經營科學
第33卷 第3號
2016年 9月, pp.89-103
http://dx.doi.org/10.7737/KMSR.2016.33.3.089

서비스 고정비용을 고려한 복수제품 선별검사와 서비스시스템 설계

김 성 철†
덕성여자대학교 경영학과

Design of Rectifying Inspection Plans and Service Capacities for Multi-Products with the Fixed Costs for Products Servicing

Sung Chul Kim†
Duk Sung Women's University

■ Abstract ■

In this paper, we design sampling inspections and service capacities simultaneously for multi-products. Products are supplied in batches after rectifying inspections, that is, rejected lot is subject to total inspection and defective products are reworked to good ones. When supplied, all defective products are uncovered and returned to service. Particularly, we extend Kim [1] by introducing the fixed costs of providing services and show that the cost function of a product is no longer linear or convex in terms of the level of service provision. We develop a framework for a product to deal with this joint design problem and a dynamic programming algorithm for multi-products which allocates the given number of the total service capacities among products with the considerably smaller computations than the total number of possible allocations.

Keywords : Convex Function, Dynamic Programming, Fixed Cost, Joint Optimization, Rectifying Inspection, Sampling Inspection, Service System, Total Inspection

논문접수일 : 2016년 04월 01일　　논문게재확정일 : 2016년 08월 23일
논문수정일 : 2016년 08월 01일
† 교신저자, sckim@duksung.ac.kr

1. 서 론

1990년대 품질관리(quality control)의 대명사였던 도요타(Toyota)자동차는 2009년도 10월부터 미국시장에서 가속페달과 브레이크 결함으로 자동차 800만 대를 리콜(recall)하여 서비스를 실시하였고 판매를 일시적으로 중단하였으며 중국과 유럽에서도 리콜을 실시하는 등 품질에 대한 신뢰가 추락하였다. 도요타자동차의 2009년도 글로벌(global) 시장에서의 판매실적이 781만 대임을 고려하면 이는 매우 높고 심각한 숫자이다[9]. 뿐만 아니라 2010년 2월 세계 판매량 1위를 달성한 도요타는 미국 연방 청문회에서 가속페달 결함을 인정하고 전세계적으로 700만대를 리콜하였고 총 12억달러(약 1조 4,000억 원)의 보상을 약속했다[8]. 미국에서만도 총 400여 건의 도요타 리콜과 관련된 집단소송이 제기되었다. 이는 도요타자동차가 세계 최고의 생산성과 품질관리 능력을 보유하였음에도 불구하고 2,000년대에 들어서면서 품질보다는 가격에 우위를 두고 원가절감을 위한 성과주의 추구한 결과이다[3].

이러한 사태에 대응하여 도요타자동차는 즉각적으로 품질개선을 위한 '글로벌 품질특별위원회'를 구성하고 품질검사(quality inspection)를 강화하는 등 품질관리를 위한 제반 활동을 강조하고 품질을 높이기 위한 과감한 조치를 취하였다. 도요타는 기업가치의 기본이 비용보다는 품질에 있음을 재차 확인하고 강조하며 최선의 노력을 기울였다. 그럼에도 불구하고 2015년도 6월에도 어백 결함으로 전 세계에서 24개 모델 286만대를 리콜 조치하였으며 2015년도 7월에는 이브리드 제어프로그램 결함으로 일부 하이브리드 모델 62만대를 리콜 조치하였다.

2015년 7월 17일 국토교통부가 발표한 자료에 의하면 2015년 7월 1일부터 7월 17일까지 제작 결함이 발견되어 우리나라에서 리콜된 차량은 총 1만 3,421대이다. 이 가운데 국내 생산물량인 한국GM을 제외하면 90% 이상이 혼다코리아의 CR-V, 어코드, 재규어랜드로버 코리아의 재규어 XK, 포드코리아의 이스케이프 등 수입차이다. 2015년 상반기인 1월 1일부터 6월 30일까지 리콜 조치된 수입차도 총 9만 179대로 2014년 상반기 4만 6124대의 두 배에 이른다.

1970년대 자동차 배출가스 규제가 시작된 후 클린 디젤을 앞세워 2015년 상반기 504만 대 판매로 세계 1위 판매량을 기록한 폴크스바겐[12]은 이 후 2달 만에 충격적인 사기극인 디젤차량 배기가스 배출량 조작 혐의로 차량 1,100만대를 리콜할 것으로 예상되었고[7], 2015년도 3분기만도 16억 7,300유로(약 2조 2,000억 원)의 적자, 차량 판매 극감, 주가폭락, 차주들의 집단소송 등 초유의 위기에 직면하였다[11]. 2016년 1월 독일의 투자 애널리스트들은 폴크스바겐이 이를 수습하기 위해서 540억~1,000억유로(약 70조~129조 원)의 비용이 들 것으로 예견했다[10]. 품질확보를 위한 품질검사와 서비스 시스템(service system)의 중요성이 더욱 부각되고 있다.

선별검사(rectifying inspection)는 평균출검품질(average outgoing quality)을 크게 향상시켜 품질검사 후 고객에 인도될 제품의 품질수준을 높이기 위한 품질검사방법으로 표본검사에서 로트(lot)가 불합격되는 경우에는 전수검사(total inspection)를 통하여 로트에 포함된 불량품(defects)을 모두 선별하고 양품으로 교체하는 품질검사방법이다. 그러므로 선별검사 후 공급된 제품은 제품실패에 따른 클레임, 제품회수, 애프터서비스 등이 현저히 줄고 제품책임에 따른 외적실패비용(external failure cost)도 감소한다. 서비스시스템은 고객에 인도된 제품에서 발생하는 제품실패를 효과적으로 처리하여 철저한 사후관리를 위한 시스템이다.

서비스시스템은 품질검사와 더불어 기업의 이미지나 브랜드 명성을 확보하는데 필수 불가결의 요소이며 고객지향 문화를 바탕으로 제품책임을 전제로 설계되어야 한다. 외국뿐만 아니라 우리나라의 경우에도 삼성, LG, 현대 등 대부분 기업은 효율적인 서비스 시스템을 구축하기 위해서 심혈을 기

울이고 있다. 그러므로 품질검사에 의한 제품의 품질과 제품실패에 따른 서비스는 매우 밀접한 상호보완적인 관계를 가지고 있으며 품질시스템을 설계하는데 품질검사와 더불어 서비스시스템을 함께 고려하는 것은 매우 중요하다.

과도한 품질검사는 시간과 비용이 많이 소요되고 기업의 한정된 능력을 과도하게 평가활동이나 교정활동에 투입하게 된다. 그러나 부적절한 품질검사로 공급된 제품이 과도하게 거부되거나 반송되면 서비스 제공에 따른 높은 외적실패비용을 야기할 뿐만 아니라 기업에 대한 고객의 신뢰도 상실하게 한다. 또한 과도하게 높은 서비스 능력을 유지하는 경우에는 불필요한 서비스 능력의 확보에 따른 추가적인 비용이 소요되는 반면 외적제품실패에 미흡한 서비스 능력을 유지하는 경우에는 시간외 근무나 외주(outsourcing) 등에 의하여 비용이 오히려 증가한다. 더욱이 서비스 능력은 고객의 신뢰를 현저히 저하시킬 수 있는 불량품의 수로 해석할 수 있어 서비스 능력을 초과하는 제품실패는 고객의 신뢰를 저하시키고 나아가 고객까지 상실할 수 있는 결과를 초래할 수 있어 기업의 생존에 까지 영향을 줄 수 있다. 그러므로 평가비용(appraisal cost), 내적실패비용(internal failure cost), 서비스능력 확보를 위한 비용 그리고 외적실패비용을 모두 고려하여 통합적인 품질시스템을 설계하는 것은 매우 중요하다.

본 논문은 선별검사와 서비스시스템을 동시에 고려하여 통합적 품질시스템을 설계하는 김성철[1]의 연장선상에서 서비스시스템의 확보에 요구되는 고정비용(fixed cost)을 새로이 도입하여 복수제품의 품질검사와 서비스시스템을 통합적으로 설계하는 문제를 다룬다. 품질수준이 서로 다른 복수의 제품은 각각 로트단위로 선별검사가 시행된 후 공급된다. 공급된 제품은 전수검사에 의하거나 고객이나 상위제품의 핵심 부품으로 소요되어 품질이 바로 확인되고 불량품은 반송되며 제품실패에 따른 서비스가 수행된다. 그러므로 본 논문에서는 품질확보를 위한 평가비용, 내적 실패비용, 제품이 고객에 인도된 후에 발생하는 제품실패에 대응하는 서비스 능력 확보비용, 그리고 외적실패비용을 모두 함께 고려하여 복수제품의 품질검사와 서비스 시스템을 통합하는 최적의 품질시스템을 설계하고자 한다. 김성철[1]에서는 서비스 능력의 확보와 관련하여 발생하는 고정비용을 고려하지 않았으나 본 논문에서는 서비스 시스템을 확보하는데 소요되는 고정비용을 도입한다.

서비스 시스템에 있어서 시설, 설비, R&D, 조직구축, 그리고 기술과 지식확보를 위한 초기투자는 필수적이며 결과적으로 서비스시스템의 구축과 관련하여 고정비용을 고려하는 것은 매우 중요하다. 더욱이 선형으로 모형화된 비용함수는 고정비가 도입되면 더 이상 선형을 유지하지 못하고 선형의 조각난(piecewise linear) 오목함수(concave function)가 된다. 그러므로 계획, 설계, 관리, 통제와 같은 경영관리문제를 최적화(optimization)하는데 있어서 선형의 알고리즘이 적용되지 못한다. 그 결과로 김성철[1]에서 서비스 능력의 규모에 대하여 선형(linear)이나 볼록함수(convex function)를 이루던 품질비용이 고정비가 도입됨에 따라 더 이상 선형의 함수나 볼록함수를 유지하지 못하고 주어진 최적화문제는 상이한 해법이 요구되는 완전히 다른 최적화 문제가 되어 새로운 접근이 요구된다.

또한 기업의 초기투자비용(initial outlay)이나 R&D 비용과 같은 고정비용은 규모의 경제(economy of scale)의 원천이 되며 잠재적 진입자에게는 진입장벽(entry barrier)으로 기존기업에게는 함몰비용(sunk cost)으로 인한 퇴거장벽(exit barrier)으로 작용하여 주어진 산업에의 진입과 탈퇴에 영향을 준다. 그러므로 고정비용은 특정산업에서 기업의 최적규모를 결정하는 주요변수로서 주어진 산업에서 기업의 수와 규모에 영향을 주고 산업의 경쟁강도를 결정짓는 중요한 요인이 된다. 뿐만 아니라 기업이 성장하고 생존하기 위해서는 글로벌 시장에서 글로벌 경쟁우위를 가진 글로벌 제품을 제공해야 한다. 그 결과로 기업이 부담해야 할 R&D 비용은 크게 증대될 수밖에 없다. 그러므로 초기

투자와 R&D 비용으로 구성되는 고정비를 고려한다는 것은 매우 중요하다.

본 논문과 같이 품질검사와 서비스시스템의 통합적인 품질시스템의 최적화를 추구하는 모형은 Chen et al.[15], Ritchken et al.[27], 그리고 Tapiero and Lee[29] 등에서 찾아 볼 수 있다. Chen et al.[15]은 불량률이 확률적 분포를 갖는 단일제품에 대하여 품질검사비용과 품질보증비용을 동시에 고려하는 품질시스템의 최적화를 위한 순차적인 품질검사절차를 유도하였다. Tapiero and Lee[29]는 본 논문과 가장 밀접하게 연관되는 논문으로 선별검사를 적용하는 품질검사와 서비스시스템을 공동으로 설계하는 최적화모형을 수립하였으나 완벽한 최적화절차는 제시하지 못하였다. Wu et al[32]은 선별검사에 있어서 처음으로 확률분포를 갖는 불량률을 도입하고 평균출검품질의 제약조건 하에서 평균총검사수(average total inspection)를 최소화하는 최적화문제를 다루었다.

Bebbington and Govindaraju[14], Arizono et al.[13]은 선별검사표본검사법을 설계하는 방법을 Kleijen et al.[16]은 재무감사에 선별검사를 적용하는 방법을 제시하였다. 독자적인 표본검사의 설계에 관한 문헌은 Derman and Ross[17], Duncan[20], Juran and Grynal[25], Wald[30], 그리고 Jamkhaneh[23] 등 다양하며 제품실패, 품질보증, 서비스시스템과 관련된 문헌은 Crosby[16], Dimitrov et al.[18], Shimp and Bearden[28], Yeh and Chen [33] 등이 있다. 고정비용도 다양한 문헌에서 고려되고 있다. 고정비와 변동비(variable cost)를 구분하는 손익분기점분석(break-even analysis)은 여러 문헌에서 쉽게 찾아 볼 수 있으며 Gallego[22], Johnson and Montgomery[24] 등은 생산시스템의 설계와 관련된 고정비를 Tapiero and Lee[29]는 서비스시스템에 있어서 고정비를 고려하였다.

본 논문의 특징은 다음과 같다. 첫째, 품질검사를 설계함에 있어서 주어진 불량률, 즉 합격품질 수준(AQL : acceptance quality level)에 대하여 경영자가 일정하게 제한하여 결정하여 필수적으로 고려되어야 할 생산자 위험부담(producer's risk), 즉 합격확률을 도입하여 적용하였다. 둘째, 로트허용불량률(lot tolerance percent defective)과 소비자 위험부담(consumer's risk)을 직접 고려하지 않고 품질검사가 설계되었다. 그러므로 로트허용불량률과 소비자 위험부담을 얼마로 하는 것이 적절한지 다시 한 번 고려할 기회가 제공된다. 경영자가 의사결정을 수행하기 위해서 고려해야 할 요소는 다양하며 로트허용불량률이나 소비자 위험부담은 단순히 '이것이다'와 같이 명확한 논리가 적용될 내용은 아니다. 일반적으로 소비자위험부담을 생산자 위험부담 보다 크게 하거나 제한하지 않는 것(doesn't restrict)은 법에서의 증거제일주의(burden of proof)와 같은 원리일 것이다, 계수치 샘플링검사의 한국산업표준인 KS Q ISO 2859-1에서도 'AQL은 규정값과 같은 정도로 유지하고, 동시에 소비자에 대해서는 때때로 일어나는 품질이 나쁜 로트를 합격시킬 위험의 상한을 제공한다'고 되어 있다. 셋째, 거의 모든 제품은 고객에게 인도된 후 품질이 확인된다. 선별검사는 표본검사법이라기 보다 불합격을 받은 로트를 처리하는 방법이다. 좋은 품질의 제품을 공급하기 위해 불합격된 로트의 품질을 확인하는 것은 극히 정상적인 접근방법이다. 그러므로 선별검사를 통하여 평균 출검품질의 수준을 높이고 제품이 고객에 인도된 후 전수검사를 시행하여 제품품질이 보증되는 절차는 고객만족을 전제로 하는 제품시장에 적용이 가능한 일반적인 가정이다. 넷째, 품질시스템 설계와 관련되는 여러 요소가 고려되어 경영자에게 품질시스템에 대한 전반적인 이해를 제공함으로써 품질시스템을 효율적으로 관리할 수 있도록 한다. 다섯째, 품질시스템의 설계와 관련된 다양한 요소가 고려되었음에도 불구하고 전반적인 모형에 대한 이해가 쉽고 해의 유도과정이 간편하다.

제 2장에서는 복수제품의 선별검사와 서비스시스템을 동시에 고려하는 통합적 품질시스템의 설계와 문제가 설명되고 관련되는 용어와 비용이 정의되고 최적화 문제가 모형화된다. 제품의 불량률

은 확률적으로 분포를 갖는 것으로 가정하나 특수한 경우로 확정적인 경우도 고려한다. 제 3장에서는 불량률이 확정적인 특수한 경우에 단일 제품의 최적 표본검사법과 서비스 능력이 제시된다. 서비스 능력의 제약이 없는 경우와 있는 경우로 구분되어 서비스 능력 확보를 위한 고정비용을 고려하여 최적화 해법을 위한 품질비용의 특성이 도출된다. 제 4장에서는 불량률이 확률적인 경우의 단일 제품에 대한 최적 표본검사법과 서비스능력이 제시된다. 제 3장에서와 마찬가지로 서비스 능력에 대한 제약의 유무가 구분되고 서비스 능력 확보를 위한 고정비용을 고려하여 최적화 해법을 위한 품질비용의 특성이 도출된다. 제 5장에서는 제 3장과 제 4장에서 도출된 결과를 기반으로 복수제품의 품질검사와 서비스시스템을 통합적으로 설계하는 최적화알고리즘이 제시된다. 주어진 동적계획법을 적용한 최적화알고리즘은 주어진 해법의 복잡성(complexity)을 현저히 감소시킨다. 제 6장에서는 통합적 품질시스템의 설계를 위한 최적화알고리즘을 적용한 수치예가 제시되고 품질시스템의 특성이 논의된다. 제 7장은 결어로 마감한다.

2. 모형화

제품j, $j=1,\cdots,K$,의 로트크기를 Q_j라고 하고 표본크기를 q_j, $0 \le q_j \le Q_j$,라고 하자. 제품j의 불량률(defect rate)을 π_j라고 하고 $f(\pi_j)$를 이의 확률밀도함수(probability density function), $\mu_j = E(\pi_j)$를 이의 기대치(expected value)로 정의한다. 불량률, $\pi_j \in [\pi_j^L, \pi_j^U]$, $0 \le \pi_j^L \le \pi_j^U \le 1$,은 일양분포(uniform distribution)를 갖는다고 가정한다. 만약 $\pi_j^L = \pi_j^U$인 경우이면 이는 불량률 π_j가 확정적(deterministic)인 경우를 의미한다. 제품j에 대하여 생산자 위험부담 α_j가 결정되고 이에 따라 합격확률 P_j^a가 정의된다. 선별검사에 의하여 확률 P_j^a를 가지고 로트가 합격되는 경우에는 표본 내의 불량품만 양품으로 교체되어 공급되나 확률 $1-P_j^a$를 가지고 로트가 불합격되는 경우에는 표본외의 $Q_j - q_j$개의 제품에 대하여도 품질검사가 수행되고 불량품이 모두 양품으로 교체되어 공급된다. 그러므로 로트가 불합격되는 경우에는 추가적인 평가비용과 내적실패비용이 발생한다. 제품이 공급된 후 전수검사(total inspection)나 상위제품의 핵심부품으로 소요되어 확인된 외적 제품실패는 서비스 능력 m_j의 서비스시스템에서 제품실패에 대한 서비스를 제공받으며 만약 외적 제품실패가 서비스 능력 m_j를 초과하는 경우에는 시간외 근무, 외주, 또는 보상 등으로 추가적인 비용이 소요된다.

제품j에 대한 제품 단위당 평가비용을 ω_j^a, 내적실패비용을 ω_j^r라 하자. 제품실패에 대한 서비스 능력과 관련하여 만약 서비스 능력 $m_j > 0$인 경우에는 서비스 능력 m_j의 크기와 무관하게 고정비용이 소요되며 이를 ω_j^{Fix}라고 하고 단위 서비스 능력 확보에 소요되는 단위 변동비용을 ω_j^m, 제품실패에 대한 서비스시스템의 외적실패비용을 ω_j^f, 그리고 서비스 능력을 초과하는 외적실패비용을 ω_j^e라고 하고 $\omega_j^r < \omega_j^f < \omega_j^m + \omega_j^f + \omega_j^{Fix}/(Q_j P_j^a \pi_j) \le \omega_j^e$를 가정한다.

평가비용과 실패비용을 고려하여 통합적 품질시스템을 설계한다는 것은 주어진 K종류의 제품에 대하여 총 품질비용을 최소화하는 최적 표본 수 q_j^*와 최적 서비스 능력 m_j^*를 동시에 설계함을 의미한다. 그러므로 모든 K종류의 제품에 대하여 총 품질비용을 최소화하는 최적화 문제(optimization problem)는 다음과 같이 정식화될 수 있다. 여기에서 $E\{C_j(m_j, q_j)\}$는 제품j의 서비스 능력이 m_j이고 표본 수가 q_j인 경우 제품j의 총 품질비용의 기대치를 의미한다.

$$\begin{aligned} Min.\ & \sum_{j=1}^{K} E\{C_j(m_j,\ q_j)\} \\ =\ & \sum_{j=1}^{K} \{\omega_j^a q_j + \omega_j^r q_j E(\pi_j) + \omega_j^{Fix} I_j + \omega_j^m m_j \\ & + \int_{\pi_j^L}^{\frac{m_j}{P_j^a(Q_j - q_j)}} \{\omega_j^a (Q_j - q_j)(1 - P_j^a) + \omega_j^r (Q_j - q_j) \end{aligned}$$

$$(1-P_j^a)\pi_j+\omega_j^f(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j\}f(\pi_j)d\pi_j$$
$$+\int_{\frac{m_j}{P_j^a(Q_j-q_j)}}^{\pi_j^U}\{\omega_j^a(Q_j-q_j)(1-P_j^a)+\omega_j^r(Q_j-q_j)$$
$$(1-P_j^a)\pi_j+\omega_j^f m_j+\omega_j^e[(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j-m_j]\}f(\pi_j)d\pi_j.$$
$$s.t.\ \sum_{j=1}^K m_j \le M,$$
$$0\le q_j \le Q_j,\ j=1,\cdots,K,$$
$$I_j=(0,1),\ j=1,\cdots,K. \qquad (1)$$

여기에서 I_j는 지시확률변수(indicator random variable)로서 만약 $m_j \ge 1$이면 $I_j=1$, $m_j=0$이면 $I_j=0$을 의미한다.

평가비용 ω_j^a는 표본으로 추출되는 q_j개의 제품과 로트가 불합격될 확률 $1-P_j^a$로 추가적으로 검사되는 Q_j-q_j개의 제품에 적용되고 내적 실패비용 ω_j^r도 마찬가지로 표본 중의 기대 불량품의 수 $q_jE(\pi_j)$와 확률 $1-P_j^a$로 추가로 검사되는 제품 중 기대 불량품의 수 $(Q_j-q_j)E(\pi_j)$개의 제품에 적용된다. 서비스 능력 m_j를 확보하는 데는 고정비용 ω_j^{Fix}와 변동비용 $\omega_j m_j$가 소요된다. 제품의 외적실패는 로트가 합격될 경우에만 로트 중 표본 이외의 Q_j-q_j제품에 확률 π_j로 발생하므로 주어진 확률 π_j에 대한 외적 제품실패는 $(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j$가 되어 만약 $(Q_j-q_j)\ P_j^a\pi_j\le m_j$이면 외적 실패비용 ω_j^f만 발생하고 만약 $(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j>m_j$이면 $(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j-m_j$개의 외적실패에 대하여는 외적 실패비용 ω_j^e가 발생한다. 그러므로 $\pi_j^L\le\pi_j\le m_j/P_j^a(Q_j-q_j)$ 또는 $m_j/P_j^a(Q_j-q_j)\le\pi_j\le\pi_j^U$인 경우가 존재하며 식 (1)도 이에 상응하여 정식화된다. 첫 번째 제약식은 주어진 복수제품을 위하여 확보할 수 있는 총 서비스 능력의 M임을 의미하며 두 번째 제약식은 표본크기 q_j가 0보다는 크고 로트크기 Q_j는 초과할 수 없음을 의미한다.

특수한 경우로서 모든 제품에 대하여 $\pi_j^L=\pi_j^U$, 즉 불량률 π_j가 확정적(deterministic)인 경우 식 (1)의 목적함수는 다음과 같이 재정리될 수 있다.

$$Min.\ \sum_{j=1}^K C_j(m_j,q_j)$$
$$=\sum_{j=1}^K\{\omega_j^a q_j+\omega_j^r q_j\pi_j+\omega_j^{Fix}I_j+\omega_j^m m_j$$
$$+\omega_j^a(Q_j-q_j)(1-P_j^a)+\omega_j^r(Q_j-q_j)(1-P_j^a)\pi_j$$
$$+\omega_j^f\min.[m_j,(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j]$$
$$+\omega_j^e[(Q_j-q_j)P_j^a\pi_j-m_j]^+\}. \qquad (2)$$

여기에서 $[x]^+$는 $\max.(0,x)$를 의미한다.

복수제품에 대한 통합적인 품질시스템을 설계하기 위해서는 복수제품에 주어지는 총 서비스 능력 M을 고려하지 않고 먼저 독립적인 하나의 제품에 대한 품질검사와 서비스 능력을 최적화하는 과정이 필요하다. 그러므로 다음에서는 단일제품에 대한 품질검사와 서비스 능력을 최적화하는 해를 유도하기로 한다. 먼저 불량률이 확정적인 경우를 고려하고 다음으로 불량률이 확률적인 경우를 다룬다.

3. 불량률이 확정적인 단일제품의 설계

본장에서는 먼저 불량률이 확정적인 경우 하나의 제품에 대한 품질검사와 서비스 능력의 최적화에 대한 문제를 다룬다. 먼저 총 서비스 능력의 제약 M을 고려하지 않는 경우 하나의 제품 즉 제품j에 있어서 최적 서비스 능력 m_j*와 최적 표본 수 q_j*는 비용함수 $C_j(m_j,\ q_j)$의 도함수(derivative)를 이용하여 만약 $\pi_j\le\ \omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$이면 $m_j^*=Q_jP_j^a\pi_j$, $q_j^*=0$이며 만약 $\pi_j>\omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$이면 $m_j^*=0$, $q_j^*=Q_j$임을 쉽게 유도할 수 있다. 주어진 결과는 제품 단위당 품질확보에 필요한 비용이 외적 제품실패에 소요되는 비용보다 큰 경우에는 표본검사를 하지 않고 외적 제품실패의 수와 동일하게 서비스 능력을 설계하고 그렇지 않은 경우에는 공급 전에 로트에 포함된 모든 제품을 검사하여 모든 불량품을 교정하고

서비스 능력은 제공하지 않는 것이 비용함수를 최소화시키는 것임을 알 수 있다.

이제 총 서비스 능력의 제약 M을 고려하는 경우를 보면 제품j에 있어서 $\pi_j \le \omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$인 경우에는 복수제품의 최적배분에 있어서 제품j의 최적의 서비스 능력 $m_j^*(=Q_jP_j^a\pi_j)$보다 적은 서비스 능력 $m_j(\ge 0)$가 제공될 수 있다. 그러므로 $m_j < m_j^*$인 경우에 있어서 최적의 표본수에 대하여 고려한다. 서비스 능력 $m_j(<m_j^*)$가 주어져 있을 때 이에 대한 최적 표본 수를 $q_{m_j}^*$라고 정의하면 만약 $\pi_j \le \omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)$인 경우 $q_{m_j}^*=0$이고 $\omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r) < \pi_j \le \omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$인 경우에는 $q_{m_j}^*=Q_j-m_j/P_j^a\pi_j$임을 쉽게 유도할 수 있다.

다음으로는 서비스 능력 확보를 위한 고정비용 ω_j^{Fix}가 도입되는 경우를 보자. 만약 서비스 능력 확보를 위한 고정비용 ω_j^{Fix}가 없는 경우 즉 $\omega_j^{Fix}=0$인 경우에는 비용함수 $C_j(m_j,\ q_{m_j}^*)$가 서비스 능력 $m_j(\le m_j^*)$에 대하여 선형의 감소함수(decreasing function)이다. 또한 서비스 능력 m_j를 한 단위 증가시킬 때 마다 비용은 $\pi_j \le \omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)$인 경우에는 $\omega_j^m+\omega_j^f-\omega_j^e$만큼 감소하고 $\omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r) < \pi_j \le \omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$인 경우에는 $\omega_j^m+\omega_j^f-(\omega_j^a/\pi_j+\omega_j^r)$만큼 감소한다[1].

그러나 서비스 능력 확보를 위한 고정비용 ω_j^{Fix}가 도입되면 서비스 능력 $m_j=1$에서 비용 $C_j(1,\ q_{1j}^*)$는 서비스 능력 $m_j=0$에서의 비용 $C_j(0,\ q_{0j}^*)$에 비하여 전술된 비용만큼 감소하는 반면 고정비용 ω_j^{Fix}가 추가되어 결과적으로 대부분의 경우에 있어서 비용이 $C_j(0,\ q_{0j}^*)$에 비하여 더 크게 되며 서비스 능력 m_j가 2, 3으로 추가로 증가하게 되면 총비용은 고정비용 ω_j^{Fix}가 없는 경우에서 제시된 비용만큼 서비스 능력이 증가될 때마다 동일하게 선형으로 감소하게 되어 특정한 서비스 능력 m_j에서 서비스 능력 0에서의 비용 $C_j(0,\ q_{0j}^*)$보다 적어지기 시작한다. 그러므로 서비스 능력을 확보하는데 고정비용 ω_j^{Fix}가 소요되는 경우에는 다음의 결과가 최적임을 쉽게 유도될 수 있다.

$\pi_j \le \omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)$인 경우에는

$m_j \ge \omega_j^{Fix}/(\omega_j^e-\omega_j^m-\omega_j^f)$이면 $q_{m_j}^*=0$

그렇지 않은 경우에는 $m_j=0,\ q_{0j}^*=0,$

$\omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r) < \pi_j \le \omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$인 경우에는

$m_j \ge \omega_j^{Fix}/(\omega_j^a/\pi_j+\omega_j^r-\omega_j^m-\omega_j^f)$이면

$q_{m_j}^*=Q_j-m_j/(P_j^a\pi_j)$

그렇지 않으면 $m_j=0,\ q_{0j}^*=Q_j.$ (3)

그러므로 제품 j의 총 비용의 관점에서 확보할 수 있는 가장 적은 서비스 능력을 m_j^0라고 하면 처음에는 서비스 능력이 0으로 유지되고 총비용도 일정하다가 서비스 능력이 m_j^0로 증가하면 비용이 감소하기 시작하고 서비스 능력이 m_j^0에서 증가할수록 비용은 선형으로 순차적으로 감소하게 된다. 그러므로 적은 규모의 서비스 능력에 있어서는 고정비용의 부담이 높아 서비스 능력을 확보하지 않는 것이 유리함을 알 수 있으며 비용함수 $C_j(m_j,\ q_{m_j}^*)$가 서비스 능력 $m_j(\le m_j^*)$에 대하여 더 이상 선형의 감소함수가 아님을 알 수 있다.

4. 불량률이 확률적인 단일제품의 설계

불량률이 확률적인 경우에도 먼저 총 서비스능력의 제약 M을 고려하지 않고 하나의 제품 j의 최적 서비스 능력 m_j^*와 최적 표본 수 q_j^*를 비용함수 $E\{C_j(m_j,q_j)\}$로부터 유도하면 다음과 같다. 만약 $\mu_j \le \omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)$인 경우에는 $m_j^*=Q_jP_j^a\{\pi_j^U-\omega_j^m(\pi_j^U-\pi_j^L)/(\omega_j^e-\omega_j^f)\}$, $q_j^*=0$이며 만약 $\omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r) < \mu \le \omega_j^a/(\omega_j^f-\omega_j^r)$인 경우에는 $m_j^*=0$, $q_j^*=Q_j$와 $m_j^*=Q_jP_j^a\{\pi_j^U-\omega_j^m(\pi_j^U-\pi_j^L)/(\omega_j^e-\omega_j^f)\}$, $q_j^*=0$의 두 결과에 대하여 비용함수 $E\{C_j(m_j,\ q_j)\}$를 비교하여 결

정한다[1]. 두 값을 비교해야 하는 이유는 불량률의 기대치 μ_j에 대한 비용함수 $E\{C_j(m_j, q_j)\}$의 도함수가 $\omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)$에서는 양수이나 μ_j가 증가하면 감소하며 $\omega_j^a/[\omega_j^m+\omega_j^f+\omega_j^{Fix}/(Q_jP_j^a\pi_j)-\omega_j^r]$ 바로 전 인접에서 0이 되고 $\omega_j^a/(\omega_j^f-\omega_j^r)$에서 더 작은 음수 값을 가지나 이에 대한 경계점을 명확히 설정할 수 없기 때문이다.

이제 총 서비스 능력의 제약 M을 고려하면 최적의 서비스 능력 $m_j^*>0$인 경우에 m_j^*보다 적은 서비스 능력 $m_j(<m_j^*)$인 경우에 있어서 최적의 표본 수 q_{mj}^*는 다음과 같이 유도될 수 있다.

$\mu_j \le \omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)$이면 $q_{mj}^*=0$,

$\omega_j^a/(\omega_j^e-\omega_j^r)<\mu_j \le \omega_j^a/(\omega_j^f-\omega_j^r)$이고

$m_j^*>0,\ q_j^*=0$이면 $q_{mj}^*=Q_j-m_j\sqrt{\Theta}$,

여기에서

$$\Theta = \frac{\omega_j^e-\omega_j^f}{(P_j^a)^2[(\omega_j^e(\pi_j^U)^2-\omega_j^f(\pi_j^L)^2) - 2\omega_j^a(\pi_j^U-\pi_j^L)-\omega_j^r((\pi_j^U)^2-(\pi_j^L)^2)]} \tag{4}$$

이며 만약 $Q_j<m_j\sqrt{\Theta}$이면 $q_{mj}^*=0$을 의미한다. 이는 서비스 능력 m_j가 0으로부터 점점 증가하면 최적 표본 수 q_{mj}^*는 0이 아닌 경우에는 점점 감소하여 결국 0이 됨을 의미한다.

불량률이 확률적인 경우에는 만약 서비스 능력 확보를 위한 고정비용 ω_j^{Fix}이 없는 경우에는 즉 $\omega_j^{Fix}=0$이면 비용함수 $E\{C_j(m_j, Q_j)\}$는 서비스 능력 m_j $(\le m_j^*)$에 대하여 선형의 조각난 볼록함수이다. 주어진 결과를 좀 더 부연 설명하기 위하여 비용함수 $E\{C_j(m_j, Q_j)\}$의 일계특성과 이계특성을 제시한다[1].

먼저 일계특성을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&E\{C_j((m+1)_j, 0)\}-E\{C_j(m_j, 0)\}\\&= \omega_j^m+\omega_j^f-\omega_j^e,\ ((m_j+1)/(P_j^aQ_j)\le \pi_j^L),\\&\omega_j^m-\{(\omega_j^e-\omega_j^f)[\pi_j^U-(2m_j+1)/2Q_jP_j^a]\}/(\pi_j^U-\pi_j^L),\\&(m_j/(P_j^aQ_j)\ge \pi_j^L),\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}&E\{C_j((m+1)_j, 0)\}-E\{C_j(m_j, q_{mj}^*)\}\\&= -\omega_j^aP_j^a(Q_j-m_j\sqrt{\varepsilon_j})-\{(\omega_j^e-\omega_j^f)\pi_j^U\}/(\pi_j^L+\pi_j^U)\\&-\{\omega_j^rP_j^a(Q_j-m_j\sqrt{\varepsilon_j})(\pi_j^L+\pi_j^U)\}/2\\&+\{P_j^a(Q_j-m_j\sqrt{\varepsilon_j})[\omega_j^e(\pi_j^U)^2-\omega_j^f(\pi_j^L)^2]\}/2(\pi_j^L+\pi_j^U)\\&+\omega_j^m+\{(\omega_j^e-\omega_j^f)[(m_j+1)^2/Q_j-m_j/\sqrt{\varepsilon_j}]/\\&\qquad[2P_j^a(\pi_j^U-\pi_j^L)]\},\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&E\{C_j((m+1)_j, q_{(m+1)j}^*)\}-E\{C_j(m_j, q_{mj}^*)\}\\&= -\omega_j^aP_j^a\sqrt{\varepsilon_j}-[\omega_j^rP_j^a\sqrt{\varepsilon_j}(\pi_j^L+\pi_j^U)]/2\\&-[(\omega_j^e-\omega_j^f)\pi_j^U]/(\pi_j^U-\pi_j^L)+\omega_j^m\\&+(\omega_j^e-\omega_j^f)/[2P_j^a\sqrt{\varepsilon_j}(\pi_j^U-\pi_j^L)]\\&+[P_j^a\sqrt{\varepsilon_j}(\omega_j^e(\pi_j^U)^2-\omega_j^f(\pi_j^L)^2)]/[2(\pi_j^U-\pi_j^L)]\}.\end{aligned} \tag{7}$$

여기에서 표본 수가 0이 아니고 q_{mj}^*로 표시된 것은 표본 수 $q_{mj}^*>0$임을 의미한다.

비용함수 $E\{C_j(m_j, Q_j)\}$의 이계특성은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned}&\{E[C_j((m+2)_j, 0)]-E[C_j((m+1)_j, 0)]\}\\&-\{E[C_j((m+1)_j, 0)]-E[C_j(m_j, 0)]\}\\&= 0,\ ((m_j+2)/(P_j^aQ_j)\le \pi_j^L),\\&\quad(\omega^e-\omega^f)\{[2(m_j+1)+1]/2P_j^aQ_j]-\pi_j^L\}\\&\quad/(\pi_j^U-\pi_j^L),\ ((m_j+1)/(P_j^aQ_j)=\pi_j^L),\\&\quad(\omega_j^e-\omega_j^f)/\{Q_jP_j^a(\pi_j^U-\pi_j^L)\}\ \ge\ 0,\\&\quad(m_j/(P_j^aQ_j)\ge \pi_j^L),\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&\{E[C_j((m+2)_j, 0)]-E[[C_j((m+1)_j, 0)]\}\\&\quad-\{E[[C_j((m+1)_j, 0)]-E[C_j(m_j, q_{mj}^*)]\}\\&\quad=(Q_j-m_j\sqrt{\varepsilon_j})(m_j+Q_j/\sqrt{\varepsilon_j})+2\sqrt{\varepsilon_j}\ge 0,\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&\{E[C_j((m+2)_j, 0)]-E[C_j((m+1)_j, q_{(m+1)j}^*)]\}\\&-\{E[C_j((m+1)_j, q_{(m+1)j}^*)]\end{aligned}$$

$$-E[C_j(m_j q_{mj}{}^*)]\} = \{(\omega_j^e - \omega_j^f)[Q_j - (m_j+2)\sqrt{\varepsilon_j}\,]^2\} / \{2Q_j P_j^a \varepsilon_j (\pi_j^U - \pi_j^L)\} \geq 0, \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&\{E[C_j((m+2)_j,\ q_{(m+2)_j}{}^*)] - E[C_j((m+1)_j,\ q_{(m+1)_j}{}^*)]\}\\ &\quad -\{E[C_j((m+1)_j,\ q_{(m+1)_j}{}^*)]\\ &\quad -E[C_j(m_j, q_{mj}{}^*)]\} = 0.\end{aligned} \tag{11}$$

여기에서

$$\varepsilon_j = \frac{\omega_j^e - \omega_j^f}{(P_j^a)^2[(\omega_j^e(\pi_j^U)^2 - \omega_j^f(\pi_j^L)^2) - 2\omega_j^a(\pi_j^U - \pi_j^L) - \omega_j^r((\pi_j^U)^2 - (\pi_j^L)^2)]}. \tag{12}$$

이제 원 문제로 돌아가서 서비스 능력 확보를 위한 고정비용 ω_j^{Fix}가 존재하는 경우를 보자. 서비스 능력 $m_j=0$에서의 비용 $E\{C_j(0, q_{0j}{}^*)\}$와 서비스 능력 $m_j=1$에서 비용 $E\{C_j(1, q_{1j}{}^*)\}$를 비교하면 서비스 능력이 증가함에 따라 비용이 감소하나 서비스 능력 $m=1$에서는 고정비용 ω_j^{Fix}가 새로이 부과되어 결과적으로 대부분의 경우에 있어서 서비스능력 $m=0$인 경우보다 비용이 크게 된다. 서비스 능력 m_j가 2, 3으로 순차적으로 증가하게 되면 고정비용 ω_j^{Fix}가 없는 경우 비용함수의 일계특성으로 제시된 만큼 비용이 순차적으로 감소하고 특정한 서비스 능력 m_j에서 서비스 능력 0에서의 비용 $E\{C_j(0, q_{0j}{}^*)\}$보다 비용이 적어지기 시작한다. 그러므로 서비스 능력을 확보하는데 고정비용 ω_j^{Fix}를 고려하는 경우에는 다음의 결과를 유도할 수 있다.

$\pi_j \leq \omega_j^a/(\omega_j^e - \omega_j^r)$인 경우,

$m_j/[P_j^a(Q_j - q_j)] \leq \pi_j^L$이면

$m_j \geq \omega_j^{Fix}/(\omega_j^e - \omega_j^m - \omega_j^f)$이면 $q_{mj}{}^*=0$

그렇지 않은 경우에는 $m_j=0$, $q_{0j}{}^*=0$,

$m_j/[P_j^a(Q_j - q_j)] > \pi_j^L$이면 $m_j \geq$

$$\frac{[(\omega_j^e - \omega_j^f)\pi_j^U/(\pi_j^U - \pi_j^L) - \omega_j^m] + [((\omega_j^e - \omega_j^f)\pi_j^U/(\pi_j^U - \pi_j^L) - \omega_j^m)^2 - 2[(\omega_j^e - \omega_j^f)/((\pi_j^U - \pi_j^L)P_j^a Q_j)]\Phi_j]^{1/2}}{(\omega_j^e - \omega_j^f)/[(\pi_j^U - \pi_j^L)P_j^a Q_j]}$$

이면 $q_{mj}{}^*=0$

그렇지 않은 경우에는 $m_j=0$, $q_{0j}{}^*=0$,

$\omega_j^a/(\omega_j^e - \omega_j^r) < \mu_j \leq \omega_j^a/(\omega_j^f - \omega_j^r)$이고

$m_j{}^*>0$, $q_j{}^*=0$의 경우 $m_j < Q_j/\sqrt{\varepsilon_j}$이고

$$\begin{aligned}m_j \geq\ &\omega_j^{Fix} / \{\omega_j^a P_j^a \sqrt{\varepsilon_j} + \omega_j^r P_j^a \mu_j \sqrt{\varepsilon_j}\\ &+ (\omega_j^e - \omega_j^f)/[2(\pi_j^U - \pi_j^L)P_j^a \sqrt{\varepsilon_j}]\\ &+ (\omega_j^e - \omega_j^f)(\pi_j^U - 1/(P_j^a\sqrt{\varepsilon_j}))/(\pi_j^U - \pi_j^L)\\ &- [\omega_j^m + (\omega_j^e(\pi_j^U)^2 - \omega_j^f(\pi_j^L)^2)P_j^a\sqrt{\varepsilon_j}/(2(\pi_j^U - \pi_j^L))]\}\end{aligned}$$

이면 $q_{mj}{}^* = Q_j - m_j\sqrt{\Theta}$,

그렇지 않으면 $m_j=0$, $q_{0j}{}^*=Q_j$.

$m_j \geq Q_j/\sqrt{\varepsilon_j}$이고 $m_j \geq$

$$\frac{[(\omega_j^e - \omega_j^f)\pi_j^U/(\pi_j^U - \pi_j^L) - \omega_j^m] + [((\omega_j^e - \omega_j^f)\pi_j^U/(\pi_j^U - \pi_j^L) - \omega_j^m)^2 - 2[(\omega_j^e - \omega_j^f)/((\pi_j^U - \pi_j^L)P_j^a Q_j)]\Psi_j]^{1/2}}{(\omega_j^e - \omega_j^f)/[(\pi_j^U - \pi_j^L)P_j^a Q_j]}$$

이면 $q_{mj}{}^*=0$,

그렇지 않으면 $m_j=0$, $q_{0j}{}^*=Q_j$,

여기에서

$$\begin{aligned}\Phi_j &= \omega_j^{Fix} + [\omega_j^e(\pi_j^U)^2 - \omega_j^f(\pi_j^L)^2]Q_j P_j^a/[2(\pi_j^U - \pi_j^L)]\\ &\quad - \omega_j^e Q_j P_j^a \mu_j,\\ \Psi_j &= \omega_j^{Fix} + [\omega_j^e(\pi_j^U)^2 - \omega_j^f(\pi_j^L)^2]Q_j P_j^a/[2(\pi_j^U - \pi_j^L)]\\ &\quad - \omega_j^a Q_j P_j^a - \omega_j^r Q_j P_j^a \mu_j\end{aligned} \tag{13}$$

결과적으로 불량률 π_j가 확률적인 경우에도 적은 규모의 서비스 능력의 경우에는 고정비용이 부담으로 작용하여 과도한 고정비용을 부담하지 않기 위하여 서비스 능력을 전혀 확보하지 않고 서비스 능력이 일정규모 이상이 요구되는 경우에만 서비스 능력을 확보하는 것이 합리적임을 알 수 있으며 비용함수 $E\{C_j(m_j, Q_j)\}$가 서비스 능력 $m_j(\leq m_j{}^*)$에 대하여 더 이상 선형의 조각난 볼록함수가 성립되지 않음 또한 알 수 있다.

5. 통합적 설계

이제 본래의 문제로 돌아가서 품질 수준이 서로 다른 복수의 제품의 품질검사와 서비스시스템을

통합적으로 고려하여 최적 품질시스템을 설계하는 문제를 다루기로 한다. 만약 서비스시스템을 확보하는데 요구되는 고정비용이 존재하지 않는다면 서비스 능력 m_j에 대하여 비용함수 $C_j(m_j, q_{mj}*)$가 감소하는 선형의 함수이거나 비용함수 $E\{C_j(m_j, q_{mj}*)\}$가 선형의 조각난 볼록함수임을 이용하여 주어진 최적화 문제는 Fox[21]의 한계배분 알고리즘을 적용하여 매우 쉽게 해결될 수 있다. 그러나 만약 서비스 능력 확보를 위한 고정비용이 존재한다면 서비스 능력 m_j에 대한 비용함수 $C_j(m_j, q_{mj}*)$의 선형이나 비용함수 $E\{C_j(m_j, q_{mj}*)\}$의 볼록성이 더 이상 성립되지 않아 고정비용이 고려되지 않은 경우에 적용되었던 한계배분 알고리즘과 같이 용이하게 적용될 수 있는 편리한 최적화 알고리즘이 불가능하며 결과적으로 복잡성이 증대되는 다른 형태의 최적화 알고리즘이 필요하게 된다.

만약 총 서비스능력 M과 서비스 능력 확보를 위한 고정비용을 고려하지 않고 최적배분의 상태에서 서비스 능력이 요구되는 제품들의 번호를 앞으로 하여 적절히 번호를 매기면 품질시스템 벡터 $\{(m_j*, q_j*)\}$는 $\{(m_1*, 0), \cdots, (m_s*, 0), (0, Q_{s+1}), \cdots, (0, Q_K)\}$와 같이 배열될 수 있다. 즉 제품 1에서 제품s까지는 표본검사를 하지 않고 외적 제품실패와 동일하게 서비스 능력을 확보하는 제품군을 표시하며 제품 $s+1$부터 제품 K까지는 공급하기 전에 로트의 모든 제품을 검사하고 서비스 능력을 제공하지 않는 제품군을 표시한다. 이제 서비스 능력 확보를 위한 고정비용 ω_j^{Fix}를 고려하는 경우를 보기로 하자. 만약 고정비용 ω_j^{Fix}가 매우 큰 경우에 지금까지 서비스 능력 m_j*가 요구되는 제품$j(\le s)$에 대하여 다음이 고려될 수 있다. 예로서 불량률 π_j가 확률적인 경우로 설명하자. $\mu_j \le \omega_j^a/(\omega_j^e - \omega_j^r)$인 경우 $E\{C_j(m_j*, 0)\} > E\{C_j(0, 0)\}$이 성립되거나 $\omega_j^a/(\omega_j^e - \omega_j^r) < \mu_j \le \omega_j^a/(\omega_j^f - \omega_j^r)$인 경우 $E\{C_j(m_j*, 0)\} > E\{C_j(0, Q_j)\}$이 성립되면 고정비용이 고려되지 않는 경우의 최적 벡터 $(m_j*, 0)$은 고정비용 ω_j^{Fix}를 고려하면 각각 $(0, 0)$ 또는 $(0, Q_j)$로 수정된다. 그러므로 고정비용 ω_j^{Fix}를 고려하는 경우에는 품질시스템 벡터 (m_j*, q_j*)는 다시 적절히 번호를 매겨 배열하면 $\{(m_1*, 0), \cdots, (m_n*, 0), (0, 0), \cdots, (0, 0), (0, Q_{r+1}), \cdots, (0, Q_s), (0, Q_{s+1}), \cdots, (0, Q_K)\}$, $n \le r \le s$,의 형태로 재정리 될 수 있다.

이제 서비스 능력이 요구되는 제품n까지 요구되는 서비스 능력의 합이 총 서비스 능력의 제약 M을 만족하면 즉 $\sum_{j=1}^{n} m_j \le M$이 만족되면 주어진 품질시스템 벡터 $\{(m_1*, 0), \cdots, (m_n*, 0), (0, 0), \cdots, (0, 0), (0, Q_{r+1}), \cdots, (0, Q_s), (0, Q_{s+1}), \cdots, (0, Q_K)\}$이 최적의 품질시스템이 된다. 그러나 그렇지 않은 경우에는 총 서비스 능력의 제약 M이 직접 고려되어 최적해가 도출되어야 한다. 그러므로 이제는 총 서비스 능력의 제약 M을 직접 고려하여 최적해를 구하는 문제를 다루기로 한다.

주어진 최적화 문제는 언급된 바와 같이 이의 해법으로 적용될 수 있는 용이한 최적화 알고리즘이 가능하지 않으며 결과적으로 이의 증대되는 복잡성(curse of dimensionality)에도 불구하고 동적계획법(dynamic Programming)이 편리하게 적용될 수 있다. 이제 $\Omega_j(M_j)$를 단계j, $j=1, \cdots, n$까지 배정된 총 서비스 능력이 M_j이고 서비스 능력의 배정이 최적인 경우의 단계j까지의 최소 총비용이라고 하고 식 (13)(불량률 π_j가 확정적인 경우에는 식 (3))에서 처음으로 $E\{C_j(0, q_{0j}*)\} > E\{C_j(m_j, q_{mj}*)\}$를 만족시키는 m_j를 $m_j^{\min}$이라고 하면 서비스 능력 $m_j^{\min}$은 서비스 능력을 할당하지 않은 경우의 품질비용보다 품질비용이 처음으로 적어지는 서비스 능력을 의미한다. 이제 $j=1, \cdots, n$과 $M_j = 0, \cdots, M$에 대하여 주어진 서비스 능력 할당문제의 회귀방정식(recursive equation)은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\Omega_{j+1}(M_{j+1}) = \underset{m_{j+1}=0,\ m_{j+1}^{\min} \le m_{j+1} \le m_{j+1}*}{Min.} \{E\{C_{j+1}(m_{j+1}, q_{mj+1}*)\} + \Omega_{j+1}(M_{j+1} - m_{j+1})\}. \quad (14)$$

주어진 회귀방정식의 경계조건(boundary condition)은 $\Omega_0(0)$가 되며 주어진 알고리즘의 복잡성은 $O(M^2n)$이 되나 고정비용을 능가하는 최소 서비스 능력 $m_j^{\min}$에 의하여 실제 계산이 요구되는 상태공간(state space)은 현저히 감소된다. 불량률 π_j가 확정적인 경우에는 비용함수 $E\{C_{j+1}(m_{j+1}, q_{mj+1}^*)\}$만 $C_{j+1}(m_{j+1}, q_{mj+1}^*)$로 변경된다.

6. 수치 예

본 장에서는 지금까지 제시된 최적화 알고리즘의 유용성을 보이기 위해 서로 다른 비용자료를 갖는 다섯 종류의 제품에 대하여 총 품질비용을 최소화하는 품질검사와 서비스시스템에 대한 수치적 예를 제시하여 주어진 설계문제에 대한 최적화 과정을 보고자 한다. 각 제품에 대한 관련 자료는 <표 1>과 같다.

제품자료는 복수제품의 서비스시스템의 설계에 주안점을 두고 고정비용을 고려하지 않는 경우에는 다섯 제품 모두 표본검사를 하지 않고 외적 제품 실패와 동일한 서비스 능력을 확보하도록 제품군을 구성하였다.

먼저 총 서비스 능력의 제약 M과 서비스 능력 확보를 위한 고정비용을 고려하지 않는 경우에는 주어진 다섯 제품은 모두 표본검사를 하지 않고 외적 제품 실패와 동일한 서비스 능력을 확보하는 것이 최적이다. 그러므로 다섯 제품에 대한 최적의 품질시스템 벡터 $\{(m_j^*, q_j^*)\}$는 {(10.8, 0), (9.9, 0), (16.393, 0), (11.324, 0), (14.04, 0)}이며 이를 정수해로 근사화하면 {(11, 0), (10, 0), (16, 0), (11, 0), (14, 0)}이며 이에 대한 비용벡터 $\{E\{C_j(m_j^*, 0)\}$은 {148.62, 145.1, 381.02, 530.04, 259.74}이 된다.

이제 주어진 고정비용 ω_j^{Fix}, $j=1, \cdots, 5$를 적용하면 품질시스템 벡터는 {(11, 0), (10, 0), (16, 0), (0, 0), (0, 150)}이다. 제품 4의 경우에는 $E\{C_4(11, 0)\}=610.04>E\{C_4(0, 0)\}=604$이며 이는 $\mu_4=0.06<\omega_4^a/(\omega_4^e-\omega_4^r)=0.067$에 해당하는 경우로서 높은 고정비용으로 인하여 서비스 능력을 확보하지 않고 표본검사도 실시하지 않고 이에 수반되는 모든 외적 제품실패를 모두 외적실패비용 ω_4^e를 적용하여 처리함이 최적임을 알 수 있다. 제품 5의 경우에는 $E\{C_5(14, 0)\}=271.74>E\{C_5(0, 150)\}=270$이고 불량률 $\mu_5=0.1$이 $\omega_5^a/(\omega_5^e-\omega_5^r)=0.083$과 $\omega_5^a/(\omega_5^f-\omega_5^r)=0.143$ 사이에 해당되는 경우로서 이 경우에는 높은 고정비용으로 인하여 서비스 능력을 구비하지 않고 모두 표본검사를 실시하여 불량품을 선별하여 양품으로 교체함으로써 외적 제품실패를 허용하지 않음이 최적임을 알 수 있다.

참고로 서비스 능력 벡터 $\{m_j^{\min}\}$를 보자. 이는 로트에 포함된 모든 제품을 검사하고 서비스 능력을 구비하지 않는 경우보다 고정비용이 적용되고 서비스 능력을 확보하는 경우가 품질비용이 최초로 적어지는 경우의 서비스 능력에 대한 정수 값의 벡터이다. 그러므로 식 (13)을 적용하여 이를 산정하면 $\{6, 8, 5, \infty, \infty\}$를 얻는다. 여기에서 ∞는 서비스 능력을 확보하지 않고 모든 제품을 검사하는 것이 가장 적은 품질비용을 가짐을 의미한다. <표 2>는 고정비용을 고려하는 경우 제품 1부터 제품 3까지

<표 1> 제품별 자료(제품을 나타내는 아래글자 생략)

제품	Q	ω^{Fix}	ω^a	ω^r	ω^m	ω^f	ω^e	$\omega^a/(\omega^e-\omega^r)$	$\omega^a/(\omega^f-\omega^r)$	(π^L, π^U)	P^a
1	100	10	1	6	2	10	14	0.125	0.25	(0.10, 0.14)	0.9
2	100	7	1	5	1	12	14	0.111	0.143	(0.09, 0.13)	0.9
3	250	15	1	10	3	18	25	0.067	0.125	(0.05, 0.09)	0.9
4	200	80	2	20	6	36	50	0.067	0.125	(0.04, 0.08)	0.9
5	150	12	1	8	2	15	20	0.083	0,143	(0.04, 0.08)	0.9

의 서비스 능력, 표본 수, 그리고 품질비용에 대한 자료이며 제품 3의 경우에는 공간상의 제약으로 서비스 능력 $m_3^{\min}=5$ 이상에서는 자료가 부분적으로 제시되고 있다.

이제 본래의 문제로 돌아가서 총 서비스 능력 M이 고려되는 경우의 최적화 문제를 보자. 가능한 한

〈표 2〉 제품별 품질시스템

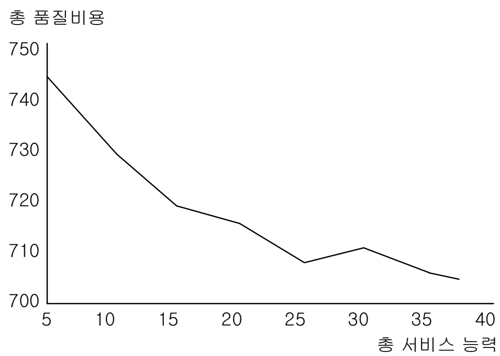
1	$(m_1, q_{m1}*)$	(0, 0)	(6, 0)	(7, 0)	(8, 0)	(9, 0)	(10, 0)	(11, 0)
	$E\{C_1(m_1, q_{m1}*)\}$	168.4	166.4	164.4	162.4	160.4	158.96	158.62
2	$(m_2, q_{m2}*)$	(0, 0)	(8, 0)	(9, 0)	(10, 0)			
	$E\{C_2(m_2, q_{m2}*)\}$	154.1	153.1	152.33	152.1			
3	$(m_3, q_{m3}*)$	(0, 0)	(5, 150)	(6, 130)	(12, 9)	(13, 0)	(14, 0)	(16, 0)
	$E\{C_3(m_3, q_{m3}*)\}$	425	424.74	421.69	403.38	400.44	398.19	396.02

〈표 3〉 최적 품질시스템

총 서비스 능력 (M)	제품 (j)	서비스 능력 (m_j)	표본 수 ($q_{mj}*$)	품질비용 $E\{C_j(m_j, q_{mj})\}$	총 품질비용 $\Omega_3(M)$
5	1	0	0	168.4	747.24
	2	0	0	154.1	
	3	5	150	424.74	
10	1	0	0	168.4	731.99
	2	0	0	154.1	
	3	10	49	409.49	
15	1	0	0	168.4	719.22
	2	0	0	154.1	
	3	15	0	396.72	
20	1	6	0	166.4	718.69
	2	0	0	154.1	
	3	14	0	398.19	
25	1	10	0	158.96	709.28
	2	0	0	154.1	
	3	15	0	396.72	
30	1	9	0	160.4	712.69
	2	7(0)	0	154.1	
	3	14	0	398.19	
35	1	10	0	158.96	707.78
	2	10	0	152.1	
	3	15	0	396.72	
36	1	10	0	158.96	707.06
	2	10	0	152.1	
	3	16	0	396.02	
37	1	11	0	158.62	706.74
	2	10	0	152.1	
	3	16	0	396.02	

총 서비스 능력을 광범위하게 제시하기 위해 총 서비스 능력의 단위를 5단위씩 증가하였다. <표 2>에 제시된 바와 같이 고정비용을 고려하는 경우 제품 1, 제품 2. 제품 3의 최적 서비스 능력은 각각 11, 10, 16으로 총 서비스능력이 37이므로 총 서비스 능력의 제약은 37과 같거나 적게 적용하였다. 서비스 능력의 확보가 요구되는 제품 1, 2, 3에 대해서 식 (14)의 회귀방정식으로 표현되는 동적계획법을 적용하면 결과는 <표 3>과 같다.

<표 3>에 주어진 결과로부터 복수제품을 함께 고려하는 경우에는 특정한 일계특성이나 이계특성이 존재하지 않으며 고정비용으로부터 유래되는 상태공간의 제한으로 인하여 예를 들어 총 서비스 능력이 30인 경우에는 서비스 능력이 증가함에도 불구하고 총 품질비용이 증가하는 경우도 발생함을 알 수 있다. 불량률의 분산에 따른 품질비용의 증가 등 부수적인 내용은 김성철[1]을 참조하고 생략하기로 한다.



<그림 1> 총 서비스 능력과 총 품질비용

7. 결 론

본 논문은 복수제품의 품질검사와 서비스시스템을 동시에 다루는 통합적 품질시스템의 설계에 대한 문제를 다루었다. 제품은 선별검사를 시행하여 평균 출검품질을 높인 후 로트로 공급되며 공급된 제품은 다시 다양한 방법으로 품질이 확인되어 불량품인 경우에는 제품실패에 대한 서비스절차를 갖는다. 본 논문은 품질확보에 요구되는 검사비용과 교정비용, 서비스 확보에 요구되는 변동비용과 제품실패비용을 고려하여 통합적 품질시스템의 설계에 대한 문제를 다룬 김성철[1]에 추가하여 서비스능력을 확보하는데 소요되는 고정비용을 직접 고려하였다.

서비스능력의 확보에 따른 고정비용이 존재하는 경우에는 각 제품에 있어서 서비스 능력에 대한 비용함수의 선형이나 볼록성이 더 이상 성립되지 않으며 그 결과로 적은 규모의 서비스능력에서는 고정비용을 지불하고 서비스 능력을 확보하는 것보다 품질검사에 의하여 제품을 교정함이 더 효율적임을 결론지을 수 있었다.

복수제품에 대한 총 서비스 능력의 제약이 존재하여 주어진 총 서비스 능력을 복수제품에 할당하는 복수제품의 통합적 품질시스템 설계문제에 있어서는 하나의 제품에 대한 품질비용의 특성을 이용하여 계산이 요구되는 상태공간을 현저히 감소시키는 효율적인 알고리즘을 제시하였다. 주어진 결과는 품질시스템의 분석 및 설계에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

[1] 김성철, “복수제품의 선별검사 및 서비스시스템의 설계”, 「한국경영과학회지」, 제35권(2010), pp.97-109.

[2] 김성철, “복수제품의 품질검사 및 서비스시스템의 설계”, 「한국경영과학회지」, 제28권(2003), pp.49-60.

[3] 박기임, 홍상수, “최근 도요타 리콜사태의 영향 및 시사점”, 「Trade Focus」, 제9권(2010).

[4] 박상규, 강만수, “커피전문점의 서비스 품질이 고객만족에 미치는 영향 연구 : 한국인, 중국인, 외국인(중국인 제외)을 대상으로”, 「한국경영과학회지」, 제40권(2015), pp.79-92.

[5] 박윤서, “서비스 품질과 고객 만족 간의 인과관계 실증분석 : Granger 검정법을 중심으로”, 「한국경영과학회지」, 제36권(2011), pp.143-160.

[6] 유연성, 임호순, “서비스화가 기업의 시장가치에 미치는 영향에 대한 연구 : 포춘 500대 기업의 제휴공시를 중심으로”, 「한국경영과학회지」, 제36권(2011), pp.63-80.

[7] 윤형준, “폴크스바겐, 휘발유 차도 배기가스 조작 의혹”, 조선경제, 2015.

[8] 이인열, 윤형준, “1등 지상주의 ‘째찍’이 VW 사태 불렀다”, 조선경제, 2015.

[9] 전익주, 안지영, 「도요타 사태의 원인과 시사점」, 전경련중소기업협력센터, 2010.

[10] 최원석, “배출가스 조작한 죄 … 미, 폴크스바겐에 100조 원 소송”, 조선경제, 2016.

[11] 최현묵, 김성민, “다른 차도 마찬가지 … 디젤 스캔들 일파만파”, 조선경제, 2015.

[12] 최현묵, 김성민, “디젤 사기극, 폴크스바겐 시총 하루새 18조 증발”, 조선경제, 2015.

[13] Arizono, I., Y. Okada, R. Tomohiro, and Y. Takemoto, "Rectifying Inspection for Acceptable Quality Loss Limit Based on Variable Repetitive Group Sampling Plan," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 출판예정(2015. 11. 8. : First Online).

[14] Bebbington, M.S. and K. Govindaraju, "On Pesotechinsky's Scheme for Very Low Fraction Nonconforming," *Journal of Quality Technology*, Vol.30(1998), pp.248-253.

[15] Chen, J., D.D. Yao, and S. Zheng, "Quality Control for Products Supplied with Warranty," *Operations Research*, Vol.46(1998), pp.107-115.

[16] Crosby, P.B., *Quality is Free*, New American Library, New York, 1980.

[17] Derman, C. and S.M. Ross, *Statistical Aspects of Quality Control*, Academic Press, 1997.

[18] Dimitrov, B., S. Chukova, and Z. Khalil, "Warranty Costs : An Age-Dependent Failure/Repair Model," *Naval research Logistics*, Vol.51(2004), pp.959-976.

[19] Duate, B.P.M. and P.M. Saraiva, "An Optimizations Based Approach for Designing Attribute Acceptance Sampling Plans," *Int. J. of Quality and Reliability Magt*, Vol.25 No.8(2008).

[20] Duncan, A.J., *Quality Control and Industrial Statistics*, 5th Edition, R.D. Irwin, Homewood, IL, 1986.

[21] Fox, B., "Discrete Optimization via Marginal Analysis," *Management Science*, Vol.13 (1966), pp.210-216.

[22] Gallego, G., "Reduced Production Rates in the Economic Lot Scheduling Problem," *International Journal of Production Research*, Vol.31, No.5(1993), pp.1035-1046.

[23] Jamkhaneh, E.B., B. Sadeghpour-Gildeh, and G. Yari, "Important Criteria of Rectifying Inspection for Single Sampling Plan with Fuzzy Parameter," *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, Vol.4(2009), pp.1791-1801.

[24] Johnson, L.A. and D.C. Montgomery, *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*, John Wiley and Sons, Inc., 1974.

[25] Juran, J.M. and F.M. Gryna, Jr., *Quality Planning and Analysis*, McGraw Hill, New York, 1980.

[26] Kleijnen, J.P.C., J. Kriens, M.C.H.M. Lafleur, and J.H.F. Pardoel, "Sampling for Quality Inspection and Correction : AOQL Performance Criterion," *European Journal of Operational research*, Vol.62(1992), pp.372-379.

[27] Richken, P.H., J. Chandramohan, and C.S. Tapiero, "Servicing, Quality Design and Control," *IEEE Transactions*, Vol.21(1989),

pp.213-219.

[28] Shimp, T.A. and W.O. Bearden, "Warranty and Other Extrinsic Cue Effects on Consumer's Risk Perceptions," *Journal of Consumer Research*, Vol.19(1982), pp.38-46.

[29] Tapiero, C.S. and H.L. Lee, "Quality Control and Production Servicing : A Decision Framework," *European Journal of Operational Research*, Vol.39(1989), pp.261-273.

[30] Wald, A. *Sequential Analysis*, Wiley, New York, 1947.

[31] Wang, C.H. and J.H. Sheu, "Simultaneous Determination of the Optimal Production-Inventory and Product Inspection Policies for a Deteriorating Production Systems," *Computers and Operations Research*, Vol.28(2001), pp.1093-1110.

[32] Wu, Z., M. Xie, and Z. Wang, "Optimal Rectifying Inspection Plans," *International Journal of Production Research*, Vol.39(2001), pp.1575-1588.

[33] Yeh, R.H. and T.H. Chen, "Optimal Lot Size and Inspection Policy for Products Sold with Warranty," *European Journal of Operational Research*, Vol.174(2006), PP.1678-1686.

[34] Yeh, R.H., M.Y. Chen, and C.Y. Lin, "Optimal Periodic Replacement Policy for Repairable Products under Free-Repair Warranty," *European Journal of Operational Research*, Vol.176(2007), pp.1678-1686.