

사다리꼴형 주름판의 엄밀강성 및 자유진동 해석

Analysis on Exact Rigidity and Free Vibration of Trapezoidal Corrugated Plates

김 영 완* · 정 강 †

Young-Wann Kim and Kang Jung

(Received August 9, 2016 ; Revised November 4, 2016 ; Accepted November 4, 2016)

Key Words : Corrugated Plate(주름판), Orthotropy(직교이방성), Correction Factor(보정계수), Exact Rigidity(엄밀강성), Orthogonality(직교성), Beam Function(보함수), Eigenvalue Problem(고유치문제)

ABSTRACT

In this study, the exact rigidity and the free vibration of trapezoidal corrugated plate are analyzed by being based on the Kirchhoff's plate theory and the Ritz method. The previous rigidity of corrugated plate analyzed by considering just a geometric characteristic, a basic assumption and an equivalent idea can cause large errors in practical behaviors. Accordingly, the exact rigidity supplemented by correction factors of the theoretical rigidity is needed. Therefore an analysis on the exact rigidity and the free vibration using the rigidity for the plate is performed in this paper.

1. 서 론

판(plate)은 보(beam), 셸(shell) 등과 더불어 기계 시스템이나 구조물을 구성하는데 이용되는 매우 중요한 핵심요소 중 하나이다. 특히 주름판(corrugated plate)은 평판을 주름잡아줌으로써 강성(rigidity)을 증대시킨 판구조물로, 자동차, 항공우주 및 조선 등의 산업분야에서 널리 사용되고 있는 구조물 구성요소이다.

이러한 주름판은 등방성(isotropy) 평판이 주름잡아진 방향에 대하여 그 직각 방향의 강성이 증대된 것으로 기하학적 특성(geometric characteristic)으로 인한 직교이방성(orthotropy) 판구조물로서 취급된다. 따라서 직교이방성판으로서의 주름판에 대한 강성과 진동 해석은 반드시 필요하다. 그러나 주름판

은 그 기하학적인 형상으로 인해 합리적인 강성의 결정이나 진동 등과 같은 해석을 하는데 어려움이 있어, 구조물의 설계 시 활용할 수 있는 설계데이터가 제대로 마련되어 있지 않은 실정이다.

그 동안 발표된 평판에 관한 연구논문들을 살펴보면, 네 번이 고정조건인 평판에 대해 유한차분법을 이용하여 진동해석하거나, Galerkin 방법, 유한대판법을 이용하여 각종 경계조건을 갖는 평판에 대해 진동해석하는 등, 주로 유한요소적인 해법을 이용함으로써 근사해를 구하고 있다. 이들 논문 외에도 보의 고유함수를 변위함수로 가정하고 Rayleigh 법과 Rayleigh-Ritz 법을 이용하여 진동해석한 논문 등, 많은 발표가 있었다.

특히 주름판에 대한 동적 문제를 취급한 논문의 경우도, Chen 등⁽¹⁾이 사다리꼴형 주름판과 평판이 조립된 완전 자유의 경계조건을 갖는 판넬에 대하여

† Corresponding Author; Member, Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University
E-mail : ckang@jnu.ac.kr

* Member, Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University

‡ Recommended by Editor Gi-Woo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

유한요소법에 의한 해석을 하고서 고속푸리에변환 (fast Fourier transform)를 이용하여 진동실험을 한 논문과 같이, 유한요소적 해석방법과 실험에 의존한 논문들이 대부분이다.

주름판의 진동해석은 주름판 구조물을 직교이방성판으로서 간주할 경우, 강성의 해석이 선행되어야 한다. 이와 관련한 연구를 살펴보면, Seydel⁽²⁾은 파형 주름판에 대하여 주름진 방향이 일정한 방향을 갖고 있으면서 주름수가 많고 주름의 길이가 판의 측면 길이에 비하여 매우 짧다면 직교이방성판으로 간주할 수 있다는 가정을 전제로 압축실험을 통하여 강성을 다루었다. Fung⁽³⁾은 파형 주름판을 평판에 부착시킨 구성요소에 대하여 유한차분법을 이용, 직교이방성판의 방정식과 같은 형의 지배방정식을 유도하고 기하학적 해석방법을 제시하였다. Kinloch⁽⁴⁾는 사다리꼴형 주름판과 평판이 조립된 판넬에 대하여 합리적인 강성계수의 해석을 하고자 노력하였다. Perel⁽⁵⁾은 사다리꼴형 주름판에 대하여 하나의 주름 요소에 대한 간단한 기하학적인 관계만을 이용함으로써 강성을 구하였다.

또한, 주름판은 등가의 개념을 적용시켜 정적 및 동적 해석⁽⁶⁻⁸⁾을 할 수 있지만, 주름진 판 하나의 길이가 두께에 비하여 상당히 길어서 주름판이라 볼 수 없는 절판(folded plate)의 경우는 등가의 개념을 적용시켜서는 안 되며 별도의 해석⁽⁹⁻¹¹⁾이 필요하다.

그 외에도 저자 등은 연결 판을 보강재로, 연결 볼트를 집중질량으로 취급하여 주름판에 대한 진동 해석을 한 논문⁽¹²⁾, 적층복합 주름판을 균일한 두께를 지닌 직교이방성판의 균질화 모델로 취급하여 강성을 해석한 논문⁽¹³⁾ 등을 비롯, 주름판의 강성 및 진동 해석과 관련하여 지속적으로 연구를 진행하고 있다.

그러나 주름판의 강성은 기하학적 특성과 기본가정 그리고 등가의 개념만을 고려하여 역학적으로 해석함으로써 제시되는 것은 엄밀성(exactitude) 차원에서 문제를 지닐 수 있다. 또한, 근사적 해석 또는 실험적 방법에 의하여 제시된 주름판의 강성은 특정 경계조건, 모델에 대해서만 제시된 적용 한계성(application limit)을 지니고 있다.

이와 같은 강성과 진동의 해석 시 기본적으로 고려해야 할 판이론은 두 가지가 존재한다. 하나는 박판의 경우 변형 전 중립축에 수직인 평면은 변형 후

에도 중립축에 수직으로 남는다는 가정에 기반한 Kirchhoff 판이론이고, 다른 하나는 후판의 경우 변형 전 중립축에 수직인 평면은 변형 후에는 횡 전단 변형을 고려함으로써 중립축에 수직으로 남지 않는다는 가정에 기반한 Mindlin 판이론이다.

이 연구에서는 Kirchhoff 판이론을 기반으로 하여 사다리꼴형 주름판(trapezoidal corrugated plate)에 대한 강성을 해석하고 보정계수(correction factor)를 적용한 엄밀강성(exact rigidity)을 제시하며, 이를 Ritz 법에 의한 진동해석에 적용함으로써 자유, 단순지지, 고정 경계조건을 조합하여 주름판에서 가능한 36개의 경계조건을 만족시키는 해석 프로그래밍을 한다. 이 결과는 유한요소해석 코드인 ANSYS의 결과와 비교함으로써 그 타당성을 검증한다.

2. 이론해석

2.1 강성해석

이 연구에서의 사다리꼴형 주름판에 대한 강성은 Euler-Bernoulli 보이론과 Kirchhoff-Love의 가정을 기반으로 하여 해석한다.

이 연구에서의 사다리꼴형 주름판 해석모델은 다음 Fig. 1과 같으며 여기서, a 는 주름판의 주름진 x 방향 길이, b 는 주름판의 y 방향 길이이다.

Fig. 2는 주름판 하나의 주름요소를 나타낸 것으로 주름각은 θ , 판의 두께는 t , 수평 및 경사 길이 비는 $m_c (= \ell_1/\ell)$, 주름높이는 h 로 나타내었다. a' 는 주름요소의 길이, a'_t 는 주름요소의 전체 길이이다. 주름수를 n_c 이라 하면 x 방향 길이 $a = n_c a'$ 이다.

주름판의 x 축에 대하여 순수 굽힘모멘트가 작용하는 경우, 각각 수평길이와 경사길이에 있어서의 처짐각과 곡률반경은 Fig. 3에 나타낸 바와 같으며, 각 부재의 처짐각의 관계는 식 (1)과 같다.

$$\theta_4 = (\theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3)/2 \tag{1}$$

식 (1)로부터 각각 수평 및 경사 길이에서 발생하는 곡률반경 $R_1, R_2, R_3 (= R_1)$ 와 곡률반경 R_4 의 관계는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_4 = (m_c + \cos \theta) / (m_c/R_1 + 1/R_2) \tag{2}$$

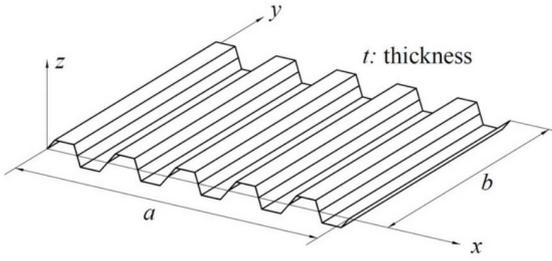


Fig. 1 Trapezoidal corrugated plate

따라서 주름판의 x 면에 대한 굽힘강성(flexural rigidity) D_x 는 다음 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$D_x = \frac{Et^3(m_c + \cos \theta)}{12(1 - \nu^2)(1 + m_c)} \quad (4)$$

여기서, E 는 탄성계수, ν 는 푸아송비이다.

주름판 하나의 주름요소에 대한 y 면의 단위길이 당 면적관성모멘트는, 수평면의 경우 평행축 정리를, 경사면의 경우는 경사축에 대한 면적관성모멘트를 각각 중립축에 대하여 적용하면, 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_y = \frac{t\{t^2(m_c + \cos^2 \theta) + 4h^2(1 + 3m_c)\}}{12(m_c + \cos \theta)} \quad (5)$$

따라서 주름판의 y 면에 대한 굽힘강성 D_y 는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$D_y = \frac{Et\{t^2(m_c + \cos^2 \theta) + 4h^2(1 + 3m_c)\}}{12(1 - \nu^2)(m_c + \cos \theta)} \quad (6)$$

주름판의 x 면에 대한 비틀림모멘트는, 경사길이의 비틀림각을 x 축에 등가하고 수평길이의 비틀림각과 합하여 비틀림모멘트로 표현하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{xy} = D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (7)$$

여기서, w 는 주름판의 처짐이고, D_{xy} 는 x 면의 비틀림강성(torsional rigidity)으로 다음과 같다.

$$D_{xy} = \frac{Et^3(m_c + \cos \theta)}{12(1 + \nu)(m_c + \cos^3 \theta)} \quad (8)$$

y 면에 대한 비틀림모멘트는, 경사면의 경우 중립축에 등가의 개념을 적용하고 수평면의 경우와 합함으로써, 다음과 같이 결정된다.

$$M_{yx} = D_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

여기서, D_{yx} 는 다음 식 (10)과 같다.

$$D_{yx} = \frac{Et^3(m_c + 1)}{12(1 + \nu)(m_c + \cos \theta)} \quad (10)$$

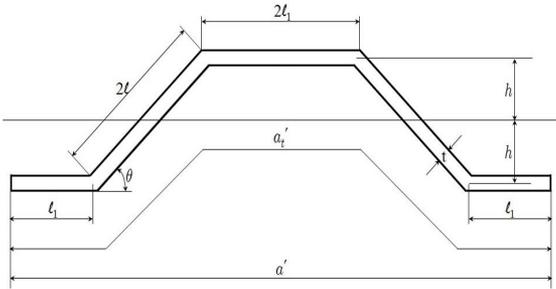


Fig. 2 Dimension of a corrugation element

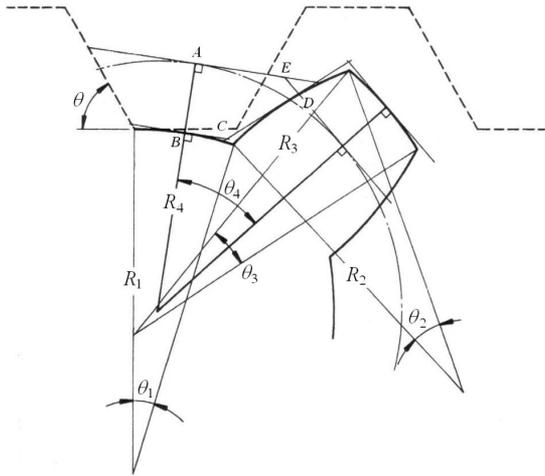


Fig. 3 Angles of deflection and curvatures of corrugated plate in pure bending moment

수평 및 경사 길이에서의 곡률과 굽힘모멘트 관계식을 식 (2)에 대입하면, x 축에 대한 굽힘모멘트와 곡률의 관계는 다음과 같이 된다.

$$M_x = \frac{EI_x(m_c + \cos \theta)}{(1 + m_c)} \frac{1}{\rho_x}, \quad (\rho_x = R_4) \quad (3)$$

2.2 엄밀강성을 위한 보정계수

주름판의 최대변형에너지(V_{max})와 최대운동에너지(T_{max})는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_{max} = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a [D_x (\frac{\partial^2 W}{\partial x^2})^2 + D_y (\frac{\partial^2 W}{\partial y^2})^2 + D_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + (D_{xy} + D_{yx}) (\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y})^2] dx dy \tag{11}$$

$$T_{max} = \frac{1}{2} \rho t \omega^2 \int_0^b \int_0^a W^2 dx dy \tag{12}$$

여기서, $D_1 = v_y D_x + v_x D_y$ 이고, ρ 는 밀도, ω 는 각진동수(angular frequency)이다. 그리고 Betti의 상반작용의 정리(Betti's reciprocal theorem)에 의하여 $v_y D_x = v_x D_y$ 로 나타낼 수 있다. 여기서의 v_x, v_y 는 재료성질이 아닌 구조 시스템의 기하학적 환경에 따라 좌우되는 탄성상수이다.

다음 식(13)은 무차원 강성을 나타낸 것이다.

$$\alpha = \frac{D_x}{D}, \beta = \frac{D_y}{D}, \delta = \frac{D_1}{D}, \gamma = \frac{(D_{xy} + D_{yx})}{D} \tag{13}$$

여기서, $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 로서, 평판의 굽힘강성이다.

식(13)을 적용하면 식(11)은 다음 식과 같다.

$$V_{max} = \frac{1}{2} D \int_0^b \int_0^a [\alpha (\frac{\partial^2 W}{\partial x^2})^2 + \beta (\frac{\partial^2 W}{\partial y^2})^2 + \delta \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \gamma (\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y})^2] dx dy \tag{14}$$

주름판의 처짐함수 $W(x,y)$ 는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$W(x,y) = X_m(x) Y_n(y) \times constant \tag{15}$$

식(15)에서의 $X_m(x)$ 과 $Y_n(y)$ 는 각각 x 및 y 방향의 직교성(orthogonality)과 경계조건을 만족시키는 다항식이나 함수를 이용할 수 있는데, 이 연구에서는 보함수(beam function)를 적용한다.

보함수는 직교성으로부터 다음과 같다.

$$\int_0^a \{X_m''(x)\}^2 dx = \kappa_m^4 / a^3, \int_0^b \{Y_n''(y)\}^2 dy = b \int_0^b \{Y_n''(y)\}^2 dy = \kappa_n^4 / b^3, \int_0^a \{X_m(x)\}^2 dx = a \tag{16}$$

Rayleigh 법을 이용하여, 식(16)을 고려하고 식(15)를 식(12)와 식(14)에 대입하면, 다음 식(17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha \kappa_m^4 + \beta (a/b)^4 \kappa_n^4 + \delta (a/b)^2 E_{mnn} F_{nn} + \gamma (a/b)^2 G_{mnn} H_{nn} = (4\pi^2 \rho t a^4 / D) f_{mnn}^2 \tag{17}$$

여기서,

$$E_{mnn} = a \int_0^a X_m''(x) X_m(x) dx, F_{nn} = b \int_0^b Y_n''(y) Y_n(y) dy, G_{mnn} = a \int_0^a \{X_m'(x)\}^2 dx, H_{nn} = b \int_0^b \{Y_n'(y)\}^2 dy \tag{18}$$

또한, (a/b) 는 주름판의 형상비(aspect ratio)이고, κ_m, κ_n 은 각각 x, y 방향의 경계조건에 따른 보함수의 파수(wave numbers), f_{mnn} 은 주름판의 고유진동수(natural frequencies)이다.

앞서 언급한 바와 같이, 기하학적 특성과 기본가정 그리고 등가의 개념만을 고려한 주름판의 강성은 엄밀성 차원에서 실제거동과 큰 오차를 나타낼 수 있고, 유한요소 해석에 의한 방법으로도 강성을 직접 해석할 수 없다. 따라서 이 연구에서는 임의로 선정한 경계조건에 대하여 진동수를 주름각별로 유한요소 해석(ANSYS)으로 구한 다음, 이들 진동수들을 이용하여 강성을 역산정하고, 그 결과를 앞서 해석한 강성 결정식에 보정계수로서 적용하여 합리적인 엄밀강성 결정식을 마련하고자 시도한다.

즉, 임의로 선정한 하나의 경계조건을 갖는 주름판에 대하여 유한요소 해석으로 4개의 고유진동수 f_{mnn} 을 구한 후, 이에 대응하는 $X_m(x)$ 와 $Y_n(y)$ 에 대한 미적분을 행하고 식(17)에 적용, 4차 연립방정식을 통해 $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ 를 구함으로써, 다음 식(19)에 의해 주름판의 엄밀강성을 위한 보정계수는 결정될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (D_x)_{theoretical} C_x &= (D_x)_{FEM} \\
 (D_y)_{theoretical} C_y &= (D_y)_{FEM} \\
 (D_{xy})_{theoretical} C_{xy} &= (D_{xy})_{FEM}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

여기서, C_x, C_y, C_{xy} 는 각각 x, y 면에 대한 굽힘강성과 비틀림강성의 보정계수이다. $(D_{xy})_{theoretical}$ 는 해석적으로는 $D_{xy} \neq D_{yx}$ 이지만 Betti의 정리를 고려하여 D_{xy} 와 D_{yx} 의 평균치를 적용한다.

이 연구에서 적용한 경계조건은 각각 $x=0$ 와 $y=0$ 에서 고정, $x=a$ 와 $y=b$ 에서 자유이고, 이에 대한 사다리꼴형 주름판의 주름각(θ)에 따른 강성 보정계수식은 커브피팅(curve fitting)을 통하여 다음과 같이 마련된다.

$$\begin{aligned}
 C_x &= 1 - 0.051\theta + 0.025\theta^2 - 0.119\theta^3 \\
 C_y &= 1 - 0.264\theta + 0.002\theta^2 - 0.035\theta^3 \\
 C_{xy} &= 1 + 0.065\theta - 0.231\theta^2 + 0.242\theta^3
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

2.3 진동해석

이 연구에서의 주름판에 대한 진동해석은 Ritz 법을 이용하여 전개한다.

주름판의 처짐함수는 다음과 같이 가정한다.

$$W(x,y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y)
 \tag{21}$$

다음의 최소전에너지원리(minimum total energy principle)를 도입한다.

$$\frac{\partial V}{\partial A_{kl}} - \frac{\partial T}{\partial A_{kl}} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, M, \quad l = 1, 2, \dots, N)
 \tag{22}$$

다음 식(23)은 식(21)을 식(12)와 식(14)에 대입하고 식(22)에 적용한 결과이다. 여기서, $\alpha^e, \beta^e, \delta^e, \gamma^e$ 는 보정계수를 적용한 엄밀강성 $D_x^e, D_y^e, D_{xy}^e, 2D_{xy}^e$ 를 각각 D 로 나눈 새로운 무차원 강성이다. 또한,

$$\begin{aligned}
 D \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \int_0^b \int_0^a [\alpha^e X_m'' X_k'' Y_n Y_l + \beta^e X_m X_k Y_n'' Y_l'' + \delta^e / 2 (X_m'' X_k Y_n Y_l'' + X_m X_k'' Y_n'' Y_l) + \gamma^e X_m' X_k' Y_n' Y_l'] dx dy \\
 - \rho t \omega^2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \int_0^b \int_0^a (X_m X_k Y_n Y_l) dx dy = 0
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

$m = k, n = l$ 인 경우의 식(16)과 더불어 $m \neq k, n \neq l$ 의 경우, 직교성으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \int_0^a X_m X_k dx &= \int_0^a X_m'' X_k'' dx = 0 \\
 \int_0^b Y_n Y_l dy &= \int_0^b Y_n'' Y_l'' dy = 0
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$m = k, n = l$ 인 경우의 식(18)과 같이 $m \neq k, n \neq l$ 의 경우도 다음과 같이 놓는다.

$$\begin{aligned}
 E_{mk} &= a \int_0^a X_m X_k'' dx, \quad E_{km} = a \int_0^a X_m'' X_k X_k dx \\
 F_{nl} &= b \int_0^b Y_n Y_l'' dy, \quad F_{ln} = b \int_0^b Y_n'' Y_l Y_l dy \\
 G_{mk} &= a \int_0^a X_m' X_k' dx, \quad H_{nl} = b \int_0^b Y_n' Y_l' dy
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

위 식들을 식(23)에 적용하면 다음과 같은 고유치 문제(eigenvalue problem)가 된다.

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [S_{mn}^{kl} - \lambda^2 \delta_{mn}] A_{mn} &= 0 \\
 (k &= 1, 2, \dots, M; \quad l = 1, 2, \dots, N)
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

여기서, $\lambda^2 = \rho t \omega^2 a^4 / D$
 $\delta_{mn} = 1$ ($m = k$ 와 $n = l$), $\delta_{mn} = 0$ ($m \neq k$ 또는 $n \neq l$)

1) $m = k$ 와 $n = l$ 인 경우

$$\begin{aligned}
 S_{mn}^{kl} &= \alpha^e \kappa_m^4 + \beta^e (a/b)^4 \kappa_n^4 + \delta^e (a/b)^2 E_{mm} F_{nn} \\
 &\quad + \gamma^e (a/b)^2 G_{mm} H_{nn}
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

2) $m \neq k$ 또는 $n \neq l$ 인 경우

$$\begin{aligned}
 S_{mn}^{kl} &= \delta^e / 2 (a/b)^2 (E_{km} F_{nl} + E_{mk} F_{ln}) \\
 &\quad + \gamma^e (a/b)^2 G_{mk} H_{nl}
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

① $m = k$ 이면,

$$E_{mk}, E_{km} \Rightarrow E_{mm}, \quad G_{mk} \Rightarrow G_{mm}$$

② $n = l$ 이면,

$$F_{nl}, F_{ln} \Rightarrow F_{nn}, \quad H_{nl} \Rightarrow H_{nn}$$

3. 해석결과 및 고찰

앞서 언급한 바와 같이 주름판은 평판을 주름잡아줌으로써, 평판과 큰 차이가 없는 D_x 나 D_{xy} 에 비하여, 특히 y 면의 강성 D_y 을 상당히 증대시킨 것이다. 즉, 주름판은 y 면의 강성 D_y 에 따라 정적이나 동적 거동에 있어 그 영향은 상당히 크기 때문에 이에 주목할 필요가 있다.

Fig. 4에 나타낸 바와 같이, 사다리꼴형 주름판의 이론적 강성 D_x 와 D_y 의 보정계수 C_x 와 C_y 는 주름각(θ)이 증가함에 따라 서서히 작아지면서 90° 에 이르러서는 거의 50%까지도 작아지는 것을 알 수 있다. 반면에 D_{xy} 의 보정계수 C_{xy} 는 주름각이 증가함에 따라 커짐을 알 수 있다.

이러한 결과로 볼 때, 이 연구에서의 이론적 강성 D_y 는 주름각이 커짐에 따라 실제거동보다도 더욱 큰 값을 나타내는 것으로 예측되며, 따라서 보정계

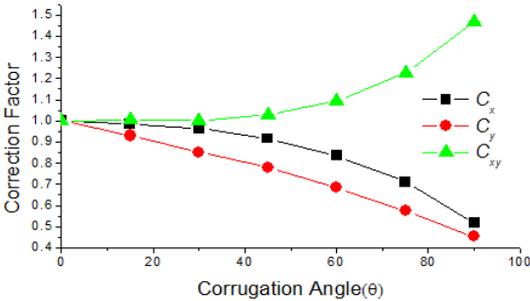


Fig. 4 Correction factors according to corrugation angles of corrugated plate

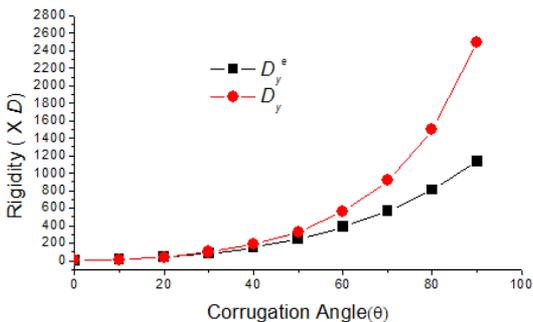


Fig. 5 Theoretical flexural rigidity(D_y) vs. exact flexural rigidity(D_y^e)

수를 통한 실용적 엄밀강성이 요구된다.

Fig. 5는 주름판의 주름각에 따른 y 면의 이론적 굽힘강성 D_y 와 보정계수를 적용한 y 면의 엄밀 굽힘강성 D_y^e 를 그래프로 나타낸 것이다. 주름각이 커짐에 따라 둘 차이가 매우 커짐을 알 수 있다. 여기서, $a = 1000$ mm, $t = 2$ mm, $m_c = 1$, 주름수 $n_c = 10$ 개이다.

이 연구에서는 이러한 보정계수에 의한 엄밀강성을 주름판의 진동해석에 적용하여 그 동적 거동을 살펴보았다. 이를 위하여 Ritz 법을 도입, 주름판에서 가능한 36개의 경계조건을 만족시키는 진동해석을 하고 비주열베이직 언어를 이용하여 프로그래밍을 하였다.

이와 같은 주름판의 엄밀강성을 적용한 진동해석 결과는 무작위로 선정한 임의의 경계조건에 대하여 유한요소해석(ANSYS)한 결과와 비교함으로써 그 타당성을 검증하였다.

Table 1은 $a/b = 1$, $a = 1000$ mm, $t = 2$ mm이고, $m_c = 1$, $\theta = 30^\circ$ 와 45° , 주름수 $n_c = 10$ 개, 재료물성치 $\rho = 7852$ kg/m³, $E = 200$ 000 MPa, $\nu = 0.3$ 인 주름판의 임의의 경계조건에 대하여 진동해석한 결과와 유한요소 해석한 결과로, 4차까지의 고유진동수를 나타낸 것이다. 여기서, 가령 F-F&C-F는, 자유(free), 단순지지(simply support), 고정(clamp)의 경계조건을 이니셜로 표기한 것으로, 각각 $x=0$ 와 a 에서 F 와 F , $y=0$ 와 b 에서 C 와 F 의 경계조건을 나타낸다.

그 결과, 이 연구에서의 결과와 유한요소 해석 결과와의 오차는 대부분 2%대 이내로 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

그 밖의 경계조건 및 주름각에 대해서도, 이 연구에서의 이론과 유한요소 해석의 결과는 매우 잘 일치함을 알 수 있었다.

Fig. 6은 재료물성 등 앞서의 조건에 맞추어 F-F&C-C, C-C&C-C 경계조건의 주름각(θ)에 따른 기본진동수를 나타낸 것이다. $\theta = 0^\circ$, 즉 평판인 경우의 기본진동수는 각각 10.829 Hz, 17.5 Hz로 비교적 큰 차이를 보이고 있지만, 사다리꼴형 주름판의 경우는 $\theta = 10^\circ$ 인 경우의 34.629 Hz, 37.249 Hz를 시작으로, $\theta = 20^\circ$ 부터는 거의 차이를 나타내지 않고 있다. 이것은 주름판의 경우, 주름각이 커짐에 따라 주름잡은 목적대로 y 면의 강성만 증대하는 것으로서, x 방향 경계조건(F-F, C-C)의 영향은 거의 받지 않는 동적 거동을 하고 있음을 알 수 있다.

Table 1 Results of vibration analysis

Boundary condition	θ (°)	f_i	Theoretical frequencies(Hz)	FEM(ANSYS) frequencies(Hz)	Relative error(%)
C-F&C-F	30	1	15.896	15.879	0.1
		2	19.950	20.197	1.2
		3	34.266	34.774	1.5
		4	59.738	60.426	1.2
	45	1	24.125	24.191	0.3
		2	26.848	27.375	1.9
		3	37.662	38.777	2.9
		4	59.465	60.966	2.5
F-F&C-F	30	1	15.598	15.550	0.3
		2	16.214	16.255	0.3
		3	20.718	21.028	1.5
		4	34.997	35.495	1.4
	45	1	23.923	23.937	0.1
		2	24.379	24.547	0.7
		3	27.491	28.167	2.5
		4	38.438	39.627	3.1
F-F&S-S	30	1	0	0	0
		2	43.779	43.468	0.7
		3	44.273	44.314	0.1
		4	47.074	48.351	2.7
	45	1	0	0	0
		2	67.150	66.860	0.4
		3	67.509	67.751	0.4
		4	69.380	71.633	3.2
S-F&C-C	30	1	99.324	97.443	1.9
		2	100.19	98.725	1.5
		3	103.77	103.73	0.0
		4	113.65	114.89	1.1
	45	1	152.28	148.76	2.3
		2	152.85	150.89	1.3
		3	155.09	156.88	1.2
		4	164.25	168.70	2.7

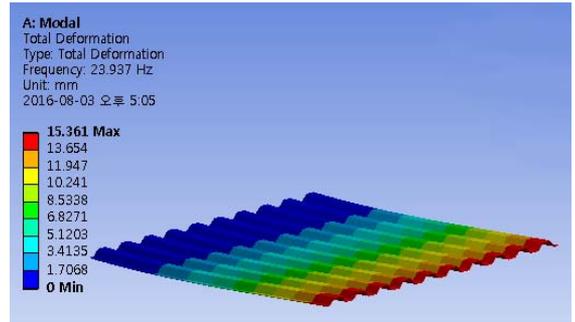


Fig. 7 Modal analysis result by FEM(ANSYS)

을 수 있기 때문에, 이를 보완하기 위한 조치가 요구됨으로써, 이론적 강성의 실용적 엄밀강성을 위한 보정계수를 도입하고 진동해석을 하였다. 그 결과, Table 1에 나타난 바와 같이 상당히 만족할만한 결과를 가져옴으로써 그 타당성을 검증하였다.

따라서 이 연구를 통하여, 사다리꼴형 주름판에 대한 엄밀강성이 제시되고 임의의 경계조건에 대한 진동해석 프로그램이 완성됨으로써, 주름판의 실용적이고 효율적인 정적 및 동적 설계데이터 추출이 용이하게 되었다.

4. 결론

이 연구에서는 Kirchhoff 판이론과 Ritz 법을 기반으로 하여 사다리꼴형 주름판의 강성과 자유진동 해석을 하였다. 그 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 기하학적 특성과 기본가정 그리고 등가의 개념만을 고려한 주름판의 강성은 엄밀성 차원에서 실제 거동과 큰 차이를 나타낼 수 있다.
- (2) 이론적 강성을 보완할 수 있는 보정계수를 도입하여 실용적인 엄밀강성을 제시하였다.
- (3) 보정된 엄밀강성을 진동해석에 적용함으로써 주름판에서 가능한 임의의 경계조건을 만족시키는 해석 프로그램을 완성하였다.
- (4) 이 연구에서의 엄밀강성 및 진동해석프로그램을 통하여 주름판의 실용적이고 효율적인 정적 및 동적 설계데이터 추출이 가능해졌다.

References

(1) Chen, F. H. K. and Carne, T. G., 1979, Vibration

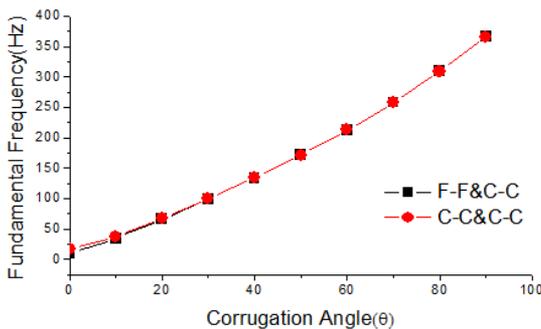


Fig. 6 Fundamental frequencies according to corrugation angles of corrugated plate

Fig. 7은 FEM(ANSYS)에 의한 결과의 한 예로서, $\theta = 45^\circ$ 일 때의 외팔판, 즉 F-F&C-F에 대한 1차 진동해석 결과를 나타낸 것이다.

이 연구에서의 주름판에 대한 이론적 강성은 엄밀성 차원에서 실제 값과 차이가 있는 결과를 가져

Analysis of Corrugation-stiffened Panels, SAE Transactions, Vol. 87, No. 2, pp. 1705~1717.

(2) Seydel, E. B., 1931, Schubknickversuche Mit Wellblechtafeln (Tangential Stress Experiments on Corrugated Steel Panels), Jahrbuch d. Deutsch. Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V. München und Berlin, pp. 233~235.

(3) Fung, Y. C., 1962, On Corrugation-stiffened Panels, Calif. Inst. Tech. GA.

(4) Kinloch, H., 1967, An Experimental and Theoretical Investigation of Orthotropic Plate Structure, Symposium at Swansea, pp. 213~299.

(5) Perel, D., 1976, The General Instability of Infinitely Long Trapezoidally Corrugated Plates Under Shear, Requirement Thesis for the Degree of Ph.D. Syracuse Univ.

(6) Briassoulis, D., 1986, Equivalent Orthotropic Properties of Corrugated Sheets, Computers & Structures, Vol. 23, No. 2, pp. 129~138.

(7) Peng, L. X., Liew, K. M. and Kitipornchai, S., 2007, Analysis of Stiffened Corrugated Plates Based on the FSDT Via the Mesh-free Method, Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 49, No. 3, pp. 364~378.

(8) Liew, K. M., Peng, L. X. and Kitipornchai, S., 2009, Vibration Analysis of Corrugated Reissner-Mindlin Plates Using a Mesh-free Galerkin Method, Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 51, No. 9-10, pp. 642~652.

(9) Samanta, A. and Mukhopadhyay, M., 1999, Finite Element Static and Dynamic Analyses of Folded Plates, Engineering Structures, Vol. 21, No. 3, pp. 277~287.

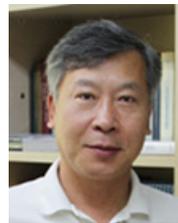
(10) Haldar, S. and Sheikh, A. H., 2011, Bending Analysis of Composite Folded Plates by Finite Element Method, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.

47, No. 4, pp.477~485.

(11) Lee, S. Y., Wooh, S. C. and Yhim, S. S., 2004, Dynamic Behavior of Folded Composite Plates Analyzed by the Third Order Plate Theory, Int. J. of Solids and Structures, Vol. 41, No. 7, pp. 1879~1892.

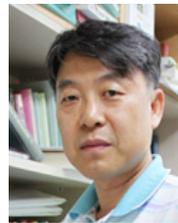
(12) Jung, K. and Kim, Y.-W., 2014, Vibration Analysis of Trapezoidal Corrugated Plates with Stiffeners and Lumped Masses, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 5, pp. 414~420.

(13) Park, K.-J., Jung, K. and Kim, Y.-W., 2016, Evaluation of Homogenized Effective Properties for Corrugated Composite Panels, Composite Structures, Vol. 140, pp. 644~654.



Kang Jung received his Ph.D. degree from Hongik University in 1990. He is a professor of department of mechanical design engineering, Chonnam National University. His research interest includes the structural vibration,

fracture behavior.



Young-Wann Kim received his Ph.D. degree from Chungnam National University in 1997. He is a professor of department of mechanical design engineering, Chonnam National University. His research interest includes the structural dynamics & vibration, FSI problems.