

고정단 평판의 고정밀도 고유치 해석을 위한 효율적인 무요소법 개발

Efficient Meshless Method for Accurate Eigenvalue Analysis of Clamped Plates

강 상 욱[†]
S. W. Kang

(Received March 13, 2015 ; Revised September 30, 2015 ; Accepted September 30, 2015)

Key Words : Clamped Plates(고정단 평판), Eigenvalue(고유치), Meshless Method(무요소법), Non-dimensional Dynamic Influence Function(무차원 동영향 함수)

ABSTRACT

A new formulation of the non-dimensional dynamic influence function method, which is a type of the meshless method, is introduced to extract highly accurate eigenvalues of clamped plates with arbitrary shape. Originally, the final system matrix equation of the method, which was introduced by the author in 1999, does not have a form of algebraic eigenvalue problem unlike FEM. As the result, the non-dimensional dynamic influence function method requires an inefficient process to extract eigenvalues. To overcome this weak point, a new approach for clamped plates is proposed in the paper and the validity and accuracy is shown in verification examples.

1. 서 론

임의 형상 평판의 고유치 해석에 가장 일반적으로 사용되는 방법은 유한요소법⁽¹⁾과 경계요소법⁽²⁾을 이용하는 것이다. 이들 방법들은 해석 대상 평판을 여러 개의 노드들로 분할한 후 노드들 사이에는 보간 함수를 사용한다. 그러나 이 보간 함수가 평판의 자유진동 지배방정식을 만족하지 않기 때문에 얻어진 고유치의 정밀도는 어떤 한계를 가진다.

저자는 상기 단점을 극복하기 위해 파동함수를 이용하는 무요소법의 일종인 NDIF법(non-dimensional dynamic influence function method)을 개발하여, 다양한 경계조건을 가진 임의 형상 멤브레인

과 평판의 고정밀도 고유치를 얻을 수 있는 방법들을 제안하였다⁽³⁻⁹⁾. 그러나 NDIF법은 유한요소법이나 경계요소법과는 달리 시스템 행렬이 주파수 파라미터에 종속되는 단점을 가진다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 저자는 NDIF법을 대수 고유치 문제로 정식화하는 연구⁽¹⁰⁾를 수행하여, 시스템 행렬이 주파수 파라미터에 종속되는 문제점을 해결한 MNDIF법(modified NDIF법) 개발을 성공하였다. 그러나 개발된 MNDIF법은 평판의 형상이 단순지지 경계조건을 가진 평판에만 적용 가능한 한계를 가진다. 이를 극복하기 위한 새로운 연구가 이 논문에서 제안된다.

이 논문에서는 고정단 경계조건을 가진 임의 형상 평판에 MNDIF법 대한 이론 정식화가 이루어지

[†] Corresponding Author ; Member, Dept. of Mechanical System Engineering, Hansung University
E-mail : swkang@hansung.ac.kr

[‡] Recommended by Editor Heung Soo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

며, 자유단 경계조건을 가진 평판에 대한 이론 정식화는 향후 연구에서 제안된다.

2. 이론 정식화

2.1 지배방정식과 경계조건

고정단 경계를 가진 평판의 자유진동 지배방정식은 다음과 같이 주어진다⁽¹¹⁾.

$$\nabla^4 W - \Lambda^4 W = 0, \tag{1}$$

$$\Lambda = (\rho\omega^2 / D_E)^{1/4}, \tag{2}$$

여기서 W 는 평판의 진동 변위, Λ 는 주파수 파라미터, ρ 는 평판의 면밀도, ω 는 각주파수(angular frequency), D_E 는 판강성(flexural rigidity of plate)을 나타낸다. 그리고 고정단 경계조건 식은 다음과 같이 주어진다⁽¹¹⁾.

$$W(B) = 0, \quad \partial W(B) / \partial n = 0, \tag{3, 4}$$

여기서 $W(B)$ 와 $\partial W(B) / \partial n$ 은 각각 평판의 경계에서의 평판 변위와 기울기를 뜻하며, n 은 경계에서의 법선 방향을 의미한다.

2.2 자유진동해에 경계조건 적용

Fig. 1에서 점선으로 표시된 해석 대상 고정단 평판의 경계는 N 개의 노드들로 이산화 된다. 평판 내부의

한 점 P 에서의 자유진동 변위 응답은 무차원 동영향 함수들의 선형 결합으로 다음과 같이 가정된다⁽⁵⁾.

$$W(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^N A_k J_0(\Lambda|\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|) + B_k I_0(\Lambda|\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|), \tag{5}$$

여기서 J_0 와 I_0 는 각각 제1종 0차 베셀 함수(Bessel function)와 수정 베셀 함수를 나타내며, A_k 와 B_k 는 미지 상수이다. 그리고 \mathbf{r}_k 는 Fig. 1에서 알 수 있듯이 평판 경계에 위치한 노드 P_k 에 대한 위치 벡터를 뜻한다.

가정된 자유진동해 식 (5)가 평판의 경계 노드에서 고정단 경계조건을 만족하도록 하기 위해, 고정단 경계조건 식 (3, 4)를 다음과 같이 각각 이산화한다.

$$W(\mathbf{r}_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \tag{6}$$

$$\frac{\partial W(\mathbf{r}_i)}{\partial n_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{7}$$

여기서 \mathbf{r} 와 n_i 는 평판의 경계 노드 P_i 의 위치벡터와 법선 방향을 각각 나타낸다.

자유진동 해 식 (5)를 경계조건 식 (6)과 식 (7)에 대입하면 다음의 식을 각각 얻을 수 있다.

$$\sum_{k=1}^N A_k J_0(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) + B_k I_0(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) = 0, \tag{8}$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\sum_{k=1}^N A_k \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) + B_k \frac{\partial}{\partial n_i} I_0(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) = 0, \tag{9}$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

식 (9)에서 법선 방향 미분을 수행하면, 식 (9)는 다음과 같이 된다.

$$\sum_{k=1}^N A_k \Lambda J_1(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) \frac{\partial}{\partial n_i} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k| - B_k \Lambda I_1(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) \frac{\partial}{\partial n_i} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k| = 0, \tag{10}$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

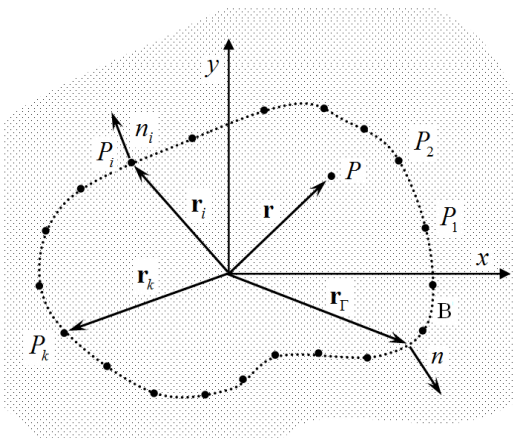


Fig. 1 Arbitrarily shaped plate discretized with boundary nodes P_1, P_2, \dots, P_N

2.3 대수 고유치 문제로의 정식화

이제 식 (8)과 식 (10)에서 주파수 파라미터 Λ 를 베셀 함수로부터 분리해내기 위해, 베셀 함수 J_0, I_0, J_1, I_1 는 다음과 같이 M 개의 테일러 급수 전개⁽¹²⁾에 의해 근사화 된다.

$$J_0(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) \approx \sum_{s=0}^M \frac{(-1)^s (\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{2s}}{[\Gamma(s+1)]^2} = \sum_{s=0}^M \Lambda^{2s} \phi_s^J(i, k) \tag{11}$$

$$I_0(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) \approx \sum_{s=0}^M \frac{(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{2s}}{[\Gamma(s+1)]^2} = \sum_{s=0}^M \Lambda^{2s} \phi_s^I(i, k) \tag{12}$$

$$J_1(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) \approx \sum_{s=0}^M \frac{(-1)^s (\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{2s}}{\Gamma(s+1)\Gamma(s+2)} = \sum_{s=0}^M \Lambda^{1+2s} \phi_s^J(i, k) \tag{13}$$

$$I_1(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|) \approx \sum_{s=0}^M \frac{(\Lambda|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{1+2s}}{\Gamma(s+1)\Gamma(s+2)} = \sum_{s=0}^M \Lambda^{1+2s} \phi_s^I(i, k) \tag{14}$$

여기서 $\Gamma(\dots)$ 는 감마 함수(Gamma function)를 나타내며, $\phi_s^J(i, k), \phi_s^I(i, k), \phi_s^J(i, k), \phi_s^I(i, k)$ 는 다음과 같다.

$$\phi_s^J(i, k) = \frac{(-1)^s (|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{2s}}{[\Gamma(s+1)]^2} \tag{15}$$

$$\phi_s^I(i, k) = \frac{(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{2s}}{[\Gamma(s+1)]^2} \tag{16}$$

$$\phi_s^J(i, k) = \frac{(-1)^s (|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{1+2s}}{\Gamma(s+1)\Gamma(s+2)} \tag{17}$$

$$\phi_s^I(i, k) = \frac{(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|/2)^{1+2s}}{\Gamma(s+1)\Gamma(s+2)} \tag{18}$$

식 (11)과 식 (12)를 식 (8)에 대입하면 식 (19)를 얻을 수 있으며, 식 (13)과 식 (14)를 식 (10)에 대입하면 식 (20)을 얻을 수 있다.

$$\sum_{k=1}^N A_k \left(\sum_{s=0}^M \Lambda^{2s} \phi_s^J(i, k) + \sum_{k=1}^N B_k \left(\sum_{s=0}^M \Lambda^{2s} \phi_s^I(i, k) \right) \right) = 0 \tag{19}$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\sum_{k=1}^N A_k \Lambda \left(\sum_{s=0}^M \Lambda^{1+2s} \phi_s^J(i, k) \right) \frac{\partial}{\partial n_i} \Big|_{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k} - \sum_{k=1}^N B_k \Lambda \left(\sum_{s=0}^M \Lambda^{1+2s} \phi_s^I(i, k) \right) \frac{\partial}{\partial n_i} \Big|_{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k} = 0 \tag{20}$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

식 (20)은 다음과 같이 재작성한다.

$$\sum_{k=1}^N A_k \Lambda \left(\sum_{s=0}^M \Lambda^{1+2s} \psi_s^J(i, k) \right) - \sum_{k=1}^N B_k \Lambda \left(\sum_{s=0}^M \Lambda^{1+2s} \psi_s^I(i, k) \right) = 0 \tag{21}$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

여기서

$$\psi_s^{(j)}(i, k) = \phi_s^{(j)}(i, k) \frac{\partial}{\partial n_i} \Big|_{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k} \tag{22}$$

식 (19)와 식 (21)에 있는 두 서메이션(summation) 기호의 순서를 바꾸면 다음과 같이 각각 정리될 수 있다.

$$\sum_{s=0}^M \Lambda^{2s} \sum_{k=1}^N A_k \phi_s^J(i, k) + \sum_{s=0}^M \Lambda^{2s} \sum_{k=1}^N B_k \phi_s^I(i, k) = 0 \tag{23}$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\sum_{s=0}^M \Lambda^{2(1+s)} \sum_{k=1}^N A_k \psi_s^J(i, k) - \sum_{s=0}^M \Lambda^{2(1+s)} \sum_{k=1}^N B_k \psi_s^I(i, k) = 0 \tag{24}$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

다음으로, 식 (23)과 식 (24)에서 $\Lambda^2 = \lambda$ 로 정의하고, 이들 두 식을 λ 에 대한 다항식의 형태로 다음

과 같이 각각 제작성한다.

$$\begin{aligned} & \lambda^0 \sum_{k=1}^N A_k \phi_0^J(i, k) + \lambda^1 \sum_{k=1}^N A_k \phi_1^J(i, k) + \dots + \lambda^M \sum_{k=1}^N A_k \phi_M^J(i, k) \\ & + \lambda^0 \sum_{k=1}^N B_k \phi_0^I(i, k) + \lambda^1 \sum_{k=1}^N B_k \phi_1^I(i, k) + \dots + \lambda^M \sum_{k=1}^N B_k \phi_M^I(i, k) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$i = 1, 2, \dots, N,$

$$\begin{aligned} & \lambda^0 \sum_{k=1}^N A_k \psi_0^J(i, k) + \lambda^1 \sum_{k=1}^N A_k \psi_1^J(i, k) + \dots + \lambda^M \sum_{k=1}^N A_k \psi_M^J(i, k) \\ & - \lambda^0 \sum_{k=1}^N B_k \psi_0^I(i, k) + \lambda^1 \sum_{k=1}^N B_k \psi_1^I(i, k) + \dots + \lambda^M \sum_{k=1}^N B_k \psi_M^I(i, k) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$i = 1, 2, \dots, N.$

식 (25)와 식 (26)을 행렬식의 형태로 표현하면, 다음과 같이 두 개의 시스템 행렬식을 각각 얻을 수 있다.

$$(\lambda^0 \Phi_0^J + \lambda^1 \Phi_1^J + \dots + \lambda^M \Phi_M^J) \mathbf{A} + (\lambda^0 \Phi_0^I + \lambda^1 \Phi_1^I + \dots + \lambda^M \Phi_M^I) \mathbf{B} = \mathbf{0}' \quad (27)$$

$$(\lambda^0 \Psi_0^J + \lambda^1 \Psi_1^J + \dots + \lambda^M \Psi_M^J) \mathbf{A} - (\lambda^0 \Psi_0^I + \lambda^1 \Psi_1^I + \dots + \lambda^M \Psi_M^I) \mathbf{B} = \mathbf{0}' \quad (28)$$

여기서, 크기 $N \times N$ 인 행렬 $\Phi_s^{(j)}$ 와 $\Psi_s^{(j)}$ 의 i 번째 행과 k 번째 열에 위치한 성분은 식 (29)와 식 (30)에 의해 주어진다.

$$\Phi_s^{(j)}(i, k) = \phi_j^{(i)}(i, k), \quad (29)$$

$$\Psi_s^{(j)}(i, k) = \psi_j^{(i)}(i, k), \quad (30)$$

그리고 벡터 \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \{A_1 \quad A_2 \quad \dots \quad A_N\}^T, \quad (31)$$

$$\mathbf{B} = \{B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_N\}^T, \quad (32)$$

여기서 $\{\dots\}^T$ 는 전치 행렬(transpose matrix)을 의미한다.

마지막으로 두 시스템 행렬식 식 (27)과 식 (28)을 연립하여 하나의 행렬식으로 나타내면, 다음과 같은 고차 다항 고유치 문제 행렬식⁽¹³⁾을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \lambda^0 \begin{bmatrix} \Phi_0^J & \Phi_0^I \\ \Psi_0^J & -\Psi_0^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{Bmatrix} + \lambda^1 \begin{bmatrix} \Phi_1^J & \Phi_1^I \\ \Psi_1^J & -\Psi_1^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{Bmatrix} \\ & + \dots + \lambda^M \begin{bmatrix} \Phi_M^J & \Phi_M^I \\ \Psi_M^J & -\Psi_M^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

다음으로, 위 식을 다음과 같이 간단한 형태로 표현한다.

$$\lambda^0 \mathbf{SM}_1 \mathbf{C} + \lambda^1 \mathbf{SM}_1 \mathbf{C} + \dots + \lambda^M \mathbf{SM}_M \mathbf{C} = \mathbf{0}, \quad (34)$$

여기서,

$$\mathbf{SM}_s = \begin{bmatrix} \Phi_s^J & \Phi_s^I \\ \Psi_s^J & -\Psi_s^I \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{Bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{Bmatrix}, \quad (35, 36)$$

주파수 파라미터 λ 에 대한 고차 다항 행렬식 식 (34)는 다음과 같이 선형화될 수 있다⁽¹³⁾.

$$\mathbf{SM}_L \mathbf{D} = \lambda \mathbf{SM}_R \mathbf{D}, \quad (37)$$

여기서, 시스템 행렬 \mathbf{SM}_L 과 \mathbf{SM}_R 그리고 미지 벡터 \mathbf{D} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{SM}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{I} \\ -\mathbf{SM}_0 & -\mathbf{SM}_1 & -\mathbf{SM}_2 & \dots & -\mathbf{SM}_{M-1} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\mathbf{SM}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{SM}_M \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$$\mathbf{D} = \{\mathbf{C}^T \quad \lambda \mathbf{C}^T \quad \lambda^2 \mathbf{C}^T \quad \dots \quad \lambda^{M-1} \mathbf{C}^T\} \quad (40)$$

마지막으로 식 (37)은 다음과 같이 변경된다.

$$SM_R^{-1} SM_L D = \lambda D. \tag{41}$$

식 (41)을 다시 작성하면, 다음과 같이 대수 고유치 문제로 정식화된 최종 시스템 행렬식을 얻을 수 있다.

$$SM D = \lambda D, \tag{42}$$

여기서,

$$SM = SM_R^{-1} SM_L. \tag{43}$$

식 (42)로부터 해석 대상 평판의 고유치와 고유벡터를 구할 수 있으며, 고유벡터 **D**의 첫 번째 성분로부터 **C^T** 벡터 **A**와 **B**를 구하여 식 (5)에 대입하면 모드 형상을 그릴 수 있다.

3. 검증 예제

이 논문에서 제안된 방법의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해, 엄밀해가 존재하는 원형 평판과 엄밀해가 존재하지 않는 임의의 형상 평판에 대해 제안된 방법을 적용하였다.

3.1 엄밀해를 가진 고정단 원형 평판

Fig. 2와 같이 반지름이 1 m인 고정단 원형 평판의 경계를 16개의 노드로 분할한 후, 이 논문에서 제안된 방법을 적용하였다.

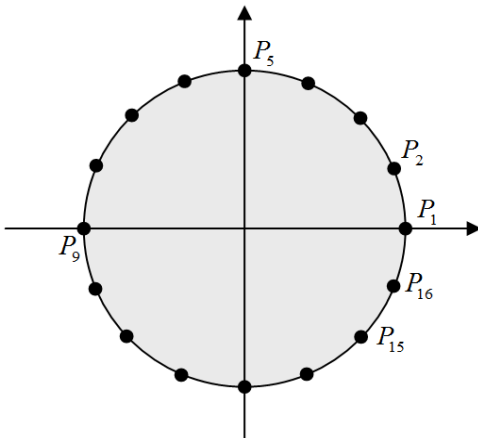


Fig. 2 Clamped circular plate discretized with 16 nodes

Table 1에서, 이 논문에서 제안된 방법(proposed method)과 엄밀해(exact solution)를 비교해보면, $M = 20$ 인 경우에는 5차 고유치까지 오차가 없음을 알 수 있으며, $M = 25$ 인 경우에는 6차 고유치까지 모두 오차가 없이 정확히 일치함을 확인할 수 있다. 반면에 Table 1에서 엄밀해와 FEM 해석 결과를 비교해보면, FEM(ANSYS)에서 1,835개의 많은 노드를 사용하였으나, 제안된 방법에 비해 상대적으로 엄밀해와 큰 오차를 가짐을 확인할 수 있다. 참고로, FEM이 큰 오차를 가지는 이유는 노드들 사이에 사용된 보간함수가 평판의 진동 지배방정식을 만족하지 않기 때문이다^(1,5).

3.2 임의의 형상 고정단 평판

Fig. 3과 같이 반지름이 1인 반원과 변이 길이가 $\sqrt{2}$ 인 변 두 개로 구성된 임의의 형상 평판의 경계를 20개의 노드로 이산화한 후 제안된 방법을 적용하였으며 그 결과는 Table 2에 제시되었다.

Table 2에서 알 수 있듯이, $M = 25$ 인 경우에 제안된 방법에 의해 구해진 고유치들은 961노드를 사용한 FEM(ANSYS) 고유치들과 오차가 0.2% 이내인 타당한 결과를 제공함을 확인할 수 있다. 참고로 현재의 평판은 엄밀해가 존재하지 않기 때문에, 차선으로 많은 노드를 사용한 FEM 해석 고유치와 제안된 방법에 의한 고유치를 비교하였다.

Table 1 Eigenvalues of the circular plate by the proposed method, the exact solution, and FEM (parenthesized values denote errors (%) with respect to the exact solution)

	Proposed method (16 nodes)		Exact solution ⁽¹⁴⁾	FEM (1,835 nodes)
	$M = 20$	$M = 25$		
1	3.196 (0.00)	3.196 (0.00)	3.196	3.201 (0.16)
2	4.611 (0.00)	4.611 (0.00)	4.611	4.610 (0.02)
3	5.921 (0.00)	5.906 (0.00)	5.906	5.906 (0.00)
4	6.306 (0.00)	6.306 (0.00)	6.306	6.323 (0.27)
5	7.144 (0.00)	7.144 (0.01)	7.144	7.143 (0.01)
6	7.820 (0.27)	7.799 (0.00)	7.799	7.811 (0.15)

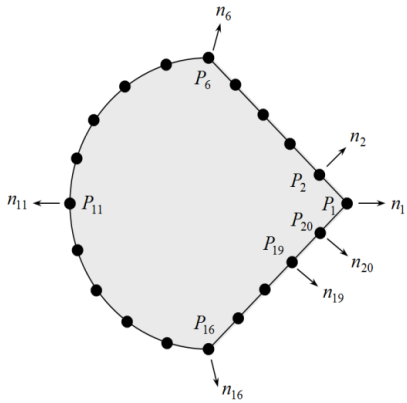


Fig. 3 Clamped arbitrarily shaped plate discretized with 20 nodes of the normal directions are given by n_i

Table 2 Eigenvalues of the arbitrarily shaped plate by the proposed method and FEM(parenthesized values denote errors (%) with respect to FEM using 961 nodes)

	Proposed method (20 nodes)		FEM ⁽⁵⁾	
	$M = 20$	$M = 25$	961 nodes	576 nodes
1	3.634 (0.03)	3.634 (0.03)	3.633	3.631
2	5.121 (0.04)	5.121 (0.04)	5.119	5.116
3	5.283 (0.08)	5.283 (0.08)	5.279	5.274
4	6.457 (0.16)	6.457 (0.16)	6.447	6.439
5	6.844 (0.10)	6.844 (0.10)	6.837	6.830
6	7.013 (0.21)	7.014 (0.20)	7.028	7.019

4. 결 론

고정단 임의의 형상 평판의 고유치를 정확하고 수월하게 추출할 수 있는 개선된 NDIF법 이론을 정식화하였다. 개선된 NDIF법 정식의 정확성과 타당성은 예제 검증을 통해 확인되었다. 향후 연구에서는 분할영역법^(3,9)을 이용하여, 오목 평판이나 구멍이 있는 평판과 같이 다양한 형상을 가진 평판에 대한 MNDIF 정식화를 시도하고자 한다. 아울러 모드 형상을 추출하는 방안에 대한 연구도 수행될 예정이다.

후 기

이 연구는 한성대학교 교내학술연구비 지원과제임.

References

- (1) Bathe, K., 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, New Jersey.
- (2) Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C., 1984, Boundary Element Techniques, Springer-Verlag, New York.
- (3) Kang, S. W. and Lee, J. M., 1999, Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Membrane Using Non-dimensional Dynamics Influence Function, Journal of Sound and Vibration, Vol. 221, No. 1, pp. 117~132.
- (4) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2000, Application of Free Vibration Analysis of Membranes Using the Non-dimensional Dynamics Influence Function, Journal of Sound and Vibration, Vol. 234, No. 3, pp. 455~470.
- (5) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2001, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with Clamped Edges Using Wave-type Functions, Journal of Sound and Vibration, Vol. 242, No. 1, pp. 9~26.
- (6) Kang, S. W., 2002, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with a Mixed Boundary Condition Using Non-Dimensional Dynamic Influence Functions, Journal of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 3, pp. 533~549.
- (7) Kang, S. W., 2007, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Polygonal Plates with Free Edges by Considering the Phenomenon of Stress Concentration at Corners, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 3, pp. 220~225.
- (8) Kang, S. W., Kim, I. S. and Lee, J. M., 2008, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with Smoothly Varying Free Edges Using NDIF Method, Journal of Vibration and Acoustics, Transaction of ASME, Vol. 130, No. 4, pp. 041010.1~041010.8.
- (9) Kang, S. W. and Yoon, J. I., 2012, Development of the NDIF Method Using a Sub-domain Method Approach for Extracting Highly Accurate Natural Frequencies of Arbitrarily Shaped Plates, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering,

Vol. 22, No. 9, pp. 830~836.

(10) Kang, S. W. and Kim, J. G, 2009, A Formulation of NDIF Method to the Algebraic Eigenvalue Problem for Efficiently Extracting Natural Frequencies of Arbitrarily Shaped Plates with the Simply Supported Boundary Condition, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 19, No. 6, pp. 607~613.

(11) Meirovitch, L., 1967, Analytical Methods in Vibrations, Macmillan Publishing, New York.

(12) Spiegel, M. R., 1983, Advanced Mathematics, McGraw-Hill, Inc, Singapore.

(13) Gohberg, I., Lancaster, P. and Rodman, L., 1982, Matrix Polynomials, Academic Press, New York.

(14) Blevins, R. D., 1979, Formulas for Natural

Frequency and Mode Shape. Litton Educational Publishing, New York.



Sang-Wook Kang received a B.S., M.S. and Ph.D. degree in Dept. of Mechanical Design Engineering from Seoul National University in 1992, 1994 and 1999, respectively. He is currently working in Hansung University as a professor of the mechanical system engineering. His research interests include the development of NDIF method for free vibration analysis of membrane, acoustic cavities, and plates with general shapes.