

구조물의 진동장 예측 최적센서배치를 위한 유전자 알고리즘 적합함수의 선정

Selection of Fitness Function of Genetic Algorithm for Optimal Sensor Placement for Estimation of Vibration Pattern of Structures

정 병 규* · 배 경 원** · 정 의 봉†

Byung-Kyoo Jung, Kyeong-Won Bae and Weui-Bong Jeong

(Received August 4, 2015 ; Revised September 22, 2015 ; Accepted October 7, 2015)

Key Words : Structure-borne Noise(구조 기인 소음), Modal Expansion Method(모드확장법), Genetic Algorithm(유전자 알고리즘), Modal Assurance Criterion(모드상관계수), Condition Number(조건수), Modal Participation Factor(모드 기여도)

ABSTRACT

It is often necessary to predict the vibration patterns of the structures from the signals of finite number of vibration sensors. This study presents the optimal placement of vibration sensors by applying the genetic algorithm and the modal expansion method. The modal expansion method is used to estimate the vibration response of the whole structure. The genetic algorithm is used to estimate the optimal placement of vibration sensors. Optimal sensor placement can be obtained so that the fitness function is minimized in the genetic algorithm. This paper discusses the comparison of the performances of two types of fitness functions, modal assurance criteria(MAC) and condition number(CN). As a result, the estimation using MAC shows better performance than using CN.

1. 서 론

기계장치에서 발생하는 주된 소음은 공기를 통해 전파되는 소음(air-borne noise)과 구조물을 통해 전파되는 소음(structure-borne noise)이 있다. 구조물을 통해 전파되는 소음은 구조물의 형상변경을 통해 제어할 수 있기 때문에 공기를 통해 전파되는 소음보다 제어하기가 용이하다. 그래서 구조물을 통해 전파되는 소음에 관한 연구가 많이 진행되어 오고 있다. Jung⁽¹⁾과 Lee⁽²⁾, Song⁽³⁾, Lee⁽⁴⁾, Jung⁽⁵⁾은 진동

원에서의 가진력 규명을 통한 방사소음을 예측하였고, Kim⁽⁶⁾은 음압측정치를 이용해 소음원의 특성을 파악하는 역문제(inverse problem)의 발산을 최소화하기 위한 측정점 선정 및 적절화 변수를 제시하였으며, Shin⁽⁷⁾은 구조물을 통해 전파되는 소음 해석을 위한 구조물의 진동확득 방법으로 유한요소 해석, 직접 진동측정, 모드확장법(modal expansion method, MEM)을 이용하여 비교하였다. 그리고 Jung^(8,9)은 모드확장법을 이용하여 압축기의 진동장 및 방사소음을 예측하였으며, Jung⁽¹⁰⁾은 원통구조물에 대해 모드확장법을 하기 위한 응답점 선정과정에서

† Corresponding Author ; Member, School of Mechanical Engineering, Pusan National University
E-mail : wbjeong@pusan.ac.kr

* Member, School of Mechanical Engineering, Pusan National University

** School of Mechanical Engineering, Pusan National University

‡ Recommended by Editor Il Kwon Oh

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

최적센서배치 방법으로 effective independence(EFI), effective independence-average driving point residue(EFI-DPR), eigenvalue vector product(EVP), auto modal assurance criterion(Auto MAC)을 이용하였다. 이 연구에서는 모드확장법을 위한 최적센서배치 방법으로 유전자 알고리즘(genetic algorithm)을 이용하였다. 유전자 알고리즘은 자연의 진화현상을 모방한 알고리즘으로 선택(selection), 교배(cross-over), 돌연변이(mutation)로 이루어져 있다. 유전자 알고리즘의 적합함수는 모드상관계수(modal assurance criterion, MAC), 조건수(condition number, CN)를 이용하였다. 각 적합함수에 따른 응답점 위치를 선정하고, 그 응답을 이용한 진동장 예측 결과를 비교하였다.

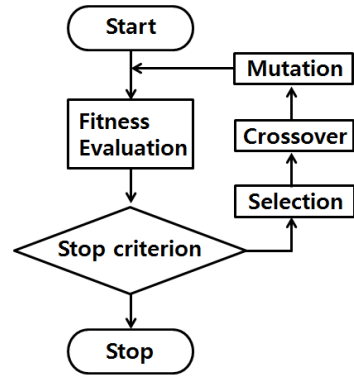


Fig. 1 Flowchart of genetic algorithm

여기서 $\{X(t)\}_{p \times 1}$ 은 구조물에서 $\{X(t)\}_{n \times 1}$ 을 제외한 진동응답이다.

2. 진동규명 이론 및 센서배치 알고리즘

2.1 모드확장법 이론

모드확장법은 구조물의 측정신호와 고유모드 행렬을 이용하여 모드 기여도(modal participation factor, MPF)를 추정하는 방법으로 이론식은 식 (1)과 같다.

$$\{X(t)\}_{n \times 1} = [\Phi]_{n \times m} \{a(w)\}_{m \times 1} \quad (1)$$

여기서 $\{X(w)\}$ 는 구조물의 진동응답 벡터이고, $[\Phi]$ 는 고유모드 행렬, $\{a(w)\}$ 는 모드 기여도 벡터이다. 구조물의 진동응답과 고유모드 행렬은 실험이나 해석적 방법을 통하여 얻을 수 있다. 그리고 진동응답의 개수 n 이 모드 개수 m 보다 크거나 같아야 최소자승법에 의해 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다.

그리고, 식 (2)에서 의사역행렬(pseudo-inverse)을 이용하여 모드 기여도 벡터를 계산할 수 있다.

$$\{a(w)\}_{m \times 1} = [\Phi]_{m \times n}^{\dagger} \{X(t)\}_{n \times 1} \quad (2)$$

여기서 †는 의사역행렬을 나타낸다.

이렇게 구해진 모드 기여도 벡터를 이용하면 식 (3)으로 구조물의 나머지 점들의 진동응답을 추정할 수 있다.

$$\{X(t)\}_{p \times 1} = [\Phi]_{p \times m} \{a(w)\}_{m \times 1} \quad (3)$$

2.2 최적센서배치 알고리즘

이 연구에서는 모드확장법에 사용될 구조물의 응답점을 측정하기 위한 센서의 위치를 선정할 때 유전자 알고리즘을 이용하였다. 유전자 알고리즘은 자연의 진화현상을 모방한 알고리즘으로 선택, 교배, 돌연변이라는 3단계로 구성되어 있다. 이 연구에서는 절점의 번호를 이진수로 표현한 것을 유전자로 하였고, 교배가 발생할 확률은 50%, 돌연변이가 발생할 확률은 3%로 하였다⁽¹¹⁾. 각 유전자에 해당하는 절점들의 모드행렬을 이용하여 적합함수를 통해 계산을 하고, 모든 유전자 개체군이 같은 값으로 수렴하면 알고리즘이 종료된다. 이러한 알고리즘을 이용하면 계산 가능한 모든 경우를 계산하지 않고 최적의 해를 빨리 찾아낼 수 있는 장점이 있다. 유전자 알고리즘의 순서도는 Fig. 1과 같다.

(1) 유전자 알고리즘의 적합함수

이 연구에서 사용한 유전자 알고리즘의 적합함수는 모드상관계수, 조건수를 이용하였다.

첫 번째 적합함수는 모드확장법에 이용할 모드까지의 모드상관계수의 합이 최소가 되도록 하는 것이다. 고유모드 행렬에서 센서가 배치된 절점의 정보만 이용하여 모드상관계수를 식 (4)로 계산하고, 모드상관계수의 총 합이 최소가 되는 절점을 찾는 것이다.

$$MAC_{ij} = \frac{\{ \phi_i^{ref} \}^* \{ \phi_j^{ver} \}}{\{ \{ \phi_i^{ref} \}^* \{ \phi_i^{ref} \} \} \{ \phi_j^{ver} \}^* \{ \phi_j^{ver} \}} \quad (4)$$

여기서 $\{\phi_i^{ref}\}$ 와 $\{\phi_j^{ver}\}$ 는 관심 있는 모드벡터이다.

$i = j$ 일 때는 모드상관계수는 항상 1이기 때문에, $i \neq j$ 일 때 모드상관계수의 합이 최소가 되는 절점을 찾으면 원하는 고유모드를 잘 표현하는 독립적인 고유벡터를 찾을 수 있을 것으로 기대한다.

두 번째 적합함수는 조건수가 최소가 되도록 하는 것이다. 즉, 조건수가 최소인 절점을 찾는 것이다. 조건수는 식 (5), (6)의 특이값분해(singular value decomposition, SVD)를 이용하여 계산한다.

$$\Phi = U\sigma V^T, \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{Condition Number} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (6)$$

여기서 U 는 좌특이 벡터(left singular vector), σ 는 특이값 행렬(singular matrix), V 는 우특이 벡터(right singular vector)이다.

3. 진동장 가시화

3.1 유한요소 모델 및 모드해석

이 연구에서는 모드확장법을 응용할 대상으로 C-형 구조물을 이용하였다. 고유모드 해석은 MSC.Nastran을 사용하였고, 절점과 요소수는 각각 352, 310개로 모델링 하였다. Fig. 2는 구조물의 유한요소 모델을 나타낸다. 구조물의 두께는 2 mm이고, 재질은 알루미늄이다. 그리고 X로 표시되어 있는 구조물의 4곳의 모서리에 6자유도 구속이 되어있다.

3.2 센서배치

이 연구에서는 모드확장법은 진동 응답점 개수와 모드 개수가 각각 10개인 경우와 각각 20개인 경우의 두 가지 경우에 대해 진행하였다. 1~20차 모드의 고유진동수는 Table 1과 같다.

유전자 알고리즘에서 적합함수로 모드상관계수, 조건수를 이용한 각각의 최적의 센서 위치 결과는 각각 Figs. 3, 4와 Figs. 5, 6이다. 센서의 위치는 검은색 점으로 표시하였다.

센서배치 결과는 매 실행마다 항상 같은 결과는 아니지만 거의 비슷한 배치결과를 얻을 수 있고,

Table 1 Natural frequencies

Mode	Frequency[Hz]	Mode	Frequency[Hz]
1	29.83	11	405.85
2	81.12	12	434.43
3	135.74	13	552.72
4	189.94	14	567.68
5	202.60	15	615.62
6	264.87	16	657.07
7	302.19	17	672.81
8	348.99	18	700.78
9	365.46	19	721.99
10	379.16	20	776.04

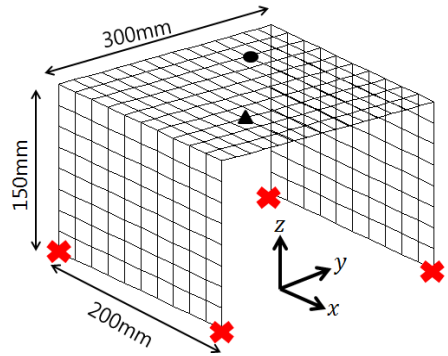


Fig. 2 FE model of C-shaped structure

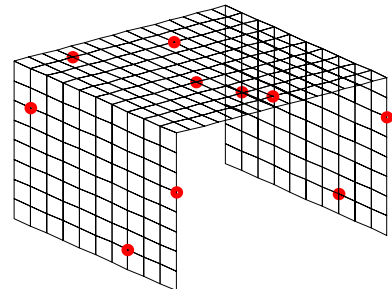


Fig. 3 10 sensor placements using MAC

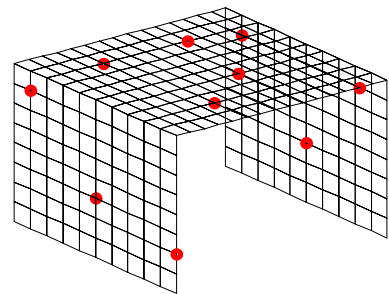


Fig. 4 10 sensor placements using CN

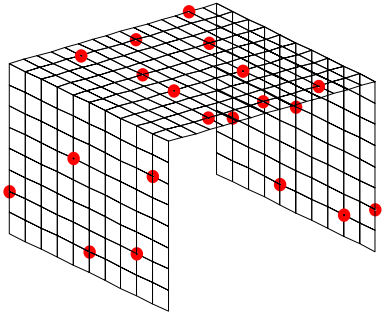


Fig. 5 20 sensor placements using MAC

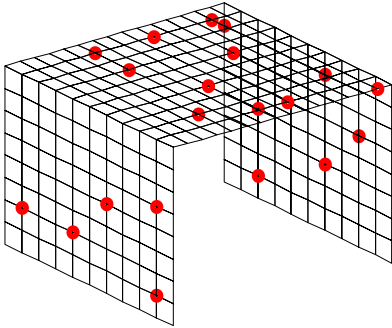


Fig. 6 20 sensor placements using CN

유전자 알고리즘의 유전자 개체군을 늘릴수록 비슷한 결과를 얻을 수 있다.

3.3 진동장 예측 및 비교

모드확장법에 사용한 진동 응답 데이터는 MSC.Nastran으로 강제진동 해석한 가속도 응답을 이용하였다. 가진점은 Fig. 2의 검은색 점으로 표시하였고, 주파수대역 1~800 Hz에서 x , y , z 방향으로 각각 1N의 힘으로 단위가진을 하였다. 이렇게 구한 가속도 응답과 고유모드 행렬을 이용하여 LMS.Synoise으로 모드확장법을 하였다.

MSC.Nastran으로 강제진동 해석한 결과의 진동장은 Figs. 7, 10과 같고, 각각의 센서위치에서 얻은 가속도 응답을 이용한 모드확장법의 결과는 각각 Figs. 8, 9, Figs. 11, 12와 같다. 여기서 모드중첩법에 의해 10차 모드까지 사용한 결과의 신뢰주파수는 약 250 Hz, 20차 모드까지 사용한 결과의 신뢰주파수는 약 520 Hz이다. 따라서 20차 모드까지 사용하면 10차 모드까지 사용한 경우를 모두 나타낼 수 있다.

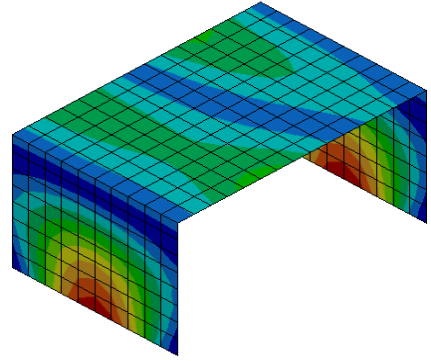


Fig. 7 Vibration pattern at 200 Hz obtained by MSC.Nastran

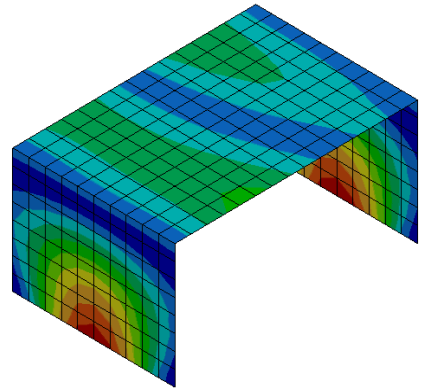


Fig. 8 Vibration pattern at 200 Hz obtained by MEM using MAC using 10 sensors and 10 modes

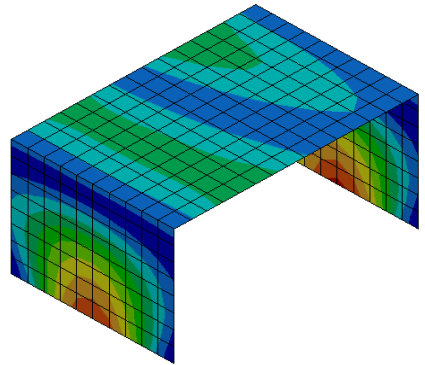


Fig. 9 Vibration pattern at 200 Hz obtained by MEM using CN using 10 sensors and 10 modes

Figs. 13, 14는 각 모드확장법 결과로부터 계산된 3차 모드 기여도의 오차를 나타낸다. 식 (3)으로부터 모드확장법을 할 때 정확한 모드 기여도

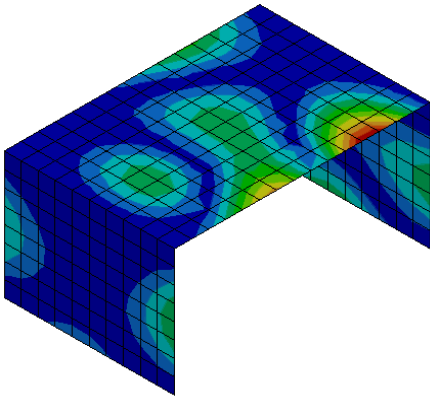


Fig. 10 Vibration pattern at 500 Hz obtained by MSC.Nastran

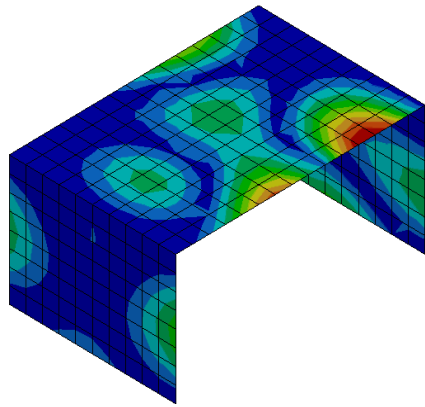


Fig. 11 Vibration pattern at 500 Hz obtained by MEM using MAC using 20 sensors and 20 modes

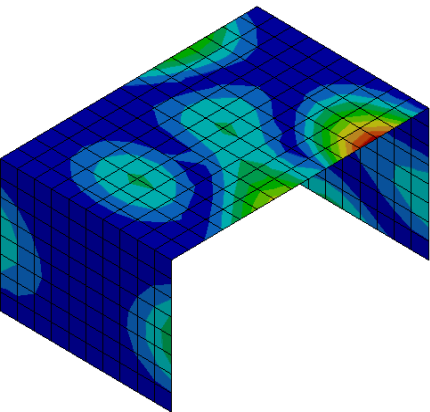


Fig. 12 Vibration pattern at 500 Hz obtained by MEM using CN using 20 sensors and 20 modes

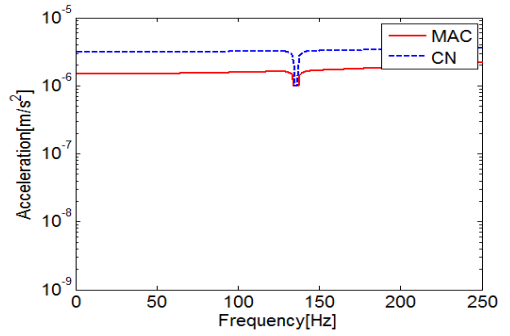


Fig. 13 Error of 3rd MPF of each result using 10 sensors and 10 modes

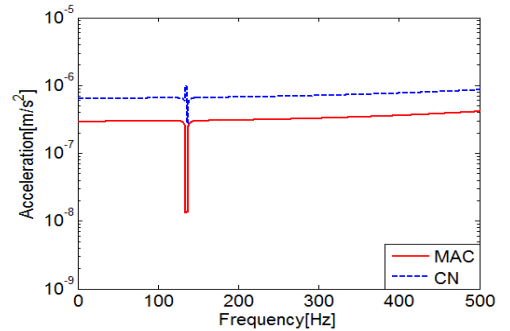


Fig. 14 Error of 3rd MPF of each result using 20 sensors and 20 modes

벡터를 이용해야 정확한 진동응답을 예측할 수 있다. 따라서 예측한 모드 기여도의 오차가 작을수록 정확한 진동응답을 예측할 수 있다고 볼 수 있다. Figs. 15, 16은 식 (7)을 이용하여 모든 기여도의 주파수별 오차의 크기를 나타낸 것이다.

$$Error(w) = \sqrt{(a(w)_{exact} - a(w)_{est})^2} \quad (7)$$

여기서 $Error(w)$ 는 모드 기여도의 주파수별 오차이고, $a(w)_{exact}$ 는 MSC.Nastran으로 구한 모드 기여도, $a(w)_{est}$ 는 모드확장법으로 구한 모드 기여도이다.

Figs. 17, 18은 식 (8)을 이용하여 모든 모드 기여도의 정규화된 오차의 rms(root mean square)값을 나타낸 것이다.

$$Error_{nor}(w) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{a_i(w)_{exact} - a_i(w)_{est}}{a_i(w)_{exact}} \right)^2} \quad (8)$$

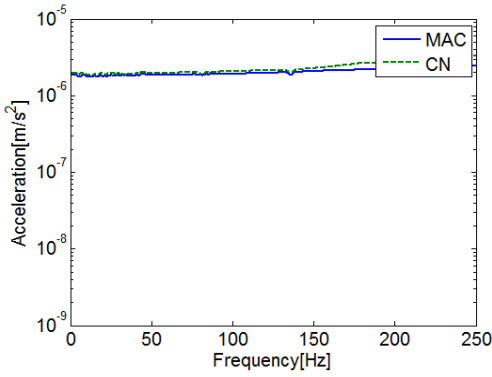


Fig. 15 Average error of MPFs of each result using 10 sensors and 10 modes

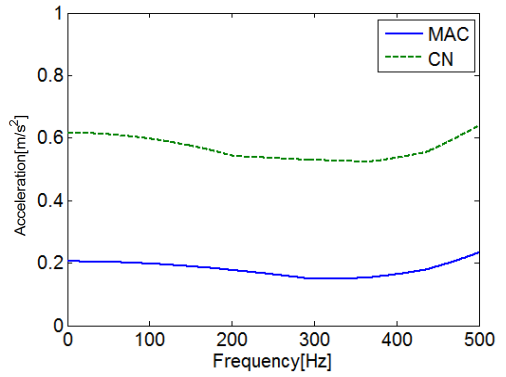


Fig. 18 Normalized average error of MPFs of each result using 20 sensors and 20 modes

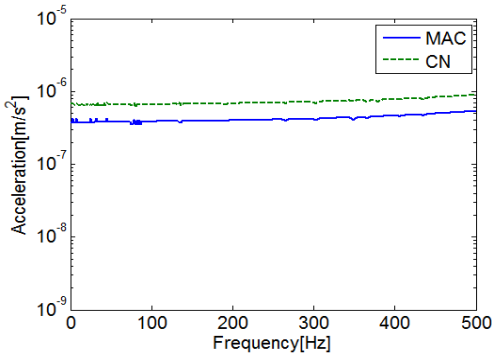


Fig. 16 Average error of MPFs of each result using 20 sensors and 20 modes

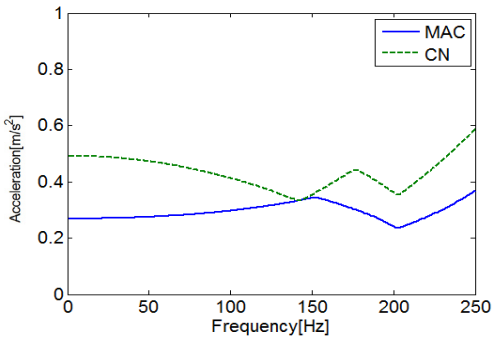


Fig. 17 Normalized average error of MPFs of each result using 10 sensors and 10 modes

여기서 $Error_{nor}(w)$ 는 모드 기여도의 정규화된 오차의 제공평균값이고, N 은 모드 기여도의 차수를 나타낸다.

이러한 결과를 수치적으로 비교해 보기 위하여 식 (9)를 이용하여 전체 주파수 대역에서 모드 기여도의

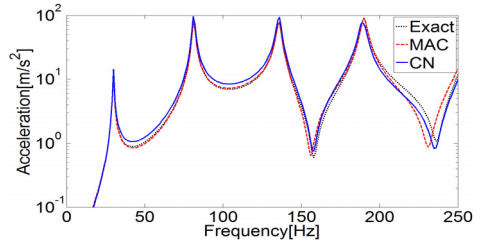


Fig. 19 Acceleration response of each result using 10 sensors and 10 modes

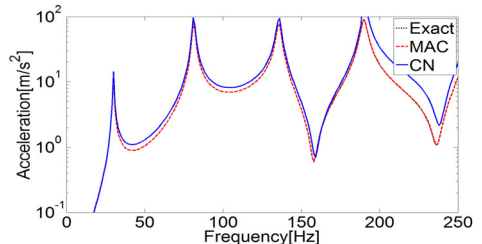


Fig. 20 Acceleration response of each result using 20 sensors and 20 modes

정규화된 오차의 제공평균을 제한하면 Table 2와 같다.

$$Error_{aver} = \frac{1}{M} \sum_{w=1}^M Error_{nor}(w) \quad (9)$$

여기서 $Error_{aver}$ 은 전체 주파수 대역의 모드 기여도의 정규화된 제공평균 오차의 평균, M 은 주파수 대역을 나타낸다.

Table 2를 보면 센서와 모드 개수가 각각 10개인 경우 모드상관계수를 이용한 것이 0.29로 조건수를 사용한 0.43보다 작은 오차를 가지는 것을 볼 수

Table 2 $Error_{aver}$ at each MEM

10 sensors & modes		20 sensors & modes	
MAC	0.29	MAC	0.18
CN	0.43	CN	0.56

있다. 그리고 센서와 모드 개수가 각각 20개인 경우에도 모드상관계수를 이용한 것이 0.18로 조건수를 사용한 0.56보다 작은 오차를 가지는 것을 볼 수 있다.

그리고 이러한 모드 기여도를 이용하여 예측하고, Fig. 2에서 검은색 세모로 표시한 점에서의 가속도 응답을 비교해 보면 Figs. 19, 20과 같다. 이를 보면 전 주파수 구간에서 조건수를 이용하여 얻은 결과보다 모드상관계수를 이용하여 얻은 결과가 조금 더 정확하게 예측되는 것을 볼 수 있다.

이에 따르면, 구조물의 진동응답을 측정하고 싶지만 센서 수가 부족하여 모든 점에 대하여 진동응답을 측정하지 못하는 경우에는 모드상관계수의 합을 최소화 하는 함수를 적합함수로 한 유전자 알고리즘으로 최적의 센서위치를 정하고, 그 지점의 응답으로 모드 확장법을 한다면 우리가 원하는 구조물 전체에 대한 진동응답을 예측할 수 있을 것으로 기대한다.

4. 결 론

이 논문에서는 모드확장법으로 구조물의 진동응답을 예측하기 위한 최적의 센서배치 방법을 제시하였다. 최적 센서배치 방법으로는 유전자 알고리즘을 이용하였고, 유전자 알고리즘의 적합함수로는 첫 번째로 모드상관계수를 최소화하는 함수, 두 번째로는 조건수를 최소화하는 함수를 이용하였다. 각 적합함수를 적용한 유전자 알고리즘으로 센서의 위치를 정하고 그 지점의 진동응답을 이용하여 모드확장법 결과의 오차를 비교해본 결과, 모드상관계수의 합을 최소화 하는 센서위치에서의 진동응답을 이용한 것이 센서와 모드 개수가 각각 10개 일 때 0.29, 센서와 모드 개수가 각각 20개 일 때 0.18로 작은 오차를 가지는 것을 볼 수 있었다. 따라서 모드상관계수의 합을 최소화하는 센서위치의 진동응답으로 모드확장법을 하면 구조물의 진동응답을 가장 잘 예측할 수 있을 것으로 기대한다.

이 논문에서는 C-형 구조물에 대하여 연구를 하였지만, 다른 복잡한 구조물에 대해서도 적용을 해 본다면 구조물의 진동응답을 예측하는데 있어 유용한 지표를 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

이 논문은 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No.2014R1A1A2054372).

References

- (1) Jung, E. I., Chun, D. H. and No, S. H., 2006, Indirect Force Identification of Air-jet Weaving Machine Infrequency Domain, Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 238~241.
- (2) Lee, J. K., Yeo, S. D. and Bang, J. H., 1994, A Technique to Identify the Structure Borne Noise Sources Related to Structure Vibration using Response Signals, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 160~164.
- (3) Song, M. K., Lee, S. K. and Seo, S. H., 2008, Structural Modification for Noise Reduction of the Blower Case in a Fuel Cell Passenger Car Based on the CAE Technology, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 9, pp. 972~981.
- (4) Lee, H. W., Ryu, S. M., Jeong, W. B., Han, H. S. and Ahn, J. W., 2010, Force Identification of Rotary Compressor and Prediction of Vibration on a Pipe, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 10, pp. 953~959.
- (5) Jung, B. K. and Jeong, W. B., 2011, Estimation of Vibration Source and Sound Radiation of a Refrigerator Fan by using Measured Acceleration Signals, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 9, pp. 834~841.
- (6) Kim, B. K. and Ih, J. G., 1995, Reconstruction of Vibroacoustic Field from the Measured Pressures Using the Boundary Element Method, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 50~55.
- (7) Shin, M. C. and Wang, S. M., 2006, Comparison

of Various Methods to Obtain Structural Vibration for Vibro-acoustic Noise, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 570~574.

(8) Jung, B. K. and Jeong, W. B., 2011, Identification of Vibration-field of a Compressor by using Modal Expansion Method, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 635~636.

(9) Jung, B. K. and Jeong, W. B., 2012, Estimation of Vibration and Radiated Noise of a Compressor by using Modal Expansion Method, Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 554~555.

(10) Jung, B. K. and Jeong, W. B., 2014, Estimation of Vibration Field of a Cylindrical Structure Derived by Optimal Sensor Placement Methods, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 5, pp. 381~389.

(11) Zbigniew, M. (1996). Genetic Algorithm+Data Structure=Evolution Programs, Springer, ISBN 354-06-06769.



KyeongWon Bae received B.S. degrees from in Pusan National University in 2014 and he is currently majoring in noise and vibration in Pusan National University. He especially is interested in Modal Expansion Method.



Byungkyoo Jung is received B.S. and M.S. degrees from Pusan National University in 2010 and 2012. He is Ph.D. student of the School of Mechanical Engineering in Pusan National University. His research interests are in the area of finite/boundary element analysis of noise and vibration and fluid-structure interactions.



Weuibong Jeong received B.S. and M.S. degrees from Seoul National University in 1978 and from KAIST in 1980, respectively. He then received his Ph.D. degree from Tokyo Institute of Technology in 1990. Dr. Jeong is currently a professor at the department of mechanical engineering at Pusan National University in Busan, Korea. His research interests are in the area of the measurement and signal processing, finite/boundary element analysis of noise and vibration, fluid-structure interactions and acoustic-structure interactions.