

# 모드 연성을 수반하는 분할 모형의 비틀림 감쇠비 추정

김유일<sup>1,†</sup>, 박성건<sup>2</sup>  
인하대학교 공과대학 조선해양공학과  
대우조선해양 중앙연구소<sup>2</sup>

## Torsional Damping Estimation of a Segmented Hull Model with Modal Coupling

Yooil Kim<sup>1,†</sup>, Sung-Gun Park<sup>2</sup>  
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, INHA University<sup>1</sup>  
DSME R&D Institute, Daewoo Shipbuilding and Marine Engineering, Co., Ltd.<sup>2</sup>

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The identification of modal damping of a segmented hull model with torsional response is difficult task due to the coupling of modal response. This is because the 1st and 2nd torsional vibration modes are closely spaced in frequency domain leading to the situation that the modal decomposition is difficult to achieve by simple band-pass filter. Present study applied several different modal decomposition methods to derive the damping ratio of different modes. The modal decomposition methods considered in this study are simple band-pass filter, Hilbert vibration decomposition, Wavelet transform and proper orthogonal decomposition. Coupled free decay signal obtained from the torsional hammering test on a segmented hull model was processed with four different methods and the derived damping ratios were compared with each other. Discussions also have been made on the pros and cons of the different methodologies.

**Keywords** : Damping ratio(감쇠비), Band-pass filter(대역필터), Wavelet transform(웨이블릿 변환), Hilbert vibration decomposition(힐버트 진동분해), Proper orthogonal decomposition(적합 직교분해)

### 1. 서론

유탄성 응답하는 선박의 건전한 구조설계에 있어 감쇠비의 영향은 매우 중요한 것으로 받아들여지고 있다. 이는 스프링잉 현상이 지속적인 파랑하중에 의해 기진되는 공진에 기인하는 것으로, 고유진동수 근처에서 발생하는 구조물의 응답의 크기가 시스템에 작용하는 감쇠비에 크게 영향을 받기 때문이다. 일반적으로 중공함 진동의 경우에는 감쇠계수의 범위가 대략 임계감쇠계수의 1~2% 정도인 것으로 알려져 있으나, 비틀림 진동의 경우에는 선종 별로 차이를 보이는 것으로 추정되고 있으며 컨테이너 선박의 경우 적재된 컨테이너와 주변 구조물 간에 발생하는 마찰 등과 같은 기계적인 에너지 소산 메커니즘으로 인해 상대적으로 감쇠의 효과가 큰 것으로 추정되고 있다.

비틀림 진동에 대한 감쇠비의 추정은 실선 계측 데이터의 분석 등을 통하여 추정이 가능하나 컨테이너 선박의 비틀림 진동에서 자주 발견되는 모드간의 연성효과로 인해 이에 대한 분석 작업이 매우 까다롭다. 분할 모형의 감쇠비를 얻기 위해서는 정수 혹은 특정 속도로 견인되는 분할 모형에 해머링 하중을 가하여 자유 감쇠 신호를 얻고 이를 적절한 방법으로 신호 처리함으로써 가능하다. 그러나, 비틀림 진동에 대한 자유 감쇠신호의 경우 1차 및 2차 비틀림 모드의 고유진동수가 상호 근접하여 존재함으로써 인해 단순한 대역 필터링을 통해 모드를 분해하기 힘든 상황이 발생하게 된다. 대역 필터링을 통해 분해된 신호의 감쇠특성은 대역 필터의 특성에 따라 민감하게 반응함으로써 인해 정확한 감쇠비의 추정을 어렵게 하는 요인이 된다.

모드간 연성이 발생하는 다자유도계의 감쇠비를 정확히 추정하기 위해 연성된 모드를 분해하는 다양한 모드 분해 기법이

시도되었다. 주파수 연성이 존재하는 신호의 모드를 분해하기 위해 웨이블릿 변환(wavelet transform)을 이용하여 해석 대상 신호를 시간-주파수 영역으로 변환하여 모달 파라미터를 도출하는 기법이 Staeszewski and Cooper (1995)에 의해 최초로 시도되었다. Staeszewski (1997)는 후에 근사 점근 기법을 활용하여 시스템의 충격응답함수를 모이렛 웨이블릿 변환한 후 댐핑 계수, 고유 진동수 등과 같은 시스템의 모달 파라미터를 도출하였다. 이러한 시스템 식별법은 교량 구조물 (Ruzzene, et al., 1997), 항공기 (Staeszewski & Cooper, 1995), 고층 빌딩 구조물 (Lardies & Gouttebroze, 2002)의 동적 특성 분석에 성공적으로 적용되었다. 한편, 해석 대상 신호의 시간-주파수 영역에서의 분석은 힐버트 변환(Hilbert transform)을 통해서도 가능하며 이러한 시도는 Huang, et al. (1998)에 의해 제안된 경험적 모드분해(EMD, Empirical Mode Decomposition)가 도입된 후로 활발히 진행되었다. 힐버트-황 변환(HHT, Hilbert-Huang Transform)에서는 주어진 신호를 EMD를 이용하여 고유 모드함수(IMF, Intrinsic Mode Function)로 일컬어지는 IMF로 분해한 후, 각각의 IMF를 힐버트 변환함으로써 신호에 대한 정보를 추출하는 과정을 거치게 된다. Feldman (2011)은 이론적 배경이 부족한 EMD의 단점을 극복하고 이를 통해 HHT의 성능을 향상시키기 위해 힐버트 진동분해(HVD, Hilbert Vibration Decomposition)를 제안하였다. 3차 다항식으로 근사한 신호의 포락선(envelope)을 이용하여 모드를 분해하는 EMD와 달리 HVD에서는 힐버트 변환을 통해 얻어진 순간 주파수(instantaneous frequency)를 저주파 대역필터를 통해 필터링하여 저주파 신호에 대한 순간 주파수정보를 얻고 이를 모드 분해에 적용한다.

특정 위치에서 계측된 신호의 시간이력을 직접 모드 분해하는 상기의 방법과 달리 여러 위치에서 계측된 신호의 정보를 조합하여 진동하는 구조물의 모드 형상을 식별하고 이를 통해 모드를 분해하는 방법으로 적합 직교분해(POD, Proper Orthogonal Decomposition)가 널리 적용되고 있다. POD는 계측된 데이터의 통계적 특성에 기반한 자유도 축소 기법의 일종으로 계측 신호의 공간 코히어런스 행렬(spatial coherence matrix)의 고유 벡터가 진동하는 구조물의 고유모드의 근사치가 되는 원리에 기반을 두고 있다. POD는 유동장 내부의 난류의 공간 분포에 대한 분석을 위해 최초로 적용되었으며 (Lumley, 1970) 후에 진동하는 구조물의 모드형상 추출에 확대 적용되었다 (Feeny & Kappagantu, 1998; Feeny, 2002; Mariani & Dessi, 2012; Kim, et al., 2015).

본 연구에서는 대형 컨테이너 선박의 분할 모형에 대한 접수 해머링 시험 결과를 신호 처리하여 비틀림 모드에 대한 접수 감쇠비를 추정하고자 하였다. 1차 및 2차 비틀림 모드 간의 연성 문제를 극복하기 위해 비틀림 모멘트의 시계열을 대역필터링, 웨이블릿 변환, HVD, POD 등의 기법을 적용하여 모드 분해하고 분해된 신호의 포락선의 감소 특성을 이용하여 감쇠비를 구하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 대역필터 (band-pass filter)

Fig. 1은 주파수 영역에서 표현된 대역필터의 형상과 파라미터를 나타낸 그림이다.

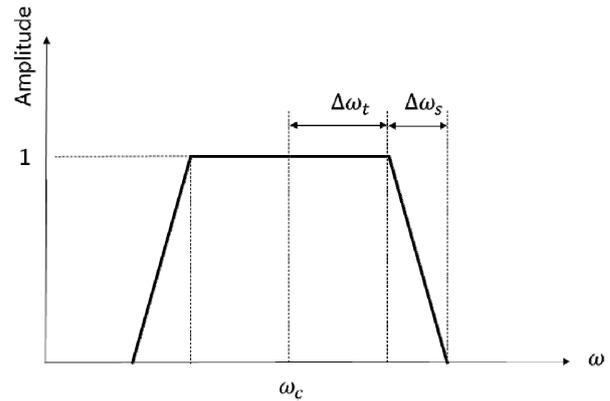


Fig. 1 Band-pass filter and its parameters

인접 모드 간의 중첩이 발생하는 경우 에너지 중첩 구간의 분해를 위해 경사 구간을 두어 적절한 분해가 가능토록 하는 것이 일반적인 필터의 설계이다. 대역필터는 주파수 영역에서 식 (1)과 같이 표현된다.

$$H(\omega) = \begin{cases} 0 \text{ to } 1, & \omega_c - \Delta\omega_t - \Delta\omega_s \leq \omega < \omega_c - \Delta\omega_t \\ 1, & \omega_c - \Delta\omega_t \leq \omega < \omega_c + \Delta\omega_t \\ 1 \text{ to } 0, & \omega_c + \Delta\omega_t \leq \omega < \omega_c + \Delta\omega_t + \Delta\omega_s \end{cases} \quad (1)$$

주어진 신호  $f(t)$ 를 식 (1)의 대역필터로 필터링하기 위해서는, 식 (2)에 보인 바와 같이 주어진 신호  $f(t)$ 를 푸리에 변환한 후 대역필터  $H(\omega)$ 로 윈도우 처리하고 다시 역푸리에 변환을 하는 과정을 거쳐 이루어진다.

$$\tilde{f}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)H(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

대역필터를 역푸리에 변환하면 시간영역에서의 충격응답함수가 되며  $\Delta\omega_s = 0$ 인 경우 대역필터의 충격응답함수는 식 (3)의 형태로 주어진다.

$$h(t) = \frac{\sin(\omega_c + \Delta\omega_t)t}{\pi t} - \frac{\sin(\omega_c - \Delta\omega_t)t}{\pi t} \quad (3)$$

시간영역에서의 대역필터링은 식 (4)에 보인 바와 같이

주어진 신호와 충격응답함수간의 컨볼루션 적분으로 표현이 가능하다.

$$\tilde{f}(t) = \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (4)$$

### 2.2 웨이블릿 변환 (wavelet transform)

웨이블릿 변환은 시간 및 주파수 축에서의 기저함수의 이동이 연속으로 발생하는 연속 웨이블릿 변환과, 기저함수 간의 직교성을 보장하기 위해 기저함수의 이동이 이산적으로 발생하는 이산 웨이블릿 변환으로 구분된다. 본 연구에서는 연속 웨이블릿 변환 기법을 적용하여 감쇠비 도출을 시도하였는데 이는 다자유도계의 감쇠비와 연속 웨이블릿 변환의 결과로 도출되는 웨이블릿 스칼로그래프(scalogram) 상관관계가 잘 정립되어 있기 때문이다.

웨이블릿 변환은 주어진 신호를 시간-주파수 영역에 전개된 기저함수들의 급수로 표현하기 위해 신호와 기저함수간의 내적을 수행하는 과정을 일컫는 것으로 식 (5)와 같이 표현된다. 이는 푸리에 변환이 주어진 신호를 전 시간대에 동일한 크기로 전개된 다양한 주파수를 가지는 삼각함수에 투영하는 과정으로 정의되는 것과 매우 흡사한 개념으로, 다만 신호를 투영하는 기저함수의 크기가 가우시안 함수 등의 형상을 갖는 포락선에 의해 변화한다는 점에서 차이를 갖는다. 이는 특정 시간대에 푸리에 변환을 수행하는 단기 푸리에 변환(short time Fourier transform)과 매우 흡사한 개념이나, 시간 및 주파수 축에 대한 분해능을 최적화할 수 있다는 측면에서 단기 푸리에 변환과 큰 차이를 가진다.

$$W_{\psi}(a,b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{a,b}(t)dt \quad (5)$$

여기서,  $\psi_{a,b}(t)$ 는 팽창 파라미터(dilation parameter)  $a$ 와 이동 파라미터(translation parameter)  $b$ 에 따라 결정되는 복소 웨이블릿 기저함수를 나타내며 이는 모 웨이블릿 함수,  $\psi(t)$ 에 따라 식 (6)에 의해 결정된다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (6)$$

감쇠비  $\zeta$ 를 가지는 자유감쇠 복소해석 신호가 주어지는 경우 이를 모어렛 웨이블릿 변환한 후 고유진동수 부근에서 테일러 전개를 통한 점근 근사를 수행하면 식 (7)과 같이 웨이블릿 스칼로그래프의 크기와 감쇠비의 상관관계를 도출할 수 있다 (Kim & Park, 2013).

$$\ln |W_{\psi}(a_0,b)| \approx -\zeta\omega_n b + C \quad (7)$$

### 2.3 힐버트 진동 분해 - HVD

HVD는 EMD가 갖는 모드분해의 단점을 극복하기 위해 개발된 모드 분해 기법으로 힐버트 변환 및 동기 탐색(synchronous detection)을 통해 큰 에너지를 갖는 신호를 우선적으로 선별해 내는 모드 분해법이다. 해석 대상 신호는 식(8)과 같이 포락선이 각각  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$ 인 ( $a_1(t) \gg a_2(t)$ ) 두 개의 복소 단위신호의 합으로 표현이 가능하고, 이때 각 단위신호는 그 주파수가 시간에 따라 변화하는 비정상(non-stationary) 신호일 수 있다.

$$f(t) = a_1(t)e^{i\theta_1(t)} + a_2(t)e^{i\theta_2(t)} = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (8)$$

여기서,  $\theta_i(t) = \int_0^t \omega_i(\tau)d\tau$ 로 신호의 위상각을 나타내며, 단위신호가 정상신호인 경우  $\theta_i(t) = \omega_i t$ 로 단순화 된다. 이때 식 (8)은 다시 식 (9)와 같은 형태로 표현이 가능하다.

$$f(t) = a_1(t)e^{i\omega_1 t} + a_2(t)e^{i\omega_2 t} = a(t)e^{i\int_0^t \omega(\tau)d\tau} \quad (9)$$

합성 신호의 순간 진폭,  $a(t)$  및 순간 주파수  $\omega(t)$ 는 주어진 신호를 힐버트 변환하여 얻을 수 있으며 (Feldmann, 2011; Kim & Park, 2015) 이는 단위신호의 순간 진폭 및 순간 주파수와 식 (10) 및 식 (11)의 관계를 가진다.

$$a(t) = \sqrt{a_1^2(t) + a_2^2(t) + 2a_1(t)a_2(t)\cos(\omega_2 - \omega_1)t} \quad (10)$$

$$\omega(t) = \omega_1 + \frac{[\omega_2 - \omega_1] [a_2^2(t) + 2a_1(t)a_2(t)\cos(\omega_2 - \omega_1)t]}{a^2(t)} \quad (11)$$

식 (11)의 두번째 항은  $\omega_1$ 을 중심으로 진동하는 성분으로 한 주기 동안의 적분 값은 0이 되고 이를 통해 첫 번째 신호의 주파수  $\omega_1$ 을 얻을 수 있게 된다. 다음으로는 첫 번째 신호의 포락선  $a_1(t)$ 을 얻기 위해 동기 탐색을 수행한다. 이를 위해 주어진 신호에 임의의 위상각  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 를 부가한 뒤  $\cos\omega_1 t$ 과  $\sin\omega_1 t$ 을 각각 곱하면 식 (12)와 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(t)\cos\omega_1 t &= a_1(t)\cos(\omega_1 t + \phi_1)\cos\omega_1 t \\ &\quad + a_2(t)\cos(\omega_2 t + \phi_2)\cos\omega_1 t \\ f(t)\sin\omega_1 t &= a_1(t)\cos(\omega_1 t + \phi_1)t\sin\omega_1 t \\ &\quad + a_2(t)\cos(\omega_2 t + \phi_2)\sin\omega_1 t \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에 의하면 수정된 신호  $f(t)\cos\omega_1t, f(t)\sin\omega_1t$ 의 주파수 성분은 첫 번째 신호의 포락선에 의한 저주파수 성분과 나머지 고주파수 성분으로 구분됨을 알 수 있다. 이에 기반하여 수정된 신호,  $f(t)\cos\omega_1t, f(t)\sin\omega_1t$ 를 저주파 필터를 통해 필터링하면 첫 번째 신호의 포락선  $a_1(t)$ 을 구할 수 있게 된다. HVD에 의한 모드 분해는 동기 탐색 과정에서 발생하는 근사의 정확도에 따라 그 성능이 좌우되는 것으로 혼합된 신호를 구성하는 단위신호의 포락선의 크기 차이가 클수록 우수한 성능을 발휘하며, 반대로 단위신호의 포락선 크기 차이가 크지 않을 경우에 그 정확도가 낮아지는 단점을 가진다. 특히, 혼합신호의 고주파 단위신호의 크기가 매우 작은 경우에는 국부 최대치를 정확히 판별해내지 못하는 EMD에 대비하여 상대적으로 우수한 분해성능을 보여준다.

### 2.4 적합 직교 분해 - POD

POD는 앞서 언급된 모드 분해법과 달리 다자유도계의 모드형상에 기반하여 주어진 신호의 모드를 분해하는 방법으로, 여러 개의 서로 다른 위치에서 측정된 물리량의 시계열을 필요로 한다. POD는 특정 물리량의 공간 코히어런스 행렬에 기초하는데, 먼저 진동하는 다자유도 시스템의  $M$ 개의 서로 다른 위치에서 측정된 특정 물리량에 대한 신호의 양상별 행렬을 식 (13)과 같이 정의한다.

$$X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_M] \quad (13)$$

여기서 열벡터  $x_i$ 는 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$x_i = [x_i(t_1), x_i(t_2), x_i(t_3), \dots, x_i(t_N)]^T \quad (14)$$

계측된 시스템의 응답은 다자유도 시스템의 고유모드의 선형 조합으로 표현이 가능하므로 시스템 응답 벡터의 시간이력  $x(t)$ 는 식 (15)의 형태로 주어진다.

$$x(t) = e_1(t)v_1 + e_2(t)v_2 + \dots + e_M(t)v_M \quad (15)$$

여기서,  $e_i(t)$ 는  $i$ 번째 모드의 시간변조(time modulation)를,  $v_i$ 는 해당 모드의 모드 벡터를 의미하며, 식 (13)의 양상별 행렬은 식 (16)의 형태로 변환이 가능하다.

$$X = [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)]^T \quad (16)$$

$$= [e_1v_1^T + e_2v_2^T + \dots + e_Mv_M^T]$$

행벡터  $e_i$ 는  $[e_i(t_1), e_i(t_2), \dots, e_i(t_N)]$ 로 정의된다. 공간

코히어런스 행렬  $R$ 은  $\frac{X^T X}{N}$ 으로 정의되고 여기에  $v_j$ 를 곱하면 식 (17)의 형태로 표현된다.

$$Rv_j = \frac{1}{N}X^T Xv_j \quad (17)$$

$$= \frac{1}{N}[e_1v_1^T + \dots + e_Mv_M^T]^T[e_1v_1^T + \dots + e_Mv_M^T]v_j$$

식 (17)의 우변을 고유모드의 직교성을 적용하여 단순화하면 식 (18)과 같은 형태로 표현이 가능하다.

$$Rv_j = \frac{1}{N}(v_1e_1^T e_j + v_2e_2^T e_j + \dots + v_Me_M^T e_j) \quad (18)$$

식 (18)의 우변 항 중  $M = j$ 인 경우를 제외한 모든 항은 서로 다른 모드의 시간 변조의 내적으로 계측 신호의 길이가 충분히 긴 경우 0으로 수렴하는 특성을 가진다. 이에 기반하여 식 (18)은 식 (19)의 형태로 단순화할 수 있다. 식 (19)는 다자유도 시스템의 고유모드 벡터  $v_j$ 는 공간 간섭행렬의 고유벡터와 같음을 의미한다.

$$Rv_j = \frac{1}{N}v_je_j^T e_j = \lambda v_j \quad (19)$$

식 (19)에 따라 시스템의 고유모드가 결정되면 식 (15)에 보인 응답의 고유모드 전개 및 고유모드 간의 직교성에 의해 각 모드간의 시간변조를 분리해 낼 수 있다. 시간변조의 분해는 곧 특정 위치에서 계측된 물리량의 모드 분해를 의미한다.

## 3. 감쇠비 추정

상기 언급된 4가지의 모드 분해법을 적용하여 정수 및 견인 중에 수행된 분할 모형의 접수 해머링 시험 데이터를 분석하고 모드 간의 연성이 발생하는 비틀림 응답에 대한 감쇠비를 추정하였다. 분석에 사용된 데이터는 KRISO에서 수행된 WLS II JIP의 결과이다 (Hong & Kim, 2014).

### 3.1 접수 해머링 시험 데이터

해머링 시험에 적용된 분할모형은 10,000TEU 컨테이너선박에 대한 1/60의 축척비를 가진 분할 모형이다. Fig. 2에 보인 바와 같이 선체는 6개의 블록으로 분할되었으며 실선의 고유진동수를 재현할 수 있는 강성을 가진 H형 단면을 가진 보 구조물에 의해 서로 연결되었다. 블록이 분할된 5개의 위치에서 H 단면 보의 코너 부에 3축 변형을 게이지를 설치하여 변형율을 측정하였으며 H 단면의 형상에 기반하여 해당 위치에서의 비틀림 모멘트를 도출해 내었다.

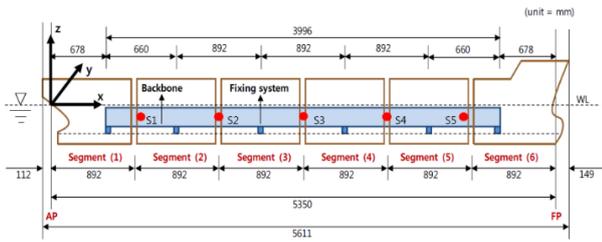
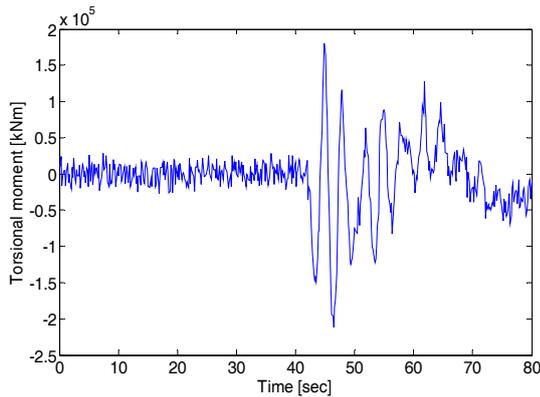
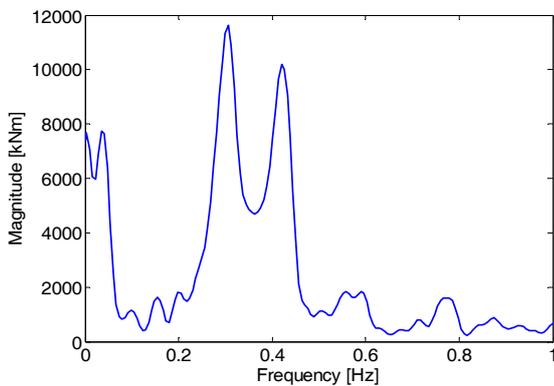


Fig. 2 Model segmentation and sensor location



(a) Time histories of torsional moment



(b) Spectral components of torsional moment

Fig. 3 Hammering test results

접수 해머링 시험은 모형의 견인을 위한 계류라인 및 전진 속도 유무에 따라 3가지 조건에서 수행되었으며, 본 논문에서는 계류라인이 있는 모형이 실선 속도 20 kts로 전진하는 조건에서 계측된 데이터를 분석 대상으로 하였다. Fig. 3은 해머링 시험을 통해 section #1에서 계측된 비틀림 모멘트의 시계열 및 푸리에 변환 결과를 나타낸다. 40 sec 부근에서 해머링 하중이 추가되었으며 해머링 하중이 가해진 이후로 크게 3가지 주파수 성분의 응답이 나타나는 것으로 분석되었다. Fig. 3(b)의 주파수 성분 분석에 따르면 0.1 Hz 이하의 저주파수 영역에서 모형의 횡동요에 따른 비틀림 응답이 관찰 되었으며, 0.3 Hz, 0.4 Hz에서 각각 1차 및 2차 비틀림 진동에 의한 비틀림이 나타났다. 횡동요에 의한 비틀림 응답은 모형의 강제 운동에 의해 야기된 성분으로 횡동요 운동과 밀접한 관계를 가지는 응답인 반면, 1차

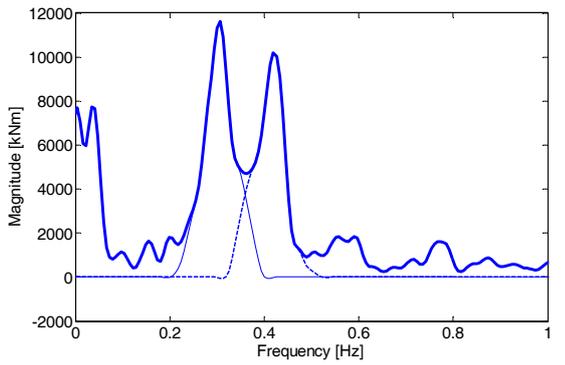
및 2차 비틀림 응답은 모형의 고유진동수 부근에서 발생하는 자유 진동응답의 결과이다. 유의할 점은 1차 및 2차 비틀림 응답의 주파수가 상당히 근접한 값을 갖는 관계로 주파수 영역에서 단순 대역필터를 통한 모드의 분할이 쉽지 않다는 점이며, 대역필터의 분기 주파수의 설정에 따라 분해된 신호의 형상이 민감하게 반응하는 문제점을 가진다.

### 3.2 대역필터를 통한 감쇠비 추정

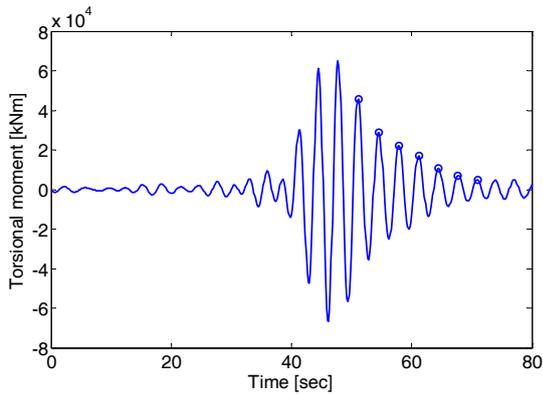
Fig. 4는 접수 해머링 시험을 통해 계측된 비틀림 모멘트를 대역필터를 적용하여 모드 분해하고 이를 다시 역푸리에 변환하여 감쇠비를 추정한 결과를 나타낸다. Fig. 4(a)는 계측된 시계열을 푸리에 변환하여 주파수 영역에서 표현한 것이며 이를 Fig. 1에 도시된 대역필터를 적용하여 필터링한 결과를 보여준다. 이때 대역필터의 파라미터는  $\omega_c = 0.3/0.42Hz$  에 대해  $\Delta\omega_i = 0.05Hz$ ,  $\Delta\omega_s = 0.05Hz$ 의 값을 가진다. Fig. 4(b) 및 Fig. 4(c)는 대역필터를 통해 필터링된 주파수 영역의 신호를 역푸리에 변환한 결과를 나타내는 그림으로, 전형적인 자유감쇠신호의 형태를 띠고 있음을 알 수 있다. Fig. 4(d)는 감쇠비를 추정하기 위해 자유감쇠신호의 국부 극치를 로그-선형 좌표계에서 선형 회귀한 결과를 나타낸다. 자유감쇠신호의 국부 극치는 로그-선형 좌표계에서 비교적 직선적으로 분포하고 있음을 확인할 수 있으며 회귀 분석된 직선의 기울기를 통해 추정된 1차 및 2차 비틀림 모드에 대한 감쇠 계수는 각각 5.86% 및 3.47%로 나타났다.

대역필터의 필터링 파라미터에 대한 민감도를 분석하기 위해 대역필터의 파라미터 중  $\Delta\omega_s$ 를 0.075 Hz로 변경하여 같은 분석을 시도하였다. Fig. 5(a)에 도시된 바와 같이  $\Delta\omega_s$ 의 변경은 대역필터의 폭이 늘어나는 효과로 나타났음을 확인할 수 있다. 그러나, 주파수 영역에서 도시된 필터링 후의 진폭의 분포 형상은 큰 차이를 보이지 않았음에도 불구하고 이를 역푸리에 변환한 시계열의 형상은 Fig. 5(b) 및 Fig. 5(c)에 보인 바와 같이 기존의 결과와 차이를 보임을 확인할 수 있다. Fig. 5(d)는 마찬가지로 로그-선형 좌표계에서 국부 극치의 감쇠 패턴과 그에 대한 선형회귀의 결과를 보여주는 것으로 국부 극치가 직선에서 상당히 이탈하여 있음을 알 수 있다. 이러한 경향은 자유감쇠신호의 감쇠패턴이 지수적이지 않음을 의미하며 이는 기존의 신호를 대역필터를 통해 필터링하는 과정에서 발생한 현상으로 선형회귀를 통해 감쇠비를 추정하는 것은 가능하나 결과 값에 대한 신뢰도가 상당히 떨어짐을 짐작할 수 있다.

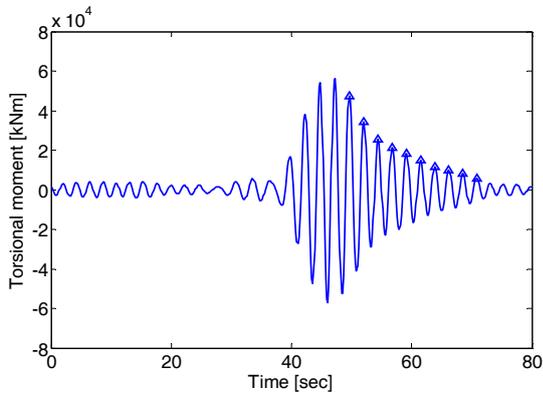
Table 1은 대역필터의 파라미터를  $\Delta\omega_i = 0.05Hz$ ,  $\Delta\omega_s = 0.05Hz$ 로 고정한 후, 서로 다른 위치에서 계측된 비틀림 모멘트를 이용하여 감쇠비를 추정한 결과를 요약한 것이다. 기대하였던 바와 달리 서로 다른 위치에서 계측된 비틀림 모멘트로부터 추정된 감쇠비 간의 편차가 비교적 크게 나타남을 확인할 수 있다.



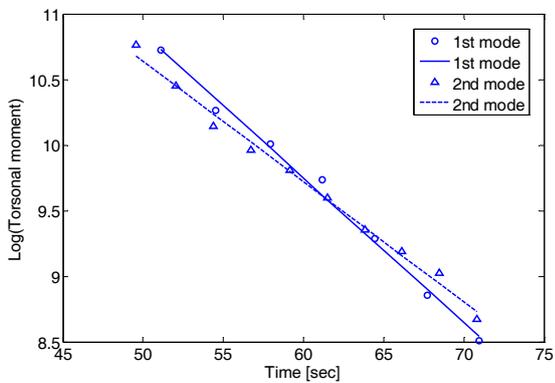
(a) Band-pass filtering



(b) Time series of 1<sup>st</sup> mode

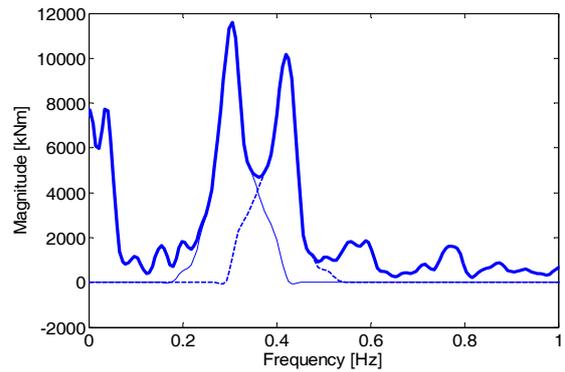


(c) Time series of 2<sup>nd</sup> mode

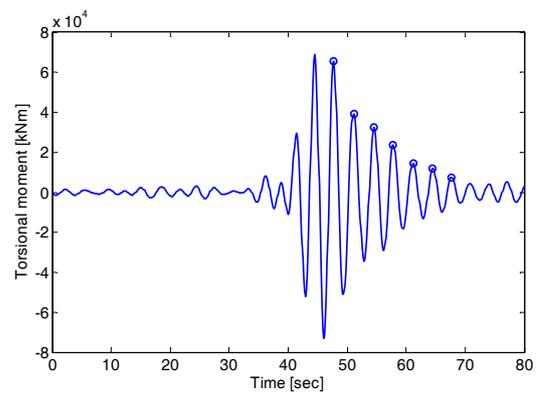


(d) Decrement of local peaks

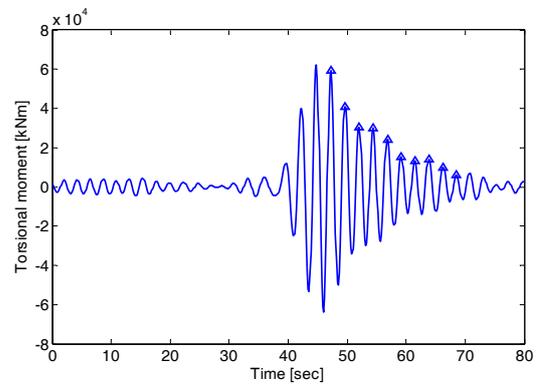
Fig. 4 Damping estimation using band-pass filter ( $\Delta\omega_t = 0.05$ ,  $\Delta\omega_s = 0.05$ , section #1)



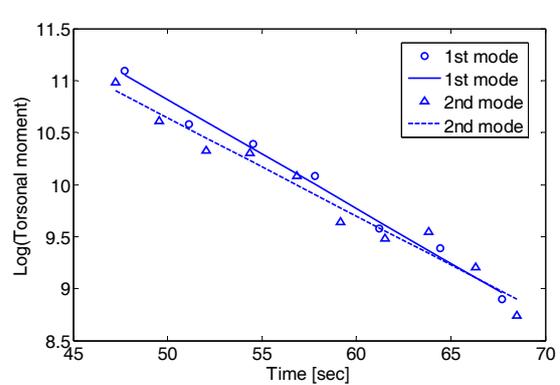
(a) Band-pass filtering



(b) Time series of 1<sup>st</sup> mode



(c) Time series of 2<sup>nd</sup> mode



(d) Decrement of local peaks

Fig. 5 Damping estimation using band-pass filter ( $\Delta\omega_t = 0.05$ ,  $\Delta\omega_s = 0.075$ , section #1)

Table 1 Estimated damping ratio w.r.t. signal locations – Bandpass filtering

| [%]                  | Section #1 | Section #2 | Section #4 |
|----------------------|------------|------------|------------|
| 1 <sup>st</sup> mode | 5.86       | 5.37       | 5.07       |
| 2 <sup>nd</sup> mode | 3.47       | 3.08       | 3.38       |

### 3.3 웨이블릿 변환을 통한 감쇠비 추정

웨이블릿 변환을 통한 감쇠비의 추정은 시간-주파수 영역에서 정의되는 스칼로그램을 기반으로 진행됨으로 인해 모드 분해에 따른 시계열의 왜곡 현상으로부터 자유로워질 수 있는 장점이 있다. Fig. 6은 Fig. 3(a)에 보인 비틀림 모멘트의 시계열을 웨이블릿 변환한 그림이다. Fig. 3(a)에 도시된 스칼로그램은 0.3Hz와 0.42Hz에 위치하는 두 개의 진동성분을 시간대역 35~70초 사이에서 명확하게 구분해내고 있음을 확인할 수 있다. 앞서 언급된 바와 같이 모드 연성된 신호의 감쇠비는 스칼로그램의 감쇠 패턴과 유관한 값으로 두 개의 고유주파수에서의 스칼로그램의 절단면의 감쇠 패턴을 통해 구할 수 있다.

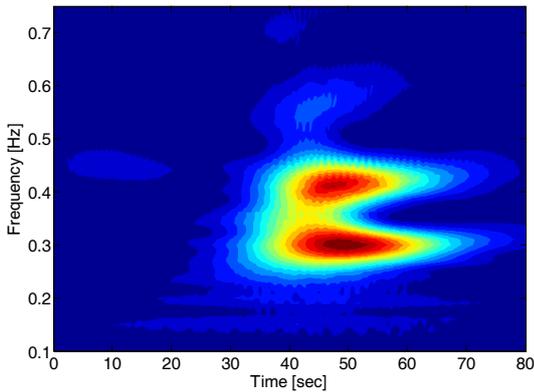
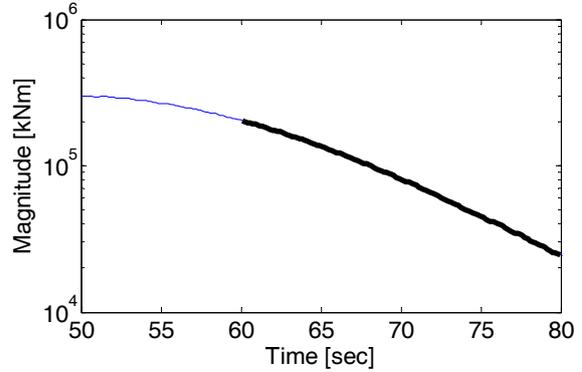


Fig. 6 Wavelet scalogram (section #1)

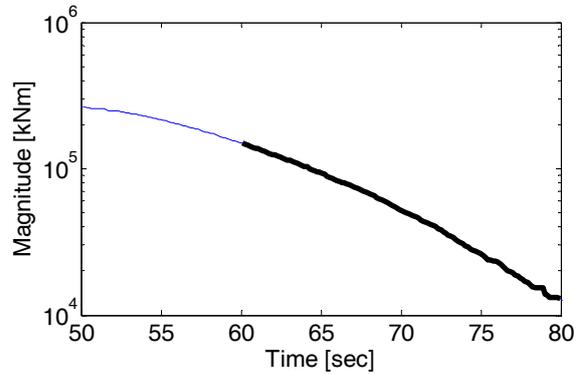
Fig. 7은 두 개의 고유주파수에서의 스칼로그램의 절단면의 형상을 도시한 그림으로 굵은 실선으로 표시된 부분을 선형회귀 분석하고 이를 통해 감쇠비를 도출하였다. 웨이블릿 변환을 통해 도출된 1차 및 2차 비틀림 모드에 대한 감쇠비는 각각 5.74% 및 4.78%로, 1차 모드의 경우 대역필터를 적용한 값과 유사하였으나 2차 모드는 상대적으로 큰 값을 예측함을 알 수 있다.

2차 모드의 경우 감쇠비의 값이 비교적 크게 예측된 것은 스칼로그램의 리지(ridge)가 시간이 경과함에 따라 약간씩 고주파 영역으로 이동함으로 인해 고정된 주파수에서의 스칼로그램의 감쇠가 비교적 급격하게 발생하였기 때문인 것으로 추정된다. Fig. 8은 스칼로그램의 리지의 변화를 나타내는 그림으로, 2차 모드의 경우 시간이 경과함에 따라 스칼로그램의 최대치가 발생하는 주파수가 점진적으로 증가하는

경향을 보여준다. 이는 2차 모드의 자유 감쇠신호가 비정상적(non-stationary)인 특성을 가지고 있음을 나타내는 결과이다.



(a) 1<sup>st</sup> mode ( $\omega_1 = 0.3Hz$ )



(b) 2<sup>nd</sup> mode ( $\omega_2 = 0.42Hz$ )

Fig. 7 Cross section of wavelet scalogram (section #1)

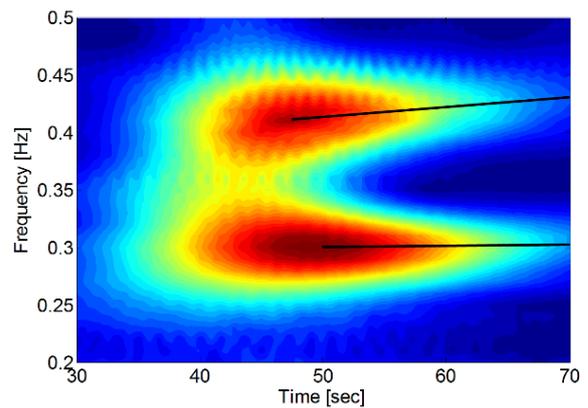
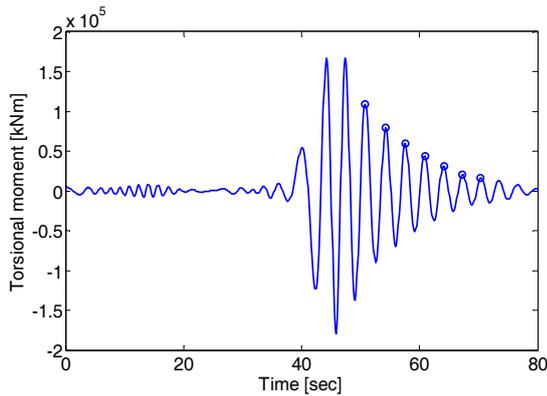
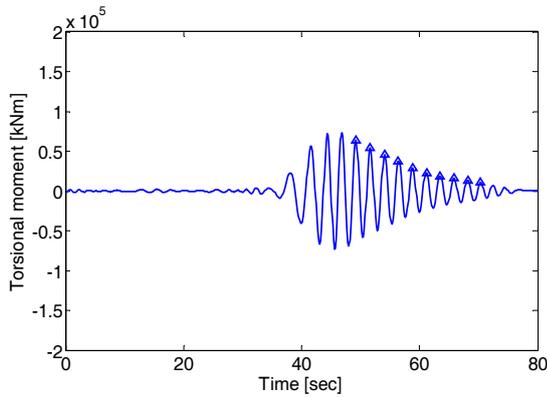


Fig. 8 Time evolution of wavelet ridges (section #1)

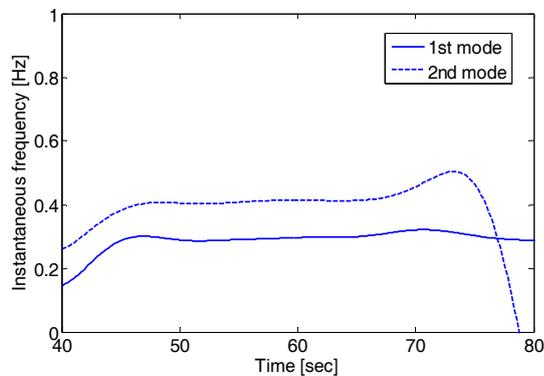
Table 2는 서로 다른 위치에서 계측된 비틀림 모멘트를 웨이블릿 변환하여 감쇠 계수를 추정한 결과를 나타낸다. 추정된 감쇠 계수의 산포도는 대역필터의 결과 대비 상대적으로 작은 것을 확인할 수 있으며, 이는 추정된 감쇠 계수의 정확도를 떠나 방법론의 일관성을 보여주는 결과라고 할 수 있다.



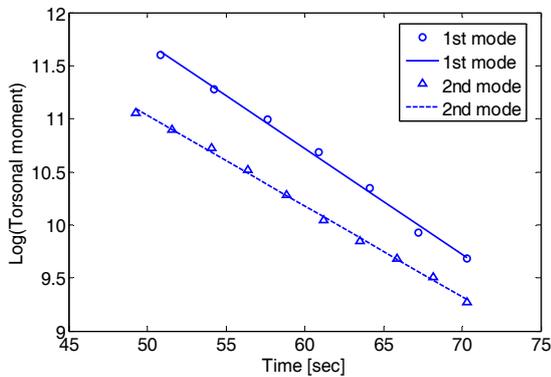
(a) Time series of 1<sup>st</sup> mode



(b) Time series of 2<sup>nd</sup> mode



(c) Instantaneous frequencies



(d) Decrement of local peaks

Fig. 9 Damping estimation using HVD (section #2)

Table 2 Estimated damping ratio w.r.t. signal locations - Wavelet transform

| [%]                  | Section #1 | Section #2 | Section #4 |
|----------------------|------------|------------|------------|
| 1 <sup>st</sup> mode | 5.74       | 5.86       | 5.81       |
| 2 <sup>nd</sup> mode | 4.78       | 4.63       | 4.91       |

### 3.4 HVD를 통한 감쇠비 추정

Fig. 9(a) 및 Fig. 9(b)는 HVD를 이용하여 주어진 신호를 모드 분해한 결과를 나타낸다. Fig. 9(c)는 분해된 신호에 대해 40~80초의 시간대에서의 순간 주파수의 시간 이력을 나타낸다. Fig. 9(c)에 따르면 모드 분해된 신호의 주파수 성분은 감쇠가 일어나는 대부분의 시간대에서 각 모드의 고유진동수와 일치함을 확인할 수 있으며, 이는 HVD가 주어진 신호를 적절히 모드 분해하였음을 방증하는 결과이다. 신호의 크기가 커지기 시작하는 초기와 신호의 감쇠가 거의 완료된 마지막 시간대에서 순간 주파수의 이격이 발생하나 이러한 현상이 감쇠 계수의 정확도에 미치는 영향은 그리 크지 않음을 짐작할 수 있다.

Table 3은 서로 다른 위치에서 계측된 비틀림 모멘트를 HVD를 이용하여 모드 분해하고 감쇠 계수를 추정한 결과를 요약한 것이다. 4번 위치에서 계측된 비틀림 모멘트를 이용한 경우의 모드 분해된 신호는 Fig. 9에 도시된 것과 유사한 결과를 보였으나 1번 위치의 경우 순간 주파수의 시간 이격이 혼재하여 나타나는 모드 혼합(mode mixing) 현상이 발생하여 자유 감쇠신호 및 감쇠비의 정확도에 신뢰도가 떨어지는 결과를 낳았다. Fig. 10은 모드 혼합의 발생으로 인해 두 모드의 순간 주파수가 60초 부근에서 교체되는 현상을 나타내고 있다.

Table 3 Estimated damping ratio w.r.t. signal locations - HVD

| [%]                  | Section #1 | Section #2 | Section #4 |
|----------------------|------------|------------|------------|
| 1 <sup>st</sup> mode | 5.01       | 5.28       | 5.57       |
| 2 <sup>nd</sup> mode | 3.79       | 3.25       | 2.95       |

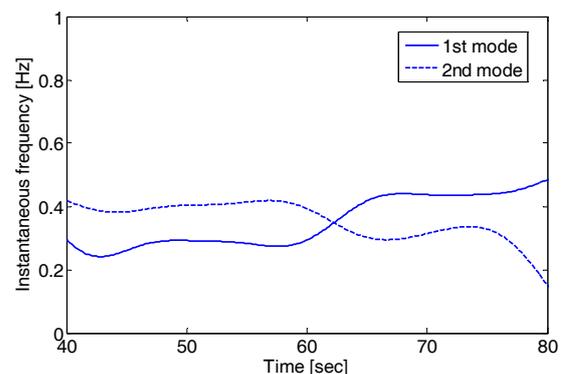


Fig. 10 Mode mixing of HVD (section #1)

### 3.5 POD를 통한 감쇠비 추정

POD는 앞서 언급된 모드 분해법들과 달리 공간 상에 분포된 센서들로부터 취득된 데이터들의 정보를 통합하여 구조물의 모드 형상을 알아낸 후 이들의 직교성을 이용하여 모드를 분해하는 방법이다. Fig. 11은 5개의 계측 지점에서 얻어진 비틀림 모멘트의 공간 코히런스 행렬의 고유벡터를 도시한 그림으로 분할 모형의 모드 형상을 근사한 것이다. 임의의 위치에 작용하는 비틀림 모멘트는 해당 위치에서의 회전각의 미분량과 비례하므로 도시된 모드 형상은 비틀림 각의 미분량에 대한 모드 형상으로 이해할 수 있다. 첫 번째 모드는 전형적인 1차 비틀림 모드의 형상을 보이고 있으며 두 번째 모드는 선수 및 선미부와 모델의 중앙부가 반대 방향으로 회전하는 비틀림-휨굽힘 연성 모드를 나타낸다.

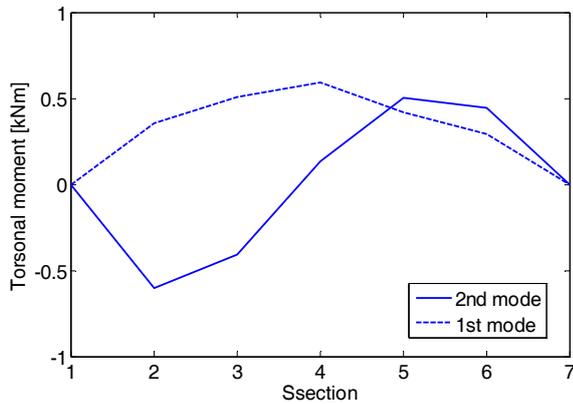
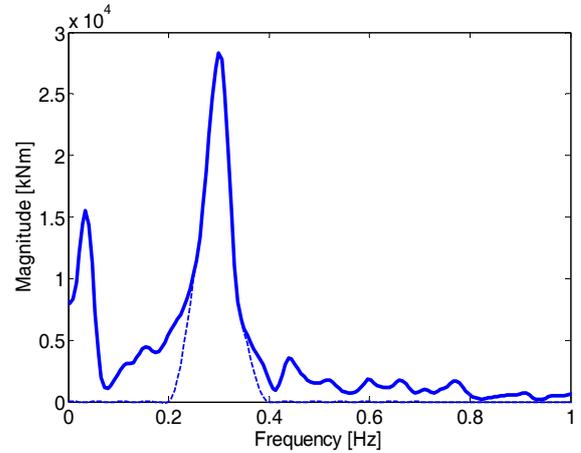


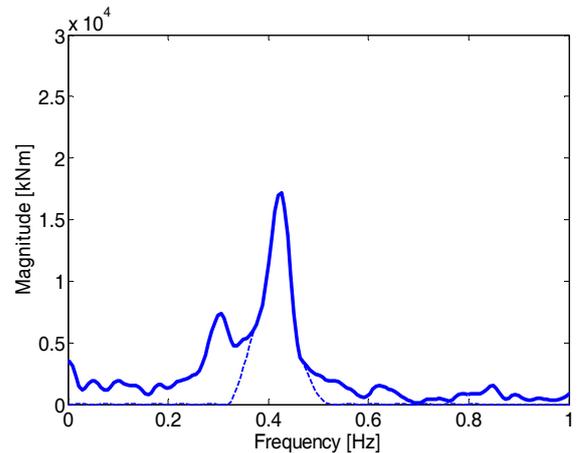
Fig. 11 Estimated mode shapes

Fig. 12는 모드 형상의 직교성을 이용하여 도출된 모달 변위(modal deformation)의 주파수 성분을 나타낸 그림이다. Fig. 12(a)와 Fig. 12(b)에 각각 도시된 바와 같이 1차 및 2차 모달 변위는 0.3Hz 및 0.42Hz에서 최대치를 보임을 확인할 수 있다. 1차 모달 변위의 경우 0.1Hz 이하의 저주파수 영역에서 또 다른 피크를 형성하고 있음을 알 수 있는데 이는 파 주파수 영역에서의 모델의 준정적(quasi-static) 변형의 형상이 1차 모드의 모드 형상을 가지고 있음을 나타낸다. 2차 모달 변위는 1차 모드의 고유 주파수인 0.3Hz 부근에서 상대적으로 높은 에너지 성분을 가지는 것으로 나타났는데, 이는 1차 모드의 고유 주파수 부근에서 2차 모드의 응답이 일부 일어났음을 의미한다. 1차 및 2차 모드에 대한 감쇠비를 얻기 위해 모달 변위를 대역필터를 통해 필터링하고 이를 역 푸리에 변환하여 자유 감쇠신호를 얻었다. Fig. 12에 도시된 점선은 대역필터를 통해 필터링한 결과를 나타낸다. 이때 대역필터의 파라미터는  $\Delta\omega_t = 0.05Hz$ ,  $\Delta\omega_s = 0.05Hz$ 로 선정하였다. POD를 적용하는 경우에는, 대역필터를 이용한 모드 분해의 경우와 달리 모드 형상을 이용한 모드 분해가 기 수행 되었으므로 인해

주파수 영역에서의 모드 간의 연성이 나타나지 않아 필터링에 의한 감쇠 계수의 변화는 크지 않을 것으로 예측할 수 있다.



(a) 1<sup>st</sup> modal deformation

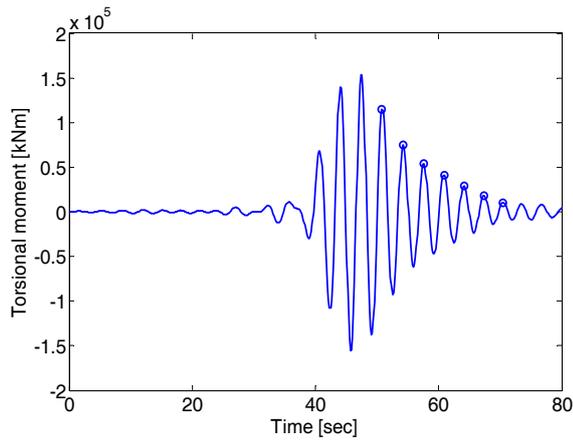


(b) 2<sup>nd</sup> modal deformation

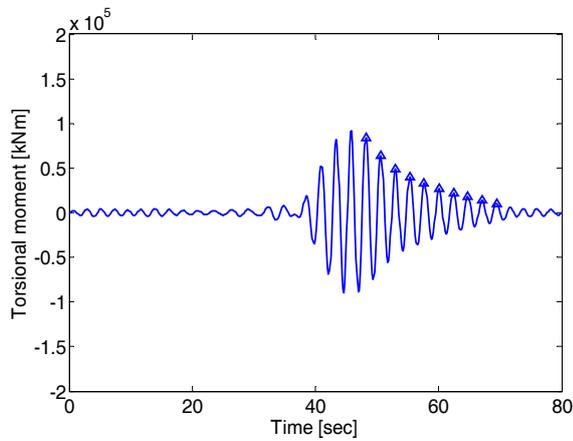
Fig. 12 Spectral components of modal magnitude

Fig. 13은 필터된 신호를 역푸리에 변환한 결과 및 국부 극치의 감쇠패턴을 나타내는 그림이다. 자유 감쇠신호의 감쇠패턴은 지수함수의 형상에 근접함을 확인할 수 있으며 로그-선형 좌표계에서의 국부 극치는 선형회귀 식에 매우 근접해 있어 감쇠 계수 추정치의 신뢰도가 매우 높음을 간접적으로 확인할 수 있다. POD를 통해 예측된 감쇠 계수는 모달 변형에 기반한 값임으로 인해 여타의 방법론과는 달리 감쇠 계수가 계측 데이터의 위치에 의존하지 않는 특성을 가진다. POD를 통해 추정된 감쇠 계수는 1차 및 2차 비틀림 모드에 대해 각각 6.12%와 3.55%의 값을 가지는 것으로 나타났다.

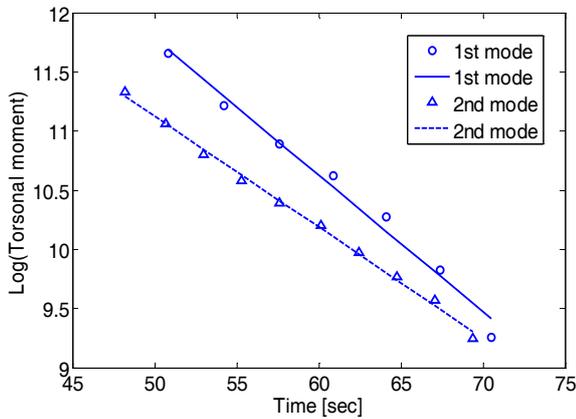
Fig. 14는 대역필터의 파라미터를 수정하여 감쇠 계수를 예측한 결과로 Fig. 13에 도시된 결과와 큰 차이를 보이지 않음을 확인할 수 있다. 변경된 대역필터를 통해 얻어진 감쇠 계수 값은 1차 및 2차 비틀림 모드에 대해 각각 6.07% 및 3.47%의 값을 가지는 것으로 나타났다.



(a) Time series of 1<sup>st</sup> mode (section #1)

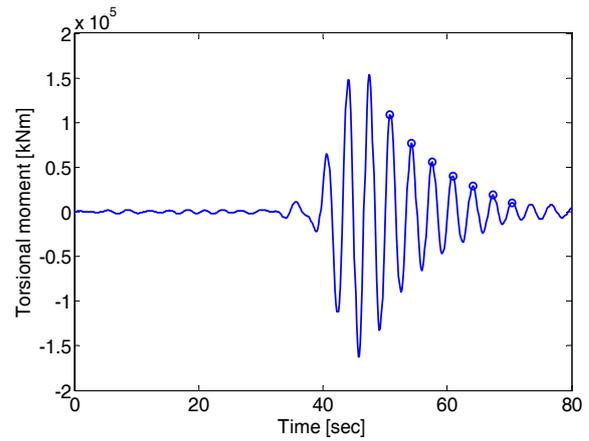


(b) Time series of 2<sup>nd</sup> mode (section #1)

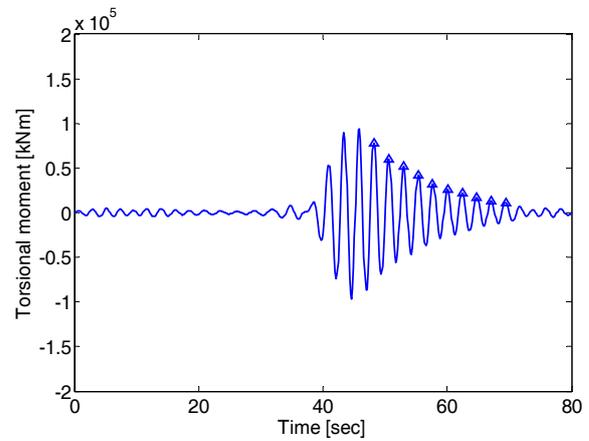


(c) Decrement of local peaks

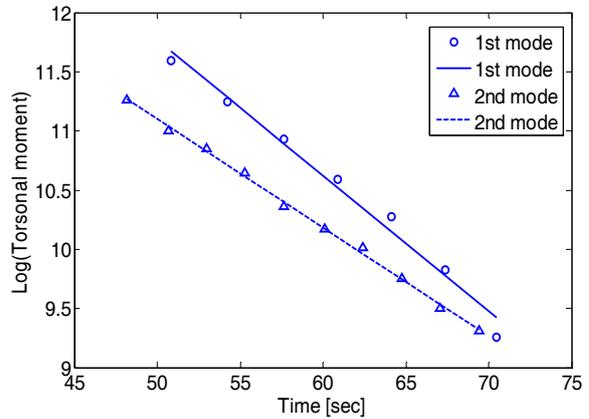
Fig. 13 Damping estimation using POD  
( $\Delta\omega_t = 0.05$ ,  $\Delta\omega_s = 0.05$ )



(a) Time series of 1<sup>st</sup> mode (section #1)



(b) Time series of 2<sup>nd</sup> mode (section #1)



(c) Decrement of local peaks

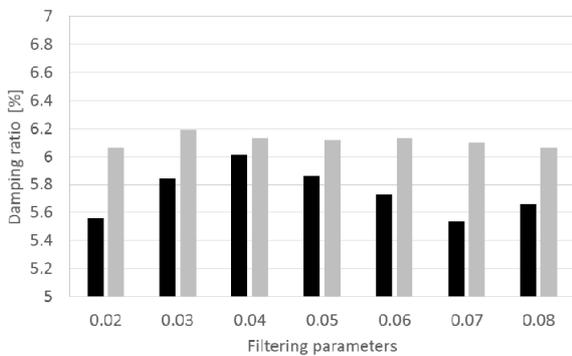
Fig. 14 Damping estimation using POD  
( $\Delta\omega_t = 0.05$ ,  $\Delta\omega_s = 0.075$ )

Table 4는 대역필터 및 POD를 적용하여 감쇠 계수를 추정할 때 적용된 대역필터의 파라미터에 따른 감쇠 계수 값의 변화를 요약한 것이다. 두 방법론 공히  $\Delta\omega_s$ 가 변함에 따라 감쇠 계수의 변화가 발생함을 확인할 수 있는데 POD를 통해 얻어진 감쇠 계수가 대역필터의 결과 대비 상대적으로 그 변동폭이 작음을 알 수 있다.

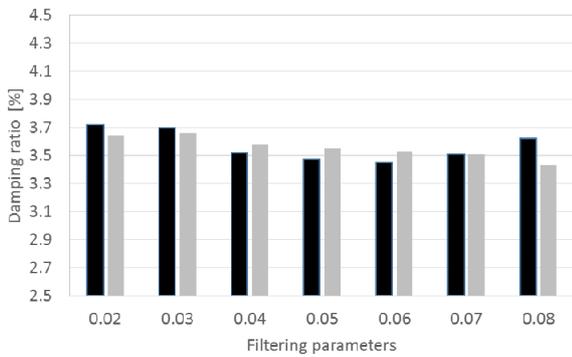
Fig. 15는 Table 4에 요약된 감쇠 계수 값을 대역필터의 파라미터에 따라 그래프로 도시한 그림이며, 검은색은 대역필터의 결과를 회색은 POD의 결과를 나타낸다. 1차 모드 경우 대역필터를 이용하여 추정된 감쇠 계수의 변동폭이 매우 큰 것으로 나타났으나 2차 모드 경우 상대적으로 변동폭이 확연히 줄어들음을 확인할 수 있다. 반대로 POD를 통해 추정된 감쇠 계수는 그 변동폭이 상대적으로 작게 나타났다.

Table 4  $\Delta\omega_s$  dependency of damping ratio ( $\Delta\omega_t = 0.05$ )

| $\Delta\omega_s$ | Band-pass            |                      | POD                  |                      |
|------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|                  | 1 <sup>st</sup> mode | 2 <sup>nd</sup> mode | 1 <sup>st</sup> mode | 2 <sup>nd</sup> mode |
| 0.02             | 5.56                 | 3.72                 | 6.06                 | 3.64                 |
| 0.03             | 5.84                 | 3.70                 | 6.19                 | 3.66                 |
| 0.04             | 6.01                 | 3.52                 | 6.13                 | 3.58                 |
| 0.05             | 5.86                 | 3.47                 | 6.12                 | 3.55                 |
| 0.06             | 5.73                 | 3.45                 | 6.13                 | 3.53                 |
| 0.07             | 5.54                 | 3.51                 | 6.10                 | 3.51                 |
| 0.08             | 5.66                 | 3.62                 | 6.06                 | 3.43                 |
| Mean             | 5.74                 | 3.57                 | 6.11                 | 3.56                 |
| C.O.V.           | 0.030                | 0.031                | 0.007                | 0.022                |



(a) 1<sup>st</sup> mode



(b) 2<sup>nd</sup> mode

Fig. 15 Damping ratio w.r.t. the filtering parameter (black : band-pass, gray-POD)

본 논문에 적용된 분할 모형의 경우 감쇠 계수의 조정을 위해 별도의 인위적인 감쇠 매커니즘을 모형에 도입하지 않았으며, 그에 따라 모형으로부터 계측된 감쇠 계수는 실선의 값을 대표하지는 않음을 유념할 필요가 있다. 일반적으로 컨테이너 선박의 비틀림 응답의 경우 화물창 및 갑판 상부에 적재된 컨테이너와 고박 구조물 간의 미찰로 인해 비틀림 응답에 대한 감쇠 계수는 종/횡 굽힘 대비 상대적으로 매우 큰 값을 가지는 것으로 알려져 있다.

## 4. 결론

본 연구에서는 비틀림 모드 간의 연성이 발생하는 분할 모형의 접수 해머링 시험 데이터를 대역필터, 웨이블릿 변환, HVD 및 POD법을 이용하여 모드 분해하고 이를 통해 접수 감쇠 계수를 추정하는 시도를 하였다. 상기의 분석 결과를 토대로 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

- 분할 모형의 접수 해머링 시험을 통해 계측된 변형을 값을 해당 단면에 대한 비틀림 모멘트로 변환하고 이를 푸리에 변환하여 주파수 성분을 분석하였다. 비틀림 모멘트에 대한 1차 및 2차 모드의 고유 주파수가 각각 0.3Hz 및 0.42Hz로 나타남을 확인하였으며, 이는 주파수 영역에서 모드 간의 연성으로 나타남을 확인하였다.
- 비틀림 모멘트의 모드 분해를 위해 대역필터를 적절히 설계하고 이를 적용하여 계측 신호를 필터한 다음 모드 별 자유 감쇠신호를 얻었다. 1차 및 2차 비틀림 모드에 대한 감쇠 계수는 대역필터의 파라미터에 따라 비교적 민감하게 변화함을 확인하였으며, 대역필터의 파라미터가 적절치 않은 경우 자유 감쇠신호의 감쇠 패턴이 지수함수의 형태를 따르지 않아 감쇠 계수 값의 신뢰도에 문제가 발생함을 확인하였다.
- 계측된 비틀림 모멘트를 웨이블릿 변환을 통해 시간-주파수 영역으로 변환하고 스칼로그래프의 감쇠 패턴을 이용하여 모드 별 감쇠 계수를 추정하였다. 시간-주파수 영역에서의 감쇠 패턴을 이용함으로써 대역필터의 파라미터 문제 등으로 자유로워 지는 장점을 가지고 있으나 스칼로그래프의 최대치가 발생하는 주파수가 시간 변화에 따라 점진적으로 변함으로 인해 추정된 감쇠 계수의 정확도에 영향을 미칠 수 있다. 이러한 영향으로 인해 2차 모드의 경우 상대적으로 과도한 감쇠 계수를 예측하는 것으로 나타났다.
- HVD를 이용하여 계측된 비틀림 모멘트의 모드 분해를 수행하고 이를 통해 감쇠 계수를 추정하였다. 분석에 적용된 비틀림 모멘트 시간이력이 HVD에 도입된 가정을 엄밀히 만족하지 못함으로 인해 모드 분해에 있어 약간의 오차를 유발하는 것으로 판단되며, 특정 신호에 있어서는 모드 혼합 현상이 발생하여 모드 분해를 적절히 수행하지 못하는 것으로 나타났다. 모드 분해가 성공적으로 된 경우 웨이블릿 및 POD 대비 상대적으로 작은 감쇠 계수를 예측하였다.
- POD를 이용하여 비틀림 모멘트의 모드 형상을 구하고 이를 기반으로 모드 분해를 수행하고 감쇠 계수를 추정하였다. 분해된 모드의 감쇠 패턴은 지수함수 패턴을 보였으며 로그-선형 좌표계에서 국부 극치의 선형적 감소 패턴으로 이어졌다. 모드 형상에 기반한 모드 분해가 기 수행됨으로 인해 자유 감쇠신호를 얻기 위해 적용되는 대역필터의 파라미터에 덜 민감하게 반응함을 확인하였으며 감쇠 계수 추정치의 신뢰도도 높은 것으로 나타났다.

- 모드 연성을 수반하는 다자유도 시스템의 감쇠 계수 추정을 위해서는 웨이블릿 변환 및 POD를 이용한 모드 분해를 수행하는 것이 적절한 것으로 판단된다. 웨이블릿 변환의 경우 스칼로그램의 리지의 변화 추이를 면밀히 관찰하여 감쇠 계수의 신뢰도에 대한 평가를 수행할 필요가 있다. POD는 모드 분해를 위해 필요한 계측 데이터가 상대적으로 많이 요구되는 단점을 가지고 있으나 모드 분해와 감쇠 계수 추정의 정확도 측면에서는 가장 신뢰할 만 하다고 여겨진다.

## 후 기

본 연구는 산업통상자원부 해양플랜트 특성화 대학의 지원을 받아 수행되었습니다. 본 연구에 사용된 실험 데이터는 KRISO에서 수행된 WLS II JIP의 결과에서 발췌한 것입니다.

## References

- Feeny, B.F. & Kappagantu, R., 1998. On the Physical Interpretation of Proper Orthogonal Modes in Vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, 211, pp.607-616.
- Feeny, B.F., 2002. On Proper Orthogonal Coordinates as Indicators of Modal Activity. *Journal of Sound and Vibration*, 255, pp.805-817.
- Feldman, M., 2011. Hilbert Transform in Vibration Analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25, pp.735-802.
- Hong, S. & Kim, B.W., 2014. Experimental Investigations of Higher-Order Springing and Whipping - WLS Project. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 6, pp.1160-1181.
- Huang, N.E. Shen, Z. Long, S.R. Wu, M.C. & Shih, H.H., 1998. The empirical mode decomposition and Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London - Series A 454*, UK, 1988, pp.903-995.
- Kim, Y. Ahn, I.G. & Park, S.G., 2015. Extraction of the Mode Shapes of a Segmented Ship Model with a Hydroelastic Response. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 7, pp.979-994.
- Kim, Y. & Park, S.G., 2013. Wet Damping Estimation of the Scaled Segmented Hull Model Using the Random Decrement Technique. *Ocean Engineering*, 75, pp.71-80.
- Kim, Y. & Park, M.J. 2015. Identification of the Nonlinear Roll Damping and Restoring Moment of a FPSO Using Hilbert Transform. *Ocean Engineering*, 109, pp.381-388.
- Lardies, J. & Gouttebroze, S., 2002. Identification of Modal Parameters Using the Wavelet Transform. *International Journal of Mechanical Sciences*, 44, pp.2263-2283.
- Lumley, 1970. *Stochastic Tools in Turbulence*. Academic Press: New York.
- Mariani, R. & Dessi, D., 2012. Analysis of the Global Bending Modes of a Floating Structure Using the Proper Orthogonal Decomposition. *Journal of Fluids and Structures*, 28, pp.115-134.
- Ruzzene, M. Fasana, A. Garibaldi, L. & Piombo, B., 1997. Natural Frequencies and Damping Identification Using Wavelet Transform: Application to Real Data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11, pp.207-218.
- Staszewski, W.J., 1997. Identification of Damping in MDOF Systems Using Time-Scale Decomposition. *Journal of Sound and Vibration*, 203(2), pp.283-305.
- Staszewski, W.J. & Cooper, J.E., 1995. Flutter data analysis using the wavelet transform. *Proceedings of the MV2 International Congress on New Advances in Modal Synthesis of Large Structure: Nonlinear Damped and Non-Deterministic Cases*, Lyon, France, 5-6 October 1995, pp.549-561.

