

## MQI를 이용한 예비교사와 현직교사의 수학수업의 질 분석<sup>1)</sup>

김성경(한국교육과정평가원)

### I. 서론

교사는 학생의 학습에서 중요한 역할을 담당하므로 많은 연구자들은 교사의 어떤 요인이 학습에 긍정적인 영향을 주는지 관심을 가져왔다. 교사에 대한 연구는 1960년대부터 교사의 특성, 교사의 행동, 학생의 성취 사이의 관계를 중심으로 진행되었다. Begle(1979)와 Bowles(1970)는 교사가 대학이나 대학원 과정에서 이수한 학점, 학위, 자격시험 점수 등을 교사의 지식으로 대체하여 연구하였다. 그러나 교사의 학위, 자격, 이수한 학점 등과 같은 매개체는 교사의 지식을 정확하게 암시해 준다고 보기 어렵다. 또한 이러한 접근 방법은 교사가 실제로 가르치는 데 사용하는 지식의 실체나, 학생성취를 향상시키는 방법을 설명해 주지 못한다(Hill, Rowan, & Ball, 2005). 교사의 지식 중에 어떤 지식이 가르치는 데 문제가 되고 그런 문제가 어떻게 발생하는지를 정확히 이해하는 데 한계가 있다(McCrory, Floden, Ferrini-Mundy, Reckase, & Senk, 2012). 다른 연구들(Brophy & Evertson, 1974; Brophy & Good, 1984)에서는 수업 자체에 관심을 두고 수업 중에 일어나는 구체적인 교사의 행동을 분석했다. 과제 해결 시간, 교실 관리, 수업 방법 등과 같이 모든 교과에 적용 가능한 일반적인 교수 행동에 초점을 맞추어 연구하였지만 특정 교과의 요구를 충분히 수용하지 못한 한계가 있었다(Charalambous, 2008). 특정한 교과 수업을 실행하는 교사의 행동을 분석하는 데 교과의 특성을 배제하고 보편

적인 요소만 고려하면 교과의 본질에 접근하기 어렵다. 그러므로 교사의 수업 실행을 분석하는 연구는 교과의 특성과 요구를 수용할 필요가 있다.

교사에 대한 관심은 Shulman(1986)이 제안한 교수학적 내용지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)에서도 잘 드러난다. 수학교과에서도 수학교사의 PCK와 학생의 성취, 수업의 질, 교사의 신념 등에 관한 여러 연구들(Baumert et al., 2010; Campbell et al., 2014; Copur-Gencturk, 2015; Hill et al., 2005; Leinhardt & Smith, 1985; Ma, 1999)이 계속적으로 이루어지고 있다. 이런 연구들은 교사의 PCK가 수업의 질이나 학생성취에 중요한 역할을 한다고 보고한다. 교사의 PCK에 대한 연구는 교사 지식을 측정하는데서 나아가 수업의 질과 관련성을 찾고자 노력하고 있다(Copur-Gencturk, 2015; Hill et al., 2008).

교사의 실제 수업 실행에 관심을 두고 효과적인 교수(Effective Teaching)가 무엇인지 밝히려는 노력은 MET(Measures of Effective Teaching) 프로젝트에서도 확인할 수 있다. 이 프로젝트는 미국에서 교사 평가의 문제점을 보완하려는 노력의 일환으로 진행되었다. 2012 연구보고서(Kane & Staiger, 2012)에서는 수업 관찰 도구를 사용한 수업 평가 결과가 학생성취와 관련이 있음을 보고한 바 있다. 수업 관찰에서 높은 점수를 받은 교사가 가르친 학생이 낮은 점수를 받은 교사가 가르친 학생보다 높은 성취를 보였다(Kane & Staiger, 2012). 이 프로젝트는 수업의 질은 학생성취와 관련이 있음을 보여주었을 뿐 아니라 수업 관찰은 교사의 수업전문성 향상을 위한 방안이 될 수 있음을 보여주었다. 교사에

\* 접수일(2016년 7월 11일), 수정일(1차: 2016년 8월 9일, 2차: 9월 28일), 게재확정일(2016년 11월 7일)

\* ZDM분류 : D43

\* MSC2000분류 : 97C90

\* 주제어 : MQI, 수학수업의 질, 수업 관찰, 수학의 풍부함, 학생과 상호작용, 오류와 부정확성, 학생 참여

1) 이 논문은 저자의 박사학위논문 일부를 수정·보완한 것이다.

2) 5개의 수업 관찰 도구 'Framework for Teaching(FFT)', 'Classroom Assessment Scoring System(CLASS)', 'Protocol for Language Arts Teaching Observations(PLATO)', 'Mathematical Quality of Instruction(MQI)', 'UTeach Teacher Observation Protocol(UTOP)'을 사용하였다.

대한 연구자들의 관심은 교사의 학위 및 자격, 일반적인 교수 행동, 교과 내용지식을 가르치기 위해 필요한 교수학적 내용지식에서 실제 수업의 질로 이어지고 있다. 따라서 본 연구에서는 수업 관찰 도구인 MQI를 이용하여 ‘수학의 풍부함’, ‘학생과 상호작용’, ‘오류와 부정확성’, ‘학생 참여’ 측면에서 예비교사와 현직교사의 수학수업의 질을 분석하고 수학수업의 질 향상을 위한 시사점을 제시하고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학수업의 질

학교 교육에서 수업은 가장 핵심적인 활동이지만 연구자마다 이상적이라고 생각하는 수업의 모습은 조금씩 다를 수 있다. Zemelman, Daniels, Hyde(2005)는 좋은 수업 실행(best practice)의 준거를 학생 중심적, 인지적, 사회적 측면에서 다음과 같이 제안하였다. ‘학생 중심적’ 측면에서는 학생들의 관심에서 시작하는 학생 중심적인 수업, 활동과 구체적인 경험을 통해서 교과내용을 직접 경험하는 수업, 전체적인 아이디어, 사건, 자료를 경험하는 총체적인 수업, 실제적이고 풍부한 아이디어와 자료를 이용하는 수업을 좋은 수업으로 제시하였다(Zemelman et al., 2005). ‘인지적 측면’에서는 고등사고로 개념을 이해하는 인지적인 수업, 학생의 발달 수준을 고려한 수업, 학생들이 재발견하고 재창조하는 구성적인 수업, 학생들이 아이디어를 제안하고 의미를 구성하고 다양한 형태의 표현에 참여하는 수업, 반성의 기회가 있는 수업을 좋은 수업으로 보았으며, ‘사회적 측면’에서 상호작용이 일어나는 수업, 협력적인 수업, 민주적인 수업을 좋은 수업으로 제안하였다(Zemelman et al., 2005).

수학교과에 초점을 맞춘 Anthony & Walshaw(2009)는 모든 학생들이 긍정적인 수학 정체성을 찾을 수 있도록 돕고 강력한 수학 학습자가 될 수 있도록 지원하는 교수법을 효과적이라고 하였다. Anthony & Walshaw(2009)는 효과적인 교사는 학생들의 경험을 고려하여 학습 활동을 제공하고, 수학적으로 의사소통하며, 학생들에게 적합한 수학적 언어를 사용하고, 연결성을 만들고, 학생들의 사고를 지원하는 도구와 표상을 선택한다고 하였다. Munter(2014)는 ‘교사 역할’, ‘교실 담화’,

‘수학 과제’, ‘학생 참여’ 측면에서 질 높은 수학수업의 비전을 제시하였다. 질 높은 수업에서 ‘교사 역할’은 지식을 일반적으로 전달하는 지식 전달자가 아니라 학생들이 스스로 발견할 수 있도록 돕는 안내자이고, ‘교실 담화’는 교사 중심이 아니라 학생 사이의 대화가 중심이 되고 소집단 내의 담화에서 그치지 않고 전체 학급으로 이어지며, ‘수학 과제’는 학생이 수학을 경험할 수 있도록 지원하는 역할을 하고, ‘학생 참여’는 전통적인 방법에서 벗어나 혁신적인 활동을 지향한다(Munter, 2014).

우리나라에서도 수업의 질과 관련된 연구로 좋은 수업에 대한 연구가 이루어졌다. 좋은 수업에 관한 연구는 주로 수업 사례를 분석하여 좋은 수업의 특성을 찾거나 설문이나 면담 등을 통해 좋은 수업의 요소를 탐색하였다. 서경혜(2004)는 교사와 학생 면담을 바탕으로 ‘전달’, ‘구성’, ‘관계’, ‘결과’라는 좋은 수업에 대한 네 가지 관점을 도출하였다. ‘전달’ 관점에서 교사가 교과내용을 명확하고 효과적으로 전달하는 수업, ‘구성’ 관점에서는 학생들이 자신의 현재 지식을 바탕으로 높은 수준으로 재구성할 수 있도록 지원하는 수업, ‘관계’ 관점에서는 교사와 학생이 활발히 상호작용하며 서로 존중하고 신뢰를 쌓아가는 수업, ‘결과’ 관점에서는 계획대로 수업하여 의도한 수업목표를 성취하는 수업을 좋은 수업으로 제시하였다(서경혜, 2004).

수학교과에 관심을 둔 이대현·최승현(2006)은 6개의 수업 사례를 분석하여 ‘교육과정이나 교과서를 재구성하는 수업’, ‘실생활과 수학을 관련짓는 수업’, ‘ICT를 활용하여 전통적인 교실에서 다루지 못한 내용을 도입하는 수업’, ‘메타인지 학습 전략을 도입하는 수업’, ‘학생들의 동기 유발이 이루어지는 수업’, ‘수행평가를 도입하는 수업’, ‘수준별 소집단 협력 수업’ 등을 좋은 수업의 특성으로 꼽았고, 특히 좋은 수업에서는 두 가지 이상의 수업 형태가 복합적으로 나타난다고 보고하였다. 좋은 수학수업에 대한 교사의 인식에 관심을 둔 연구들도 진행된 바 있다(방정숙, 2012; 유기중, 김창일, 고상숙, 2016; 이동환, 강현영, 고은성, 2012). 방정숙·권미선(2012)은 좋은 수학수업에 대한 초등학교 교사와 중학교 교사의 인식을 비교하였다. 이 연구에서는 초·중등교사는 공통적으로 ‘자기주도적 학습 능력을 신장시키는 수업’, ‘학생 수준에 맞게 교육과정을 재구성하여 실시한 수업’, ‘학생과 교사

간의 상호작용이 잘 이루어지는 수업', '수학적 문제해결력을 신장시키는 수업', '필수적인 수학 내용과 기본 개념을 알 수 있도록 지도하는 수업' 등을 좋은 수학수업이라고 인식하고 있다고 밝혔다(방정숙, 권미선, 2012). 좋은 수업의 특성이나 요소를 탐색했던 연구자들은 좋은 수업의 요소로 학생의 수준을 고려한 학생이 중심이 되는 수업을 꼽고 있고, 학생과의 상호작용, 학생 참여를 중요하게 생각함을 알 수 있다. 또한 기본적인 내용뿐 아니라 다양하고 풍부한 내용을 다루는 수업을 좋은 수업으로 제시하고 있다.

2. 수학수업의 질을 분석하기 위한 수업 관찰 도구

수업 관찰을 위한 여러 가지 도구가 있지만, 본 연구는 수학수업의 질을 분석하는 데 목적이 있으므로 MQI(Mathematical Quality of Instruction)에 관하여 살펴보고자 한다. MQI는 Hill과 동료들이 개발한 수업 관찰 도구이다. 이 관찰 도구는 Ball과 동료들이 개념화한 교사의 지식 MKT(Mathematical Knowledge for Teaching)와 수업 실행의 관련성을 연구하기 위해 개발되었다. 개발자들은 수학수업의 질에서 중요한 요인을 측정하고자 하였고, 다양한 차원에서 균형 잡힌 관점을

제공하고자 하였다. MQI는 수업에 관한 이론, 효과적인 수학수업에 관한 문헌, 250여개의 비디오 분석을 근거로 개발되었으며, 이 도구는 수업 분위기, 교육 스타일, 일반적인 수업 전략을 관찰하는 도구와는 구별된다(LMT, 2011).

처음에 개발된 MQI는 5개의 영역, 83개의 코드로 구성되었고, 수업을 5분 단위로 나눈 후 각 단위수업에서 특정한 요소의 존재성과 적절성을 평가하였다(LMT, 2006). 이후 MQI는 [표 1]과 같이 상위 범주인 '차원'과 하위 범주인 '요소'로 수정되었다. 코딩 방법은 수업을 7분 단위로 나누고, 각 단위수업의 수준(상, 중, 하)을 구분하는 방법으로 바뀌었다<sup>3)</sup>.

'수학 내용과의 관련성(Classroom Work is Connected to Mathematics)' 차원에서는 단위수업이 수학과 관련된 내용을 다루는지 평가한다. '수학의 풍부함(Richness of the Mathematics)' 차원에서는 수업에서 학생들이 경험하는 수학 내용의 깊이를 확인한다. '연결짓기', '설명', '다양한 풀이', '일반화', '수학적 언어'가 하위 요소에 해당한다. '학생과 상호작용(Working with Students and Mathematics)' 차원에서는 교사가 학생의 수학적 산물이나 오류를 이해하고 반응하는지 확인한다.

[표 1] MQI의 차원(LMT, 2010)  
[Table 1] Dimension of Mathematical Quality of Instruction(LMT, 2010)

차원	요소	요소에 대한 설명
수학 내용과의 관련성	하위 요소 없음	
수학의 풍부함	연결짓기	· 수학적 표상, 아이디어, 절차를 서로 연결함.
	설명	· 아이디어, 절차, 문제해결 방법 등에 대한 수학적 의미를 제공함.
	다양한 풀이	· 다양한 풀이 방법, 다양한 절차를 제공함.
	일반화	· 사례나 예로부터 수학적으로 일반화함.
학생과 상호작용	수학적 언어	· 수학적 언어를 유창하게 사용하거나 수학적 언어 사용을 지원함.
	학생의 오류 또는 어려움 보정	· 학생의 오류, 오개념, 어려움을 보정함.
오류와 부정확성	학생의 수학적 산물에 대한 반응	· 학생의 수학적 산물을 이해하고 반응함.
	수학적 오류	· 교사가 내용에 관한 수학적 오류를 일으킴.
	언어 또는 수학 기호의 부정확성	· 수학 기호, 수학적 언어 및 일반적 언어 사용에서 오류를 일으킴.
학생 참여	명료성 부족	· 교사가 수학 내용을 표현하는 데 명료성이 부족하거나 과제나 활동들을 안내할 때 불명확하게 전달함.
	학생의 설명	· 학생이 아이디어, 절차, 답 등에 대한 수학적 설명을 제공함.
학생 참여	학생의 질문과 추론	· 학생이 수학적 질문을 하거나 추론함.
	인지활성화	· 과제를 해결하는 과정에서 학생들이 인지적으로 활성화되어 참여함.

수학적 산물은 학생이 설명이나 질문하는 활동 등에서 보이는 주장, 아이디어, 설명, 풀이 방법 등의 산물이다. ‘학생의 오류 또는 어려움 보정’, ‘학생의 수학적 산물에 대한 반응’이 하위 요소로 포함된다.

‘오류와 부정확성(Errors and Imprecision)’ 차원에서는 수업에서 수학적 오류나 부정확성을 포착한다. ‘수학적 오류’, ‘언어 또는 수학 기호의 부정확성’, ‘명료성 부족’이 하위 요소이다. ‘학생 참여(Student Participation in Meaning Making and Reasoning)’ 차원에서는 학생이 주어진 과제에 참여하고, 의미를 구성하고 추론하는데 기여하는지 확인한다. ‘학생의 설명’, ‘학생의 질문과 추론’, ‘인지활성화’가 하위 요소에 해당한다. ‘수학 내용과의 관련성’을 제외한 4개의 차원에는 위에서 언급한 하위 요소 이외에 해당 차원의 전반적인 수준을 확인하는 요소도 하나씩 포함되어 있다. 그리고 MQI는 단위수업이 아닌 전체수업과 관련한 두 개의 항목<sup>4)</sup>도 포함하고 있다.

Hill 등(2008)은 교사의 지식 MKT와 수학수업의 질의 관련성을 연구하기 위해 MKT는 지필시험을 이용하여 평가하였고, 수업의 질은 수업 관찰 도구 MQI를 이용하여 측정하였다. 교사의 지식수준에 따라 표본을 무작위로 추출하지 않았기 때문에 교사의 지식수준이 높을수록 수업의 질이 높다고 말할 수 없지만, 교사가 알고 있는 지식과 실제 수업에서 할 수 있는 행동 사이에 높은 관련성을 보여주었다. Blazar(2013)는 290명의 초등교사를 대상으로 수학수업의 질과 학생성취에 대한 인과관계를 연구하였다. 수학수업의 질은 수업 관찰 도구 MQI를 이용하여 측정하였고, 학생성취는 6000여명의 학생을 대상으로 2번의 시험을 실시하여 확인하였다. Blazar(2013)는 교사들의 수학수업의 질과 학생성취 사이의 인과 관계가 있음을 보여주었다. MQI를 이용한 수업 관찰 결과가 교사의 지식이나 학생성취와 관련이 있음을 보여주는 위의 연구 결과들은 교사의 지식이 수업의 질에 영향을 주고 결국 학생성취에까지 영향을 줄 수 있음을 간접적으로 보여준다.

3) MQI의 루브릭에서는 각 수준을 상세히 설명하고 있다. 이 루브릭은 LMT(2010)에서 확인할 수 있다.

4) 전체수업의 수학적 질을 평가하는 항목과 수업 관찰을 토대로 MKT 지필시험 결과를 추측하는 항목이다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 참여자

본 연구에는 예비교사 2명, 현직교사 4명이 참여하였다. 예비교사 4명, 현직교사 4명을 대상으로 연구를 시작하였으나 두 명의 예비교사는 교육 실습 학교의 사정으로 한 시간 밖에 수업을 촬영하지 못하여 연구에서 제외하였다. 예비교사는 중학교에서 교육 실습을 하는 사범대학교 4학년 학생이었고, 현직교사는 모두 중학교에 근무 중이었다. 사례연구에서는 연구자가 연구에 필요한 현장과 개인을 의도적으로 선택하는데(Creswell, 2007), 본 연구에서도 사례에 대한 여러 관점들을 충분히 보여주기 위해 의도적으로 표본을 추출하였다. 예비교사(Pre-service Teacher)의 이름은 PT1, PT2로, 현직교사(In-service Teacher)의 이름은 IT1, IT2, IT3, IT4로 명하였다. 연구에 참여한 교사들의 배경 정보는 [표 2]와 같다.

[표 2] 연구 참여자의 배경 정보

[Table 2] Information of participations

	교사	경력	성별	출신대학 유형	석사/박사 학위
예비교사	PT1	·	남	사범대 수학교육학과	·
	PT2	·	여	사범대 수학교육학과	·
현직교사	IT1	2년	여	사범대 수학교육학과	수학 석사
	IT2	3년	남	사범대 수학교육학과	·
	IT3	8년	여	사범대 수학교육학과	수학교육학 박사과정 수료
	IT4	13년	여	자연대 수학과	수학교육학 석사

#### 2. 수업 관찰 도구

수업을 관찰하기 위해 수업 관찰 도구인 MQI를 수정하였다. 먼저 현직교사인 수학교육학 박사과정 대학원생 2명, 석사과정 대학원생 1명과 논의하는 과정을 거쳐 MQI를 수정하였다. 이후 촬영한 수업의 일부를 보면서 전문가 집단<sup>5)</sup>의 협의를 거쳐 수정하였다. 이런 과정을 통해서 수정한 수업 관찰 도구를 ‘수정한 MQI’라고 하였다.

[표 3] 'MQI'와 '수정한 MQI'의 비교

[Table 3] Comparison of 'Mathematical Quality of Instruction' and 'Revised Mathematical Quality of Instruction'

차원	MQI	수정한 MQI
수학의 풍부함	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 연결짓기</li> <li>· <b>설명</b></li> <li>· 다양한 풀이</li> <li>· 일반화</li> <li>· <b>수학적 언어</b></li> <li>· <b>전반적인 수학의 풍부함</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 연결짓기</li> <li>· <b>교사의 설명</b></li> <li>· 다양한 풀이</li> <li>· 일반화</li> </ul>
학생과 상호작용	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 학생의 오류 또는 어려움 보정</li> <li>· 학생의 수학적 산물에 대한 반응</li> <li>· <b>전반적인 학생과 상호작용</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 학생의 오류 또는 어려움 보정</li> <li>· 학생의 수학적 산물에 대한 반응</li> </ul>
오류와 부정확성	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 수학적 오류</li> <li>· 언어 또는 수학 기호의 부정확성</li> <li>· 명료성 부족</li> <li>· <b>전반적인 오류와 부정확성</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 수학적 오류</li> <li>· 언어 또는 수학 기호의 부정확성</li> <li>· 명료성 부족</li> </ul>
학생 참여	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 학생의 설명</li> <li>· 학생의 질문과 추론</li> <li>· 인지활성화</li> <li>· <b>전반적인 학생 참여</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 학생의 설명</li> <li>· 학생의 질문과 추론</li> <li>· 인지활성화</li> </ul>

'수정한 MQI'는 [표 3]과 같이 단위수업에 대한 4개 ('수학의 풍부함', '학생과 상호작용', '오류와 부정확성', '학생 참여')의 차원으로만 구성하였다. MQI에서 몇 개의 요소는 제외하거나 수정하였고, 차원의 이름은 하위 요소의 의미 전달에 초점을 두고 변안하였다. Hill과 동료들이 개발한 MQI에서 '수학 내용과의 관련성' 차원 ([표 1] 참조)은 하위 요소가 없고 단지 수업 내용이 수학과 관련성이 있는지 여부만 확인하기 때문에 본 연구에서는 제외하였다. 전체수업과 관련된 두 개의 항목은 단위수업이 아닌 전체수업에 대한 수업의 질을 평가하거나 수업을 관찰한 관찰자가 교사의 지식수준을 평가하는데 목적이 있으므로 본 연구에서는 제외하였다. '수학의 풍부함' 차원의 요소 중 '수학적 언어'는 제외하였다. '수학적 언어'는 교사 또는 학생이 수학적 언어를 어떻게 유창하게 사용하는지, 교사가 학생의 수학적 언어 사용을 지원하는지를 확인하는 요소이다. '오류와 부정확성' 차원에서 수학적 언어나 기호의 사용에 대해 관찰하기 때문에 '수학적 언어'는 제외하였다. 또한 '수학의 풍부

함' 차원에서 '설명'의 경우 교사 또는 학생의 설명을 모두 관찰 대상으로 하지만, '학생 참여' 차원의 '학생의 설명'과 중복되는 경향이 있어서 '수학의 풍부함' 차원에서는 교사가 설명하는 경우만 관찰 대상으로 하여 '교사의 설명'으로 수정하였다. 그리고 MQI에는 4개의 차원 각각에 대해서 단위수업의 전반적인 특징을 관찰하는 하위 요소가 있다. 이 요소는 차원에 속해 있는 다른 요소들의 평균이 아니라, 전반적인 특징을 관찰하므로 결국 해당 차원의 다른 하위 요소들과 관련될 수밖에 없으므로 제외하였다.

LMT(2010)은 MQI의 각 요소별로 '상', '중', '하'수준을 부여하는 방법에 대한 상세한 루브릭을 제공하였다. 본고에서는 한 요소에 대한 루브릭만 소개하고자 한다<sup>6)</sup>. [표 4]는 '수학의 풍부함' 차원의 하위 요소인 일반화에 대한 루브릭이다. '수정한 MQI'에 포함된 12개의 요소 모두 LMT(2010)의 루브릭을 사용하였다.

5) 수학교육학자 2명, 수학자 1명, 수학교육학 박사과정 대학원생 3명으로 이루어진 집단이다.

6) 본고에서는 지면 관계상 한 요소에 대한 루브릭을 소개하나, '수정한 MQI'에 포함된 요소에 대해 변안한 루브릭은 김정경(2015)에서 확인할 수 있다.

[표 4] '일반화'에 대한 루브릭(LMT, 2010, p8)

[Table 4] Rubric for 'Developing Mathematical Generalization'(LMT, 2010, p8)

요소에 대한 설명	요소의 수준		
	상수준	중수준	하수준
교사 또는 학생이 사례나 예를 조사하여 수학적으로 일반화하고 이를 명제로 만든다(예를 들면, 함수 $y = x^2$ , $y = 2x^2$ , $y = 4x^2$ 의 그래프를 그려보고 계수가 변화함에 따른 그래프의 모양을 일반화하는 것). ·특별한 경우를 조사하고 패턴을 찾는 경우 ·수학적 절차가 모든 경우에 적용가능한지를 말하는 경우 ·정의를 만들거나 수학적 원리를 도출하는 경우 (다각형의 예와 비예의 차이를 살펴보고 다각형 정의하기) ※주의할 점 - 두 개 이상의 예를 사용해야 함. - 일반화가 명백해지는 단위수업에만 점수를 부여함. - 잘못된 일반화는 배제함. - 예로부터 일반화를 끌어내지 않는 경우는 배제함.	교사 또는 학생이 일반화 함. 특정한 과제에서 사용한 수학적 핵심을 포함해서 일반화하고 그 과정이 완벽하고, 명백하고, 상세한 경우	교사 또는 학생이 일반화하였으나, 일반화의 과정이 완벽하지 않거나, 명백하지 않거나, 상세하지 않은 경우	일반화가 일어나지 않은 경우

3. 자료 수집

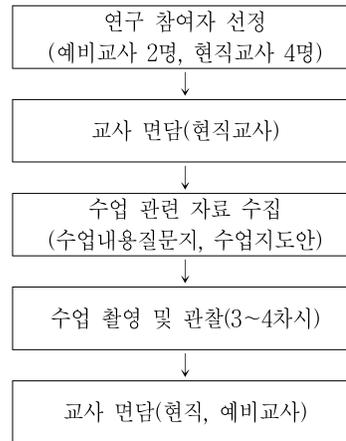
사례연구에 사용되는 증거들은 문서 정보, 기록 정보, 인터뷰, 직접 관찰, 참여 관찰, 물리적 인공물로부터 자료를 수집할 수 있다(Yin, 2009). 두 개 이상의 자료원으로부터 증거를 확보하기 위해 수업 관찰 및 교사 면담을 실시하였고 교사로부터 수업과 관련된 자료도 수집하였다. 면담 자료와 수업 관련 자료는 수업 분석에 활용하였다. [그림 1]은 자료 수집 절차를 도식화한 그림이다.

1) 사전 면담

사전 면담은 교사에 대한 기본적인 정보를 수집하고 수업과 관련된 교사의 생각을 알아보고자 하는 목적으로 실시하였다. 경력, 나이, 교사 자격 취득 경로, 대학원 전공, 수학교육과 관련된 활동 등 기본 정보를 묻는 문항과 수업과 관련된 7개의 문항으로 반구조화된 사전 면담을 진행하였다.

사전 면담은 현직교사들과 진행하였다. 연구자는 사전 면담 전에 교사들을 만나서 연구 내용에 대해 설명하였고 신뢰 관계를 형성하기 위해 노력하였다. 면담 내용은 사전에 알려주었고 교사 개인별로 날짜를 정하여 진행하였다. 면담 내용은 스마트폰 또는 녹취기를 사용해서 녹음하였다. IT4교사는 녹음을 부담스러워하여 연구자가 간단하게 메모하면서 진행하였고 면담 직후 그 내

용을 상세히 기록하였다. IT4교사는 면담 이후 질문 내용에 대한 자신의 생각을 문서로 정리하여 연구자에게 전달하였다. 녹음한 면담 내용은 모두 전사하여 분석하였고, IT4교사의 면담 내용은 연구자가 면담 직후 기록한 내용과 교사가 작성한 문서를 근거로 분석하였다.



[그림 1] 자료 수집 절차  
[Fig. 1] Process of data collection

예비교사들은 학교에서 가르친 경험이 없었기 때문에

한 달 정도 교육 실습 과정 후에 면담하는 방법이 면담 목적에 적합하다고 판단하여 사전 면담을 실시하지 않았다. 예비교사의 사후 면담은 현직교사와 진행했던 사전 면담 내용을 포함하여 진행하였다.

## 2) 수업내용질문지

‘수업내용질문지’는 과학과의 CoRe 질문지(김진희, 2013)와 CoRe를 변형한 수학과 수업노트(최승현, 2007)를 수정하여 사용하였다. 이 질문지는 8개의 질문 ‘이것에 관해 학생들이 무엇을 학습하기를 바라십니까?’, ‘학생들이 이것을 아는 것이 왜 중요합니까?’, ‘이것에 관해 그 외에 알고 있는 것은 무엇입니까?’, ‘이것을 가르칠 때 어려움이나 한계는 무엇입니까?’, ‘이것을 가르치는데 영향을 미치는 학생들의 사고(사전지식, 오개념, 전형적인 반응 등)는 무엇입니까?’, ‘이것을 가르치는데 영향을 미치는 학생과 관련된 다른 요인은 무엇입니까?’, ‘이것을 가르치는데 사용하는 교수전략은 무엇이고, 그것을 선택한 이유는 무엇입니까?’, ‘이것을 학생들이 이해하는지 혹은 혼란을 느끼는지 확인하는 특별한 방법은 무엇입니까?’로 구성하였다. 연구자는 수업 촬영 전 모든 교사들에게 ‘수업내용질문지’를 작성하는 방법을 설명하였고 모든 수업에 대해서 이 질문지를 작성해 줄 것을 당부하였다. 한 명의 교사는 수업 촬영 전 작성한 자료를 제출하였고, 나머지 교사들은 촬영을 마친 후 사후 면담 전에 ‘수업내용질문지’를 제출하였다.

## 3) 수업 촬영 및 관찰

수업 촬영은 관찰할 단원을 사전에 협의한 후, 4~6월에 이루어졌다. 한 교사의 수업을 4번 이상 촬영하였고, 그 중 녹화 상태 등을 고려하여 총 4차시를 분석 대상 수업으로 선택하였다. 다만 PT2교사의 수업은 교육 실습 학교의 사정으로 마지막 차시를 촬영하지 못하여 3차시 분량만 분석하였다. 요소별로 평균을 산출하므로 한 교사의 수업은 총 3차시, 나머지 교사의 수업은 총 4차시를 분석하였으나 비교 가능하였다. 교사별로 분석 대상 수업(classroom)에 대해서 촬영한 순서에 따라 코드를 부여하였다. 예를 들면, 수업 <PT1\_C1>은 PT1교사의 첫 번째 분석 대상 수업이다. 교사들의 분석 대상 수업을 정리하면 [표 5]와 같다.

현직교사인 IT1교사와 IT3교사의 수업은 수준별 수업으로 수학교과실에서 이루어졌고, 나머지 교사의 수업은 모두 일반 교실에서 이루어졌다. IT2교사의 수업은 남학생반에서 이루어졌고 나머지 교사의 수업은 남녀혼반에서 이루어졌다. 예비교사인 PT1교사의 수업과 현직교사인 IT1, IT3, IT4교사의 수업은 4차시 모두 연구자가 참관하여 직접 녹화하였다. IT2교사의 수업은 4차시 중 2차시만 참관하여 녹화하였고<sup>7)</sup>, PT2교사의 수업은 연구자가 참관하지 못하였다<sup>8)</sup>. 참관하지 못한 수업은 녹화된 수업을 이용하여 분석하였다. 연구자가 참관하여 관찰할 때는 관찰일지를 기록하였고, 관찰 중 생긴 의문은 수업 후 교사에게 직접 물어보거나, 사후 면담에서 질문하였다. 녹화한 수업은 모두 전사하였고 ‘수정된 MQI’를 이용하여 분석하였다.

## 4) 수업 자료

연구에 참여한 교사들에게 수업지도안, 활동지, 참고 자료 등 수업을 준비하면서 사용한 자료를 연구자에게 제출해 줄 것을 부탁하였다. 수업을 마치고 교사들이 공통적으로 제출한 자료는 교과서와 교사가 만든 학습지였다. PT1교사는 수업지도안을 제출하였고, 현직교사 2명(IT3, IT4)은 각각 한 번씩 대외 공개수업을 하였는데 공개한 수업에 대한 지도안을 제출하였다. 수업과 관련된 자료는 수업을 분석하는 과정에 참고 자료로 사용하였다.

## 5) 수업 촬영 후 교사와 사후 면담

사후 면담은 수업 촬영을 모두 마친 후 교사가 진행한 수업과 관련된 내용으로 진행하였다. 사후 면담 문항 중 처음의 두 문항은 모든 교사에게 동일한 질문이고, 세 번째 문항은 수업과 관련된 상세한 질문들로 교사에 따라 달랐다. 세 번째 문항은 녹화한 모든 수업, 교사가 작성한 수업내용질문지, 수업 자료를 면밀히 분석하면서 수업자의 의도를 파악하고 싶은 내용 위주로 세부 질문을 구성하였다. 면담 내용은 모두 녹음한 후 전사하여

7) IT2교사는 연구자가 직접 참관하는 것을 부담스러워하여 처음 두 번은 참관하지 못하였다.

8) PT2교사는 연구에 참여한 다른 교사와 촬영 일정이 겹쳐서 연구자가 참관하지 못하였다. PT2교사의 수업은 예비교사를 지도하는 현직교사가 촬영하였다.

[표 5] 연구 참여자의 수업 관련 정보

[Table 5] Information of participations' classrooms

수업 교사	수업 학년	단원명	수업일	참관 여부	수업 코드	비고
PT1	중학교 1학년	등식과 방정식	2014.5.16	참관	PT1_C1	
		등식의 성질	2014.5.16	참관	PT1_C2	
		일차방정식의 풀이	2014.5.20	참관	PT1_C3	
		일차방정식의 풀이	2014.5.21	참관	PT1_C4	
PT2	중학교 2학년	부등식의 성질, 일차부등식의 풀이	2014.5.12	.	PT2_C1	
		연립일차부등식의 풀이	2014.5.13	.	PT2_C2	
		일차부등식의 활용	2014.5.19	.	PT2_C3	
IT1	중학교 3학년	이차함수	2014.5.09	참관	IT1_C1	
		이차함수	2014.5.16	참관	IT1_C2	수준별 상반
		이차함수	2014.5.16	참관	IT1_C3	
		이차함수	2014.5.23	참관	IT1_C4	
IT2	중학교 1학년	유리수의 곱셈, 유리수의 계산 법칙	2014.4.17	.	IT2_C1	
		유리수의 나눗셈	2014.4.24	.	IT2_C2	남학생반
		일차식의 뜻	2014.5.13	참관	IT2_C3	
		등식의 성질	2014.5.27	참관	IT2_C4	
IT3	중학교 2학년	연립방정식의 활용	2014.5.02	참관	IT3_C1	수준별 상반
		부등식의 성질과 일차부등식의 풀이	2014.5.09	참관	IT3_C2	
		일차부등식과 연립부등식의 활용	2014.5.19	참관	IT3_C3	IT3_C4는 교내장학수업 으로 진행
		일차함수의 그래프	2014.6.13	참관	IT3_C4	
IT4	중학교 1학년	일차방정식의 풀이	2014.5.28	참관	IT4_C1	
		일차방정식의 활용	2014.5.28	참관	IT4_C2	IT4_C3은 대외참관수업 으로 진행
		일차방정식의 활용	2014.6.12	참관	IT4_C3	
		함수의 뜻과 표현	2014.6.18	참관	IT4_C4	

분석하였다.

#### 4. 수업 분석

연구에 참여한 6명의 교사로부터 23개의 수업을 녹화하였고, 한 차시의 수업을 6등분하여 분할한 수업을 ‘단위수업’이라고 하였다. 한 차시의 수업을 6개의 단위수업으로 나눈 후, 순서에 따라 일련의 번호를 매기는 방식으로 단위수업에 코드를 부여하였다. 예를 들면, 단위수업 <PT1\_C1\_S1>은 PT1교사의 첫 번째 분석 대상 수업에서 첫 번째 단위수업(segment)을 의미한다.

#### 1) 수업 평가자

‘수정한 MQI’를 사용하여 수업을 분석하기 위해 수업 평가자를 구성하였다. 연구자를 포함한 평가자 8명의 배경 정보는 [표 6]과 같다. 평가자 중 2명은 수학교육학과 교수이고, 4명은 수학교육학 박사과정 수료 또는 박사과정 대학원생이고, 2명은 수학교육학 석사과정 대학원생이었다. 평가자 6명은 5년 이상의 교육 경력이 있었고, 1명은 교육 경력이 1년, 나머지 한 명은 경력이 없었다.

6개의 단위수업으로 구성된 한 차시의 수업을 2~3명의 평가자가 분석하였다. 연구자(A)는 23개의 수업을 모두 분석하였고, 다른 평가자들은 3~6개의 수업을 분석

하였다. 평가자들이 여러 교사의 수업을 관찰할 수 있도록 정하였다. G를 제외한 평가자들은 연구자와 함께 MQI를 수정하는 과정에 참여하여 도구에 대해 충분히 논의하는 시간을 가졌다. MQI의 루브릭은 각 요소별 ‘상’, ‘중’, ‘하’수준을 판단하는 기준에 대한 상세한 설명을 담고 있는데, MQI를 수정하는 과정에 참여한 수업 평가자들은 각 기준에 대해 심도 있는 논의를 하면서 도구에 대해 동일한 안목을 가지기 위해 노력하였다. 연구자는 평가자 G와는 ‘수정한 MQI’ 대해 논의하는 별도의 시간을 가졌다. 그리고 모든 평가자들은 한 개 이상의 수업을 연구자와 함께 관찰하면서 각 요소별로 수준을 부여하는 기준에 대해 논의한 이후, 본격적인 분석을 진행하였다.

[표 6] 수업 평가자의 배경 정보

[Table 6] Information of raters

평가자	학력	소속	교육 경력 (년)	평가한 수업 수
A	수학교육학 박사과정	고등학교 교사	12	23
B	수학 박사	수학교육학과 교수	15	6
C	수학교육학 박사	수학교육학과 교수	10	6
D	수학 박사/ 수학교육학 박사과정	.	1	3
E	수학교육학 박사과정	.	.	6
F	수학교육학 박사수료	고등학교 교사	7	3
G	수학교육학 석사과정	고등학교 교사	9	5
H	수학교육학 석사과정	고등학교 교사	10	3

## 2) 수업 관찰 및 분석

수업 평가자들은 하나의 단위수업을 관찰한 후 각 요소마다 그 수준을 루브릭에 따라 ‘상’, ‘중’, ‘하’수준으로 판단하고 수업 관찰 기록지에 코딩하였다. 수업 관찰 기록지는 단위수업의 수준과 함께 그 수준으로 판단하는

이유를 기록하도록 구안하였다. 평가자들이 수업을 함께 관찰할 때는 하나의 단위수업을 관찰한 이후 교사의 행동 또는 수업 분위기 등에 관하여 논의하기도 하였다.

‘수정한 MQI’는 ‘수학의 풍부함’의 요소 4개, ‘학생과 상호작용’의 요소 2개, ‘오류와 부정확성’의 요소 3개, ‘학생 참여’의 요소 3개로 모두 12개의 요소로 구성되어 있다. 평가자들이 단위수업의 각 하위 요소에 대해서 수준을 코딩한 결과를 모은 후, ‘상’수준은 3점, ‘중’수준은 2점, ‘하’수준은 1점을 부여하여 12개의 하위 요소별로 점수를 도출하였다. 각 요소에 대한 평가들의 점수의 평균을 계산한 후, 교사별로 3~4개의 수업에서 각 하위 요소의 점수에 대한 평균을 다시 도출하였다. 그러므로 각 교사의 수업에 대한 하위 요소의 점수는 최저 1점(‘하’수준), 최고 3점(‘상’수준)이 되었다.

## IV. 결과 분석 및 논의

본 연구에서는 수업 관찰 도구를 이용하여 예비교사와 현직교사의 수학수업의 질을 분석하였다. 이 도구는 4개의 차원인 ‘수학의 풍부함’, ‘학생과 상호작용’, ‘오류와 부정확성’, ‘학생 참여’로 이루어져 있다. 예비교사와 현직교사의 수업을 분석한 결과를 차원별로 제시하고자 한다.

### 1. 수학의 풍부함

‘수학의 풍부함’ 차원에서는 수업 시간에 학생들에게 제공되는 수학 내용의 깊이와 풍부함을 분석하였다. 수업에서 수학 개념이나 절차의 의미를 중요하게 다루는지, 다양한 방법으로 개념이나 절차에 접근하는지 등 학생들이 풍부한 수학을 경험하는지 확인하였다. 이 차원에 속한 하위 요소는 모두 질적 요소이므로 단위수업의 일부에서만 이런 현상이 일어나더라도 높은 수준을 부여할 수 있다. 교사뿐만 아니라 학생도 수학의 풍부함을 제공하는 주체가 될 수 있다.

[표 7]은 예비교사와 현직교사의 수업에서 ‘수학의 풍부함’ 차원의 요소에 대한 점수이다. 모든 교사들이 ‘교사의 설명’에서 점수가 가장 높았다. IT2교사는 ‘다양한 풀이’를 제외한 모든 요소에서 가장 점수가 높았다. IT4교사는 모든 하위 요소에서 다른 교사들의 점수에 비해

[표 7] '수학의 풍부함' 차원의 점수  
[Table 7] Scores of 'Richness of the Mathematics'

수학의 풍부함	PT1	PT2	IT1	IT2	IT3	IT4
연결짓기	1.09	1.35	1.26	1.53	1.31	1.49
교사의 설명	2.38	2.49	2.24	2.78	2.19	2.70
다양한 풀이	1.02	1.02	1.00	1.18	1.03	1.47
일반화	1.01	1.04	1.35	1.85	1.14	1.24

높았다.

예비교사 PT1교사와 PT2교사는 '다양한 풀이'와 '일반화'에서 점수가 낮았고 '교사의 설명'에서 점수가 비슷하였다. 두 예비교사는 주로 교사의 설명으로 수업을 풍부하게 하였다. [그림 2]는 PT1교사가 단위수업 <PT1\_C3\_S2>에서 이항에 대해 설명할 때 사용한 학습지와 판서 장면이다. 이 교사는 등식의 성질을 이용해서 방정식 문제를 먼저 해결하고 그 문제의 풀이 과정을 바탕으로 '이항'을 정의하는 이유에 대해서 단위수업 전반에서 풍부하게 설명하였다. 아래의 수업 장면에서 '이항'에 대한 교사의 설명을 확인할 수 있다. 그러나 이 예비교사는 다양한 예로부터 정의나 수학적 원리를 이끌어내는 일반화는 시도하지 않았고, 방정식 문제해결 과정에서 다양한 풀이도 제공하지 않았다.

PT1: 얼음과자의 무게가 100g이 나온다. 선생님이 여기서 뭘 말하고 싶다면 지금 단계가  $x + 300 = 400$ 을 한 다음에  $x + 300 = 400$  양변에 300을 빼주었지? 그 다음에  $x = 400 - 300$  이렇게 바꾸었지?

학생들: 네

PT1: 선생님이 이 과정이 너무 귀찮은 거야. 매번 이렇게 단계별로 하려니까 귀찮아서 중간 과정을 생략해 버린 거야. 알겠지? 중간과정을

생략을 하면서, 그러면 양변에 300을 빼는 걸 매번하기 귀찮으니까 300을 우변으로 옮기는 거야. 300을 우변으로 옮기면서, 그런데 부호가 어떻게 되지?

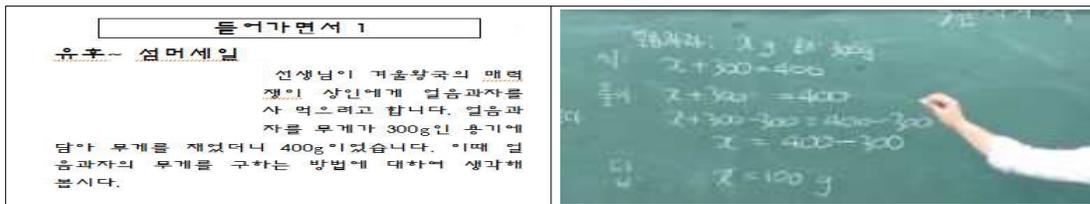
학생들: 바뀌요.

PT1: 부호가 마이너스(-)로 바뀐 거지. 알겠지? 이걸 앞으로 수학에서 이항이라고 할 거야. 이가 무슨 뜻이지?

학생들: 옮길 이!

PT1: 너희 마법천자문 좀 봤네. 마법천자문에서 옮길 이가 나오지. 이항에 옮기다 옮길 이! 항을 옮긴다. 300을 우변으로 보내면서 -300으로 바꿔주는 거야. 그러면 계산해 주면 100g이 나온다.

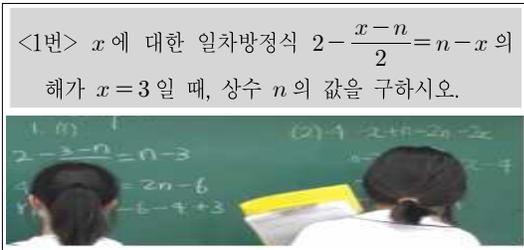
두 예비교사는 현직교사들과는 다르게 '수학의 풍부함' 차원에 속한 요소들에 대해서 수업에 따른 점수 변화가 적었다. 교사 개인별로 3번 또는 4번의 수업 분석 결과를 비교하였을 때, 요소별 점수가 크게 변하지 않았다. 예비교사의 교육 실습 기간이 한 달이어서 동일한 단원의 수업을 관찰할 수밖에 없었다. 그러나 현직교사는 동일한 단원의 수업이라도 '교사의 설명' 이외의 요소들이 수업에 따라 점수의 변화가 있었다. 두 예비교사는 수업에 따라 다양한 요소의 풍부함을 학생들에게 제



[그림 2] <PT1\_C3\_S2>에서 교사가 사용한 학습지와 교사의 판서  
[Fig. 2] Worksheet and blackboard in segment-class <PT1\_C3\_S2>

공하지 못하였다.

현직교사들은 두 예비교사와 마찬가지로 4개의 요소 중 ‘교사의 설명’에 대한 점수가 가장 높았다. 그러나 ‘교사의 설명’에 있어서 IT1, IT3교사는 예비교사들보다 점수가 낮았다. 예비교사들은 ‘교사의 설명’을 제외한 다른 요소에 대한 점수는 많이 낮았으나, 현직교사들은 교사에 따라 혹은 수업에 따라 ‘연결짓기’, ‘다양한 풀이’, ‘일반화’에 대한 점수가 높은 경우도 있었다. [그림 3]은 IT4교사의 단위수업 <IT4\_C1\_S5>에서 두 학생이 문제를 해결하는 장면이다.



[그림 3] 단위수업 <IT4\_C1\_S5>에서 서로 다른 풀이  
[Fig. 3] Different solutions in segment-class <IT4\_C1\_S5>

IT4교사는 학습지의 문제를 학생들이 해결하는 시간에 순회 지도하다가 서로 다르게 풀이한 두 명의 학생을 발견했고, 두 학생에게 교실 앞 칠판에 나가서 각자의 풀이 방법을 쓰도록 하였다. 아래의 수업 장면에서 이런 수업 상황을 확인할 수 있다. 교사는 문제에 접근하는 다양한 방법을 학생들이 서로 공유할 수 있도록 지도하였고, 다양한 접근 방법을 시도하는 학생들을 격려함으로써 교과서에서 소개하는 전형적인 풀이 방법 이외의 다양한 방법을 학생들이 접할 수 있도록 하였다. 교사는

학생들에게 자신의 풀이를 설명하도록 요구하였고, 그 이후 두 가지 풀이를 서로 비교하는 설명까지 제공함으로써 수학적으로 풍부한 수업을 실행하였다.

IT4: 자 2번! 지금 활동 2번까지는 거의 다 됐지? 지금 몇 명은 좀 힘든데 활동 2번까지는 다 된 거 같아. 그래서 점프 문제가, 같이 한번 생각해 보자.

IT4: 지금 두 가지의 서로 다른 풀이가 나와서, 서로 발표를 하려고 싸우길래 둘 다 시켰어!

학생: (앞에서 풀이를 한 영희가 말하기를) 방법이 달라요.

IT4: 응, 방법이 다르데. 영희하고 진희가 점프 1번에 어떻게 풀었는지 한 번 봅시다. 자, 누구부터 풀이해볼까?

2. 학생과 상호작용

‘학생과 상호작용’ 차원에서는 교사가 학생의 수학적 산물이나 수학적 오류를 이해하고 반응하는 정도를 분석하고자 하였다. 교사는 수업에서 학생의 아이디어, 질문, 설명, 그리고 수학적 오류까지도 그와 관련된 수학적 아이디어를 논의할 수 있는 기회로 삼을 수 있다. 교사는 학생의 수학적 산물이나 오류에 관심을 가지고 학생들의 그런 행동에 반응함으로써 수업의 질을 높일 수 있다. 이 차원에서는 ‘수학의 풍부함’ 차원과 달리 학생에 대한 교사의 행동만 관찰 대상으로 하였다. 교사의 이런 행동은 소집단 모둠 활동, 짝 활동, 개인 활동시간에도 일어날 수 있다.

[표 8]은 ‘학생과 상호작용’ 차원의 하위 요소에 대한 점수이다. PT1교사를 제외하면, 교육 경력이 많은 IT3, IT4교사가 ‘학생의 오류 또는 어려움 보정’과 ‘학생의 수

[표 8] ‘학생과 상호작용’ 차원의 점수  
[Table 8] Scores of ‘Working with Students and Mathematics’

학생과 상호작용	PT1	PT2	IT1	IT2	IT3	IT4
학생의 오류 또는 어려움 보정	2.44	1.29	1.74	1.74	2.10	2.68
학생의 수학적 산물에 대한 반응	1.97	1.56	1.74	1.83	2.06	2.53

학적 산물에 대한 반응'에서 점수가 높았다. IT3, IT4교사는 두 요소 모두에서 2점 이상인 '중'수준 이상으로 평가받았다. 경력이 적은 교사들은 자신이 학습자로서 경험한 오류, 또는 개인지도 경험을 통해서 알게 된 지식을 바탕으로 학생들의 오류를 처방하고, 경력이 많은 교사들은 다양한 수준의 학생들이 지닌 오류와 어려움에 대한 지식을 가지고 학생들을 처방하는 경향을 면담을 통해 확인할 수 있었다.

PT1교사는 현직교사들과 비교했을 때 점수가 높았다. PT1교사는 교육 실습 기간 동안 지도 교사인 IT4교사가 평소에 가르치던 학급에서 수업을 하였다. PT1교사는 지도 교사와 같은 방식으로 학생들에게 문제를 제시하고 모듈별로 순회 지도를 많이 하였다. PT1교사는 순회 지도하면서 학생의 오류, 오개념, 어려움을 보면 처방하려고 시도하였다. 학생들도 교사에게 자주 질문하는 허용적인 수업 분위기였다.

한편 PT2교사는 문제 풀이 과정에서 전형적인 학생들의 오류를 예상하고 그런 오류를 피할 수 있도록 돕는 설명을 제공하기도 하였으나, 교실을 순회하면서 학생들의 오류나 어려움을 보정하는 행동은 거의 하지 않았다. [그림 4]는 단위수업 <PT2\_C1\_S3>에 관한 사후 면담 질문지이다. 부등식 풀이 과정을 설명하면서 학생들이 자주 실수하는 부분에 대해 언급한 것과 관련된 질문이었다. 이 질문에 대해서 교사는 '그냥 당연히 헛갈릴 거라고 생각했는데요.'라고 대답하였다. 학생 시절에 자신의 경험 또는 개인지도의 경험에 비추어 학생들의 오류를 예상하는 경향이 강하였다.

다음 수업 장면은 IT3교사가 단위수업 <IT3\_C1\_S4>에서 학생들에게 문제를 풀도록 지시한 후, 교실을 순회하면서 한 학생에게 피드백 하는 부분이다. 한 학생이

문제를 풀어서 미지수의 값을 구했으나 자신이 구한 값의 의미를 정확히 파악하지 못하였다. 이 학생은 교사에게 도움을 요청하였고, 교사는 학생의 풀이 과정인 수학적 산물에 대해 반응하고 이와 함께 학생이 지닌 오류도 보정해 주었다. IT3교사는 학생들의 문제해결 과정을 확인하고 학생의 풀이 과정에 오류가 있으면 보정하는 행동을 자주 하였다.

학생: (지나가던 교사를 쳐다보면서) 여기에서  $y$ 가  $\frac{4}{5}$ 가 나왔는데, 그런데  $x+y$ 가 2잖아요.

IT3: 응.

학생:  $\frac{6}{5}$  되어야 돼요?

IT3: 응.

학생: 근데 뭔가 구해보니까 뭔가 더 많이 걸은 거 아니에요?

IT3: 더 많이 걸어도 되지. 꼭 뭐 적게 걸을 필요는 없을 듯. 네가 하고나서 문제가 찝찝한 거 확인해보고 있잖아. 그지?

학생: 네

IT3: 근데, 뭐 걸은 시간이 더 많거나 그런 말 없어도 이게  $x$ 가 더 많이 걸어도 상관은 없잖아.

학생: 그러니까 2400m나 걸었다고 나오는데요?

IT3: 2400m나 걸었다고 나와?

학생: 네.

IT3: '(거리)=(시간)×(속력)'이잖아. (시간)×(속력)인데 지금 거리 곱하기해서 그렇지.

학생: 아!

3. 오류와 부정확성

<p>[Q 3.2] 부등식을 푸는 과정에서 학생들이 실수를 잘 하는 부분을 언급해 주셨는데 학생들이 이런 실수를 많이 하는 것을 어떻게 예상하셨습니까? (4.2 부등식의 성질-5월12일 수업)</p>	<p>[수업 내용]  <math>1 &lt; x &lt; 5</math>  <math>-2 &gt; -2x &gt; -10</math>  <math>1 &gt; -2x + 3 &gt; -7</math>  <math>a &lt; -2x + 3 &lt; b</math>                  교사: <math>a</math>를 1, <math>b</math>를 <math>-7</math>로 틀리는 학생이 많죠?</p>
---	---

[그림 4] 단위수업 <PT2\_C1\_S3>에 관한 사후 면담지  
 [Fig. 4] Interview question about segment-class <PT2\_C1\_S3>

[표 9] '오류와 부정확성' 차원의 점수  
 [Table 9] Scores of 'Errors and Imprecision'

오류와 부정확성	PT1	PT2	IT1	IT2	IT3	IT4
수학적 오류	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
언어 또는 수학 기호의 부정확성	2.54	2.64	2.80	2.85	2.88	2.89
명료성 부족	2.42	2.44	2.55	2.84	2.67	2.85

'오류와 부정확성' 차원에서는 교사가 수업에서 사용하는 언어와 수학 표기에서 오류나 부정확한 것, 학생의 오류를 정정하지 않는 것, 수학 내용을 표현하는 데 명료성이 부족한 것을 확인하고자 한다. 교사가 오류나 부정확한 부분을 그 단위수업에서 바르게 수정한 경우는 제외하였다. 단위수업에서 오류와 부정확성이 많이 드러나면 '하'수준으로 평가하였다.

[표 9]는 '오류와 부정확성' 차원의 하위 요소에 대한 점수이다. 모든 교사는 '수학적 오류'에서 3점으로 오류가 없는 '상'수준이었다. 교사가 문제를 잘못 해결하거나, 정의 및 정리를 잘못 제시하거나, 정의 및 정리의 중요한 조건을 누락시키는 등 수학 내용에 대한 결정적인 오류를 보이는 수업은 거의 없었다. 예비교사인 PT1, PT2 교사는 '언어 또는 수학 기호의 부정확성'과 '명료성 부족'에서 현직교사들보다 점수가 낮았다. 예비교사들은 학생들에게 설명하는 과정에서 수학적 언어나 일반 언어를 부정확하게 사용하는 경우가 많았고 학생들에게 내용을 표현하는 데 있어서 명확함을 소홀히 하는 경우가 많았다. 교사가 수학 내용을 잘 알고 있더라도 가르치고자 하는 내용을 학생들의 수준에서 명확하게 표현하지 않으면 수업의 혼란을 초래할 수 있다. 교사들은 언어나 기호를 정확하게 사용하고 수학 내용이나 수업의 의도를 명확하게 설명할 필요가 있다.

아래의 수업 장면은 PT1교사가 단위수업 <PT1\_CLS4>에서 방정식의 정의를 설명하는 부분이었다. 교사는 등식  $3x-4=5$ 이  $x$ 의 값에 따라 참인 경우와 거짓인 경우를 학생들과 함께 찾아보았다. 이후에 교사는 방정식의 정의를 학생들에게 설명하였다. 교사는 ' $x$  값에 따라서 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식'을 방정식이라고 정의함으로써 수학적 언어를 명확하게 사용

하지 않았다. 이 수업 <PT1\_CL1>은 등식, 방정식, 항등식을 차례대로 정의하는 수업이었다. 방정식에 대한 정의에서 ' $x$  값에 따라서'라는 말로 한정하고 싶으면 ' $x$ 에 관한 방정식'이라고 정확하게 표현해야한다. 그리고 이 교사는 방정식에 관한 수업을 하는 동안 다른 문자를 사용하는 방정식을 학생들에게 소개하지 않았다. 학생들이  $x$ 에 관한 방정식만 생각할 우려가 있기 때문에 다른 문자를 사용하는 방정식도 학생들에게 안내할 필요가 있다.

PT1: 방정식이 뭐냐면, 여러분 방정식! 방정식! 이런 말 들어봤어요? 처음 듣는 사람도 있을 거고 지금 미리 예습을 해서 잘 알고 있는 사람도 있을 건데. 그럼 방정식이란 뭐냐면  $x$  값에 따라서 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이라고 하는데, 아까 예시 ( $3x-4=5$ ) 다시 보면, 여기서 참이 되는 값은 뭐죠?

학생들: 3!

PT1: 3이죠. 맞죠?

PT1: 이것처럼  $x$  값에 따라서 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 방정식이라고 할 거예요. 앞으로.

다음 수업 장면은 IT2교사가 단위수업 <IT2\_CLS4>에서 '곱셈의 교환법칙'을 설명하는 부분이었다. 이 교사는 곱셈의 교환법칙을 설명하기 위해 다양한 경우의 예에서 교환법칙이 성립함을 먼저 확인하고 곱셈의 교환법칙이라는 원리를 설명하였다. 이 과정 중에 학생이 곱셈의 교환법칙을 '교환'이라고 대답하자 교사는 학생들이 정확한 용어를 사용하도록 요구하였다.

[표 10] ‘학생 참여’ 차원의 점수

[Table 10] Scores of ‘Student Participation in Meaning Making and Reasoning’

학생 참여	PT1	PT2	IT1	IT2	IT3	IT4
학생의 설명	1.96	1.66	1.79	1.88	1.58	2.47
학생의 질문과 추론	2.09	1.42	1.44	1.85	1.85	2.33
인지활성화	2.14	1.57	1.74	2.24	2.11	2.66

IT2: 어떤 두 개의 유리수  $a, b$ 가 있으면 ( $a \times b$ 를 칠판에 쓰면서)  $a, b$ 를 곱한 거와, 바꿔서 곱합니다. ( $b \times a$ 를 칠판에 쓰면서)  $b \times a$ 를 해도 두 개의 결과는 같다! ( $a \times b$ 와  $b \times a$  사이에 등호를 붙이는 판서한다.) 이게 뭐다?

학생들: 교환!

IT2: 또 교환이라 한다.

학생들: 교환법칙. 곱셈의 교환법칙.

IT2: 그렇지! 곱셈의 교환법칙! 곱셈을 밝혀야지. ('곱셈의 교환법칙'이라고 판서한다.)

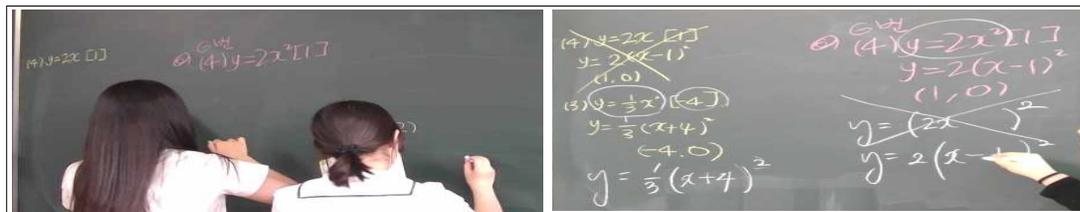
4. 학생 참여

‘학생 참여’ 차원에서는 수업 활동에 학생들이 참여하는 정도, 의미 형성(meaning-making)과 추론에 참여하고 기여하는 정도를 확인하고자 한다. 수업 중 학생들의 참여는 주로 추론하기, 설명하기, 질문하기와 같은 학생들의 행동에서 확인할 수 있다. 모둠 활동, 짝 활동, 개인 활동 시간에 전형적이지 않은 과제를 해결하면서 많이 일어날 수 있다. 학생의 활동은 완벽하거나 정확할 필요는 없고, 그런 활동이 교사에 의해 시작되어도 된다. 학생들의 다양한 행동이나 활동은 모둠에서 교사가 없이도 일어날 수 있지만, 교실에 있는 모든 학생의 행동을

동시에 녹화할 수 없었기 때문에 관찰 대상에서 제외하였다. 교사의 요청이나 스스로 전체 학생들에게 말하는 경우, 교사가 모둠이나 개인을 지도하는 과정에서 교사와 상호작용하면서 말하는 경우를 관찰 대상으로 하였다. ‘인지활성화’는 학생들이 참여하고 있는 과제의 수준으로 판단하기보다 그 활동에 참여하는 학생들의 인지활동의 수준에 관심을 두었다. 단지 어려운 과제를 수행하고 있다거나 학생들이 혼란스러워 한다고 해서 높은 수준의 인지적 참여를 하는 것은 아니다.

[표 10]은 ‘학생 참여’ 차원의 하위 요소의 점수이다. IT4교사는 모든 요소에서 다른 교사들보다 점수가 높았다. PT1교사도 ‘학생의 질문과 추론’, ‘인지활성화’에서 점수가 높았다. PT2교사는 모든 요소에서 점수가 가장 낮았다. PT2교사의 수업에서 학생들은 스스로 질문하거나, 자신의 문제해결 과정을 설명하거나, 추론하기에 참여하는 행동을 거의 하지 않았다. 교사의 질문에 대한 학생들의 대답도 수학적 설명이 아닌 ‘네’, ‘아니요’를 단순히 표현하는 정도에 그쳤다.

[그림 5]의 왼쪽은 단위수업 <IT1\_C3\_S4>에서 학생들이 문제를 해결하고 있는 장면이고, 오른쪽은 학생들이 해결한 문제를 IT1교사가 설명하는 장면이다. 교사는 수업 <IT1\_C3>에 대한 수업내용질문지에서 ‘이것을 가



[그림 5] 단위수업 <IT1\_C3\_S4>에서 교사의 설명

[Fig. 5] Teacher’s explanation in segment-class <IT1\_C3\_S4>

르치는데 사용하는 교수전략은 무엇이고 그것을 선택한 이유는 무엇입니까?’라는 질문에 대해서 ‘자기주도적 문제풀이 후 앞에 나와서 문제를 풀고 설명, 학생들이 문제 풀이를 논리적으로 서술하고 설명할 수 있도록 연습’이라고 기록하였다. 그러나 교사는 실제 수업에서 학생들을 지목하여 칠판에서 문제를 해결하도록 하였지만 학생들에게 설명할 수 있는 기회를 제공하지 않았다. 또한 교사는 학생의 풀이를 사용하여 수업을 진행하지 않고 학생의 풀이와 상관없이 아래쪽에 교사의 방식대로 문제를 다시 풀고 설명하였다.

다음 수업 장면은 IT4교사가 단위수업 <IT4\_C4\_S2>에서 학생들과 그래프의 제목을 붙이는 부분이었다. 교사는 ‘함수의 뜻과 표현’이라는 단원의 수업을 시작하면서 제목이 없는 그래프 4개를 학생들에게 제시하였고 학생들에게 제목을 정하도록 요청하였다. 교사는 답을 알려주기보다 학생들이 그래프를 보면서 특징을 스스로 찾을 수 있도록 지속적으로 발문하면서 수업을 진행하였다. 교사는 수업에서 학생들 스스로 수업에 기여할 수 있도록 도움으로써 학생 참여를 높이는 수업을 하였다.

IT4: 자 그럼 2번은? 2번이 좀 찾기 힘들 수 있는데.  
 학생들: 말로 하기가.  
 IT4: 표현을 못 하겠나? 한 마디로 못 말해도 설명을 뭐라고 한 번 해봐.  
 학생들: (학생들이 작은 소리로 이야기한다.) 월급이.  
 IT4: 자, 단위가 퍼센트(%)라는 게 참 특이하지?  
 학생: 대출 이상은 어느 정도의 대우를 받는다.  
 IT4: 아! 대출 이상은 어느 정도의 대우를 받는다? 월급이나 연봉?  
 학생: 면접 합격 비율!  
 IT4: 면접 합격 비율? 자, 그럼에 자세히 보면 그림에 무슨 표시가 있어?  
 학생들: 돈!  
 IT4: 어. 돈 표시가 있지? 돈하고 관련 있겠지?  
 학생: 회사에서 주는 월급!  
 IT4: 어. 주는 월급. 재민이?  
 학생: 학력당 평균 월급!  
 IT4: 오! 좋아. 학력별 임금 수준, 임금이러는 건 뭐지? 일을 하고 받는 대가.  
 학생: 근데 왜 퍼센트예요?  
 IT4: 그게 왜 퍼센트로 나타내느냐 하면, 뭘을 기

준으로 했을까? 여기서.

학생: 평균!

학생: 고졸을 기준으로.

IT4: 오케이. 고졸을 기준으로 했는데.

예비교사의 수업을 관찰한 결과 두 교사는 ‘수학의 풍부함’, ‘오류와 부정확성’ 차원에서 점수가 비슷하였으나, ‘학생과 상호작용’, ‘학생 참여’ 차원에서는 PT1교사가 PT2교사보다 점수가 높았다. 두 명의 예비교사는 ‘다양한 풀이’, ‘일반화’는 수업에서 거의 사용하지 않았고 주로 ‘교사의 설명’으로 수업을 진행하였다. 수학 내용에 대한 심각한 오류는 없었으나 언어나 기호를 가끔 부정확하게 사용하였고 학생들에게 내용을 명확하게 설명하지 않을 때도 있었다. 그러나 ‘학생과 상호작용’에서 PT1교사는 학생의 오류나 어려움을 보정하는 행동이 많았다고 학생의 산물에도 적극적으로 반응하였으나, PT2교사는 학생의 산물이나 오류에 대한 관심을 많이 보이지 않았고 수업 중 일어나는 학생들의 오류에 대한 즉각적인 처방을 하지 않았다. 학생과 상호작용이 활발한 PT1교사의 수업에서 학생들은 적극적으로 수업에 참여하였고 자유롭게 자신의 의견을 제시하고 질문하였으나, PT2교사의 수업에서 학생들은 수업에 기여하고 참여하는 적극적인 모습이 적었다.

PT1교사의 점수가 상대적으로 높았는데, 이는 PT1교사의 지도 교사인 IT4교사의 영향도 있었다고 볼 수 있다. IT4교사는 대부분의 요소에서 참여 교사 중 가장 점수가 높았다. 특히 ‘학생과 상호작용’, ‘학생 참여’ 차원에서 다른 현직교사보다 월등히 높은 수준이었다. PT1교사는 면담에서 지도 교사의 수업 방법을 많이 모방하였다고 말하였다. 연구자는 IT4교사가 예비교사의 수업을 참관한 직후 수업에 대해 구체적으로 피드백을 하는 장면을 확인할 수 있었다.

현직교사의 수업 분석에서 ‘수학의 풍부함’ 및 ‘학생 참여’ 차원에서는 IT2, IT4교사의 점수가 높았고, ‘오류와 부정확성’ 차원에서는 IT3, IT4교사의 점수가 높았다. IT1교사는 ‘수학의 풍부함’ 차원의 점수가 전반적으로 낮았으나, 특정 수업에서는 하위 요소 ‘교사의 설명’, ‘일반화’의 점수가 높기도 하였다. 또한 IT1교사는 문제, 과제, 활동의 의도를 학생들에게 정확하게 전달하지 못하여 학생들의 혼란을 초래하는 명료성이 부족한 모습도

보였다. IT2교사는 ‘수학의 풍부함’ 차원의 ‘교사의 설명’과 ‘일반화’, ‘학생 참여’ 차원의 ‘학생의 질문과 추론’과 ‘인지활성화’에서 경력이 비슷한 IT1교사보다 점수가 많이 높았다. 그러나 두 교사는 ‘학생과 상호작용’, ‘오류와 부정확성’ 차원에서는 비슷한 점수로 나타났다.

IT3교사는 IT2교사보다 교육 경력이 많았지만 ‘수학의 풍부함’, ‘학생 참여’ 차원에서 대체로 점수가 낮았다. 그러나 ‘오류와 부정확성’ 차원에서는 높은 점수를 보였다. IT3교사는 평소 모둠별 수업을 진행하지 않았지만, 매 수업시간마다 학생들이 문제를 해결하는 동안 풀이 과정을 확인하기 위해 순회 지도하였다. 그리고 학생들의 오류나 어려움을 발견하면 즉각적인 처방을 자주하였다. 학생들도 순회 지도하는 교사에게 문제해결 과정의 어려운 부분에 관한 질문을 자주하였다. IT4교사는 ‘교사의 설명’과 함께 ‘연결짓기’와 ‘다양한 풀이’를 활용하여 수학수업을 풍부하게 만들었다. 이 교사는 수업에서 학생들의 오류를 예상하고 처방함으로써 그런 오류를 피할 수 있도록 도왔고, 순회 지도를 통해 학생들의 오류나 어려움을 보정하는 활동을 많이 하였다. IT4교사는 언어나 기호를 정확하게 사용하였고, 개념이나 절차를 설명하는 과정에서 군더더기가 적었으며, 정확한 문장을 사용하여 설명하였다. 새로운 문제, 과제, 활동을 진행하려고 할 때도, 교사는 그 활동의 의도를 명확하게 설명하여 학생들이 인지할 수 있도록 지도하였다. IT4교사의 수업에 참여하는 학생들은 자신의 생각을 자유롭게 발표하고, 이해가 안 되는 부분에 대해서 자주 질문하였으며, 수학적 아이디어나 절차에 대해 모둠별 또는 전체 학급에서 토론하면서 수업에 적극적으로 참여하였다.

## V. 결론 및 제언

본 연구에서는 수업 관찰, 교사 면담을 바탕으로 예비교사와 현직교사의 수학수업의 질을 분석하였다. 예비교사 2명, 현직교사 4명이 연구에 참여하였고, 수학수업의 질을 분석하기 위해 Hill과 동료들이 개발한 수업 관찰 도구 MQI를 수정하여 사용하였다. 교사 개인별로 3~4차시의 수업을 녹화하여 총 23차시의 실제 수업에 대한 질을 분석하였다. 본 연구의 결과로부터 수학수업의 질과 관련된 시사점을 제안하고자 한다.

첫째, 수학수업의 질을 구성하는 4개의 차원 중 ‘수학의 풍부함’에서 교사들은 ‘교사의 설명’에서 점수가 높았으나 ‘연결짓기’, ‘다양한 풀이’, ‘일반화’에서는 대체로 점수가 낮았다. 대부분의 교사들은 학생들에게 수학적 아이디어, 절차, 문제해결 방법에 대한 수학적 의미를 설명하는 행동을 자주하여 ‘교사의 설명’에서 점수가 높았다. IT2, IT4교사는 다른 교사들에 비해 수학적 표상, 아이디어, 절차를 연결하는 설명을 자주 제공하였고, IT2교사는 여러 가지 예로부터 수학적인 원리를 도출하여 일반화하는 시도를 많이 하였으며, IT4교사는 학생들의 다양한 풀이를 모든 학생들과 공유하고 풀이 방법을 서로 비교하는 행동을 자주하였다. 그러나 다른 교사들은 ‘연결짓기’, ‘다양한 풀이’, ‘일반화’를 통하여 수학적으로 풍부한 수업을 제공하지는 못하였다.

수학에서 연결짓기는 학생들이 배워야할 중요한 사고 과정이고 학생들은 연결짓기를 통해 수학의 유용성을 배울 수 있다(NCTM, 2000). 또한 특수한 현상이나 예로부터 원리를 찾아내는 일반화는 수학을 가르치는 중요한 목적 중 하나이고(Dreyfus, 1991), 다양한 풀이나 문제해결 전략은 학생들이 문제해결을 잘하기 위해 갖추어야 하는 능력이다(장혜원, 2008). 그러므로 교사들은 수업에서 교사의 설명 이외에도 연결짓기, 다양한 풀이, 일반화 등을 통해 수학적으로 풍부한 수업을 제공할 필요가 있다. IT3교사는 경력교사이면서도 여러 요소를 사용하여 수학적으로 풍부한 수업을 실행하는 모습을 보이지 못했다. 예비교사나 초임교사뿐만 아니라 경력교사도 ‘수학의 풍부함’ 측면에서 수업의 질에 대한 반성이 필요하다고 볼 수 있다. MQI와 같은 도구를 이용한 수업 관찰은 수업의 다양한 측면을 반성할 수 있는 기회를 제공할 수 있으므로 수학수업의 질을 개선할 수 있는 방안이 될 수 있다.

둘째, ‘학생과 상호작용’ 차원에서 ‘학생의 오류 또는 어려움 보정’, ‘학생의 수학적 산물에 대한 반응’의 점수는 경력이 많은 IT3, IT4교사가 대체로 높았다. 경력이 많은 교사들은 수업에서 학생의 수학적 산물이나 오류에 관심을 가지고 즉각적인 반응을 많이 하였다. 초임교사인 IT1교사는 학생과 상호작용이 활발했던 수업이 한 차시이었으나, 다른 수업에서는 학생들과 상호작용이 낮았다. 또한 초임교사인 IT2교사는 학생들의 오류나 어려

움을 미리 예상하고 교사가 주도적으로 설명을 제공하기도 했으나, 현재 수업에 참여하고 있는 학생들이 겪는 어려움에 관심을 두지는 않았다. 예비교사인 PT2교사는 교실 앞에서 대부분의 수업을 진행하였고 학생들의 문제 해결, 활동 등에 관심을 가지지 않았다. 교사들은 자신의 수업전문성을 신장시키기 위해 학생시절 자신의 경험에만 의존하지 말고 실제 수업 현장의 학습 과정을 주의 깊게 관찰하고 이를 통해 학생의 오류나 어려움을 인식하도록 노력해야 한다.

많은 연구자들은 학생과의 상호작용을 수업에서 중요한 요소로 꼽는다(Munter, 2014; Zemelman et al., 2005; 방정숙, 권미선, 2012). 교사가 학생의 수학적 산물에 긍정적으로 반응하고 학생이 자신의 아이디어, 주장 등을 더 발전시킬 수 있도록 도와주면, 학생들은 수학을 더 깊이 있게 이해할 뿐 아니라 수학에 대한 긍정적 태도를 가질 수 있다. 또한 학생들의 수학적 오류는 오개념에서 기인한 경우가 많으므로 교사들은 학생들이 오류를 범하는 상황에 관심을 두고 보정해 주어야 한다.

셋째, '오류와 부정확성' 차원의 모든 하위 요소에서 교사들은 '중'수준 이상의 높은 점수를 보였다. 특히 모든 교사는 수학적 정의나 정리 등을 '수학적 오류' 없이 설명하였고, 문제해결 과정에서도 '수학적 오류'를 범하지 않았다. 그러나 예비교사인 PT1, PT2교사는 수학적 언어, 일반적 언어, 수학 기호를 부정확하게 사용하기도 하였고, 수학 내용을 명확하지 않게 설명하거나 새로운 과제를 시작하기 위해 안내할 때 불명확하게 설명하기도 하였다.

교사는 수학 내용에 대한 결정적인 오류를 범하지 않는 수준을 넘어서 학교수학과 관련된 언어나 기호를 정확하게 사용하고 수학 내용을 보다 명확하게 설명할 수 있어야 한다. 교사들은 언어 및 기호 사용에 주의를 기울여 학교수학 내용을 보다 명확하게 표현할 수 있는 능력을 길러야 한다.

넷째, '학생 참여' 차원에서 '학생의 설명', '학생의 질문과 추론', '인지활성화'의 점수는 예비교사인 PT1교사, 현직교사인 IT2, IT4교사가 높았다. 두 명의 예비교사는 '학생 참여' 측면에서 대조적인 수업을 진행하였다. PT1교사의 수업에 참여한 학생들은 자신의 생각을 발표하거나 궁금한 내용을 질문하기도 하면서 수업에 적극적으로

참여한 반면, PT2교사의 수업에 참여한 학생들은 그렇지 않았다. IT1교사와 IT2교사도 경력이 비슷하였으나 '학생 참여' 측면에서 대조적인 수업을 진행하였다. IT4교사의 수업에서 학생들은 스스로 질문하거나 자신의 아이디어를 설명하면서 적극적으로 수업에 참여하는 모습을 보였다.

많은 연구자들이 학생의 수업 참여는 학업 성취를 예측하는 중요한 변인이자 학교교육의 중요한 목표로 보고 학생의 참여를 높일 수 있는 요인에 관심을 가진다(강명희, 유영란, 유지원, 2014; 우연경, 김성일, 2015). 교사들은 학생이 설명하고, 질문하고, 추론하는 등 수업에 적극적으로 참여하여 방관자가 아니라 수업의 주체가 될 수 있도록 도와야 한다.

## 참 고 문 헌

- 강명희, 유영란, 유지원 (2014). 국가수준 학업성취도 평가에 나타난 고등학생의 지각된 교사태도, 학습태도, 학업성취도, 학교생활만족도 간의 구조적 관계 규명, 교육과학연구 45(1), 181-203.
- Kang, M., Yoo, Y., & You, J. (2014). Structural relationship among learning achievement, school satisfaction, perceived teacher attitude, and learning attitude for high school students of the National Assessment of Educational Achievement in Korea, *Journal of educational studies* 45(1), 181-203.
- 김성경 (2015). 수학수업의 질과 수업에서 발견되는 PCK 요소의 관련성 연구. 박사학위 논문, 경북대학교.
- Kim, S. (2015). *Research on the relationship between the quality of mathematics classes and pedagogical content knowledge revealed in classes*. Doctoral dissertation, Kyungpook National University.
- 김진희 (2013). 중학교 일정성분비의 법칙 수업에서 드러난 과학교사의 PCK 연구. 박사학위논문, 한국교원대학교.
- Kim, J. (2013). *A Study on science teachers' pedagogical content knowledge exposed in the lesson on law of definite proportion in middle school*. Doctoral dissertation, Korea National University of Education.
- 방정숙 (2012). 예비 초등 교사의 좋은 수학 수업에 대한 인식, 수학교육 51(2), 145-160.

- Pang, J. (2012). Prospective elementary school teachers' conception on good mathematics instruction, *The Mathematical Education 51*(2), 145-160.
- 방정숙, 권미선 (2012). 좋은 수학 수업에 대한 교사들의 인식: 초·중등 교사의 인식 비교를 중심으로, *수학교육 논문집 26*(3), 317-338.
- Pang, J. & Kwon, M. (2012). Effective mathematics instruction comparison by elementary and secondary school teachers, *Communications of mathematical education 28*(3), 317-338.
- 우연경, 김성일 (2015). 수학과 영어교과에서의 학습동기, 학업참여 및 학업성취 간 구조적 관계, *교육방법연구 27*(2), 253-273.
- Woo, Y. & Kim, S. (2015). Structural relationship among academic motivation, engagement and achievement: domain comparison between mathematics and English, *Korean Journal of Educational Methodology Studies 27*(2), 253-273.
- 유기중, 김창일, 고상숙 (2016). 좋은 수학 수업에 대한 고등학교 수학 교사의 선호도 비교, *수학교육 55*(1), 129-145.
- Yoo, K., Kim, C., & Choi-Koh, S. (2016). Comparison of high school math teachers' preferences for "Good mathematics teaching", *The Mathematical Education 53*(1), 129-145.
- 이대현, 최승현 (2006). 수학과 좋은 수업 사례에 대한 질적 분석, *한국학교수학회논문집 9*(3), 249-263.
- Lee, D. & Choe, S. (2006). A qualitative analysis on the characteristics of "Best Practice" in mathematics, *Journal of the Korean School Mathematics 9*(3), 249-263.
- 이동환, 강현영, 고은성 (2012). 좋은 수학수업과 교사 전문성 개발에 대한 현직수학교사 인식 조사: 학교급 및 교육경력에 따른 차이 조사, *수학교육 51*(2), 173-189.
- Lee, D., Kang, H., & Ko, E. (2012). Mathematics teacher's perspective on good teaching and teacher professional development: Difference in school level and career, *The Mathematical Education 51*(2), 173-189.
- 서경혜 (2004). 좋은 수업에 대한 관점과 개념: 교사와 학생 면담 연구, *교육과정연구 22*(4), 165-187.
- Seo, K. (2004). The perspectives and conceptions about good instructional practice: An interview study of teachers and students, *The Journal of Curriculum Studies 22*(4), 165-187.
- 장혜원 (2008). 수학사의 한 넓이 문제에 대한 초등 수학 우수아의 풀이 다양성 탐색, *한국수학사학회지 21*(4), 153-168.
- Chang, H. (2008). Diversity of problem solving methods about a problem of area from the history of mathematics by high achieving elementary school students, *The Korean journal for history of mathematics 21*(4), 153-168.
- 최승현 (2007). *교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK) 연구*. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2.
- Choe, S. (2007) *The research on pedagogical content knowledge mathematics teaching*. Seoul: Korea Institute for Curriculum and Evaluation. Research Report RRI 2007-3-2.
- Anthony, G. & Walshaw, M. (2009). Characteristics of effective teaching of mathematics: A view from the west, *Journal of Mathematics Education 2*(2), 147-164.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress, *American Educational Research Journal 47*(1), 133-180.
- Begle, E. G. (1979). *Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of the empirical literature*, Washington, DC.; Mathematical Association of America and National Council of Teachers of Mathematics.
- Blazar, D. (2013). The causal impact of having a math teacher whose instruction is high quality: Exploiting within-school between-grade variation in scores from an observation instrument, *Harvard Graduate School of Education*. Retrieved from <http://cepr.harvard.edu/cepr-resources/files/news-events/ncte-blazar-causal-impact-of-having-high-quality-math-teacher.pdf>
- Bowles, S. (1970). Towards an educational production function. In W. Lee Hansen (Ed.), *Education*,

- Income, and Human Capital* (pp. 9-70). National Bureau of Economic Research.
- Brophy, J. & Evertson, C. M. (1974). *Process-product correlations in the Texas teacher effectiveness study: Final report*, Austin, TX: Research and Development Center for Teacher Education, University of Texas at Austin.
- Brophy, J. & Good, T. L. (1984). *Teacher behavior and student achievement. Occasional Paper No. 73*. East Lansing, Inst. for Research on Teaching, Michigan State University.
- Campbell, P. F., Nishio, M., Smith, T. M., Clark, L. M., Conant, D. L., Rust, A. H., DePiper, J. N., Frank, T. J., Griffin, M. J., & Choi, Y. (2014). The relationship between teachers' mathematical content and pedagogical knowledge, teachers' perceptions, and student achievement, *Journal for Research in Mathematics Education* 45(4), 419-459.
- Charalambous, Y. C. (2008). *Preservice teachers' mathematical knowledge for teaching and their performance in selected teaching practices: Exploring a complex relationship*. Doctoral dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.
- Copur-Gençtürk, Y. (2015). The effects of changes in mathematical knowledge for teaching: A longitudinal study of teachers' knowledge and instruction, *Journal for Research in Mathematics Education* 46(3), 280-330.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.), Thousand Oaks, CA: Sage.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41), Dordrecht: Kluwer.
- Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, Y. C., Lewis, J., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study, *Cognition and Instruction* 26(4), 430-511.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement, *American Educational Research Journal* 42(2), 371 - 406.
- Kane, T. J. & Staiger, D. O. (2012). *Gathering feedback for teaching: Combining high-quality observations with student surveys and achievement gains*. Research Paper. MET Project. Bill & Melinda Gates Foundation.
- Learning Mathematics for Teaching. (2006). *A coding rubric for measuring the mathematical quality of instruction*(Technical report LMT1.06), Ann Arbor, MI: University of Michigan, School of Education.
- \_\_\_\_\_ (2010). *Mathematical Quality of Instruction (MQI) coding tool*, Harvard Graduate School of Education. Retrieved from [http://hub.mspnet.org/media/data/MQI\\_062410\\_Summer\\_Final.pdf?media\\_000000006941.pdf](http://hub.mspnet.org/media/data/MQI_062410_Summer_Final.pdf?media_000000006941.pdf)
- \_\_\_\_\_ (2011). Measuring the mathematical quality of instruction, *Journal of Mathematics Teacher Education* 14(1), 25-47.
- Leinhardt, G. & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge, *Journal of Educational Psychology* 77(3), 247-271.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- McCrorry, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D., & Senk, S. L. (2012). Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices, *Journal for Research in Mathematics Education* 43(5), 584-615.
- Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction, *Journal for Research in Mathematics Education* 45(5), 584-635.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: Author.

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching, *Educational Researcher* 15(2), 4-14.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods (4th ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Zemelman, S., Daniels, H., & Hyde, A. (2005). *Best practice: Today's standards for teaching and learning in America's schools* (3rd ed.), Portsmouth, NH: Heinemann.

## Analysis of Mathematical Quality of Instruction between Preservice and Inservice Mathematics Teachers

**Kim, Seong-Kyeong**

Korea Institute for Curriculum and Evaluation, Seoul, Korea

E-mail : kimsk@kice.re.kr

This study analyzed the quality of mathematics classes with observations using the instrument, MQI(Mathematical Quality of Instruction). Class recordings and interviews were conducted on 2 pre-service teachers and 4 in-service teachers. This study recorded and analyzed 3 or 4 classes for each mathematics teacher by using revised MQI. There were a total of 8 raters: 2 or 3 raters analyzed each class. MQI has four dimensions: Richness of the Mathematics, Working with Students and Mathematic, Errors and Imprecision, Student Participation in Meaning-Making and Reasoning. In the dimension of 'Richness of Mathematics', all teachers had good scores of 'explanations of teacher' but had lower scores of 'linking and connections', 'multiple procedures or solution methods' and 'developing mathematical generalizations.' In the dimension of 'Working with Students and Mathematics', two in-service teachers who have worked and having more experience had higher scores than others. In the dimension of 'Errors and Imprecision', all teachers had high scores. In the dimension of 'Student Participation in Meaning-Making and Reasoning', two pre-service teachers had contrast and also two in-service teachers who hadn't worked not long had contrast. Implications were deducted from finding to improving quality of mathematics classes.

---

\* ZDM classification : D43

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C90

\* Key Words : Mathematical Quality of Instruction, Classroom Observation, Richness of the Mathematics, Working with Students and Mathematics, Errors and Imprecision, Student Participation in Meaning Making and Reasoning