

추적 신호를 적용한 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 종목 선정 능력 향상에 관한 연구

김영현 · 김홍선 · 김성문[†]
연세대학교 경영대학 경영학과

Application of Tracking Signal to the Markowitz Portfolio Selection Model to Improve Stock Selection Ability by Overcoming Estimation Error

Younghyun Kim · Hongseon Kim · Seongmoon Kim
School of Business, Yonsei University

■ Abstract ■

The Markowitz portfolio selection model uses estimators to deduce input parameters. However, the estimation errors of input parameters negatively influence the performance of portfolios. Therefore, this model cannot be reliably applied to real-world investments. To overcome this problem, we suggest an algorithm that can exclude stocks with large estimation error from the portfolio by applying a tracking signal to the Markowitz portfolio selection model. By calculating the tracking signal of each stock, we can monitor whether unexpected departures occur on the outcomes of the forecasts on rate of returns. Thereafter, unreliable stocks are removed. By using this approach, portfolios can comprise relatively reliable stocks that have comparatively small estimation errors. To evaluate the performance of the proposed approach, a 10-year investment experiment was conducted using historical stock returns data from 6 different stock markets around the world. Performance was assessed and compared by the Markowitz portfolio selection model with additional constraints and other benchmarks such as minimum variance portfolio and the index of each stock market. Results showed that a portfolio using the proposed approach exhibited a better Sharpe ratio and rate of return than other benchmarks.

Keywords : Tracking Signal, Portfolio Selection Model, Stock Selection, Sharpe Ratio

1. 서 론

마코위츠(Harry M. Markowitz)가 포트폴리오 선정에 관한 이론을 발표한 이래로[32], 분산 투자와 포트폴리오 최적화는 투자이론의 발전을 이끌었고 수많은 연구자에게 관심을 받아 왔다. 마코위츠는 수익률에만 관심을 두던 때에 포트폴리오를 구성하여 투자하면 목표하는 수익률을 달성함과 동시에 더 작은 위험(수익률의 분산)을 갖는 포트폴리오를 구성할 수 있다고 주장하였다. 마코위츠는 포트폴리오 구성 종목의 수익률과 위험을 각각 기대수익률과 공분산으로 계량화하여 종목 간의 상호 움직임을 파악할 것을 제안하였고, 이를 입력변수로 하여 높은 수익률과 수익률에 대한 낮은 분산을 함께 고려하는 포트폴리오 선정 모형을 개발하였다.

하지만 마코위츠의 모형이 이론적으로 우수한 결과를 보여줌에도 불구하고 실제 투자에 이용하기는 쉽지 않다. Klein and Bawal[28]와 Michaud[35] 등의 연구에 의하면 마코위츠의 모형은 최적 포트폴리오를 도출하는 데 필요한 입력변수의 예측오차에 민감하게 반응하기 때문에 모형이 만들어 낸 포트폴리오를 실제 투자에서 신뢰하기 어렵다. 또한, 마코위츠의 모형은 특정 자산에 극단적으로 높은 비중을 두는 등 직관적이지 않은 방식으로 투자하는 경향도 있다[4, 5].

마코위츠 모형의 약점을 보완하기 위한 연구는 지속해서 이루어졌다. 특정 자산에 극단적인 비중을 두는 단점은 제약조건을 추가하는 등의 방법으로 보완하였다. Jagannathan and Ma[24]는 포트폴리오 구성 종목별로 투자비중에 대한 제약조건을 추가함으로써 예측 오차에 의한 포트폴리오의 민감도를 완화할 수 있다고 주장하였다. 이들은 개별 종목의 위험이 저평가되거나, 수익률이 고평가되어 있다면 포트폴리오 모형의 최적화 과정에서 해당 종목에 큰 비중으로 투자될 위험이 있는데, 투자비중에 대한 제약조건을 추가함으로써 특정 종목에 집중되는 현상을 완화할 수 있음을 보였다. Bouchard et al.[6]은 정보이론을 바탕으로, 투자비율의 집중도를 측정하는 diversification indicator를 이용하여 투자 종목에 관

한 정보가 부족할 때 소수의 종목에 투자비율이 집중되는 현상을 완화하고자 하였다.

주식시장의 불확실성을 고려하여 베イズ 방법론을 적용한 예측 방법[14, 25, 36]과 robust optimization [13, 17, 19, 40], 공분산행렬 수축[30]과 같이 입력변수 예측 정확도를 보완하고자 하는 방법도 계속해서 연구되고 있다. 그러나 예측의 정확도를 높이는 것은 상당히 어려우며[34], 입력변수의 예측치를 개선하고자 하는 다양한 노력이 포트폴리오의 성과 향상을 담보하지는 않는다. Hui et al.[23]은 공매도가 허용되지 않을 경우, 입력변수를 개선하기 위해 베イズ 방법론을 적용한 포트폴리오가 기존의 단순이동평균법을 기반으로 입력변수를 예측한 포트폴리오에 비해 유의미한 성과 차이를 나타내지 못하였음을 지적하고, 예측 정확도 개선을 위한 다양한 노력에 대해 의문을 제기하였다. 또한 기대수익률의 예측 오차가 포트폴리오에 작용하는 악영향이 크기 때문에, 최소분산포트폴리오(minimum variance portfolio)를 이용하는 것이 더 안정적이라는 연구도 있었다[8, 12, 24, 26].

이처럼 예측의 정확도를 개선하고자 하는 노력이 계속되고 있지만, 주식시장의 수익률 예측이 가능한지 아닌지는 많은 연구자에 의해 의문시되고 있다. 하지만 김홍선 등[2]의 연구 결과에 의하면 포트폴리오의 입력변수 예측이 정확해질수록 성과가 좋아지는 것을 알 수 있다. 따라서 마코위츠 모형을 개선하여 실제 투자에 적용하기 위해서는 예측 정확도에 대한 노력은 포기할 수 없다.

포트폴리오를 구성하고자 하는 모든 종목 수익률의 예측 정확도를 높이는 것이 어렵다면, 예측 오차가 너무 큰 종목은 제거하고 현재 예측 방법으로도 예측 오차가 작은 종목으로 포트폴리오를 구성하는 방법을 생각할 수 있다. 예측 오차가 매우 큰 종목을 제외하고 포트폴리오를 구성한다면, 입력변수 예측 오차를 줄이고 포트폴리오의 성과 향상을 기대할 수 있을 것이다.

위 아이디어를 바탕으로 본 논문에서는 추적 신호를 이용하여 투자 대상 종목 중 예측 오차가 큰 종목을 제거하여 포트폴리오를 구성하는 알고리즘을 도입하

고자 한다. 추적 신호[38]는 포트폴리오를 구성하는 종목들의 예측 오차의 움직임이 시간의 흐름에 따라 파악하게 해주는 방법으로 예측 오차가 큰 종목 판별에 유용하다. 예측 오차가 큰 종목들을 제거하고 남은 종목으로 포트폴리오를 구성하면 입력변수의 예측이 쉽고, 포트폴리오의 성과 향상을 도모할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 기존 마코위츠 포트폴리오 선정 모형과 한계점을 설명하고, 예측 오차가 큰 종목을 제거하는 방법을 적용한 새로운 포트폴리오 모형을 제시한다. 제3장에서는 실제 데이터를 바탕으로 한 실험 방법과 대상, 기간을 제시하고 벤치마크 포트폴리오를 간략히 설명한다. 제4장에서는 실험의 결과를 분석하고 마코위츠 포트폴리오 및 벤치마크와의 성과를 비교한다. 마지막으로 제5장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향에 관해 제시하였다.

2. 모형 설정

이번 장에서는 본 논문에서 새롭게 도입한 포트폴리오 선정 모형을 소개한다. 제2.1절에서는 기본적인 마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 간략하게 설명하고 예측 오차에 의한 모형의 한계를 지적한다. 제2.2절에서는 추적 신호에 대해서 간략하게 설명하고 이를 포트폴리오 구성 종목 선정에 적용하는 방법을 소개한다. 마지막으로 제2.3절에서는 투자비율 제약조건과 추적 신호를 적용하여 동적으로 구성 종목을 선정하는 포트폴리오 선정 모형을 제시하고 투자의 흐름 및 그 특징을 설명한다.

2.1 마코위츠 포트폴리오 선정 모형

이번 절에서는 Markowitz[32]가 발표한 수익률-분산 기반의 포트폴리오 선정 모형을 간단히 제시한다. 모형에서 이용하는 변수 및 상수 등을 기호로 나타내면 아래와 같다. 구분을 쉽게 하기 위하여 상수는 일반 글씨체로, 벡터 및 행렬은 굵은 글씨체로 표현하였다.

- N : 포트폴리오의 투자 대상 종목의 수
- \mathbf{l} : 모든 항이 1인 $N \times 1$ 열 벡터
- $\mathbf{0}$: 모든 항이 0인 $N \times 1$ 열 벡터
- \mathbf{w} : 포트폴리오의 각 종목에 투자하는 비율을 나타내는 $N \times 1$ 열 벡터
- $\boldsymbol{\mu}$: 각 종목의 기대수익률을 나타내는 $N \times 1$ 열 벡터
- $\boldsymbol{\Sigma}$: 각 종목의 수익률에 대한 $N \times N$ 공분산 행렬(covariance matrix)
- K_{min} : 구성된 포트폴리오의 최소요구기대수익률
- V : 포트폴리오의 수익률에 대한 분산(기대위험도)

정의된 변수 및 상수에 관한 기호를 이용하여 이차계획법(quadratic programming)으로 세워진 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad V = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} \quad (1)$$

$$\text{Subject to} \quad \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} \geq K_{min} \quad (2)$$

$$\mathbf{l}^T \mathbf{w} = 1 \quad (3)$$

$$\mathbf{w} \geq 0 \quad (4)$$

위 모형은 식 (2)를 통해 포트폴리오의 최소요구기대수익률 K_{min} 을 만족하는 포트폴리오 중 포트폴리오의 분산(V)을 최소화하는 최적의 투자 비중 w 을 구하는 것을 목표로 한다. 식 (3)을 통해 가용 금액을 100% 투자하도록 하고, 식 (4)의 비음수조건을 통해 공매도가 없는 투자 조건을 구성한다. 위 모형은 비선형계획법 모형 중에서 목적함수가 한계 체감(decreasing marginal return)을 보이고 제약조건이 모두 선형인 이차계획(quadratic programming)의 경우이므로, Microsoft Excel, R, CPLEX 등의 상용 소프트웨어를 이용하여 광역 최적해(global optimal solution)를 효율적으로 구할 수 있다[20, 21].

기존의 포트폴리오 선정 모형은 최소요구기대수익률 K_{min} 을 임의로 선정하거나 투자자의 성향에 맞게 결정하여 고정값을 부여하였다. 하지만 고정된 K_{min} 을 이용하면 실제로 투자를 진행할 때 시장 상

황에 따라 달성할 수 없는 조건이 되어 모형이 최적해를 도출하지 못할 수 있다. 또한, 더욱 좋은 성과를 낼 수 있는 K_{min} 이 존재함에도 불구하고 고정된 값을 이용하여 성과 향상의 기회를 살리지 못할 수도 있다. 이를 극복하기 위한 방법으로 시장 상황의 변화에 따라 동적으로 K_{min} 을 변화시키는 것을 생각할 수 있는데, 이에 대해서는 제2.3절에서 다룬다.

마크owitz의 모형은 포트폴리오를 구성하는 개별 종목에 대한 투자비율에 따로 제약을 두지 않았다. 이런 상황에서 모형은 시장 상황 및 조건에 따라 특정 종목에 매우 큰 투자비율을 설정하는 경우가 발생한다. 만약 투자비율이 집중된 종목의 위험이 저평가되거나 기대수익률이 고평가 되어 있다면, 이를 기반으로 구성된 포트폴리오는 큰 손실을 초래할 수 있다. 이러한 위험성 때문에 실제 투자 시에는 개별 종목에 대한 투자비율의 최대값을 제한하는 경우가 많다[29]. Jagannathan and Ma[24]는 투자비율 제약조건이 예측 오차에 의한 민감도를 감소시키고 포트폴리오의 성과를 높일 수 있음을 이론적으로 보였다.

본 논문은 위의 근거를 바탕으로 기존 모형에 투자비율 제약조건을 추가하여 극단적인 움직임을 줄이고 더욱 안정적인 포트폴리오의 운용을 도모한다. 투자비율 제약조건은 국가별로 금융당국의 규제를 통해 시행되는 조건이기도 하다. 따라서 투자비율 제약조건을 부여함으로써 더욱 현실에 적합한 포트폴리오의 운용과 그 성과를 살펴볼 수 있다. 이 조건이 추가된 포트폴리오 모형은 제2.3절에서 구체적으로 제시한다.

포트폴리오 입력변수의 예측 오차를 줄이는 작업은 매우 어려운 일이다. 또한, 어떤 예측 방법이 특정 상황에서 높은 정확도를 보였다고 해서 다른 상황에서도 비슷한 정확도를 보일 것이라 보장할 수가 없다. 실제 투자 상황에서는 수익률의 분포를 예측하기 어렵기 때문이다.

포트폴리오를 구성하는 종목의 수가 분산 투자를 하기에 충분하다면, 위험 분산 효과를 저해하지 않는 가운데 현재 이용하는 추정방법으로 예측하기 어려운 종목을 제거하는 포트폴리오를 생각할 수 있다.

예측 정확도가 낮은 종목을 제거하며 투자하는 방법을 통해 예측 오차에 의한 위험이 작은 포트폴리오를 구성할 수 있을 것이다.

본 논문에서는 위의 목적을 달성하기 위해 추적 신호를 도입하여 포트폴리오 구성 종목 선정에 관여하고자 한다. 추적 신호를 이용하면 포트폴리오 구성 종목의 예측 적절성을 가늠할 수 있다. 본 논문에서는 추적 신호를 통하여 포트폴리오의 구성 종목 기대 수익률의 예측 오차를 비교하여, 오차가 큰 종목을 제거하고 포트폴리오를 구성하는 새로운 모형을 제안한다.

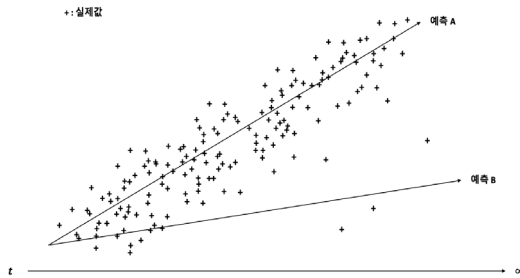
2.2 추적 신호를 이용한 수익률 예측 방법의 평가

추적 신호(tracking signal)는 예측 시스템의 돌발적인 움직임을 추적하기 위한 방법으로서 Brown[7]이 처음 도입하였고, Trigg[38, 39]에 의해 개선되었다. 이후 개선을 위한 기법들이 많이 연구되었으나, Trigg이 제안한 방법이 일반적으로 다른 방법들에 비해서 더 우수한 것으로 평가 받는다[15, 16, 33].

Trigg의 추적 신호는 예측 시스템이 적절히 통제되는 상황일 때 예측 오차의 값이 평균 0을 기준으로 시간의 흐름에 따라 부호가 교대로 바뀌는 양상을 나타낼 것이라는 아이디어에서 출발한다. 즉, 현재 이용하는 추정량(estimator)이 유효하다면 예측 오차의 값은 시간의 흐름에 따라 0을 기준으로 양수와 음수를 교대로 취하며, 계통 오차(systematic error)는 작고 우연 오차(random error)만 존재하는 상태일 것이다. 하지만 예측 오차의 값이 양수나 음수의 특정 부호를 지속해서 취한다면 현재의 예측 시스템은 통제되지 않는 상황이고, 계통 오차가 크기 때문에 현재의 추정량은 신뢰할 수 없다고 볼 수 있을 것이다. [그림 1]은 시간의 흐름에 따라 각각 추정량에 의한 예측이 적절한 경우(예측 A)와 적절하지 않은 경우(예측 B)를 예시로 보여준다.

[그림 1]에서 예측 A는 시간의 흐름에 따라 다소 오차는 존재하지만 실제값과 비슷한 방향으로 예측을 하고 있다. 반면에, 예측 B는 대부분의 경우 예측

이 적절하지 못한 모습을 보인다. 즉, 예측 A가 시간의 흐름에 따라 예측 B보다 예측을 적절하게 하고 있다고 볼 수 있다. 예측 A를 이용하는 경우라면 실제값의 예측은 쉽지만, 예측 B를 이용하는 경우에는 실제값의 예측이 어려운 경우라고 할 수 있다. 따라서 실제값이 투자 종목의 수익률인 경우, 예측 A를 이용하여 예측치를 구하는 포트폴리오는 이 종목을 투자 대상으로 포함할 때 포트폴리오 모형의 결과를 신뢰할 수 있지만, 예측 B를 통해 예측을 하는 포트폴리오는 이 종목을 투자한다면 투자 결과를 신뢰할 수 없을 것이다.



[그림 1] 예측이 적절한 경우(예측 A)와 적절하지 않은 경우(예측 B)의 예시

본 논문에서는 위의 개념을 바탕으로 투자 대상 종목의 수익률 예측에 추적 신호를 적용하고자 한다. 각각의 종목에 대한 추적 신호를 통해 예측이 어려운 종목을 파악할 수 있으며, 이러한 종목을 투자에서 제외한다면 좀 더 예측 오차에 의한 위험이 작은 포트폴리오를 구성할 수 있다.

투자 대상 종목 수익률의 추적 신호를 계산하기 위해서는 각 종목 수익률의 추정량으로부터 도출된 기대수익률과 실현수익률의 비교가 필요하다. 추정량이 현재의 수익률 흐름을 적절히 반영한다면 기대수익률과 실현수익률의 차이인 예측 오차의 값은 평균이 0이고 양수와 음수를 번갈아가면서 취하는 양상을 보일 것이다. 하지만 현재의 추정량이 계속해서 같은 부호를 취하게 된다면, 추정량은 현재의 수익률의 흐름을 적절히 예측하지 못한다고 볼 수 있다. 추적 신호 계산에 필요한 변수 및 상수는 다음과 같다.

μ_i^t : t 시점에 대한 종목 i 의 기대수익률

r_i^t : t 시점에 측정된 종목 i 의 실현수익률

e_i^t : t 시점의 종목 i 의 예측 오차

E_i^t : t 시점에 계산된 종목 i 의 예측 오차 평활값 (smoothed value)

M_i^t : t 시점에 계산된 종목 i 의 평균절대편차(mean absolute deviation)

TS_i^t : t 시점에 계산된 종목 i 의 추적 신호의 값

γ : 시점의 예측 오차에 대한 가중치($\gamma \in [0, 1]$)

정의된 변수 및 상수를 토대로 추적 신호를 계산하는 방법은 다음과 같다.

$$e_i^t = r_i^t - \mu_i^t \quad (5)$$

$$E_i^t = \gamma e_i^t + (1 - \gamma) E_i^{t-1} \quad (6)$$

$$M_i^t = \gamma |e_i^t| + (1 - \gamma) M_i^{t-1} \quad (7)$$

$$TS_i^t = |E_i^t / M_i^t| \quad (8)$$

식 (5)는 t 시점의 실현수익률과 기대수익률의 차이인 예측 오차 e_i^t 를 나타낸다. 계산된 e_i^t 를 바탕으로 시간의 흐름에 따라 식 (6) 및 식 (7)을 이용하여 각각 평활화된 오차(smoothed error) E_i^t 와 평활화된 평균절대편차(MAD) M_i^t 를 구할 수 있다. 식 (8)과 같이 E_i^t 를 M_i^t 로 나눈 값의 절대값으로 추적 신호 TS_i^t 를 계산할 수 있다.

위의 식을 살펴보면, 예측 오차가 모두 같은 부호를 가지게 될 경우 식 (6)의 E_i^t 가 계속해서 커지거나 작아지게 될 것이고, 이에 대해 절대값을 취한다면 M_i^t 의 값과 같은 값을 가지게 될 것이다. 따라서 TS_i^t 는 이러한 경우에 1의 값을 갖게 되고 이는 추적 신호의 최대값이 된다. 반면 예측 오차가 0을 중심으로 양수와 음수를 번갈아 움직인다면 TS_i^t 는 1 미만의 값을 갖게 되고, 예측 오차가 0에 수렴하는 정도가 클수록 TS_i^t 는 크기가 작아진다. 즉, 현재 이용하는 예측 방법에 의한 종목 기대수익률이 시간의 흐름에 따라 예측방향에 부합하는 움직임을 보이면

TS_i^t 의 값은 작아지고, 반대로 현재 이용하는 예측 방법이 해당 종목의 기대수익률 예측을 못하고 있다면 TS_i^t 의 값은 커지며 그 값은 최대 1이 된다. 평활 상수 γ 는 Trigg[38, 39], Gardner[15, 16], McClain[33] 등에 의해 0.1일 때 일반적으로 가장 우수함을 보였다. 다음 장의 실험에서도 $\gamma = 0.1$ 을 이용하여 실험을 진행한다.

투자 종료 시점 T 가 존재할 때, 임의의 시점 t ($t \in [1, T]$)에 N 개의 모든 투자 대상 종목의 추적 신호를 계산하고 나면 다음과 같은 추적 신호의 집합을 구성할 수 있다.

$$TS^t = \{TS_i^t \mid 1 \leq i \leq N, t \in [1, T]\} \quad (9)$$

집합 TS^t 는 투자 기간 각각의 시점마다 새롭게 계산 및 구성되어 각 투자 대상 종목 추정량의 예측 신뢰도를 파악할 수 있게 한다. 투자 시점마다 TS^t 의 원소 각각의 값을 비교하여 크기가 큰 값을 가진 종목을 제거하고 포트폴리오를 구성하면, 해당 시기에 상대적으로 예측 오차가 작은 종목 중심으로 포트폴리오를 구성할 수 있다. 하지만 예측이 잘 되는 소수의 종목만을 선정해서 투자하면 포트폴리오의 위험 분산 효과를 감소시킬 수 있고, 반대로 선정하는 종목의 수가 너무 많으면 예측의 신뢰도가 낮은 종목들을 많이 포함하게 되어 포트폴리오의 성과에 악영향을 끼칠 수 있다. 따라서 추적 신호의 값에 따라 각 종목의 예측 신뢰도를 파악하는 것뿐만 아니라 포트폴리오의 위험 분산 효과를 고려한 적절한 구성 종목의 수를 정하는 것도 중요하다. 추적 신호를 통해 구성된 투자 종목 수를 P 라고 표현 할 때, 본 논문에서는 적절한 P 의 값을 확인하기 위해 서로 다른 P 로 구성된 포트폴리오를 각각 설정하였으며, 이에 대한 투자 실험을 통해 결과를 분석하였다. 구성된 TS^t 를 바탕으로 한 포트폴리오 선정 모형 및 운용 방법은 다음 절에 소개한다.

2.3 추적 신호를 적용한 동적 포트폴리오 선정 모형

이번 절에서는 제2.1절에서 언급한 동적 최소요구

기대수익률 결정 방법과 투자비율 제약조건 및 제2.2절의 추적 신호를 통한 투자 대상 종목 선정 방법을 토대로 새로운 포트폴리오 선정 모형을 제시한다. 새로운 모형을 위한 변수 및 상수를 기호로 표현하면 다음과 같다.

P : 추적 신호를 통해 선정하는 포트폴리오의 투자 대상 종목 수

$\mathbf{0}^P$: 모든 항이 0인 $P \times 1$ 열 벡터

$\mathbf{1}^P$: 모든 항이 1인 $P \times 1$ 열 벡터

\mathbf{w}^P : 포트폴리오의 각 종목에 투자하는 비율을 나타내는 $P \times 1$ 열 벡터

$\boldsymbol{\mu}^P$: 각 종목의 기대수익률을 나타내는 $P \times 1$ 열 벡터

$\boldsymbol{\Sigma}^P$: 각 종목의 수익률에 대한 $P \times P$ 공분산 행렬 (covariance matrix)

K^P : 구성된 포트폴리오의 최소요구기대수익률

\mathbf{U}^P : 투자비율의 상한값 u 로 구성된 $P \times 1$ 열 벡터

V : 포트폴리오의 수익률에 대한 분산(기대위험도)

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 이용하여 이차계획법(quadratic programming)으로 세워진 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad V = (\mathbf{w}^P)^T \boldsymbol{\Sigma}^P \mathbf{w}^P \quad (10)$$

$$\text{Subject to} \quad (\boldsymbol{\mu}^P)^T \mathbf{w}^P \geq K^P \quad (11)$$

$$(\mathbf{1}^P)^T \mathbf{w}^P = 1 \quad (12)$$

$$K^P = \frac{1}{P} (\mathbf{1}^P)^T \boldsymbol{\mu}^P \quad (13)$$

$$\mathbf{0}^P \leq \mathbf{w}^P \leq \mathbf{U}^P \quad (14)$$

$$u \geq \frac{1}{P} \quad (15)$$

위 모형은 기본적으로 제2.1절의 모형과 유사하지만 몇 가지 점에서 차별화되는 특징을 갖는다. 우선 가용한 투자 대상 N 개에 모두 투자하는 것이 아니라, N 개의 종목 중 추적 신호에 의해서 N 보다 작은 P 개의 종목을 선정하여 포트폴리오를 구성한다. 추적 신호는 시간의 흐름에 따라 매 시점 계산되며, 리밸런

싱 시기마다 계산된 추적 신호 값들을 비교하여 큰 값을 가지는 종목을 $N-P$ 개만큼 투자 대상에서 제외한다. 이를 통해 예측 오차가 큰 종목을 제거하고 투자할 수 있다.

또한, 제2.1절에서 언급한 고정된 최소요구기대수익률 K_{min} 을 이용하는 것이 아니라, 식 (13)과 같이 포트폴리오 구성 종목의 기대수익률 평균을 이용하여 새로운 방식의 최소요구기대수익률 K^P 을 도출한다. 이를 통해 시장 상황에 따라 동적으로 K^P 을 구할 수 있다. 이 방법을 이용하면 시장 상황이 좋을 때는 K^P 을 큰 값으로 설정하여 적극적인 투자를 진행하고, 시장 상황이 불리한 상황에서는 K^P 의 값을 작게 설정하여 보수적인 투자를 진행할 수 있게 된다. 또한, 구성 종목 기대수익률의 평균값을 이용하기 때문에 실현 가능한 해(feasible solution)를 보장한다. Jung and Kim[27]은 식 (13)의 방법 및 무위험자산을 활용한 모형을 통해서 벤치마크 대비 높은 성과를 낼 수 있음을 보였다.

한편, 식 (14)에서는 투자비율의 상한값 u 를 도입하여 각 종목의 투자비율이 u 를 초과할 수 없도록 하였다. 이 제약조건은 예측 오차에 의해 특정 종목에 투자비율이 쏠리는 현상을 방지한다[24]. 만약 특정 종목에 대한 기대위험이 작거나 기대수익률이 크다면 그 종목에 대한 투자비율은 매우 커질 수 있다. 하지만 이 종목에 대한 예측 오차가 커서 위험이 저평가되거나 수익률이 고평가된 상황이라면 위와 같은 투자비율의 유지는 포트폴리오의 성과에 악영향을 초래할 수 있다. 식 (14)의 투자비율 제약조건은 이러한 현상을 방지하고 좀 더 고른 투자비율을 가지는 포트폴리오를 운용할 수 있게 한다. 그런데 만약 $u < 1/P$ 라면, 포트폴리오의 투자비율 총합이 1보다 작아져서 식 (12)를 만족할 수 없게 된다. 이를 방지하기 위하여, 식 (15)를 추가하여 실현 가능한 해를 보장하는 u 를 설정할 수 있도록 하였다.

위 모형에서 $P=N$ 이면 추적 신호에 의한 종목 선정 과정 없이 전체 투자 종목에 대한 최소요구기대수익률과 투자비율 제약조건이 추가된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형이 된다. 이 경우의 모형은 벤치마크

크에 포함되어 제3장과 제4장의 실험 및 결과 분석 단계에서 $P < N$ 인 모형의 결과와 비교할 것이다. 이를 통해 추적 신호에 의해 선별된 투자 종목으로 구성된 포트폴리오가 전체 종목 대상 포트폴리오에 비해 어떠한 성과를 보이는지 보고자 한다. $P < N$ 인 포트폴리오의 경우를 앞으로 Fund S라고 칭한다.

3. 실험 구성

이번 장에서는 제2장에서 제시한 Fund S를 이용하여 실제 데이터를 기반으로 한 투자 실험을 구성한다. 제3.1절은 투자 대상 주식시장을 소개하고, 투자 대상 종목 선정 기준 및 투자 기간에 대해서 다룬다. 이어 제3.2절에서는 추적 신호를 통한 동적 투자 종목 선정 방법과 투자 알고리즘의 흐름을 정리한다. 마지막으로 제3.3절에서는 기타 실험을 위한 조건 및 변수 설정, 벤치마크 선정 방법을 다룬다.

3.1 투자 대상 및 기간

투자 실험을 진행할 주식시장은 구성 종목이 100개 이상인 주가지수가 있는 6개 국가의 주식시장으로 선정하였다. <표 1>은 각 국가별 주식시장에 대한 2005년 1월 기준 정보이다.

<표 1> 투자 대상 주식시장 요약

국 가	벤치마크 주가지수	주가지수 구성종목 수 (2005년 1월 기준)
대한민국	KOSPI	683
일 본	Nikkei225	225
홍 콩	HSCI	202
미 국	S&P500	500
유 럽	BE500	500
인 도	S&P BSE 200	200

선정된 국가를 살펴보면 동아시아, 미주지역, 유럽과 함께 신흥 경제대국으로 부상하고 있는 인도를 고르게 포함하고 있다. 대한민국, 일본, 홍콩은 아시아의 주요 주식시장으로서 특히 일본 및 홍콩은 시가총

액 측면에서 매년 전 세계 주식시장 중에 최상위에 포함되는 시장이다. 한편, 미국은 세계 최대의 경제 대국이라는 대표성을 갖고 있으며 유럽 또한 전통적인 강대국이 많이 포함되어 있는 경제적으로 중요한 시장이다. 인도는 신흥 경제대국으로 주목받고 있는 브릭스(BRICS)의 한 국가로서 세계 10~15위권의 주식시장 시가총액 규모를 보이고 있다.

<표 1>에서 BE500은 Bloomberg에서 산출하는 유럽의 주가지수이다(유동주식수가중시가총액식 주가지수 : free-float capitalization-weighted index). 이 주가지수는 유럽 전체의 주식 중에서 유동성이 가장 높은 종목 500개로 구성되어 있으므로 유럽 전체의 주식 거래가 어떤 흐름을 보이는지 살펴보기에 좋은 지표가 될 수 있다. 이렇게 유럽 전체를 살펴볼 수 있는 주가지수가 존재하기 때문에 본 연구에서는 개별 국가가 아닌 유럽 전체를 투자 대상 주식시장으로 선정하였다. 이는 미국과 더불어 서양을 대표하는 주식시장의 흐름을 살펴볼 수 있다는 점에서 의미가 있다.

본 실험에서는 각 주식시장에서 선정된 벤치마크 주가지수를 구성하고 있는 종목 중, 2005년 주식시장 개장일부터 2014년 주식시장 폐장일까지 거래가 유지된 종목 중에서 2005년 주식시장 개장일 기준

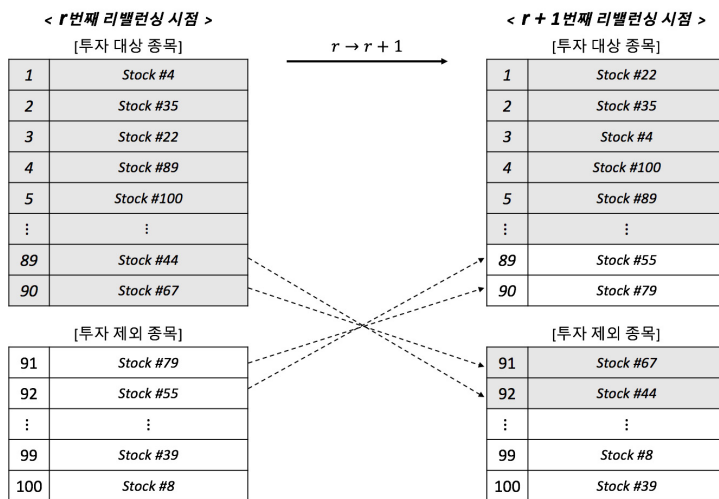
시가총액 상위종목을 시장별로 100개씩 선별하여 투자 대상 종목으로 구성하였다.

한편, 투자 기간은 2005년 1월 초부터, 2014년 12월 말까지로 설정하였고, 전주대비 절대수익률 기준으로 실험을 진행하였다. 이 기간은 전 세계 주식시장에서 큰 변화 없이 순조로운 주가 상승세를 지속하던 2005년부터 시작하여 2007년의 미국의 서브프라임 모기지 사태와 2008년 9월의 리먼 브라더스 사태로 촉발된 금융위기를 포함한다. 또한, 2011년 말 그리스 재정위기와 유럽발 금융위기 등 시장의 다양한 움직임을 모두 관찰할 수 있는 시기이다. 이처럼 상승기, 수축기, 회복 및 횡보기 등을 모두 포함하고 있는 기간이기 때문에 다양한 시장 변화 속에서 모형의 효용성을 살펴보기 좋다.

3.2 투자 알고리즘

3.2.1 추적 신호를 이용한 동적 투자 종목 선정 방법

Fund S는 주어진 투자 기간동안 주기적으로 리밸런싱을 하며, 리밸런싱 시기마다 추적 신호 값이 작은 순서대로 순위를 매겨서 순위가 낮은 $N-P$ 개만큼의 종목을 투자 대상에서 제외하고 포트폴리오를



[그림 2] 추적 신호를 통한 동적 종목 선정 개념도($P=90$)

새롭게 구성한다. 이때 추적 신호는 리밸런싱 시기에만 계산하는 것이 아니라, 투자 단위 시점마다 계산하기 때문에 각 투자 종목의 예측 정확도를 단위 시점마다 파악하고 그 움직임을 살펴볼 수 있다. 이렇게 측정된 추적 신호의 값이 작은 순서대로 P 개만큼 선정하면 해당 리밸런싱 시기까지 예측 오차가 큰 종목들을 제거하고 상대적으로 예측 오차가 작은 종목 중심으로 포트폴리오를 구성할 수 있다. 이때 각 종목의 예측 오차가 비슷한 수준을 유지한다면 리밸런싱 시기마다 구성 종목이 비슷한 양상을 보이겠지만, 각 종목의 예측 오차가 시점마다 다르게 나타나는 모습을 보인다면 도출되는 각 종목의 추적 신호 값의 순위는 리밸런싱 시기마다 다양한 양상을 보일 것이다. [그림 2]는 $P=90$ 일 때 r 번째 리밸런싱 시기와 $r+1$ 번째 리밸런싱 시기의 투자 대상 종목의 추적 신호 값의 순위 변화와 그에 따른 포트폴리오 구성 종목의 변화를 도식화 한 것이다.

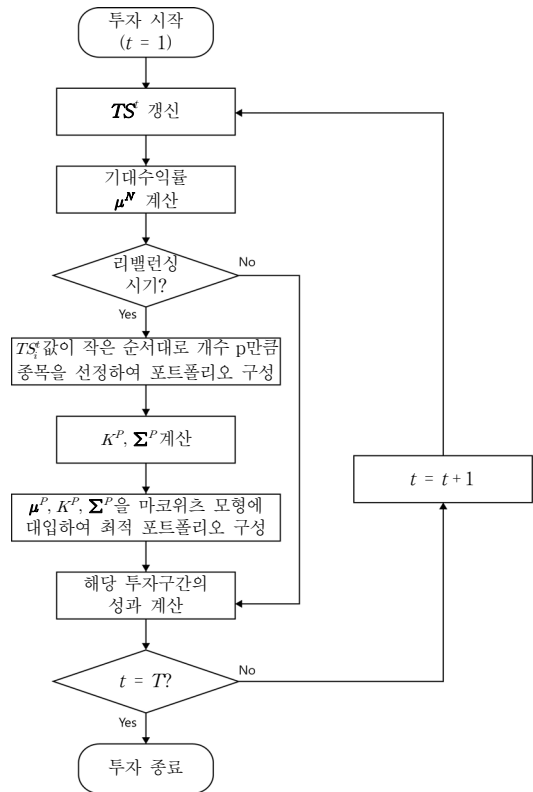
[그림 2]의 예시와 같이, r 번째 리밸런싱 시기에 각 투자 종목은 추적 신호 값이 작은 순서대로 순위를 매길 수 있으며, 예시에서 $P=90$ 이기 때문에, 90위의 종목까지 투자 대상 종목으로 선택되어 포트폴리오를 구성한다. 투자 종목으로 선정되고 남은 91위 이상의 종목들은 상위 종목에 비해 추적 신호의 값이 크기 때문에 예측치를 신뢰할 수 없는 종목들로 분류하여 투자에서 제외한다. 이후 $r+1$ 번째 리밸런싱 시기가 도래할 때까지 각 종목의 추적 신호는 계속 계산되며, $r+1$ 번째 리밸런싱 시기가 도래하면 각 종목의 추적 신호 값의 순위를 다시 매겨 투자 대상 종목을 판단한다. 이때 이전 기간에는 투자에서 제외되었던 종목이 추적 신호가 작아지고 이전 기간에는 투자되었던 종목의 추적 신호가 커져서 서로의 순위가 바뀐다면, 추적 신호가 커진 종목은 투자 대상에서 제외하고 그 자리를 추적 신호가 작아진 종목으로 대체하여 포트폴리오를 새롭게 구성한다. [그림 2]에서는 r 번째 리밸런싱 시기에는 투자 대상 종목이었던 Stock #44, #67이 $r+1$ 번째 리밸런싱 시기에는 추적 신호의 값이 타 종목에 비해 큰 편에 속하여 투자 대상 종목에서 탈락하고, 대신 Stock #55, #79가 투자 대상 종목에 포함되

는 모습을 보인다. 투자가 진행되는 동안 위 과정은 계속해서 진행되어 포트폴리오의 구성 종목이 리밸런싱 시기마다 동적으로 바뀌게 된다.

3.2.2 투자 의사결정의 흐름

본 실험에서는 Bloomberg에서 제공하는 각 주식 시장의 종목별 일간 증가 데이터를 전주대비 절대수익률로 가공하여 기대수익률, 분산/공분산 등 입력변수를 예측했으며, 이를 바탕으로 추적 신호를 적용한 동적 포트폴리오 선정 모형을 구성하였다. 투자 단위 시점은 1주로 선정하였고, 입력변수의 추정량은 동적인 데이터의 예측에 적절하고 상대적으로 이용이 간편한 지수가중이동평균(EWMA)을 이용하였다[15, 16]. [그림 3]은 투자 의사결정의 과정을 하나의 순서도로 정리한 것이다.

[그림 3]을 토대로 한 투자 의사결정의 흐름은 다



[그림 3] 투자 의사결정 순서도

음과 같다. 우선 기존의 수익률 데이터를 이용하여 투자 대상 전체 종목의 추적 신호를 계산한다. 다음으로 투자 대상 전체 종목의 기대수익률을 계산하여 포트폴리오 입력변수 구성과 다음 시점에 이용할 각 투자 종목별 추적 신호 계산에 대비한다. 이어서 제 3.2.1절의 방법처럼 계산된 추적 신호의 값이 큰 종목을 $N-P$ 개만큼 제거하여 투자하고자 하는 포트폴리오를 구성한다. 구성된 종목들을 바탕으로 최소요구기대수익률을 계산하며, 선정된 종목 간의 공분산 행렬을 도출한다. 모든 계산이 완료되면 기대수익률, 최소요구기대수익률, 공분산 행렬을 제2.3절의 포트폴리오 선정 모형에 대입하여 최적 포트폴리오를 구성하고, 도출된 투자비율대로 각 종목에 투자한다. 구성된 포트폴리오는 다음 시점이 도래하면 정산을 하고 그 성과를 측정한다. 이후 t 번째 주마다 추적 신호를 갱신하며, 위의 과정을 반복한다. 다만, 리밸런싱 시기가 아닌 경우에는 투자 대상 전체 종목의 기대수익률 계산을 한 후에 포트폴리오의 변경 없이 성과 계산만 진행한다.

한편, Gardner[15]는 추적 신호를 이용할 때 준비 기간(warm-up period)을 도입하여 이전의 데이터를 통해서 미리 계산을 해놓고 현재 시점부터 이용하는 것이 초기값의 영향을 줄이면서 더욱 효과적임을 보였다. 따라서 본 실험에서도 준비 기간을 도입하여 추적 신호를 계산했으며, 준비 기간은 투자 기간 직전 3년(2002년 1월부터 2004년 12월)으로 구성하여 사전 계산을 진행했다.

3.3 기타 실험 조건 및 벤치마크 포트폴리오 설정

본 실험의 리밸런싱 주기는 4주로 설정하여 약 1개월에 한 번씩 포트폴리오를 변경하여 구성 종목 및 종목당 투자비율을 결정하였다. 지수가중이동평균에 이용되는 최근 데이터에 대한 가중치 α 는 추적 신호의 평활 상수 γ 와 동일하게 0.1로 설정하였으며, Cuthbertson and Nitzsche[9]이 제안한 것과 같이 보정값 β 를 이용하여 지수가중이동평균의 각 항의 계수의 합이 1이 될 수 있도록 보정하였다. 또한 지수가중이동평균을

계산하기 위한 데이터수집 기간은 계산 시점 기준 과거 3년으로 선정하여 해당 기간의 각 종목 수익률을 모두 이용하여 값을 도출하였다.

한편, 추적 신호로 선정하는 종목의 수 P 는 10, 20, ..., 90까지 10개 단위로 설정하였고, 총 9가지의 서로 다른 Fund S를 구성하여 투자를 진행했다. 이를 통해 전체 100개의 종목 중에서 추적 신호를 기반으로 예측치를 신뢰할 수 없는 종목을 10개씩 줄여나감에 따른 성과의 변화를 관찰할 수 있다. 한편, 투자 비율의 상한값 μ 는 10%로 설정하였으며, 주가지수를 제외한 모든 벤치마크에도 동일한 투자비율 제약 조건을 포함하여 Fund S와 같은 조건 상에서 성과를 비교할 수 있도록 하였다.

벤치마크로는 100개 종목을 모두 투자 대상에 포함하는 마코위츠 포트폴리오와 더불어 최소분산포트폴리오, 주가지수를 선정하여 Fund S와의 성과 비교를 했다. 마코위츠 포트폴리오는 Fund S와 같은 모형, 같은 리밸런싱 주기를 갖지만 예측의 정확도와는 상관 없이 100개의 투자 종목을 모두 투자 대상으로 고려한다는 점에서 차이가 있다. 이 포트폴리오를 통해 Fund S가 추적 신호에 의해 구성 종목을 줄여감에 따라 얼마나 성과가 개선되는지에 대해서 살펴볼 수 있다.

최소분산포트폴리오의 모형은 제2.1절의 모형과 유사하지만 식 (2)의 최소요구기대수익률에 대한 제약조건을 제거하여 수익률과는 상관 없이 가능한 최소의 분산을 목적으로 하는 포트폴리오를 구성할 수 있다. 과거 문헌에 의하면 이 포트폴리오는 예측 오차가 매우 큰 기대수익률을 모형에서 제거하기 때문에 포트폴리오의 입력변수 예측치에 대한 민감도를 줄여서 기존의 마코위츠 포트폴리오보다 성과 측면에서 더 우수할 수 있음을 보였다[10, 26, 24, 12]. 포트폴리오의 입력변수 예측 오차에 대한 민감도를 줄이는 것이 목적이라는 측면에서 최소분산포트폴리오는 Fund S와 유사한 목적을 공유하기 때문에 Fund S의 성과를 평가하기에 매우 좋은 벤치마크라고 할 수 있다. 제2장의 변수 및 기호를 이용하여 최소분산 포트폴리오의 모형을 나타내면 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad V = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \quad (16)$$

$$\text{Subject to} \quad \mathbf{l}^T \mathbf{w} = 1 \quad (17)$$

$$0 \leq \mathbf{w} \leq \mathbf{U} \quad (18)$$

최소분산포트폴리오의 구성 종목 수는 마코위츠 포트폴리오와 같이 전체 100개 종목으로 구성하여 Fund S와의 비교를 실시하였으며, Fund S 및 마코위츠 포트폴리오와 똑같이 4주마다 리밸런싱을 실시하여 포트폴리오를 구성하였다. 또한, Fund S는 식 (14)를 통해 투자비용에 제약을 가하였기 때문에, 같은 조건에서 성과를 측정하기 위하여 최소분산포트폴리오도 식 (18)과 같이 투자비용 제약조건을 추가하였다.

마지막으로, 주가지수는 각 시장에서 1주일마다 측정되는 수익률의 흐름을 기준으로 성과를 비교했다. 제4장부터는 편의상 100개 종목으로 구성된 마코위츠 포트폴리오를 Markowitz로, 최소분산포트폴리오를 MinVP, 주가지수를 국가별 주가지수 이름으로 표시한다.

본 논문에서 실험 전 과정은 Intel Core i7 3.0Ghz, Linux Mint 17.1 Cinnamon 64-bit, RAM 3.9GB 1600 Mhz DDR3 환경을 이용하여 구현되었고, 알고리즘은 C++로 설계하였으며, IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Community Edition 12.6.2이 제공하는 C++ API를 이용하여 포트폴리오의 최적해를 도출하였다.

4. 실험 결과 분석

이번 장에서는 2005년 1월 3일 개장일부터 2014년 12월 29일 폐장일까지 대한민국, 일본, 홍콩, 미국, 유럽, 인도 6개의 주식시장에서 선정된 종목들의 실제 데이터를 기반으로 하여 Fund S의 성과를 살펴보고 마코위츠 포트폴리오(이하 Markowitz) 대비 성과 개선 여부를 관찰한다. 또한 최소분산포트폴리오(이하 MinVP), 주가지수 등 기타 벤치마크와의 성과도 비교한다.

Fund S의 성과 측정 및 벤치마크의 성과를 비교하기 위한 지표는 수익률과 위험대비수익률(reward-to-variability)을 측정하기 위해 자주 이용하는 샤프지수(Sharpe ratio)를 이용하였다. 샤프지수는 Sharpe [37]가 제시한 ex post Sharpe ratio의 계산법을 따랐으며, 이때 무위험수익률은 Kenneth R. French가 온라인으로 제공하는 Fama/French Global Factors [22]의 2005년~2014년 세계 무위험수익률을 이용하였다. 무위험수익률은 Fund S와 벤치마크에 동일한 영향을 주기 때문에 10년 동안의 값을 평균하여 이용하였다.

제4.1절에서는 투자 기간의 실험 대상 주식시장이 보이는 특징을 살펴보고, 제4.2절에서는 6개국 주식시장에서 Fund S와 Markowitz, 그리고 기타 벤치마크의 전체 기간 성과를 샤프지수를 통해서 비교하여 Fund S의 유용성을 살펴본다. 이어서 제4.3절에서는 연도별 및 P 에 따른 Fund S의 샤프지수 승률을 파악하고, 제4.4절에서는 수익률을 통해서 Fund S와 벤치마크의 성과를 P 에 따라 분석한다.

4.1 투자 기간 주식시장의 국가별 특징 비교

본 논문에서 선정한 투자 기간인 2005년에서 2014년은 상승과 하락, 회복 및 횡보기가 모두 나타나는 역동적인 주식시장의 모습을 보여준다. 또한 해당 기간에 국가마다 서로 다른 양상을 보여주기 때문에 다양한 시장 상황에 따라 성과가 어떻게 달라지는지 살펴보기도 좋다. [그림 4]는 2005년 1월부터 2014년 12월까지 선정된 6개 시장의 1주마다 측정된 주가지수 누적수익률의 움직임을 나타낸 그래프이다.

[그림 4]를 살펴보면 6개 국가의 주가지수 모두 해당 기간에 비슷한 양상을 보였음을 알 수 있다. 금융위기가 발생한 2007년 말까지는 6개 국가의 주가지수 수익률 모두 상승세를 보이며, 금융위기 이후 큰 폭으로 하락세를 보이다가, 2008년 9월 이후 점차 회복하고 재상승하거나 횡보기를 거치는 경향을 보인다. 구체적인 움직임은 시장마다 다른데, 전통적인 선진국으로 여겨지는 일본, 미국, 유럽의 경우는 주가지

<표 2> 6개 주식시장의 2005년~2014년 연환산 평균수익률 및 변동성 요약

주가지수	대한민국 (KOSPI)	일본 (Nikkei225)	홍콩 (HSCI)	미국 (S&P500)	유럽 (BE500)	인도 (BSE200)
평균수익률	7.99%	4.43%	5.98%	5.69%	2.42%	9.94%
σ	22.09%	24.80%	26.82%	19.13%	18.86%	32.12%

수의 움직임이 상대적으로 완만하고 큰 변동이 없는 것을 볼 수 있다. 반면에 신흥국의 범주에 들어가는 대한민국, 홍콩, 인도의 경우 주가지수의 움직임이 매우 역동적임을 알 수 있다. 상승기에는 매우 크게 수익률이 상승하다가, 금융위기에는 급격한 수익률 하락을 보이며, 다시 회복을 할 때에도 큰 폭으로 수익률이 상승하는 양상을 보인다.

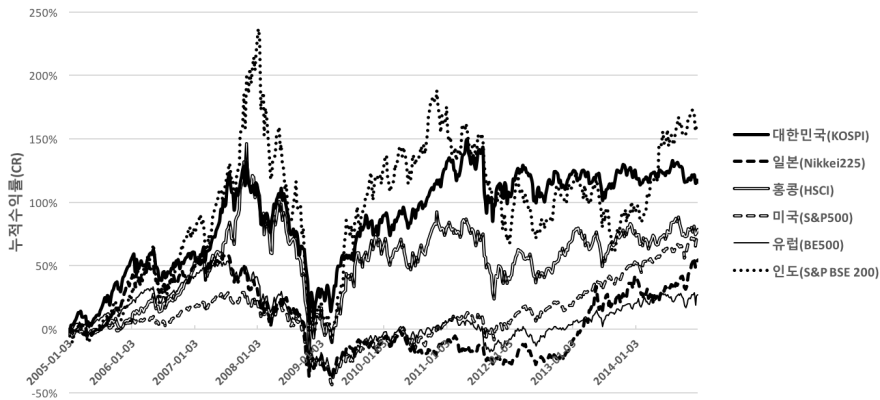
이러한 경향은 <표 2>의 주가지수 평균수익률 및 변동성 요약에도 나타난다. 주가지수 평균수익률 측면에서 살펴보면 신흥국인 대한민국, 홍콩, 인도가 선진국인 일본, 미국, 유럽의 주가지수보다 평균수익률이 모두 높은 것을 확인할 수 있다. 특히 대한민국과 인도의 경우 다른 국가 대비 주가지수의 상승세가 큰 것을 살펴볼 수 있다. 변동성 측면에서 살펴보았을 때도, 선진국인 미국과 유럽의 경우 변동성은 20% 미만인 반면에 신흥국은 20%가 넘는 변동성을 보이며, 특히 인도는 32.12%의 변동성으로 [그림 4]의 그래프에서 나타난 큰 폭의 변동성을 그대로 보여주었다. 다만, 일본의 경우 2011년 이전에는 미국, 유럽과 비슷하게 완만한 수익률의 변화를 보여주었지만, 2011

년 이후 횡보와 상승이 동시에 일어나는 등 상대적으로 역동적인 모습을 보여 전체적인 변동성은 2011년 이후 횡보기가 계속된 한국보다 2.71% 더 크게 나타났다.

위에서 살펴본 것처럼 서로 다른 특징을 보이는 주식시장에서 투자 성과를 살펴보는 것은 Fund S가 상황에 따라서 어떻게 대응하는지 관찰하기 좋다. 다음 절부터는 Fund S의 Markowitz 대비 성과 개선 여부 및 벤치마크 대비 성과를 실제 데이터 기반으로 파악하여 Fund S의 유용성을 살펴본다.

4.2 Fund S와 벤치마크의 샤프지수 비교

이번 절에서는 샤프지수를 이용하여 Markowitz 뿐만 아니라 MinVP, 주가지수와의 성과를 비교하여 Fund S의 성과를 살펴본다. [그림 5]는 주식시장별 Fund S와 벤치마크 포트폴리오의 10년 동안 종합적인 성과를 연환산 샤프지수로 나타낸다. 이때 $P = 100$ 인 경우의 Fund S는 Markowitz와 동일한 모형이기 때문에 $P = 100$ 에서 Markowitz와 성과가 같음을 확인할

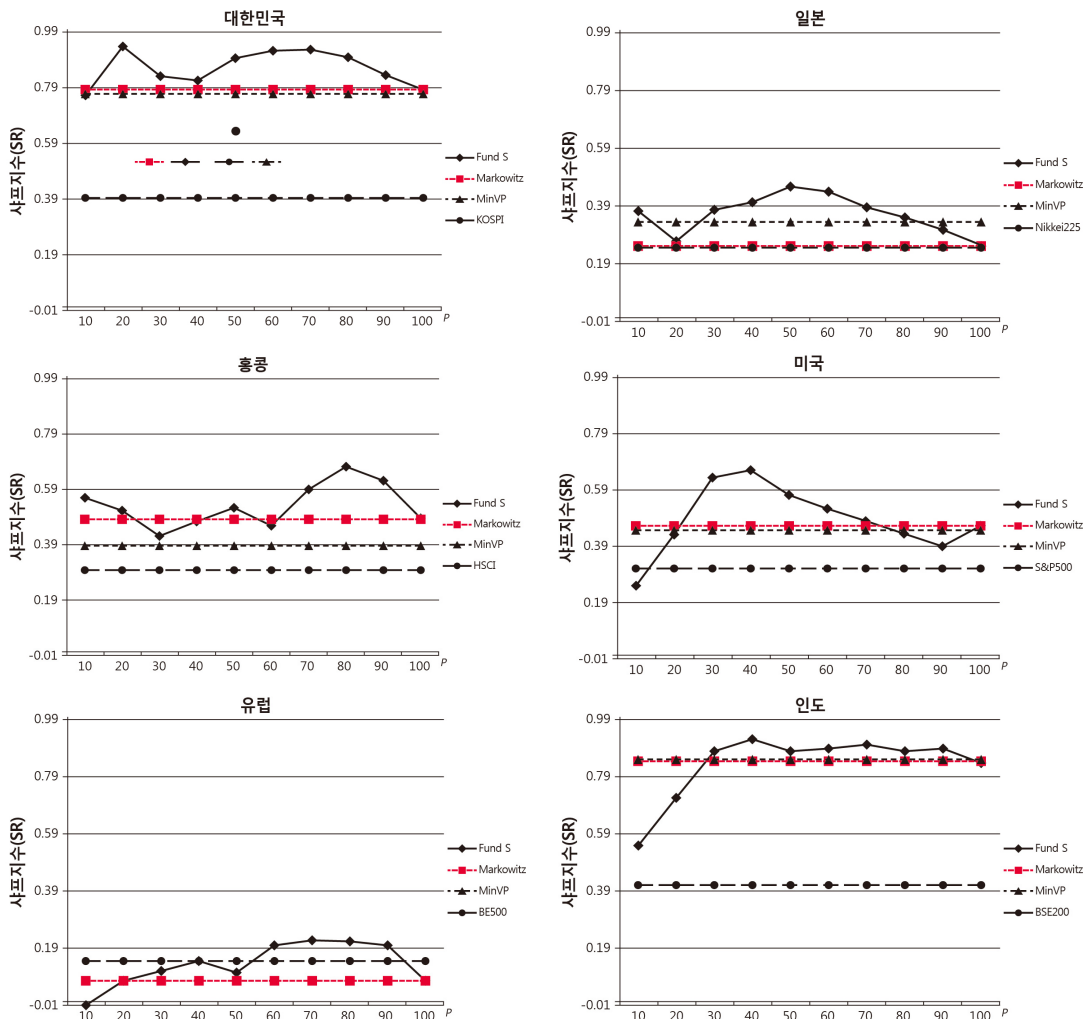


[그림 4] 2005년~2014년 6개 주식시장 주가지수 누적수익률의 변화

수 있다. P 가 100에서부터 작아지는 방향으로 그래프를 살펴보면 Fund S가 Markowitz로부터 변화하는 양상을 알 수 있다.

우선 Markowitz는 유럽과 일본을 제외한 4개 국가에서 모두 MinVP와 주가지수 대비 성과가 좋은 것을 볼 수 있다. 특히 홍콩의 경우 Markowitz는 MinVP보다 0.1만큼 더 높은 샤프지수를 기록하여 벤치마크 대비 가장 좋은 성과를 보였다. 하지만 홍콩을 제외하면 Markowitz만으로는 성과 측면에서 벤치마크와의 차별성이 크지 않다.

하지만 예측이 어려운 종목을 제거하고, 상대적으로 예측이 쉬운 종목 중심으로 포트폴리오를 구성하는 Fund S를 통해, Markowitz의 성과를 개선하고 벤치마크 대비 높은 성과를 달성하는 것을 살펴볼 수 있다. 특히, 일본은 P 를 100에서부터 줄여감에 따라 모든 경우에 대해서 Markowitz의 성과를 개선하는 것으로 나타났고, 대한민국과 유럽도 $P = 100$ 을 제외하면 모든 경우에 대해서 Markowitz보다 샤프지수가 높은 것으로 나타났다. 홍콩은 P 를 줄여감에 따라 성과의 변동이 컸지만, 대체적으로 예측 신뢰도가



[그림 5] Fund S와 벤치마크의 연환산 샤프지수 비교

작은 종목 10~30개를 제외하면서 투자했을 때 성과가 크게 향상되는 것으로 나타났다. 미국은 예측 신뢰도가 작은 종목을 10~20개씩 제거하면서 투자할 때는 Markowitz보다 성과가 오히려 하락하였으나, 30개 이상 제거했을 경우 성과 향상이 컸고, 40개 종목에 대해서 투자할 때 가장 성과가 좋았다. 마지막으로 유럽과 인도는 Fund S가 $P \geq 20$ 에서 모두 Markowitz의 성과를 개선하였고, P 의 값이 증가함에 따라 모든 벤치마크 대비 높은 성과를 기록하였다.

전체적으로 Fund S는 $P \geq 50$ 인 경우에 모든 국가에서 벤치마크보다 좋은 성과를 보인다. 비록 국가마다 성과를 가장 높이는 P 는 서로 다르지만, 대체적으로 $P \geq 50$ 의 구간에서 대부분 Markowitz의 성과를 개선하는 것으로 나타났고, 다른 벤치마크와 비교했을 때도 Fund S가 더욱 높은 샤프지수를 기록하였다. 이를 통해 P 를 50 이상의 비교적 큰 수로 설정하고, 예측 오차가 큰 종목을 제거하는 것을 목표로 포트폴리오를 구성할 때, Markowitz의 예측 오차에 의한 위험을 줄이고, 포트폴리오의 성과를 개선함을 확인할 수 있다.

P 가 작은 경우를 살펴보면, 비록 미국이 $P = 30 \sim 40$ 에서 성과가 가장 좋은 것으로 나타나지만, 미국을 제외한 대부분 국가에서는 $P \geq 50$ 미만일 때 성과가 좋지 않거나 P 의 변화에 따라 성과의 편차가 큰 것으로 나타난다. 이는 포트폴리오 구성 종목이 줄어들수록 따라 예측 민감도의 감소 효과보다 위험 분

산 감소 효과가 더 커져서 나타난 결과로 보인다. 따라서 추적 신호를 통해 예측 오차가 작은 소수의 종목을 선정하는 것에 집중하기보다는, 예측 오차가 큰 종목을 제거하는 것에 목표를 두고 투자를 진행할 때 더욱 효과적이라고 볼 수 있다.

벤치마크 대비 성과를 살펴보았을 때 6개국 중에서 Fund S를 통한 투자가 가장 효과적인 국가는 일본과 유럽이다. 다른 국가와는 달리 일본과 유럽에서는 기존의 Markowitz로 투자했을 때 벤치마크 대비 성과가 가장 낮다. 하지만 Fund S는 추적 신호를 통해 예측 오차가 큰 종목을 제거하면서 점차 성과가 Markowitz보다 상승하게 되었고, 마침내 모든 벤치마크 대비 가장 높은 성과를 달성했다. 가장 저조한 성과를 가지는 포트폴리오를 가장 성과가 높은 포트폴리오로 변화시켰다는 점에서 일본과 유럽에서의 Fund S는 효과가 뚜렷하다.

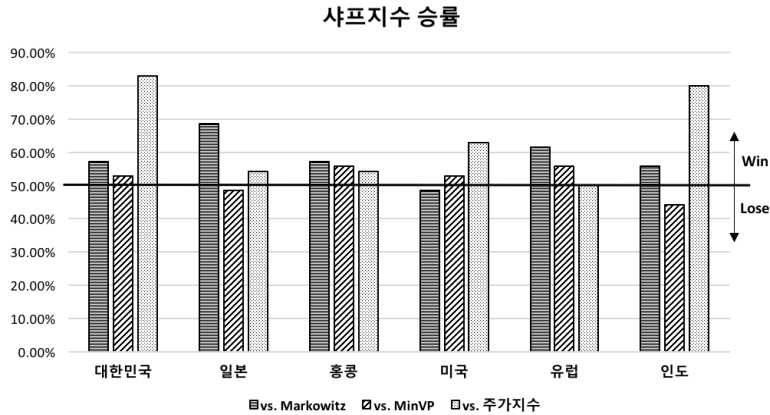
4.3 Fund S와 벤치마크의 샤프지수 승률 비교

전체적인 샤프지수 결과뿐만 아니라, 1년 단위로 분리하여 샤프지수를 측정하면 연도별로 성과의 양상을 파악할 수 있다. <표 3>은 대한민국 주식시장에서 Fund S 및 벤치마크의 1년 단위로 측정된 샤프지수를 나타낸다.

<표 3>을 보면 2005년에 대한민국 주식시장에서 Fund S가 $P=10, 40$ 을 제외한 9개 중 7개의 경우에

<표 3> 대한민국 주식시장의 연도별 Fund S 및 벤치마크의 샤프지수 결과

연 도	Fund S										Markowitz ($P = 100$)	MinVP	KOSPI
	P	10	20	30	40	50	60	70	80	90			
2005		3.48	4.05	4.28	3.50	4.02	3.78	3.78	3.67	3.75	3.52	3.52	2.49
2006		0.34	0.32	0.32	0.14	0.49	0.25	0.31	0.48	0.26	0.47	0.63	0.28
2007		1.66	1.25	1.56	1.78	1.98	1.86	2.17	2.04	1.97	1.66	1.60	1.22
2008		-0.82	-0.74	-0.94	-0.71	-0.79	-0.51	-0.77	-0.78	-0.89	-0.76	-0.89	-1.15
2009		1.76	1.93	1.71	1.06	1.35	1.25	1.25	1.29	1.11	1.13	1.34	1.73
2010		1.95	1.09	1.64	1.69	1.30	1.40	1.56	1.65	1.28	0.93	0.42	1.26
2011		0.00	0.77	-0.13	-0.03	0.00	-0.04	-0.23	-0.29	-0.42	-0.26	-0.23	-0.24
2012		1.51	2.06	2.20	2.13	1.73	2.31	2.39	2.32	2.81	2.17	2.31	0.47
2013		0.47	1.13	0.33	0.63	0.48	0.41	0.31	0.99	0.85	1.02	1.06	0.00
2014		0.55	-0.01	-0.38	0.21	0.03	-0.27	-0.43	-0.43	-0.18	-0.05	-0.22	-0.60



[그림 6] Fund S의 전체 주식시장 샤프지수 승률 그래프

Markowitz 대비 샤프지수가 더 높은 값을 갖는 것을 확인할 수 있다. 이처럼 10년의 기간 동안 Fund S의 P 에 따른 성과를 각 벤치마크와 비교하면 전체의 경우에 대해서 승률(beat rate)로 나타낼 수 있다. 그런데 [그림 5]에서 확인할 수 있는 것과 같이, P 의 값이 10이나 20으로 너무 작으면 포트폴리오의 예측 정확도 향상보다 위험 분산 효과가 감소하고, 성과의 변동이 크기 때문에 실제 투자의 대상으로 고려하기 어렵다. 따라서 본 논문에서는 전체적인 승률을 $P \geq 30$ 에 대해서 측정하였다.

[그림 6]은 $P \geq 30$ 의 전체 70개 경우에 각 벤치마크에 대한 Fund S의 샤프지수 승률을 전체 주식시장마다 나타낸 그래프이다.

[그림 6]을 보면 전체 국가에서 대부분 벤치마크 대비 50% 이상의 승률을 기록한 것을 확인할 수 있다. 6개 주식시장에서 Fund S가 각 Markowitz에 평균적으로 58.10%의 승률을 보이고, MinVP에 대해서는 51.67%, 주가지수에 대해서는 64.05%의 승률을 기록하였다. 이를 통해 전체적인 성과뿐만 아니라 연도별로 살펴보았을 때도 평균적으로 Fund S가 벤치마크보다 절반 이상의 경우에 대해서 우월했음을 파악할 수 있다. Markowitz에 대해서는 일본이 68.57%로 가장 높은 승률을 보였으며, 유럽이 61.43%로 뒤이었다. 전체적으로 대한민국, 일본, 홍콩, 유럽, 인도의 5개 국가에서 모두 50% 이상의 승률을 보였다.

미국은 비록 50% 보다 약간 작은 승률을 보였지만 [그림 5]에서 성과가 좋았던 $P = 30 \sim 70$ 에서 대부분 50% 이상의 승률을 보였기 때문에 P 의 값을 적절히 설정하면 Markowitz의 성과를 개선할 수 있음을 확인할 수 있다.

MinVP에 대해서는 평균적으로 51.67%의 승률로 Markowitz에 대한 승률보다는 상대적으로 낮은 값을 보였지만, 역시 절반 이상의 경우에 대해서 Fund S가 MinVP보다 성과가 더 좋았음을 볼 수 있다. 특히, 대한민국, 홍콩, 미국, 유럽에서 Fund S가 MinVP 대비 50% 이상의 승률을 보였다.

주가지수에 대한 Fund S의 승률은 다른 벤치마크 대비 승률보다 가장 높았다. 모든 국가에서 Fund S가 50%가 넘는 승률을 보였으며, 특히 대한민국과 인도는 80% 이상의 승률을 보였다. 이를 [그림 5]의 결과와 연결지어 생각해보면, 대한민국과 인도는 성과의 크기뿐만 아니라 연도별 횟수의 측면에서도 주가지수보다 성과가 우월했음을 확인할 수 있다.

P 의 값 전체뿐만 아니라, P 각각의 값에 따른 전체 기간에 대한 승률은 <표 4>를 통해 자세히 나타났다. 음영 표시는 50% 이상의 승률을 보인 우수한 성과를 나타낸다. <표 4>의 (a)를 보면, 전체 기간에 대한 샤프지수의 성과처럼 대부분의 경우에 대해서 P 가 너무 작은 경우보다 비교적 큰 값을 가지는 경우에 Fund S의 Markowitz에 대한 승률이 높은 것

<표 4> P에 따른 Fund S의 벤치마크 대비 승률

국가	Fund S										평균
	P	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
(a) Markowitz 대비 승률											
대한민국		50%	70%	50%	50%	70%	70%	60%	60%	40%	58%
일본		40%	40%	40%	70%	70%	70%	70%	90%	70%	62%
홍콩		60%	50%	40%	60%	50%	60%	60%	60%	70%	57%
미국		40%	40%	50%	60%	50%	60%	50%	30%	40%	47%
유럽		30%	70%	50%	60%	50%	70%	70%	70%	60%	59%
인도		30%	40%	60%	30%	60%	70%	60%	50%	60%	51%
평균		42%	52%	48%	55%	58%	67%	62%	60%	57%	56%
(b) MinVP 대비 승률											
대한민국		60%	70%	40%	50%	70%	50%	60%	50%	50%	56%
일본		60%	40%	50%	50%	40%	50%	50%	50%	50%	49%
홍콩		60%	50%	40%	60%	60%	50%	60%	60%	60%	56%
미국		40%	40%	50%	70%	50%	60%	50%	50%	40%	50%
유럽		40%	70%	50%	60%	50%	60%	60%	60%	50%	56%
인도		40%	40%	50%	30%	50%	40%	50%	40%	50%	43%
평균		50%	52%	47%	53%	53%	52%	55%	52%	50%	52%
(c) 주가지수 대비 승률											
대한민국		100%	90%	90%	80%	90%	80%	90%	80%	70%	86%
일본		60%	60%	70%	50%	60%	50%	50%	50%	50%	56%
홍콩		80%	80%	40%	60%	40%	50%	60%	60%	70%	60%
미국		60%	60%	80%	70%	60%	60%	60%	60%	50%	62%
유럽		40%	50%	40%	50%	40%	50%	60%	50%	60%	49%
인도		50%	80%	90%	90%	80%	70%	80%	70%	80%	77%
평균		65%	70%	68%	67%	62%	60%	67%	62%	63%	65%

을 살펴볼 수 있다. $P = 50 \sim 70$ 일 때 모든 나라에서 50% 이상의 승률로 가장 높은 값을 기록하는 것을 보아 전체 성과의 크기와 더불어 횡수 면에서도 이 구간이 가장 좋은 것을 확인할 수 있다. 반면에 P 가 30 이하일 때는 절반의 경우에는 높은 승률을 기록하였으나 나머지 절반의 경우에는 낮은 승률을 보여 너무 적은 종목으로 구성될 때 Fund S의 성과가 좋지 않은 모습을 보였다. 한편, 모든 국가에서 $P = 90$ 인 경우 상대적으로 $P = 50 \sim 80$ 인 경우보다 평균적으로 승률이 낮은 경향을 보여 예측 정확도가 낮은 종목을 20개 이상 제거하는 것이 더 나은 선택임을 확인할 수 있다. <표 4>의 (b), (c)를 통해 MinVP와 주가지수에 대한 Fund S의 성과를 살펴보면, 대체적으로 P 가 30보다 클 때 성과가 좋은 것을 확

인할 수 있다. 즉, 전체 기간에 대한 성과뿐만 아니라, 연도별로도 Fund S의 P 가 $30 \leq P \leq 80$ 처럼 극단적으로 작거나 크지 않은 경우에 대해서 성과가 좋으며, 예측 정확도가 높은 종목에 집중하기보다는 예측 정확도가 낮은 종목을 제거하는 것에 목표를 두고 Fund S를 운용할 때 성과 향상의 가능성이 큰 것을 확인할 수 있다.

4.4 선정 종목 수 P에 따른 Fund S와 벤치마크의 수익률 비교

이번 절에서는 2005년 1월부터 2014년 12월까지의 기간에 선정 종목 수 P 에 따라 다르게 구성된 9개의 Fund S 포트폴리오와 다른 벤치마크의 실질적인

〈표 5〉 국가별 Fund S와 벤치마크의 투자 기간 수익률(%)

국가	P:	Fund S									Markowitz (F=100)	MinVP	추가 지수
		10	20	30	40	50	60	70	80	90			
대한 민국	AR	20.91	23.47	18.40	17.90	19.53	19.90	19.59	17.99	16.53	15.52	14.92	7.99
	CR	567.86	723.24	441.59	418.84	495.37	514.10	498.49	422.89	361.84	323.14	301.73	115.71
일본	AR	7.68	4.60	7.27	7.76	8.71	8.26	7.15	6.14	5.29	4.23	5.99	4.43
	CR	109.54	56.86	101.78	111.20	130.44	121.12	99.51	81.45	67.50	51.27	78.97	54.32
홍콩	AR	12.94	9.77	7.64	8.44	8.98	7.76	10.02	11.28	10.23	7.79	5.89	5.98
	CR	237.71	154.00	108.86	124.89	136.21	111.06	159.94	191.31	164.79	111.83	77.27	78.71
미국	AR	4.42	7.21	9.93	9.77	8.48	7.70	7.06	6.41	5.71	6.62	6.29	5.69
	CR	54.18	100.57	157.74	154.01	125.70	109.89	97.90	86.10	74.28	89.75	84.00	73.91
유럽	AR	-1.64	1.18	1.82	2.47	1.71	3.40	3.68	3.62	3.39	1.42	2.18	2.42
	CR	-15.24	12.39	19.74	27.64	18.44	39.74	43.52	42.75	39.57	15.16	24.05	26.98
인도	AR	14.56	18.36	22.68	22.88	20.80	21.21	21.26	20.39	20.36	19.22	18.85	9.94
	CR	289.51	439.51	672.01	685.22	561.80	584.78	587.56	539.72	538.06	479.96	462.12	157.96

수익률을 국가별로 비교한다. <표 5>는 Fund S와 벤치마크의 연환산 평균수익률(AR)과 10년 누적수익률(CR)을 나타낸다. 누적수익률은 전체 기간 복리로 누적이 되었기 때문에, 연환산 평균수익률은 누적수익률의 기하평균(geometric mean)을 이용하여 도출했다.

<표 5>를 보면 제4.2절의 샤프지수 결과와 비슷한 양상을 보이며, $P=50$ 미만의 작은 값에서도 Fund S의 수익률이 대부분 벤치마크보다 더 높다. 특히, 대한민국과 일본의 경우 모든 경우에 대해서 Fund S가 Markowitz보다 전체적인 연환산 평균수익률 및 누적수익률의 크기가 크고, 다른 벤치마크와 비교했을 때도 대부분 더 좋은 수익률을 보인다. 홍콩의 경우도 $P=30, 60$ 을 제외하고 모든 경우에 대해서 Fund S가 Markowitz 및 다른 벤치마크를 압도한다. 또한 미국, 유럽, 인도의 경우도 대부분의 경우에 대해서 Fund S가 벤치마크보다 높은 수익률을 내는 것을 확인할 수 있다. 비록 P 가 50 이하로 작아지면서 Fund S의 성과 변동이 다소 크게 나타나지만, 그럼에도 불구하고 대부분 추적 신호를 통해 종목을 선정했을 때 벤치마크를 압도하였다.

위 실험 결과를 보면 추적 신호는 포트폴리오의 변동성 감소보다 수익률 증가에 영향을 주었다는 점에서 인상적이다. 실제로 실험 결과 Fund S는 종목

수가 감소함에 따라 Markowitz보다 변동성이 증가하였다. 하지만 변동성 감소보다 수익률의 증가 정도가 더욱 컸고 결과적으로 Fund S의 샤프지수와 누적수익률은 대부분 Markowitz 및 벤치마크보다 우수하였다. 추적 신호를 통한 종목 선정이 포트폴리오의 높은 수익률을 직접 추구하는 것이 아니라, 예측 민감도를 줄이기 위한 노력이라는 점에서 Fund S의 이러한 높은 수익률은 흥미로운 결과이다. 따라서 추적 신호를 통한 종목 선정과 포트폴리오의 수익률 상승에 관한 연구가 앞으로 필요할 것으로 보인다.

이번 장의 실험 결과를 종합했을 때, 본 논문의 실험 결과는 다음과 같은 시사점을 가지고 있다. 우선, 이제까지 예측 시스템의 통제에만 활용되었던 추적 신호가 포트폴리오의 구성 종목 선정의 기준으로 활용될 수 있음을 보였다. 특히 기존의 마코위츠 포트폴리오는 입력변수 예측치의 예측 오차에 매우 민감하기 때문에 예측 오차가 큰 종목들을 선별할 수 있게 해주는 추적 신호는 마코위츠 포트폴리오 구성 종목의 예측 오차를 줄일 수 있고, 실험을 통해 실제로 유의미한 방법이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

또한, 추적 신호를 활용한 종목 선정 방법이 마코위츠 포트폴리오의 성과 향상을 위해 대안이 될 수 있음을 확인하였다. 예측의 정확도를 높이기 위해서는 다양한 노력이 요구되고, 현재까지의 연구에 의하

면 매우 정교한 모형화를 통해서도 예측의 정확도가 담보되지 않는 경우가 많다. 또한, 마코위츠 포트폴리오의 입력 변수 예측 방법이 유의미한 성과 향상을 보이지 못하는 경우가 많아 실효성에 의문이 제기된다. 하지만 본 논문에서는 추적 신호를 통해 예측 오차가 큰 종목을 제거하는 것만으로도 마코위츠 포트폴리오의 성과 향상이 가능한 것을 보였다. Fund S의 방법은 예측 오차로 인한 위험을 줄이는 데 효과적으로 보인다.

5. 결 론

마코위츠 포트폴리오 선정 모형이 이론적 우수성에도 불구하고 실제 투자 시 자주 이용되지 않은 이유는 예측이 부정확할 경우 최적 포트폴리오를 구성할 수 없으며, 투자자가 원하는 성과 달성이 힘들기 때문이다. 모형 자체는 수익률과 위험만을 고려하기 때문에 예측 오차에 대응할 수 없다. 따라서 기존 모형으로는 예측 오차가 큰 종목도 모두 투자 대상으로 포함되어, 포트폴리오의 성과에 대한 악영향으로 이어지게 된다.

본 논문은 추적 신호를 통하여 예측 오차가 큰 종목을 제거하며 투자 종목을 구성하는 포트폴리오 Fund S를 제시한다. 추적 신호는 예측이 어느 정도의 계통 오차를 가졌는지 파악할 때 유용한 방법이다. 이를 투자 가능 종목의 기대수익률에 적용하면 수익률의 예측 오차가 큰 종목들을 식별할 수 있고, 해당 종목을 제거함으로써 상대적으로 수익률의 예측 오차가 작은 종목들로 포트폴리오를 구성할 수 있다. 이렇게 구성된 Fund S를 바탕으로 실제 시장에서의 성과를 확인하고자 대한민국, 일본, 홍콩, 미국, 유럽, 인도의 6개 주식시장에서 2005년 1월 초부터 2014년 12월 말의 10년간 투자 실험을 하였다. 전체 종목에 투자하되 투자비용 제약조건과 동적 최소요구기대수익률을 적용하는 Markowitz, 투자비용 제약조건을 추가한 최소분산포트폴리오 MinVP, 그리고 각 주식시장의 주가지수를 벤치마크로 하여 성과를 비교하였다. 실험 결과 Fund S는 대부분의 경우 Markowitz의 성과

를 개선하는 것으로 나타났으며, 다른 벤치마크와 비교했을 때도 대체로 더욱 우수한 성과를 보였다.

한편, 투자 대상으로 선택하는 종목 수(P)를 살펴보면, Fund S는 $P \geq 50$ 의 구간에서 대부분 Markowitz보다 샤프지수 및 누적수익률의 성과가 향상되고 다른 벤치마크도 압도하는 것으로 나타났다. 즉, 예측 정확도가 높은 소수를 선택하여 투자하는 것보다 예측 정확도가 낮은 종목을 제거하는 것에 초점을 둘 때 더욱 성과가 좋은 것을 확인할 수 있다. 이는 샤프지수 승률을 통해서도 확인할 수 있는데, 모든 벤치마크와 비교했을 때 $P = 50$ 이상에서 대부분 Fund S가 50% 이상의 높은 승률을 기록하였다.

본 논문에서 도입한 추적 신호를 적용한 동적 마코위츠 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같은 의의를 가진다. 우선 추적 신호가 주식 시장을 예측하는 데 도움이 될 수 있음을 확인할 수 있었다. 추적 신호는 forecasting 분야에서 예측 시스템을 통제하기 위한 수단으로 자주 이용해 왔지만, 주식 종목의 움직임을 관찰하고 투자에 알맞은 종목을 선정하기 위한 활용은 거의 없었다. 본 논문은 추적 신호를 포트폴리오 구성 종목 각각을 관찰하기 위한 목적으로 도입하였고, 이 방법이 예측 오차에 의한 민감도가 높은 마코위츠 포트폴리오의 성과를 개선하는 데 도움이 됨을 확인하였다. 이처럼 기존의 활용 분야를 뛰어넘어 포트폴리오 종목 선정이라는 추적 신호의 새로운 활용 분야를 개척한 것도 본 논문의 의의라 할 수 있다.

두 번째로, 예측 정확도를 높이려는 노력 대신에, 추적 신호를 통해 예측 오차가 큰 종목을 제거하는 방법으로 기존 마코위츠 포트폴리오의 성과를 개선하였다. 기존의 연구에서는 예측치에 대한 민감도가 높은 마코위츠 포트폴리오의 성과를 개선하기 위하여 예측치의 정확도에 초점을 맞추었다. 하지만 예측치의 정확도를 높이기 위해 새로운 예측 방법을 개발하고 포트폴리오에 적용하는 것은 일부 상황에는 적절하지만, 시장의 상황마다 정확도가 달라지고 실제 투자에 활용이 상당히 어렵다. 하지만 본 논문의 모형은 예측 방법을 바꾸지 않고 예측이 오차가 큰 종목을 제거하는 방법으로도 마코위츠 포트폴리오의 성과를

개선할 수 있음을 보였다. 따라서 추적 신호를 통해 예측 오차가 큰 종목을 제거하는 것이 예측 정확도를 높여려는 노력의 대안이 될 수 있다는 의의가 있다.

하지만 한계점 또한 존재하는데, 실제 투자 가능한 모든 종목보다 적은 수의 종목에 대해서 투자를 실시하다 보니 위험 분산의 효과가 줄어들다는 것이다. 실제로 실험을 한 대부분의 시장에서 P 가 줄어들수록 투자 기간 전체의 포트폴리오 위험은 조금씩 커지는 것으로 나타났다. 또한, 본 논문에서 실시한 실험처럼 100개 이상의 종목을 구성하는 것이 아니라 투자 가능한 종목의 수가 매우 적은 경우, 추적 신호에 의한 종목 선정의 효과가 더욱 줄어들고, 변동성이 큰 투자 결과를 초래할 수도 있다.

위의 한계를 극복하기 위해 투자비율의 변화 정도를 제한하는 것을 모형의 목적함수에 추가하거나, 리밸런싱 시기마다 도출된 최적 투자비율에 모두 투자하지 않고 이전 기간의 최적 투자비율과 합성하여 투자하는 방식도 고려할 수 있다. 이를 통해 리밸런싱 시기마다 투자 대상 종목이 크게 변화하는 것을 막을 수 있으며, 포트폴리오의 위험이 커지는 현상을 완화시킬 수 있다.

본 논문에서 좀 더 심화된 주제로 생각할 수 있는 것은 다른 종목 선정 기준과 추적 신호의 성과를 비교하는 것이다. 추적 신호 이외에 다른 기준을 통해 포트폴리오의 투자 대상 종목을 선정하고 각각의 투자 성과를 비교하는 것도 매우 흥미로운 것이다. 또한, 종목 선정 능력과 자산 배분 능력의 관계를 살펴보고, 포트폴리오를 구성하는 종목 수를 최적화하기 위한 분석도 필요할 것으로 보인다. 이러한 결과에 대한 인과관계를 분석하고 의미를 도출하는 작업은 중요하며, 현재 세부 연구가 진행 중이다.

참 고 문 헌

- [1] 김성문, 김홍선, “한국 주식시장에서 비선형계 획법을 이용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형의 투자 성과에 관한 연구”, 『경영과학』, 제26권, 제2호(2009), pp.19-35.
- [2] 김홍선, 정종빈, 김성문, “한국 주식시장에서 마코 위츠 포트폴리오 선정 모형의 입력변수의 정확도에 따른 투자 성과 연구”, 『한국경영과학회지』, 제38권, 제2호(2013), pp.35-52.
- [3] 최재호, 정종빈, 김성문, “외환 시장에서 마코브 체인을 활용한 포트폴리오 선정 모형과 투자 알고리즘 개발 및 성과평가”, 『한국경영과학회지』, 제40권, 제2호(2015), pp.1-17.
- [4] Black, F. and R. Litterman, “Asset Equilibrium: Combining Investor Views with Market Equilibrium,” *Journal of Fixed Income*, Vol.1 (1991), pp.7-18.
- [5] Black, F. and R. Litterman, “Global Portfolio Optimization,” *Financial Analysts Journal*, Vol.48, No.5(1992), pp.28-43.
- [6] Bouchaud, J.-P., M. Potters, and J.-P. Aguilar, “Missing Information and Asset Allocation,” *Science and Finance : Capital Fund Management*(1997).
- [7] Brown, R.G., *Statistical Forecasting for Inventory Control*, McGraw-Hill, New York, 1959.
- [8] Chan, L.K.C., J. Karceski, and J. Lakonishok, “On Portfolio Optimization Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model,” *The Review of Financial Studies*, Vol.12, No.5 (1999), pp.937-974.
- [9] Cuthbertson, K. and D. Nietzsche, *Financial Engineering : Derivatives and Risk Management*, John Wiley and Sons, 2001.
- [10] DeMiguel, V., L. Garlappi, F.J. Nogales, and R. Uppal, “A Generalized Approach to Portfolio Optimization : Improving Performance by Constraining Portfolio Norms,” *Management Science*, Vol.55, No.5(2009), pp.798-812.
- [11] DeMiguel, V., L. Garlappi, and R. Uppal, “Optimal Versus Naive Diversification : How Inefficient Is the 1/N Portfolio Strategy?,”

- Review of Financial Studies*, Vol.22, No.5 (2009), pp.1915-1953.
- [12] DeMiguel, V. and F.J. Nogales, "Portfolio Selection with Robust Estimation," *Operations Research*, Vol.57, No.3(2009), pp.560-577.
- [13] El Ghaoui, L., M. Oks, and F. Oustry, "Worst-case Value-at-Risk Approach a Conic Programming Optimization," *Operations Research*, Vol.51, No.4(2003), pp.543-556.
- [14] Frost, P.A. and J.E. Savarino, "An Empirical Bayes Approach to Efficient Portfolio Selection," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.21, No.3(1986), pp.293-305.
- [15] Gardner, E.S., "Automatic Monitoring of Forecast Errors," *Journal of Forecasting*, Vol.2, No.1(1983), pp.1-21.
- [16] Gardner, E.S., "Exponential Smoothing: The State of the Art-Part II," *International Journal of Forecasting*, Vol.22, No.4(2006), pp.637-666.
- [17] Garlappi, L., R. Uppal, and T. Wang, "Portfolio Selection with Parameter and Model Uncertainty : A Multi-Prior Approach," *The Review of Financial Studies*, Vol.20, No.1(2007), pp.41-81.
- [18] Gârleanu, N. and L.H. Pedersen, "Dynamic Trading with Predictable Returns and Transaction Costs," *Journal of Finance*, Vol.68, No.6 (2013), pp.2309-2340.
- [19] Goldfarb, D. and G. Iyengar, "Robust Portfolio Selection Problems," *Mathematics of Operations Research*, Vol.28, No.1(2003), pp.1-38.
- [20] Hillier, F. and G. Lieberman, *Introduction to Operations Research*, 10th Edition, McGraw Hill, 2013.
- [21] Hillier, F. and M. Hillier, *Introduction to Management Science*, 5rd Edition, McGraw Hill, 2013.
- [22] [Http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html](http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html).
- [23] Hui, T., E. Kwan, and C. Lee, "Optimal Portfolio Diversification Empirical Bayes Versus Classical Approach," *The Journal of the Operational Research Society*, Vol.44, No.11 (1993), pp.1155-1159.
- [24] Jagannathan, R. and T. Ma, "Risk Reduction in Large Portfolios Why Imposing the Wrong Constraints Helps," *Journal of Finance*, Vol.58, No.4(2003), pp.1651-1684.
- [25] Jobson, J. and B. Korkie, "Putting Markowitz Theory to Work," *Journal of Portfolio Management*, Vol.7, No.4(1981), pp.70-74.
- [26] Jorion, P., "Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.21, No.3(1986), pp.279-292.
- [27] Jung, J. and S. Kim, "An Adaptively Managed Dynamic Portfolio Selection Model Using a Time-Varying Investment Target according to the Market Forecast," *Journal of the Operational Research Society*, Vol.66, No.7(2015), pp.1115-1131.
- [28] Klein, R.W. and V.S. Bawa, "The Effect of Estimation Risk on Optimal Portfolio Choice," *Journal of Financial Economics*, Vol.3(1976), pp.215-231.
- [29] Kolm, P.N., R. Tütüncü, and F.J. Fabozzi, "60 Years of Portfolio Optimization : Practical Challenges and Current Trends," *European Journal of Operational Research*, Vol.234 (2014), pp.356-371.
- [30] Ledoit, O. and M. Wolf, "Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.30(2004), pp.110-119.
- [31] Markowitz, H.M., *Portfolio Selection : Efficient*

- Diversification of Investments*, John Wiley and Sons, New York, 1959.
- [32] Markowitz, H.M., "Portfolio Selection," *The Journal Of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.
- [33] McClain, J.O., "Dominant Tracking Signals," *International Journal of Forecasting*, Vol.4, No.4(1988), pp.563-572.
- [34] Merton, R.C., "On Estimating the Expected Return on the Market," *Journal of Financial Economics*, Vol.8, No.4(1980), pp.323-361.
- [35] Michaud, R., "The Markowitz Optimization Enigma : Is 'Optimized' Optimal?," *Financial Analysts Journal*, Vol.45, No.1(1989), pp.31-42.
- [36] Pástor, Ľ. and R.F. Stambaugh, "Comparing Asset Pricing Models : An Investment Perspective," *Journal of Financial Economics*, Vol.56(2000), pp.335-381.
- [37] Sharpe, W.F., "The Sharpe Ratio," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.21, No.1(1994), pp.49-58.
- [38] Trigg, D.W., "Monitoring a Forecasting System," *Journal of the Operational Research Society*, Vol.15, No.3(1964), pp.271-274.
- [39] Trigg, D.W. and A.G. Leach, "Exponential Smoothing with an Adaptive Response Rate," *Journal of the Operational Research Society*, Vol.18, No.1(1967), pp.53-59.
- [40] Tütüncü, R.H. and M. Koenig, "Robust Asset Allocation," *Annals of Operations Research*, Vol.132(2004), pp.157-187.