Transactions of KSAE, Vol. 24, No. 1, pp.33-38 (2016)

Copyright © 2016 KSAE / 140-05
pISSN 1225-6382 / eISSN 2234-0149
DOI http://dx.doi.org/10.7467/KSAE.2016.24.1.033

승용차용 터보과급기 로터의 관성모멘트 측정

정 진 은[*1)] · 이 상 운[2)]

한국기술교육대학교 기계공학부[1)] · 한국기술교육대학교 대학원 기계공학과[2)]

Measurement of Inertia of Turbocharger Rotor in a Passenger Vehicle

Jin Eun Chung[*1)] · Sangwoon Lee[2)]

[1)]Department of Mechanical Engineering, Korea University of Technology and Education, Chungnam 31253, Korea
[2)]Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Korea University of Technology and Education, Chungnam 31253, Korea

(Received 10 June 2015 / Revised 10 November 2015 / Accepted 18 Novermber 2015)

Abstract : The turbocharger is an essential component to realize the engine down-sizing. The moment of inertia of turbocharger rotor is an important parameter with respect to acceleration performance of the vehicle. It can be calculated from the CAD software based the geometry data and the material properties. But the accurate value of the inertia of turbocharger rotor must be measured through the experimental method. In this study, the measurement of moment of inertia of turbocharger rotor for 2.0 L spark-ignition engine was carried out. First, an experimental equipment using a trifilar method was designed and fabricated. Some optical devices, that is, photo sensor, counter, convex lens, etc, were used to increase the accuracy of the measurement. Second, error sensitivity for the equipment was analyzed. The error of period time and the radius can give big affects to the accuracy of the moment of inertia. When the amount of error of these two were each 1.0 %, maximum error of the moment of inertia was under 3.0 %. Third, the calibration for the equipment was performed using a calibration rotor which has similar shape to turbine rotor but simple. Calculated value from CAD software and measured one for the calibration rotor were compared. The total error of the equipment and the measurement is about 1.3 %. This result shows that the equipment can give the good result with resonable accuracy. Finally the moment of inertia of the turbine rotor and compressor wheel were measured. The coefficient of variations, the ratio of standard deviation to mean value, were reasonably small at 0.57 % and 0.73 % respectively. Therefore this equipment is suitable for the measurement of the moment of inertia of the turbine rotor and compressor wheel.

Key words : Engine down-sizing(엔진 다운사이징), Turbocharger rotor(터보과급기 로터), Moment of inertia(관성모멘트), Trifilar method(3줄 방법), Error analysis(오차 분석), Calibration rotor(교정 로터)

Nomenclature

Calib.R	: calibration rotor
T/W	: turbine wheel
C/W	: compressor wheel
Dia.	: diameter

[*]Corresponding author, E-mail: jechung@kut.ac.kr

1. 서 론

대기환경오염과 연비에 대한 규제가 강화됨에 따라 자동차산업에서 엔진의 다운사이징 현상이 활발히 전개되고 있다. 엔진의 다운사이징은 터보과급기와 결합되어 유해 배기가스 배출량을 줄이고, 엔진출력 당 배기량을 감소시켜 연비향상 효과를 나타내고 있다. 따라서 터보과급기는 엔진의 다운사

이징을 실현하기 위해 필수적이며, 이러한 터보과급기 로터의 관성모멘트는 엔진의 가속성능에 직접적인 영향을 미치는 주요 인자[1]이므로 터보과급기의 성능평가를 위한 제원으로 관리되며, 터보과급기를 설계하고 성능을 예측하기 위한 기준이 된다. 관성모멘트는 CAD data로부터 계산 될 수 있지만, 기하학적 구조가 복잡하고, 정확한 세부정보가 없을 경우에는 실험을 통해 관성모멘트를 측정해야 한다.

이러한 관성모멘트의 실험적 측정을 위해서 줄의 진동운동을 이용하여 진동 주기를 측정하여 관성모멘트를 산출하는 Filar Method가 다양하게 사용되고 있다. Witter 등[2]은 로드셀과 가속도센서를 사용하여 실험 장치를 구성하였으며, Genta와 Delprete[3]는 진동과 가속도가 결과에 미치는 영향에 대해 분석하였다. Schwartz 등[4]은 비틀림을 활용한 Multifilar Method를 연구하였고, Lyons[5]는 회전판의 비틀림 각도가 결과에 미치는 오차를 연구하였다.

본 연구에서는 3개의 줄을 사용한 Trifilar Method를 바탕으로 측정 장치를 설계하고 제작하였으며, Trifilar Method 이론에 근거하여 오차 분석을 수행하였다. 또한 실험장치의 타당성을 검증하기 위하여 교정 로터(calibration rotor)를 사용하여 측정값을 비교 검토하였다. 제작된 측정 장치를 사용하여, 가솔린 승용 2.0 L급 엔진에 사용되는 터보과급기 로터의 관성모멘트를 측정하였다.

2. 이론 및 오차 분석

2.1 Trifilar Method

Trifilar Method는 3개의 줄에 연결된 디스크(turn disc)에 터보과급기 로터를 매달아 비틀림에 의한 진동 주기를 측정하여 관성모멘트를 계산한다. 이론식의 성립을 위해 터보과급기 로터의 질량중심축과 비틀림 회전축이 동일하여야 한다. 이때 진동주기는 일정하며, 진동 폭과 진동 주기는 독립적인 관계이다.

3개의 줄에 매달린 디스크에 비틀림이 가해졌을 때 평면과 정면의 모습이 Fig. 1에 나타나 있다.[6] Fig. 1(a)는 위에서 바라본 모습이며, φ는 디스크의 비틀림 각이며, r은 디스크 질량중심에서 줄의 중심까지의

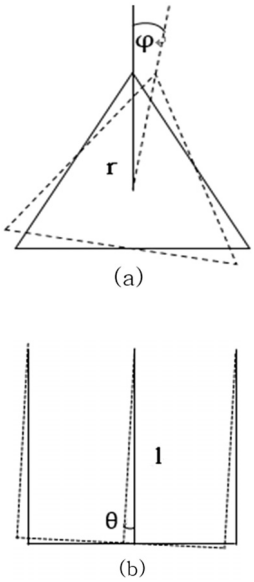


Fig. 1 (a) Top view (b) Side view

거리를 나타낸다. Fig. 1(b)는 정면에서 본 모습이다. 줄의 길이 l과 줄의 비틀림 각도 θ를 표시하고 있다.

초기상태의 위치부터 디스크를 φ 각도만큼 비틀어 주었을 때, 줄은 수직방향 성분과 수평방향 성분의 힘을 받게 되며, 이때 수평방향의 힘은 다시 정지위치부터 디스크를 이동시키려고 하는 토크를 발생시킨다. 이때의 토크 τ는 다음과 같이 표현된다.

$$\tau = 3rF_{\varphi} = -3r\frac{mg}{3}tan\theta = -mgr\tan\theta \tag{1}$$

여기서 g는 중력가속도, m은 줄과 디스크를 포함한 매달린 장치의 질량을 나타낸다.

평면에서 비틀림 각 φ와 정면에서 비틀림 각 θ 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\theta = \arcsin\left(\frac{2r}{l}\sin\frac{\varphi}{2}\right) \tag{2}$$

따라서 발생한 토크는 φ 방향으로 회전 진자운동의 각가속도를 만들어 주며, 운동방정식은 다음과 같다. 여기서 J는 장치의 관성모멘트를 나타낸다.

$$J\ddot{\varphi} = -mgr\tan\left(\arcsin\left[\frac{2r}{l}sin\frac{\varphi}{2}\right]\right) \tag{3}$$

이때, φ가 충분히 작고, $r \ll l$의 조건을 적용하면,

다음과 같이 근사적으로 표현된다.

$$\sin\frac{\varphi}{2}\approx\frac{\varphi}{2}$$

$$\arcsin\frac{2r}{l}\frac{\varphi}{2}\approx\frac{2r}{l}\frac{\varphi}{2} \tag{4}$$

$$\tan\frac{2r}{l}\frac{\varphi}{2}\approx\frac{r\varphi}{l}$$

이러한 근사식을 식 (3)에 적용하면 다음과 같이 간략화 된다.

$$\ddot{\varphi}+\frac{mgr^2}{Jl}\varphi=0 \tag{5}$$

이와 같은 진자 운동방정식의 해는 다음과 같이 표현된다. 여기서 T는 진동 주기이다.

$$J=\frac{mgr^2}{l}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \tag{6}$$

이 관계식을 사용하면 장치의 질량 m, 줄의 길이 l, 줄의 중심까지 거리 r이 결정된 장치에서 진동주기 T를 측정하면 측정 대상 물체의 관성모멘트 J를 산출할 수 있다.

2.2 측정 장치 구성

측정 장치는 측정 대상 물체를 매달 수 있는 디스크(turn disc)와 3개의 줄, 이 줄들의 길이를 조절하며 수직/수평 정렬을 유지하는 스탠드, 진동 운동의 주기를 측정하는 광학 장치 등으로 구성된다. 장치의 사진은 Photo. 1과 같고, Fig. 2에 개략도를 나타내었다. 측정 장치를 설계 및 제작하는 과정에서 측정의 정확도를 향상시키기 위해 몇 가지 부품을 추가하였다. 상황에 따라 줄 길이를 조절하여 정렬상태를 유지할 수 있도록 줄 길이 조절 장치를 부착하였으며, 정교하고 정확한 비틀림 각을 제공하기 위해 소켓을 사용한 비틀림 조절장치를 적용하였다. 실험결과에 가장 큰 영향을 미치는 것으로 판단되는 진동 주기를 정확하게 측정하기 위해 광학 포토 센서와 카운터, 타이머 장치를 사용하여 진동주기 계측 시스템을 구성하였다. 이때 포토 센서에서 나오는 광원에 볼록렌즈를 장착하여 광원의 직경을 줄여서 미세한 비틀림 진자 운동에서의 주기 측정을 가능하게 하였다.

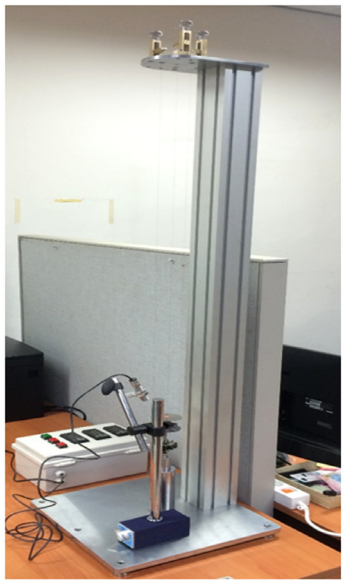
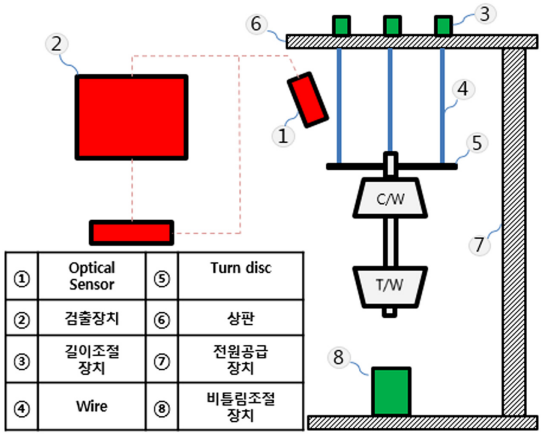


Photo. 1 Experiment setup



①	Optical Sensor	⑤	Turn disc
②	검출장치	⑥	상판
③	길이조절 장치	⑦	전원공급 장치
④	Wire	⑧	비틀림조절 장치

Fig. 2 Schematic of experimental device

2.3 오차 분석

측정 장치를 이용하여 측정된 관성모멘트의 오차분석을 위해 식 (6)에서 관성모멘트 J를 질량 m, 질량중심에서 줄의 중심 거리 r, 줄의 길이 l, 진자운동 주기 T에 대하여 미분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta J&=\frac{\partial J}{\partial m}\Delta m+\frac{\partial J}{\partial r}\Delta r+\frac{\partial J}{\partial l}\Delta l+\frac{\partial J}{\partial T}\Delta T\\&=\left(\frac{J}{m}\right)\Delta m+\left(\frac{2J}{r}\right)\Delta r-\left(\frac{J}{l}\right)\Delta l+\left(\frac{2J}{T}\right)\Delta T\end{aligned} \tag{7}$$

이를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\Delta J}{J}=\frac{\Delta m}{m}+2\frac{\Delta r}{r}-\frac{\Delta l}{l}+2\frac{\Delta T}{T} \quad (8)$$

여기서 관성모멘트 오차 $\sigma_J=\Delta J/J$을 정의하고 유사하게 질량 오차 σ_m, 거리 오차 σ_r, 길이 오차 σ_l, 주기 오차 σ_T을 정의하면 관성모멘트 오차는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_J=\sqrt{\sigma_m^2+4\sigma_r^2+\sigma_l^2+4\sigma_T^2} \quad (9)$$

위의 식 (9)로부터 관성모멘트 오차에 대하여 각 변수들이 미치는 영향을 파악할 수 있다. 질량은 고정된 상태에서 측정하며 측정 오차는 충분히 작다. 또한 길이는 충분히 길며 측정 오차는 작다. 따라서 질량중심에서 줄의 중심까지의 거리 r과 비틀림에 의한 진동 주기 T에 대한 오차가 관성모멘트 측정의 주된 오차라고 가정할 수 있으며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_J\approx\sqrt{4\sigma_r^2+4\sigma_T^2} \quad (10)$$

따라서 질량중심에서 줄의 중심까지의 거리 r의 오차와 주기 T의 오차에 대해 분석 결과를 Fig. 3에 나타내었다.

적용된 σ_T의 범위는 0.5 % 부터 5.0 %, σ_r의 범위는 0.0 %부터 2.0 %까지 적용되었으며, 이에 따른 관성모멘트 오차 σ_J는 최소 약 1.0 %부터 최대 약 11.0 %까지 나타남을 알 수 있었다. σ_T와 σ_r가 1.0 %일 때, σ_J은 최대 3.0 % 미만 이라는 결과를 얻었다. 또한 σ_T, σ_r과 σ_J은 비례관계를 갖는다는 경향을 확인할 수 있다.

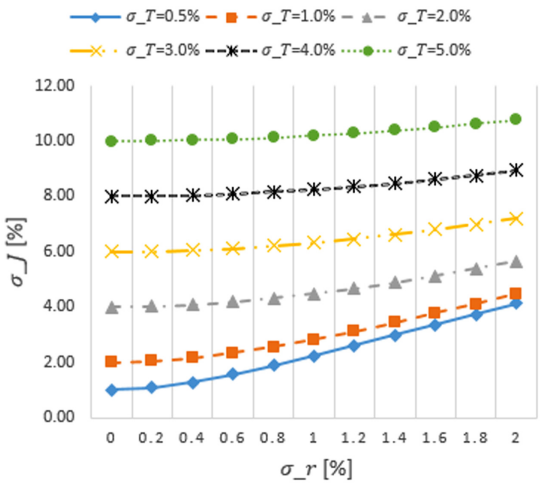


Fig. 3 Result of error analysis about moment of inertia, period time, distance between center of mass and center of wire

3. 측정 결과 및 분석

3.1 측정 장치의 기본 자료

터보과급기 로터의 관성모멘트 측정 장치의 구성품의 기본 자료를 Table 1에 나타내었다. 여기서 관성모멘트는 CAD Data로부터 계산하였고 질량은 측정한 결과이다.

Table 1 Moment of inertia and mass of the components of the experimental equipment

Part	Moment of inertia (kg·m^2)	Mass (kg)
Turn disc (60 × 2 mm)	6.802E-06	0.0150
Piano wire (all 3)	3.655E-07	0.0004
Left nut	5.555E-08	0.0028
Spacer	1.434E-08	0.0016
Nut for calibration rotor	3.501E-08	0.0021

3.2 교정 로터

본 연구를 위해 설계 및 제작 된 관성측정 장비의 타당성을 검증하기 위해 교정 로터를 제작하였다. 교정 로터는 축과 디스크 형태의 로터로 구성되며, Table 2에 상세 제원을 나타내었다.

교정 로터의 기하학적 형상은 측정할 터빈 로터를 기반으로 하되 최대한 단순화하였고, 재질은 알루미늄 합금 단일재질로 제작하였다.

2.2절에서 설명한 측정 장치에 교정 로터를 장착(Fig. 4)하고 실험을 수행하여 교정 로터의 관성모멘트 측정값을 얻었다. Table 3에서 결과를 보여주고 있다.

측정 장치를 이용하여 측정된 교정 로터의 관성모멘트는 CAD data로부터 계산된 값을 기준으로 할 때 오차 2.9 %를 보이고 있다. 측정 장치의 오차 분석을 위해 식 (9)와 함께 질량 오차 2.6 % (실제는 교정 로터를 제작할 때 발생한 오차)를 사용하면, 거리 오차, 길이 오차 및 주기 오차의 총합이 약 1.3 %로 계산된다. 이때 오차의 총합은 측정 장치 자체의

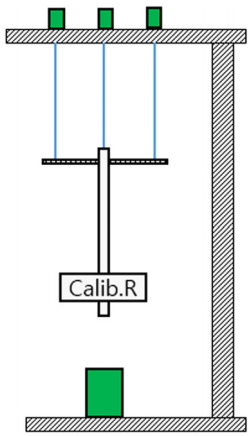


Fig. 4 Schematic of calibration rotor

Table 2 Specifications of calibration rotor

Shaft length (m)	Shaft dia. (m)	Rotor thickness (m)	Rotor dia. (m)
0.120	0.0074	0.0049	0.052

Table 3 Comparison of cad data and measured value for mass and moment of inertia for a calibration rotor

	CAD	Measured	Error (%)
Mass (kg)	0.11496	0.11200	2.6
Moment of Inertia ($kg \cdot m^2$)	2.865×10^{-5}	2.783×10^{-5}	2.9

오차와 거리, 길이 및 주기 측정 오차를 포함하고 있다.

일반적으로 측정 장치에 대한 오차는 예상하기 어렵다. 그러나 이와 같은 측정 자료에 대한 해석 결과에서 거리, 길이 및 주기 오차를 포함하고도 약 1.3 % 오차를 보이고 있다.

따라서 본 연구에서 설계 제작한 터보과급기 로터의 관성모멘트 측정 장치는 충분히 정확한 측정이 가능함으로 보이고 있다.

3.3 터빈 로터와 압축기 휠의 관성모멘트

터보과급기 관성모멘트 측정 장치를 이용하여 터보과급기 로터의 관성모멘트를 측정하였다. 터보과급기 로터는 터빈 로터(turbine rotor)와 압축기 휠(compressor wheel)로 구성되어 있다. Fig. 5(a), (b)와 같이 터빈 로터와 압축기 휠을 매달아 디스크를 각

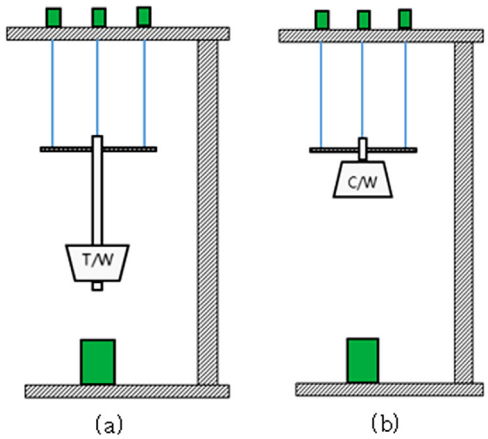


Fig. 5 (a) Schematic of turbine rotor (b) Schematic of compressor wheel

Table 4 Measured moment of inertia of turbocharger rotors

	Moment of inertia ($kg \cdot m^2$)	Standard deviation ($kg \cdot m^2$)	Coefficient of variation (%)
Turbine rotor	1.844×10^{-05}	1.058×10^{-07}	0.57
Compressor wheel	8.786×10^{-06}	6.438×10^{-08}	0.73

20° 정도 비틀어 회전 진자 운동 발생시켜 진동 주기를 측정하므로 관성모멘트를 측정하였다. 측정 과정에서 초기 5사이클은 무시하였으며, 100 cycle에서의 평균 주기 값을 사용하였고, 5회 반복하였다.

측정 결과는 Table 4에 정리하였다. 터빈 로터의 관성모멘트 평균값은 1.844×10^{-05} 이며 표준 편차 1.058×10^{-07} 이고, 압축기 휠의 관성모멘트 평균값은 8.786×10^{-06} 이며 표준 편차는 6.438×10^{-08}이다. 그리고 각각의 변동계수는 0.57 %와 0.73 %이다. 여기서 변동계수는 평균값에 대한 표준 편차의 비로 정의된다. 따라서 터빈 로터와 압축기 휠에 대하여 측정된 관성모멘트 값의 변동계수가 충분히 작아 제작된 장비를 이용하여 터보과급기 로터의 정밀한 관성모멘트 측정이 가능함을 보였다.

4. 결 론

터보과급기 로터의 관성모멘트를 측정하기 위하여 Trifilar Method에 근거한 장치를 설계하고 제작하였으며 측정된 결과에 대한 오차 분석을 수행하

였다. 또한 제작된 장치를 검증하기 위하여 교정 로터를 제작하여 관성모멘트를 측정하고 CAD 소프트웨어에서 제공되는 값과 비교하였다. 그리고 터빈 로터와 압축기 휠의 관성모멘트를 측정하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) Trifilar Method를 적용하여 터보과급기 로터의 정밀한 관성모멘트 측정을 위한 장치를 설계하고 제작하였다.
2) 줄에 매달린 디스크의 비틀림 진자운동을 해석하여 관성모멘트와 진동주기의 관계를 구하였다.
3) 측정 장치의 오차 분석을 위하여 관성모멘트에 영향을 미치는 인자의 미분을 취하여 관성모멘트 오차 관계를 표현하였다.
4) 관성모멘트 오차는 주기 오차와 거리 오차의 영향이 크다는 것을 확인하였으며, 주기 오차 와 거리 오차가 1.0 % 오차를 보일 때, 관성모멘트 오차는 최대 3.0 % 미만이라는 것을 알 수 있었다.
5) 교정 로터에 대한 측정 결과를 오차 분석한 결과 측정 장치 자체의 오차와 측정 과정에서 발생한 오차의 합이 1.3 %의 값을 보이므로 측정 장치의 정확성을 검증하였다.
6) 제작된 장치를 이용하여 터빈 로터와 압축기 휠의 관성모멘트를 측정하였으며, 측정값의 변동계수가 각각 0.57 %, 0.73 %를 보였다. 따라서 제작된 장비를 이용하여 터보과급기 로터의 정밀한 관성모멘트 측정이 가능함을 보였다.

후 기

본 연구는 중소기업청에서 지원하는 산업기술혁신사업 World Class 300 과제의 일환으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

References

1) J. Y. Jung, H. C. Oh and C. S. Bae, “Characteristics of Turbocharger Equipped with TiAl Turbine Wheel in Downsizing GDI Engine,” KSAE Spring Conference Proceedings, pp.34-40, 2013.
2) M. C. Witter, D. L. Brown and M. Dillon, “A New Method for RBP Estimation - The Dynamic Inertia Method,” 58th Annual Conference, Society of Allied Weight Engineers, No. 2461, 1999.
3) G. Genta and C. Delprete, “Some Considerations on the Experimental Determination of Moments of Inertia,” Meccanica, Vol.29, pp.125-141, 1994.
4) A. B. Schwartz, S. Malick and J. R. Friesen, “Measurement of the Moment of Inertia of Missile-type Bodies: A Modified Bifilar Torsion Pendulum Formula,” Aircraft Engineering and Aerospace Technology, Vol.29, No.9, pp.271-274, 1957.
5) D. P. Lyons, “Obtaining Optimal Results with Filar Pendulums for Moment of Inertia Measurements,” 61st Annual Conference, Society of Allied Weight Engineers, No.3237, 2002.
6) J. L. du Bois, N. A. J. Lieven and S. Adhikari, “Error Analysis in Trifilar Inertia Measurements,” Experimental Mechanics, Vol.49, Issue 4, pp.533-540, 2009.