된 주 반사경 중앙에 위치한 특징점들의 분포범위 내에 전체 fitting line들에 대한 교차점이 위치할 것으로 예상됨에 따라, 주 반사경 중앙의 특징점들을 반드시 포함시켜 fitting line을 도출하여야 한다는 전제가 발생되기 때문이다.

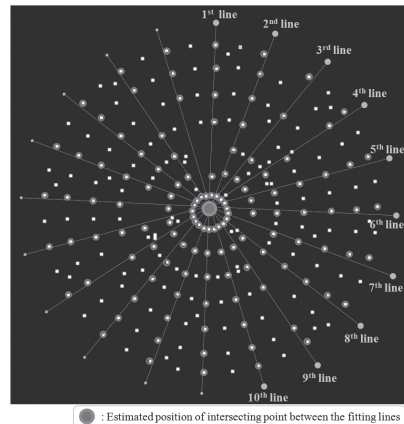


Fig. 4. Calculation scheme for fitting lines and the estimated position of the intersection point



이에 따라, 본 연구에서는 Fig. 4와 같이 중앙에 위치한 특징점들을 기준으로 직선상에 분포된 128개의 특징점들을 대상으로 하여 총 10개의 fitting line을 도출하고자 하였다. Fig. 4와 같이 VLBI 안테나 주 반사경의 전체 형상을 대표할 수 있도록 주 반사경 전 방향에 걸쳐 fitting line의 도출을 계획하였으며, 도출된 10개의 fitting line의 교차점을 계산하여 VLBI 안테나 주 반사경의 형상 변형 가능성을 판단할 수 있는 근거를 마련하고자 하였다.

### 3. 연구에서 활용된 수치 알고리즘

#### 3.1 TLS(Total Least Squares)과 PCA(Principal Component Analysis) 방법

최근 신호 및 이미지 처리 분야에 있어서 최적의 피팅 기준으로서 거리산출을 통한 조정계산이 광범위하게 활용되고 있으며, 특히 형상 인식(shape recognition)과 곡선 검출 및 피팅(curve detection and fitting) 문제에 다양한 응용방법이 개발되어 왔다(Gruen and Akca, 2005). 본 연구에서는 이러한 다양한 조정계산 방법 중 TLS를 활용하여 직교거리 산출을 통해 최적의 피팅 기준을 제시하고자 하였다. TLS는 기존의 다양한 연구를 통해 Error-In-Variables 방법 또는 직교 선형회귀 방법으로 알려져 있으며, Eq. (1)과 같은 수식으로 나타낼 수 있다. 이때, TLS는 관측점과 최적으로 결정된 fitting line 사이의 직교거리를 산출하는 과정으로 구체화될 수 있다.

$$R = \sum_{i=1}^n |d_i| \quad (1)$$

where  $d$  is the orthogonal distance and the goal is to find a min of  $R$ .

여기서, Eq. (1)의 목적은  $R$ 의 최소값을 계산하는 것이며,  $d$ 는 직교거리,  $n$ 은 표본(samples)의 수를 나타낸다. TLS의 실질적인 계산은 고유값(eigenvalue)과 고유벡터(eigenvector), SVD(Singular Value Decomposition), PCA 방법과 같은 수학적 방법론을 통해 구현될 수 있다. 본 연구에서는 상기 방법 중 PCA 방법을 활용한 TLS를 통해 fitting line을 결정하기 위한 선형계수를 추정하였다. PCA 방법은 고 차원 입력 벡터를 저 차원의 형태로 표현하는 방법으로서, 이는 전체 데이터를 최대 분산을 포함할 수 있도록 몇 개의 고유 방향에 대한 축으로 선형 투사시켜서 차원을 감소시키는 분석 방법이다. PCA 방법을 통해 입력 벡터의 차원을 감소시키는 것은 데이터 분

포에 대한 정보는 그대로 유지하지만, 계산상의 부하를 감소시키고, 잡음을 제거하며, 데이터 압축과 같은 효과를 가져온다(Chae *et al.*, 2012). PCA의 계산과정에서는 데이터 행렬을 대상으로 한 SVD 방법이 활용된다. 구체적으로, 데이터 행렬  $X$ 가 관측값의 수  $n$ 과 변수들의 수  $p$ 로 구성된  $n \times p$  크기이고, 행렬  $X$ 의 열평균값을 모두 0(Zero)라고 가정하면, 행렬  $X$ 의 SVD는 Eq. (2)와 같이 표현될 수 있다.

$$X = UDV^T \quad (2)$$

where  $X$  is data matrix,  $U$  is  $n \times p$ ,  $D$  is  $p \times p$  diagonal with the singular values of  $X$  on the diagonal, and  $V$  is  $p \times p$  with  $V^T V = V V^T = U^T U = I_p$ .

Eq. (2)에서  $Z = UD$ 는 주성분(principal component),  $V$ 의 열은 주성분과 대응되는 로딩값/loading)을 나타내며, 주성분의  $i$ 번째 분산값은  $D_{ii}^2/n$ 과 같다. Eq. (2)를 통해 산출된 로딩값을 활용하여 특징점에 최적으로 피팅되는 3차원 직선에 대한 선형계수를 추정하였다.

#### 3.2 비교차(non-intersecting) 선들의 교차점 계산 방법

주 반사경에 분포된 특징점들을 대상으로 TLS를 활용하여 추정된 fitting line들은 엄밀하게 정확한 1개의 해를 가지며 교점을 형성하지 않는다. 이에 따라, 본 연구에서는 교차하지 않는 fitting line들을 대상으로 가장 근사하게 교차하는 근접점을 계산하여 주 반사경의 형상 변형유무를 판단할 수 있는 근거로 활용하고자 하였다. 이를 위해, LS를 활용한 비교차 선들 간의 교차점 계산 알고리즘을 활용하여 fitting line들의 교차점으로 정의할 수 있는 근접점 계산을 수행하였다. 본 연구에서 활용된 비교차 선들의 교차점 계산 방법은 다음과 같다.

2차원의 경우,  $i$ 번째 line 상의 점은  $p_i$ 로 표현되고,  $i$ 번째 line에 수직방향인 단위법선벡터(unit normal vector)는  $\hat{n}_i$ 로 나타낼 수 있다.  $x_1$ 과  $x_2$ 가 첫 번째 line 상에 위치하는 임의의 점이라면,  $p_1 = x_1$ 이라 할 수 있고, line에 수직방향으로 회전된 단위법선벡터  $\hat{n}_1$ 은 Eq. (3)과 같이 나타낼 수 있다(Wikipedia, 2016).

$$\hat{n}_1 := \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} (x_2 - x_1) / \|x_2 - x_1\| \quad (3)$$

where  $x_1$  and  $x_2$  are points on 1st line,  $\hat{n}_i$  is unit normal vector.

$(p, \hat{n})$ 로 대표되는 line 상에 임의의 점  $x$ 까지의 거리는 Eq. (4)와 같이 표현될 수 있으며, 이에 따른 제곱거리는 Eq. (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$d(x, (p, n)) = \|(x-p) \cdot \hat{n}\| = \|(x-p)^T \hat{n}\|$$

$$= \sqrt{(x-p)^T \hat{n} \hat{n}^T (x-p)} \quad (4)$$

where  $d(x, (p, n))$  is the distance from a point  $x$  to the line  $(p, \hat{n})$ .

$$d(x, (p, n))^2 = (x-p)^T (\hat{n} \hat{n}^T) (x-p) \quad (5)$$

where  $d(x, (p, n))^2$  is the squared distance from a point  $x$  to the line  $(p, \hat{n})$ .

2차원 상에 표현되는 다수의 line에 대한 제곱거리의 합은 cost function으로서 Eq. (6)과 같이 표현될 수 있으며, Eq. (6)은 Eq. (7)과 같이 전개하여 정렬할 수 있다.

$$E(x) = \sum_i (x-p_i)^T (\hat{n}_i \hat{n}_i^T) (x-p_i) \quad (6)$$

$$E(x) = \sum_i x^T \hat{n}_i \hat{n}_i^T x - x^T \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i - p_i^T \hat{n}_i \hat{n}_i^T x + p_i^T \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i$$

$$= x^T \left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T \right) x - 2x^T \left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i \right) + \sum_i p_i^T \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i \quad (7)$$

where  $E(x)$  is the sum of squared distances to many lines.

Eq. (7)을  $x$ 에 대하여 미분한 결과가 영(Zero) 벡터와 같다는 조건 하에 Eq. (8)~(10)과 같이 최소값  $x$ 를 찾을 수 있으며, 이는 2차원 상에서 교차하지 않는 line들 간의 최근접점을 의미한다.

$$\frac{\partial E(x)}{\partial x} = 0 = 2 \left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T \right) x - 2 \left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i \right) \quad (8)$$

$$\left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T \right) x = \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i \quad (9)$$

$$x = \left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T \right)^{-1} \left( \sum_i \hat{n}_i \hat{n}_i^T p_i \right) \quad (10)$$

where  $x$  is the nearest point to non-intersecting lines in 2D.

3차원의 경우, 교차하지 않는 선들 사이의 최근접점  $x$ 를 계산하는 방안은 다음과 같다.  $\hat{n}_i$ 은 line을 따르는 방향에서  $\hat{n}_i \hat{n}_i^T$ 가 0(Zero)을 제외한 모든 고유값들이 일치하는 대칭행

렬일 경우에 임의의 차원 수에서 일반화될 수 있다. 임의수의 차원 상에서,  $\hat{v}_i$ 가  $i$ 번째 line에 따른 단위 벡터라면,  $\hat{n}_i \hat{n}_i^T$ 는  $I - \hat{v}_i \hat{v}_i^T$ 로 정의할 수 있다. 이에 따라, 3차원 상에서 구하고자 하는 line들 간의 최근접점  $x$ 는 Eq. (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = \left( \sum_i I - \hat{v}_i \hat{v}_i^T \right)^{-1} \left( \sum_i (I - \hat{v}_i \hat{v}_i^T) p_i \right) \quad (11)$$

where  $x$  is the nearest point to non-intersecting lines in 3D,  $I$  is the identity matrix, and  $\hat{v}_i$  is a unit vector along the  $i$ th line.

## 4. 연구 결과

### 4.1 TLS를 활용한 fitting line 추정

Fig. 5는 fitting line 추정의 대상이 되는 VLBI 안테나의 주 반사경에 위치한 특징점에 대한 3차원 위치좌표 성과를 표현한 것이며, 외부환경 변화에 의해 변형이 발생할 가능성이 높은 안테나 주 반사경의 전체적인 형상을 나타내고 있다. Fig. 5는 VLBI 안테나의 주 반사경에 위치한 총 128개의 특징점의 분포를 나타내고 있으며, 각각의 특징점에 대한 3차원 위치좌표 성과는 Kim et al.(2015)의 연구결과를 활용하였다. Fig. 5에서 각각의 fitting line으로 피팅될 것으로 예상되는 지점에 특징점이 존재하지 않는 등의 불연속성이 발생한 이유는 우주측지관측센터 내의 고정필라를 활용한 T/S 관측 시, VLBI 안테나의 전면부 구조물로 인해 관측 시야확보가 어려운 특징점은 기준점측량 및 공역점 영상좌표의 확보가 불가능하여 피팅대상에서 제외되었기 때문이다.

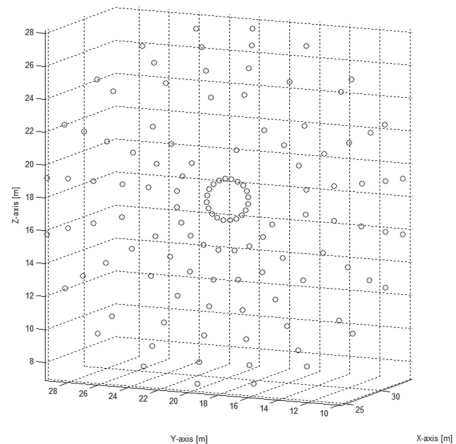


Fig. 5. 3D position coordinate result of feature points located in the main reflector of the VLBI antenna

본 연구에서는 안테나 주 반사경에 위치한 특징점을 대상으로 총 10개의 fitting line을 도출하였다. Fig. 6(a)는 VLBI 안테나 주 반사경에 분포된 다수의 특징점들을 대상으로 하나의 fitting line을 도출하기 위한 특징점의 분포를 나타내고 있으며, Fig. 6(b)는 3차원 공간상에 분포된 특징점을 대상으로 TLS를 활용하여 fitting line을 추정한 결과를 나타내고 있다. Fig. 6(a)에서 원(circle)으로 표시된 부분은 근접 사진측량 방법을 활용하여 계산된 각각의 특징점에 대한 3차원 위치좌표 성과이며, Fig. 6(b)에서는 특징점들의 위치 성과를 기반으로 TLS를 적용하여 추정된 fitting line 결과와 더불어 각각의 특징점과 fitting line 사이의 직교거리를 나타내고 있다.

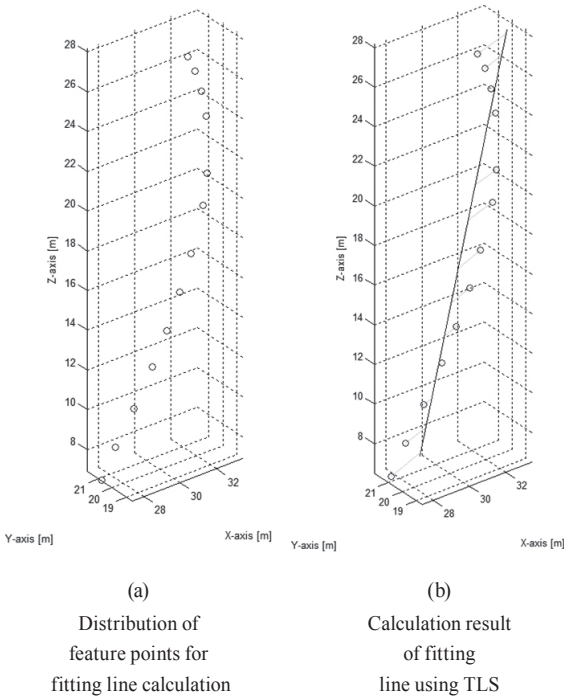


Fig. 6. Calculation result of fitting line using TLS for shape deformation monitoring

Fig. 7은 TLS를 활용하여 추정된 2개 이상의 fitting line이 3차원 공간상에서 교차되는 경향을 표현하고 있다. 피팅의 대상이 되는 특징점들은 안테나 주 반사경 내에 일정한 방향성을 가지고 분포되어 있으며, 각 방향에 따라 위치한 특징점을 대상으로 fitting line을 추정하면 Fig. 7과 같이 주 반사경 중앙지점에서 교차되는 경향이 발생함을 확인할 수 있다.

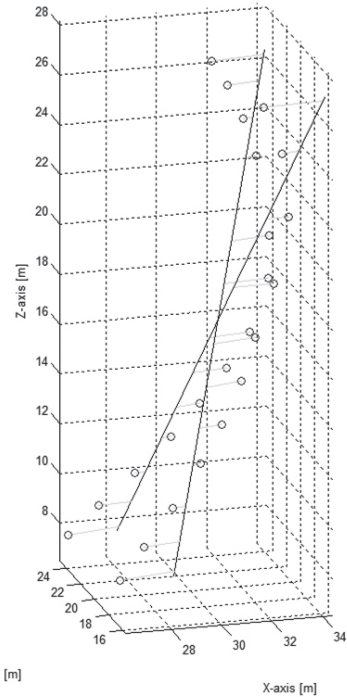


Fig. 7. Intersection tendency of calculated fitting lines

#### 4.2 VLBI 안테나 형상 변형 모니터링을 위한 교차점 계산

Fig. 8은 안테나 주 반사경 상의 모든 특징점을 대상으로 총 10개의 fitting line을 도출한 결과를 나타내고 있다. 추정된 fitting line들은 3차원 상에서 직선의 방정식으로 표현될 수 있으며, 본 연구에서는 10개의 fitting line에 대한 직선의 방정식을 통해 교차점을 계산하여 안테나 주 반사경의 형태 변형유무를 판단할 수 있는 근거로 활용하고자 하였다. 그러나, 상기 10개의 fitting line에 대한 직선의 방정식은 엄밀하게 정확한 1개의 해를 가지며 교점을 형성하지 않는다. 따라서 본 연구에서는 엄밀한 교점을 형성하지 않는 fitting line들의 교차점을 추정하기 위해 3.2에서 제시한 바와 같이 LS를 활용하여 3차원 직선방정식으로 표현되는 비교차 선들 간의 최근접점을 계산하고, 그 결과를 fitting line들의 교차점으로 추정하였다.

Fig. 9는 상기와 같은 과정을 통해 계산된 교차점의 성과를 나타내고 있으며, 그 결과는 (31.1774m, 20.5620m, 16.6218m)와 같다. 향후 정기적인 교차점 계산을 수행하여 수치결과의 시계열 분석을 통해 VLBI 안테나 주 반사경의 형상 변형유무를 검출할 수 있을 것으로 기대된다.

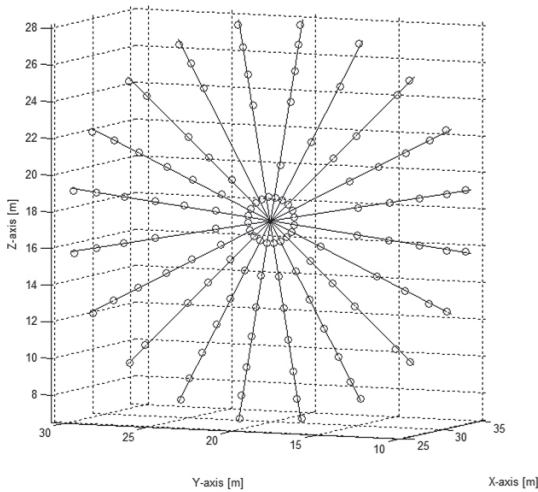


Fig. 8. Calculation result of fitting lines representing the main reflector's shape (the total of 10 fitting lines)

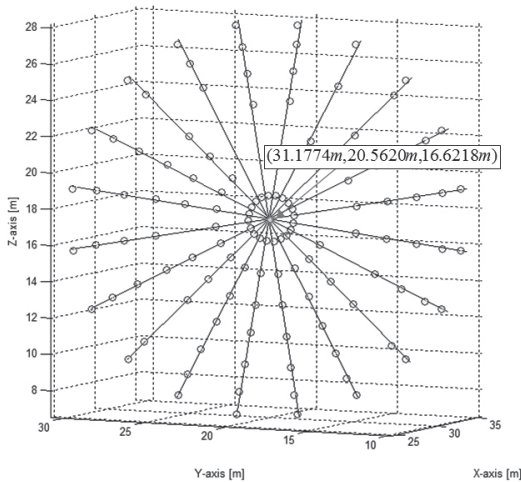


Fig. 9. Calculation result of intersection point for the fitting lines

이와 더불어, 본 연구에서 제시한 PCA 방법에 의한 TLS를 활용하여 추정된 fitting line의 계산 정확도를 평가하기 위하여 피팅 대상이 되는 128개의 특징점에 대한 3차원 위치좌표와 각각의 특징점과 직교거리를 이루는 fitting line 상의 특정한 점에 대한 3차원 위치좌표 사이의 편차를 계산하여 통계학적 분석을 수행하였으며, 그 결과는 Table 1과 같다. Table 1의 통계분석 결과에서 3축에 대하여 계산된 편차의 평균값이 모두 0(Zero)로 수렴한다는 사실을 확인할 수 있다. 이는 본 연구에서 활용한 TLS 계산 알고리즘을 통해 특징점과의 편차가 최소화되는 경로를 따라 적합한 fitting line을 추정할 수 있음을 의미한다.

### 5. 결론

본 연구에서는 향후 상시적이고 자동화된 구조 변형 모니터링 시스템으로 활용될 수 있는 근접사진측량 방법과 연계하여 VLBI 안테나 주 반사경을 대상으로 형상 변형 모니터링 방법을 개발하였다. 이를 구체화하기 위하여 VLBI 안테나 주 반사경에 분포된 특징점들을 기반으로 fitting line 추정을 위한 대상점을 선정하고, 주 반사경의 전체 형상을 대표할 수 있도록 전 방향에 걸쳐 총 10개의 fitting line을 도출하였다. 본 연구에서는 3차원 상에 분포된 특징점에 최적으로 피팅되는 직선방정식을 결정하기 위해 PCA 방법에 의한 TLS를 활용하여 선형계수를 추정하였다.

피팅 대상이 되는 특징점들은 주 반사경 내에 일정한 방향성을 가지고 분포되어 있으며, 이러한 특징점들을 대상으로 추정된 fitting line들은 주 반사경 중앙지점에서 교차되는 경향이 발생한다. 그러나, 추정된 10개의 fitting line들이 엄밀하게 교점을 형성하지 않음에 따라 본 연구에서는 비교차 선들 간의 교차점 계산 알고리즘을 활용하여 이들 10개의 fitting line들의 교차점으로 정의될 수 있는 근접점 성과를 산출하였으며, 그 결과는 (31.1774m, 20.5620m, 16.6218m)로 계산되었

Table 1. Statistical indicators of the deviation

Statistical Indicator	X-axis Coordinates	Y-axis Coordinates	Z-axis Coordinates
Maximum Deviation	2.668m	1.181m	0.245m
Minimum Deviation	-2.183m	-0.972m	-0.327m
Average Deviation	0.000m	0.000m	0.000m
Standard Deviation	1.564m	0.677m	0.149m



다. 이러한 연구결과는 향후 시계열 분석을 통해 3축에 대한 교차점의 수치변동량을 계산함으로써 변형률뿐만 아니라 변형방향까지 예측할 수 있는 직관적인 근거자료로 활용 가능할 것으로 판단된다.

이와 더불어, 근접사진측량 기반의 3차원 위치좌표 성과를 활용하여 VLBI 안테나 구조물에 발생하는 다양한 변위를 탐지할 수 있는 다수의 방법론이 추후 연구를 통해 개발되어야 할 것으로 사료된다. 또한, 각 방법론을 적용하여 계산된 변위량에 대한 보다 일반적이고, 엄밀한 기준이 제시되기 위해서는 실제현장 적용을 위한 촬영조건, 신뢰성 검사 등의 추가적인 연구와 실험이 필요할 것으로 판단된다.

## 감사의 글

이 논문은 2013년도 한국연구재단 국제협력사업의 지원을 받아 연구되었습니다(No.2012K2A1A2033107).

## References

- Chae, S.H., Kwak, K.C., and Pan, S.B. (2012), A enhancement of the fingerprint verification using PCA, *Journal of Korean Institute of Information Technology*, Vol. 10, No. 5, pp. 81-89. (in Korean with English abstract)
- Gruen, A. and Akca, D. (2005), Least squares 3D surface and curve matching, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. 59, No. 3, pp. 151-174.
- Jeon, C.W. (2008), Total least squares, *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 58-63. (in Korean)
- Kim, H.G., Yun, H.S., and Cho, J.M. (2015), Analysis of 3D accuracy according to determination of calibration initial value in close-range digital photogrammetry using VLBI antenna and mobile phone camera, *Journal of the Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, Vol. 33, No. 1, pp. 31-43. (in Korean with English abstract)
- Lee, J.J. and Shinozuka, M. (2006), Real-time displacement measurement of a flexible bridge using digital image processing techniques, *Experimental Mechanics*, Vol. 46, No. 1, pp. 105-114.
- Lee, S., Yun, H., and Kim, D. (2012), *A Study on Introduction of Antenna Monitoring System and Accuracy Calculation of Collocation Surveying in Space Geodetic Observation Center*, NGII Publication No. 11-1611265-000083-01, National Geographic Information Institute, Suwon, Korea, 100p. (in Korean)
- Markovsky, I. and Huffel, S.V. (2007), Overview of total least-squares methods, *Signal Processing*, Vol. 87, No. 10, pp. 2283-2302.
- Pan, G., Zhou, Y., Sun, H., and Guo, W. (2015), Linear observation based total least squares, *Survey Review*, Vol. 47, No. 340, pp. 18-27.
- Richardson, J.T. (1968), Measured deformation behavior of Glen Canyon dam, *Journal of the Surveying and Mapping Division*, Vol. 94, No. 2, pp. 149-168.
- Sarti, P., Vittuari, L., and Abbondanza, C. (2009), Laser scanner and terrestrial surveying applied to gravitational deformation monitoring of large VLBI telescopes' primary reflector, *Journal of Surveying Engineering*, Vol. 135, No. 4, pp. 136-148.
- Wikipedia contributors (2016), Line-line intersection, *Wikipedia*, The Free Encyclopedia, [https://en.wikipedia.org/wiki/Line-line\\_intersection](https://en.wikipedia.org/wiki/Line-line_intersection) (last date accessed: 3 February 2016).

