韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/mathedu.2015.54.4.317
2015. 11. 제 54권, 제 4호, 317-334.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
November. 2015, Vol. 54, No. 4, 317-334.

수학 창의적 산출물 의미 척도의 개선 및 창의적 산출물의 구조 탐색

홍주연(경상대학교 강사)
김민수(경남과학고등학교)
한인기(경상대학교)†

Ⅰ. 서론

인간은 주변 환경에 적응하고 생존을 유지하기 위해 끊임없이 궁리하며 산출물을 만들어 왔다. 그리고 산출물을 만드는 과정에서 인류 스스로도 발전을 거듭할 수 있었다. 인류의 역사와 마찬가지로, 수학교실에서 학생들의 발전도 같은 맥락에서 생각할 수 있을 것이다.

수학교실에서 학생들은 설정된 목표를 달성하기 위해 다양한 활동을 수행한다. 수학 문제의 풀이가 목표일 수도 있고, 어떤 수학적 아이디어가 목표일 수도 있으며, 유형의 어떤 수학적 대상이 학생들 활동의 목표가 될 수도 있다. 이 과정에서 학생들은 자신의 산출물을 만들게 된다. 이때 산출물은 기존의 것을 그대로 답습하여 만든 재생적인 성격의 것일 수도 있고, 그렇지 않은 창의적인 성격의 것일 수도 있다.

최근에 학교 수학교육에서 창의성 개념이 강조되고 있다. 특히 2015년에 고시된 수학과 교육과정(교육부, 2015, p.4)에서 수학교과의 성격을 기술하면서, '창의·융합은 수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며...'와 같이 기술했고, 교수·학습 방법에서도 창의·융합 능력을 함양시킬 수 있는 구체적인 방안들을 제시하였다.

학교 현장에서 학생들이 창의적 성격의 학습, 활동, 산출물을 경험하면서 만들 수 있는 많은 시도들이 이루어지고 있다. 그리고 수학교육학 연구에서도 다양한 수준의 창의적 산출물을 만들고 지도하는 것에 관련된 연구들이 진행되고 있다.

수학 분야에서 창의적 산출물 지도의 실제와 그 결과에 관련된 연구로는, 홍동화, 서보억, 박은익, 유성훈, 최은서(2015)는 정다각형의 개념의 확장에 관련된 창의적 산출물을 제시하였고, 고대현, 박정민, 백은하, 김문섭, 한인기(2014)는 대수식의 대칭성을 이용한 부등식 증명에 관련된 창의적 산출물을 제시하였고, 박종률, 이헌수(2012)는 초등학생들을 대상으로 자연수의 연산을 활용한 원형 디자인을 소재로 하여 창의적 산출물의 교수·학습을 위한 모형을 연구하였고, 방승진, 최중오, 임진아, 고정호, 이정승, 남주강, 전규민(2007)은 기둥이 4개인 하노이 탑의 규칙성과 일반항에 대한 창의적 산출물을 제시하였다. 이러한 연구들을 통해 수학교실에서 창의적 산출물 교육의 가능성이 확인되었으며, 학생들이 의미로운 창의적 산출물을 만들 수 있다는 것을 알 수 있다.

한편, 창의적 산출물에 관련된 수학교육학 연구로는, 홍주연, 한인기(2014)는 수학 영역의 창의적 산출물 개념의 범주 및 하위요소들을 밝히고, 수학 창의적 산출물의 의미 척도를 제시하였고, 이종희, 김기연(2010)은 수학영재의 창의적 산출물의 평가 준거를 개발하여 제시하였다. 그리고 김선희(2005)는 수학적 지식, 수학적 사고, 수학적 탐구 기술과 창의적 산출물 전체에 대한 평가요소로 구성된 창의적 산출물 생산 모델을 제시하고, 이에 따른 창의적 산출물에 대한 평가 준거를 제안하였고, 김진호(2004)는 수학에서 창의적인 사람, 창의적인 산물, 창의적인 과정에 대한 다양한 논의를 제시하였다. 이러한 연구들을 통해 수학교육에서 창의성, 창의적 산출물에 대한 개념들이 구체화되고, 창의적 산출물의 생산 모델, 창의적 산출물의 평가, 창의적 산출물의 구성 요소 등에 대한 폭넓은 연구와 논의의 가능성이 열렸다.

---

* 접수일(2015년 10월 15일), 수정일(2015년 10월 26일), 게재확정일(2015년 11월 19일)
* ZDM분류 : C44
* MSC2000분류 : 97C40
* 주제어 : 창의적 산출물, 창의적 산출물 의미 척도, 이론적 탐구 중심의 수학 산출물
† 교신저자

본 연구는 창의적 산출물 개념에 대한 이론적 탐색 연구로, 홍주연, 한인기(2014)에 제시된 수학분야의 창의적 산출물의 의미 척도(MCPSS, Creative Product Semantic Scale in Mathematics)를 개선하여 신뢰도와 타당도가 향상된 창의적 산출물 의미 척도(MCPSS1)를 개발하고, 수학의 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물에 대한 개념 구조를 탐색할 것이다. 이를 통해, 수학 분야의 창의적 산출물 개념의 구성 요소, 개념 구조에 대한 더 나은 이해를 위한 기초 자료를 제공할 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. Besemer, Treffinger, O′Quin의 CPSS 개발

Besemer & Treffinger(1981), Besemer & O′Quin (1986), O′Quin & Besemer(1989), Besemer(1998), Besemer & O′Quin(1999)은 산출물의 창의적 속성에 대하여 연구하였다.

초기 연구로 Besemer & Treffinger(1981)는 다양한 산출물의 창의적인 측면을 평가하기 위하여 창의적 산출물 분석 매트릭스(The Creative Product Analysis Matrix, CPAM)를 만들었다. 이는 창의성, 창의적 산출물과 관련된 다양한 문헌을 분석하여 산출물의 창의적 속성을 14개 요소로 정리하고 이를 3개 범주로 묶은 것이다. CPAM은 창의적 산출물 개념의 구조에 관한 이론적 근거를 뒷받침하고는 있으나 연역적으로 검증되지는 않았다.

그래서 Besemer는 O′Quin과 함께 CPAM이 제시한 단어의 개념을 구체화시키기 위해 다양한 형용사 짝을 선정하여 구성한 측정 도구인 창의적 산출물 의미 척도(Creative Product Semantic Scale, CPSS)를 개발하고 통계분석을 통한 실증적 방법을 사용하여 창의적 산출물 개념의 구조를 탐색하려고 하였다.

최초의 CPSS는 1986년 Besemer & O′Quin에 의해 개발되었으며 70개의 상반된 의미를 갖는 형용사 짝 문항들로 구성되어 있다. 그 후 CPSS는 Besemer, O′Quin에 의해 요인분석을 통한 타당도 검증 및 크론바흐 α값

[표 1] Besemer, Treffinger, O′Quin의 창의적 산출물 개념의 범주 및 하위요소
[Table 1] Besemer, Treffinger and O′Quin's the dimension and criteria of the concept of creative products

Besemer & Treffinger(1986)	Besemer & O′Quin(1986), O′Quin & Besemer(1989)	Besemer(1998)
· 새로움(Novelty) 독창성(original) 발전가능성(germinal) 변형가능성(transformational)	· 새로움(Novelty) 독창성(original) 발전가능성(germinal) 놀라움(surprising)	· 새로움(Novelty) 독창성(original) 놀라움(surprising)
· 해결성(Resolution) 적합성(adequate) 적절성(appropriate) 논리성(logical) 유용성(useful) 가치로움(valuable)	· 해결성(Resolution) 논리성(logical) 유용성(useful) 가치로움(valuable)	· 해결성(Resolution) 논리성(logical) 유용성(useful) 가치로움(valuable) 이해가능성(understandable)
· 정교성 및 종합성 (Elaboration and Synthesis) 매력성(attractive) 복합성(complex) 우아함(elegant) 유기적 조직성(organic) 완성도(well-crafted) 표현력(expressive)	· 정교성 및 종합성 (Elaboration and Synthesis) 복합성(complex) 우아함(elegant) 유기적 조직성(organic) 완성도(well-crafted) 이해가능성(understandable)	· 정교성 및 종합성 (Elaboration and Synthesis) 우아함(elegant) 유기적 조직성(organic) 완성도(well-crafted)

을 활용한 신뢰도 검증을 거치면서 후속 연구가 진행되었다. 즉 창의적 산출물 개념을 구성하는 하위요소의 측정문항인 형용사 짝 문항들의 이동, 단어 교체 및 삭제의 과정을 포함하며, 이것은 하위요소의 다른 상위 범주로의 이동, 하위요소 명칭의 교체 및 삭제를 의미한다.

초기 연구인 Besemer & Treffinger(1981)의 CPAM에서는 산출물의 창의적 속성을 3개 범주 및 14개 하위요소로 보았다면 Besemer, O′Quin의 후속연구를 거치면서 창의적 산출물 개념의 구조는 다소 수정되었고 그 과정을 요약하면 [표 1]과 같다.

결국 창의적 산출물 개념은 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성이라는 상위 범주 하에 몇몇 하위요소들의 이동, 명칭 교체 및 삭제의 변화를 통해 좀 더 검증된 구조를 가지게 되었다. 또한 각 하위요소들을 측정하는 CPSS 문항들 중 타당도와 신뢰도를 저하시키는 문항들이 삭제되면서, 설문지의 문항 수가 대폭 줄어 응답자들에게 편의를 제공할 수 있었다.

2. MCPSS

홍주연, 한인기(2014)는 타당도 검증을 위한 두 번의 탐색적 요인분석과 신뢰도 검증을 거쳐 총 33문항의 수학 영역에서 창의적 산출물 의미 척도(MCPSS)를 만들었다.

MCPSS는 심리학 분야에서 창의적 산출물 관련 연구인 Besemer & Treffinger(1981)의 CPAM, Besemer & O′Quin(1986), O′Quin & Besemer(1989)의 CPSS를 이론적 배경으로 삼았다. 그리고 O′Quin과 Besemer의 CPSS를 번역하여 수학 영역의 창의적 산출물에 적용하고자 하였으나 불가능한 것을 확인한 후, 수학 영역에서 사용할 수 있는 창의적 산출물 의미 척도를 개발하게 되었다.

MCPSS의 개발 과정은 첫째, O′Quin과 Besemer의 CPSS 55문항을 사용하여 설문을 실시하고 탐색적 요인분석을 통해 3요인을 추출하여 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성이라 명하고 이를 상위 범주로 결정하였다.

둘째, 각 범주를 측정하는 하위요소들 추출하기 위하여 또 한 번의 탐색적 요인분석을 수행하여 새로움의 하위요소로 3요인을 추출하여 독창성, 발전가능성, 놀라움이라 명하고, 해결성의 하위요소로 2요인을 추출하여 유용성, 가치로움이라 명명하고, 정교성 및 종합성의 하위요소로 3요인을 추출하여 유기적 조직성, 복합성, 완성도이라 명하였다. 요인추출방법으로는 주성분방법, 요인회전방법으로는 직접 오블리민 방법이 사용되었고 이 같은 통계분석을 통해 MCPSS의 타당도를 검증할 수 있었다.

셋째, MCPSS의 신뢰도 검증을 위해 크론바흐 α값을 사용하였는데, 가치로움을 측정하는 4개 문항의 크론바흐 α값이 .556으로 가장 낮았으며 그 외의 모든 하위요소들을 측정하는 문항들의 크론바흐 α값은 .60이상이었다.

한편, MCPSS의 범주와 하위요소들을 CPSS와 비교해볼 때, MCPSS에서 새로움의 하위요소인 독창성, 발전가능성, 놀라움은 CPSS의 것과 그대로 일치하는 반면, MCPSS에서 해결성의 하위요소는 유용성과 가치로움인데 CPSS에서는 그 외 논리성을 더 포함하고 있다. 이는 MCPSS 개발 과정에서 탐색적 요인분석 시, 논리성을 측정하는 문항들이 하나의 요인으로 묶이지 못하였기 때문에 해결성의 하위요소에서 제외된 것으로 분석할 수 있다.

CPSS의 정교성 및 종합성의 하위요소는 유기적 조직성, 우아함, 복합성, 이해가능성, 완성도로 구성되어 있지만, MCPSS에서는 우아함과 이해가능성이 제거된 나머지 3개 하위요소들로 구성되어 있다. 이는 CPSS에서 우아함의 문항으로 ‘보기 흉한-우아한’, ‘역겨운-매력적인’, ‘볼품없는-멋들어진’, ‘매력적이지 않은-매력적인’, ‘난잡한-정제된’을 사용하고 있는데 이것은 수학 영역의 창의적 산출물의 특징을 표현하는 형용사로 바람직하지 않다는 견해와 우아함을 측정하는 문항들이 하나의 요인으로 묶이지 못한 것 등을 원인으로 분석할 수 있다. 또한 이해가능성에 대해서도 유사하게 분석할 수 있다.

Ⅲ장의 [표 2]에 제시된 MCPSS1은 홍주연, 한인기(2014)에 제시된 MCPSS에서 R-V1, R-V3, E-C1, E-C3의 네 문항을 수정한 것이다(자세한 내용은 Ⅲ장 참고).

MCPSS는 CPSS보다 훨씬 적은 문항 수를 갖고 있고, 비교적 쉽게 수학 영역의 창의적 산출물을 평가하는 도구로 활용할 수 있다는 장점을 지녔으나 실제로 MCPSS를 교육 현장에 활용하기 위해서는 최소 몇 명의 평가자를 투입하여 어떤 방식으로 평가 점수를 제시할 것인가 등의 문제가 남아있다.

Ⅲ. 연구방법

본 연구는 크게 두 부분으로 나눌 수 있는데, 첫째 기존의 MCPSS를 보완하여 수학영역에서 창의적 산출물의 개념을 구성하는 요소들을 정확하고 일관되게 측정하기 위한 MCPSS1을 개발하고자 MCPSS1의 신뢰도와 구성개념 타당도를 검증하고, 둘째 수학의 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물에 대한 개념 구조를 탐색하는 것이다. 이들에 대한 연구 방법 및 절차는 다음과 같다.

1. MCPSS1의 개발

MCPSS는 O'Quin & Besemer(1989)의 CPSS를 근간

[표 2] MCPSS1
[Table 2] MCPSS1

범 주	하위 요소	문항번호	문 항		
새로움	독창성	N-O1	남용된	1-2-3-4-5-6-7	신선한
		N-O2	독창성이 없는	1-2-3-4-5-6-7	독창성이 있는
		N-O3	너무 뻔한	1-2-3-4-5-6-7	참신한
		N-O4	흔히 있는	1-2-3-4-5-6-7	보기 드문
	발전가능성	N-G1	되풀이하는	1-2-3-4-5-6-7	유행을 만드는
		N-G2	보통의	1-2-3-4-5-6-7	혁신적인
		N-G3	시대에 뒤떨어진	1-2-3-4-5-6-7	시대를 앞서는
		N-G4	영향력 없는	1-2-3-4-5-6-7	영향력 있는
		N-G5	진보적이 아닌	1-2-3-4-5-6-7	진보적인
	놀라움	N-S1	케케묵은	1-2-3-4-5-6-7	아주 놀라운
		N-S2	아주 흔한	1-2-3-4-5-6-7	믿기 어려운
		N-S3	일반적인	1-2-3-4-5-6-7	뛰어난
		N-S4	구식의	1-2-3-4-5-6-7	신식의
해결성	유용성	R-U1	비기능적인	1-2-3-4-5-6-7	기능적인
		R-U2	사용할 수 없는	1-2-3-4-5-6-7	사용할 수 있는
		R-U3	쓸모 없는	1-2-3-4-5-6-7	쓸모 있는
		R-U4	실행 불가능한	1-2-3-4-5-6-7	실행 가능한
	가치로움	R-V5	효과가 없는	1-2-3-4-5-6-7	효과가 있는
		R-V2	중요하지 않은	1-2-3-4-5-6-7	중요한
		R-V6	비본질적인	1-2-3-4-5-6-7	본질적인
		R-V4	불필요한	1-2-3-4-5-6-7	필요한
정교성 및 종합성	유기적조직성	E-O1	무질서한	1-2-3-4-5-6-7	질서정연한
		E-O2	정돈되지 않은	1-2-3-4-5-6-7	정돈된
		E-O3	조직화되지 않은	1-2-3-4-5-6-7	조직화 된
		E-O4	완성되지 않은	1-2-3-4-5-6-7	완성된
	복합성	E-C5	간단한	1-2-3-4-5-6-7	얽히고 설킨
		E-C2	단순한	1-2-3-4-5-6-7	복잡한
		E-C6	간소한	1-2-3-4-5-6-7	화려한
		E-C4	복합적이지 않은	1-2-3-4-5-6-7	복합적인
	완성도	E-W1	서투른	1-2-3-4-5-6-7	숙련된
		E-W2	대충 만든	1-2-3-4-5-6-7	공들여 만들어진
		E-W3	대충 대충한	1-2-3-4-5-6-7	꼼꼼한
		E-W4	허술한	1-2-3-4-5-6-7	빈틈없는

으로 하여 개발되었다. CPSS의 번역 과정에서 적절한 어휘의 선택, 반대 의미의 어휘 선택, 수학영역에 적합한 어휘 선택, 국어와 영어의 번역에서 발생할 수 있는 오역 등 문제점을 해결하고자 국어교육, 수학교육 전문가의 의견을 참고하였으나 그럼에도 불구하고 연구에서 측정하고자 했던 의도와는 다르게 문항의 의미를 받아들인 응답자들이 있었던 것으로 분석되었다. 이를 개선하고자 MCPSS의 문항들 중 신뢰도를 저하시키는 문항들을 일부 수정하여 얻어진 MCPSS1의 신뢰도를 검증하고, 확인적 요인분석을 통해 구성개념 타당도를 검증하였다.

(1) MCPSS의 수정 및 MCPSS1의 신뢰도 검증

홍주연, 한인기(2014)에 제시된 MCPSS 문항들의 신뢰도 검증 결과를 살펴보면, 해결성의 하위요소인 가치로움을 측정하는 문항 4개의 크론바흐 α값이 .556, 정교성 및 종합성의 하위요소인 복합성을 측정하는 문항 4개의 크론바흐 α값이 .619로 다른 하위요소 측정문항들의 크론바흐 α값에 비하여 상대적으로 낮게 나타났다. 따라서 본 연구에서는 MCPSS의 신뢰도를 저하시키는 가치로움을 측정하는 4개 문항(R-V1, R-V2, R-V3, R-V4)과 복합성을 측정하는 4개 문항(E-C1, E-C2, E-C3, E-C4)을 조사하여, 이들 중에서 의미가 명확히 전달되지 못한 4개 문항(가치로움에서 R-V1, R-V3과 복합성에서 E-C2, E-C4)을 수정하였다.

가치로움을 측정하는 문항 중 R-V2(중요하지 않은-중요한)은 'unimportant-important'를 번역한 것으로 응답자들의 혼란을 일으키지 않는 명확한 문항이라 판단하여 그대로 유지하였다. 또한 'unnecessary-necessary'를 번역한 R-V4(불필요한-필요한) 문항 또한 같은 이유로 그대로 유지하였다. 반면 R-V1(비효과적인-효과적인)의 경우, 'ineffective-effective'를 번역한 것인데, 의미를 좀 더 명확하게 전달하기 위해 '효과가 없는-효과가 있는'으로 바꾸고 이를 R-V5라 표기하였다. 또한 R-V3(필수적이 아닌-필수적인)의 경우, 'inessential-essential'을 번역한 것인데, 창의적 산출물이 그 분야의 본질에 관한 것인지 아닌지를 묻는 문항이므로 '비본질적인-본질적인'으로 바꾸고 이를 R-V6이라 표기하였다.

또한 복합성을 측정하는 문항 중 E-C1(단순한-복잡한)과 E-C3(복합적이지 않은-복합적인)은 응답자들의 혼란을 일으키지 않는 명확한 문항이라 판단하여 그대로 유지하였다. 반면, E-C2(간단한-뒤얽힌)의 경우 '뒤얽힌'을 '얽히고 설킨'이라 풀어서 해석하고 E-C5라고 표기하였고, E-C4(소박한-화려한)의 경우 수학 영역에서 '소박한'이라는 표현보다는 '간소한'이라는 표현이 의미를 명확히 전달할 수 있을 것이라 판단되어 이를 수정하고 E-C6이라고 표기하였다. 즉 가치로움과 복합성을 측정하는 문항에서 각 2개씩을 수정하고 나머지 29개 문항을 그대로 유지하여 총 33개 문항의 새로운 의미척도를 만들었다. 이를 MCPSS1이라 명하였고 [표 2]에 제시되어 있다.

가치로움을 측정하는 문항번호는 R-V1, R-V2, R-V3, R-V4에서 R-V2, R-V4, R-V5, R-V6으로 수정되었고 복합성을 측정하는 문항번호는 E-C1, E-C2, E-C3, E-C4에서 E-C2, E-C4, E-C5, E-C6으로 수정되었다. 본 연구에서는 수정한 각 하위요소들을 측정하는 문항들의 크론바흐 α값이 이전에 비하여 상향되었음을 확인할 수 있었으며, 그 외의 하위요소들을 측정하는 문항들의 크론바흐 α값은 모두 .60이상이었다. 즉 본 연구에서 사용한 데이터는 신뢰할 만하고 이 데이터를 사용하여 얻어지는 가설에 대한 분석 결과 역시 신뢰할 수 있다고 볼 수 있다.

(2) 수학 영역에서 이론적 탐구 중심의 산출물

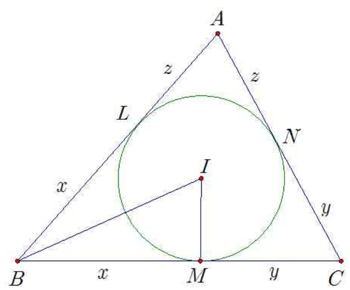
본 연구에서는 수학 영역에서 이론적 탐구 중심의 산출물로 삼차방정식을 이용한 삼각형 탐구, 넓이와 방접원의 반지름을 이용한 삼각형 탐구, 삼각형의 넓이 탐구를 선정하였다. 이때 이론적 탐구 중심의 산출물이란 체험이나 구체적인 실험을 통한 규칙성 탐구보다는 수학자가 수학을 탐구하듯이 이론적인 측면에서 수학을 탐구하여 수학적인 규칙성이나 수식을 발명하는 것에 초점이 맞추어진 산출물을 의미한다. 본 연구에서는 설문지를 ○○과학고등학교 2학년 학생들을 대상으로 하였으므로, 이 학생들이 이해할 수 있는 수준에서 의미로운 산출물을 선정하였다.

'삼차방정식을 이용한 삼각형 탐구'에 제시된 탐구 방법 및 내용은 Soltan & Meidman(1982)에 의해 연구되었고, 강인주, 한인기(2012), 신동연(2015)에 의해 제시된 내용의 일부를 재구성하였다. 그리고 '넓이와 방접원의

반지름을 이용한 삼각형 탐구'는 유익승, 한인기, 신현용(2006)에 제시된 내용과 방법의 일부를 재구성한 것이며, '삼각형의 넓이 탐구'는 조도흔, 표명지, 장영수, 이세찬, 김기수, 한인기(2011)의 내용 일부를 재구성한 것이다. 본 연구에서는 검증된 선행 연구들에서 이론적 탐구 중심의 산출물을 선정하여, 산출물로서의 신뢰성, 타당성을 높이고자 하였다. 그리고 연구대상인 ○○과학고등학교 학생들에게 적합한 내용 수준인지를 확인하기 위해, 과학고등학교 수학 교사 2명과 인문계 고등학교 수학 교사 2명에게 자료 검토를 의뢰하여 긍정적인 대답을 얻었다.

[창의적 산출물 A]삼차방정식을 이용한 삼각형 탐구

삼각형 ABC에서 중심이 I인 내접원을 작도하고 변들과의 접점을 L, M, N이라 하고, $\overline{BM}=\overline{BL}=x$, $\overline{CM}=\overline{CN}=y$, $\overline{AL}=\overline{AN}=z$라 하자(그림 1). $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$라 하면, $x+y=a$, $z+x=c$이며, $2x+y+z=a+c$이고, $y+z=b$이므로, $x=\dfrac{a+c-b}{2}=p-b$이다.



[그림 1] 삼각형과 내접원

[Fig. 1] Triangle and inscribed circle

이제 삼각형 BIM에서 $\tan\dfrac{B}{2}=\dfrac{r}{x}$, $x=\dfrac{r}{\tan\dfrac{B}{2}}=r\cot\dfrac{B}{2}$를 생각하자. $x=p-b$이므로 $p-b=r\cot\dfrac{B}{2}$이다. 한편 $b=2R\sin B=4R\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}$이다. $p-b$와 b를 곱하면, $b(p-b)=4Rr\cot\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}$ $=4Rr\cos^2\dfrac{B}{2}$가 얻어진다. 결국, $\cos^2\dfrac{B}{2}=\dfrac{b(p-b)}{4Rr}$이다.

한편 $p-b=r\cot\dfrac{B}{2}$를 $b=4R\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}$로 나누면, $\dfrac{p-b}{b}=\dfrac{r\cot\dfrac{B}{2}}{4R\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}}=\dfrac{r}{4R\ \sin^2\dfrac{B}{2}}$, 즉 $\sin^2\dfrac{B}{2}=\dfrac{br}{4R(p-b)}$가 얻어진다. $\cos^2\dfrac{B}{2}=\dfrac{b(p-b)}{4Rr}$와 $\sin^2\dfrac{B}{2}=\dfrac{br}{4R(p-b)}$을 더하면, 다음이 얻어진다.

$$\cos^2\frac{B}{2}+\sin^2\frac{B}{2}=\frac{b(p-b)}{4Rr}+\frac{br}{4R(p-b)}$$
$$=\frac{b(p-b)^2+br^2}{4Rr(p-b)}=1$$

이로부터 $b(p-b)^2+br^2=4Rr(p-b)$, $b^3-2pb^2+(p^2+r^2+4Rr)b-4pRr=0$가 성립한다. 같은 방법으로, 다음을 유도할 수 있다.

$$a^3-2pa^2+(p^2+r^2+4Rr)a-4pRr=0,$$
$$c^3-2pc^2+(p^2+r^2+4Rr)c-4pRr=0$$

결국 a, b, c는 $x^3-2px^2+(p^2+r^2+4Rr)x-4pRr=0$의 근이 된다.

이제 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해, $a+b+c=2p$, $ab+bc+ca=p^2+r^2+4Rr$, $abc=4pRr$가 얻어진다. 얻어진 등식을 이용하면, 삼각형의 세 변 a, b, c에 대한 다양한 등식들을 유도할 수 있다. 예를 들어, $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$이므로, $a+b+c=2p$, $ab+bc+ca=p^2+r^2+4Rr$를 대입하면, $a^2+b^2+c^2=2(p^2-r^2-4Rr)$가 얻어진다. 유사한 방법으로 다음을 얻을 수 있다.

· $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)^3-3(a+b+c)(ab+bc+ca)+3abc$이므로,
$a^3+b^3+c^3=2p(p^2-3r^2-6Rr)$

· $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{bc+ac+ab}{abc}$이므로,

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{p^2+r^2+4Rr}{4pRr}$$

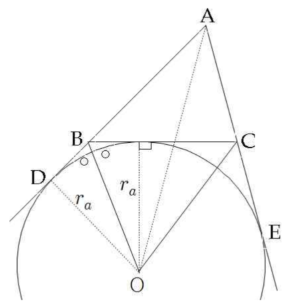
$\cdot\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{(abc)^2}$ 이므로,

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\left(\frac{p^2+r^2+4Rr}{4pRr}\right)^2-\frac{1}{Rr}$$

[창의적 산출물 B] 넓이와 방접원의 반지름을 이용한 삼각형 탐구

삼각형 ABC의 넓이를 S, 꼭짓점 A, B, C에서 그은 높이를 h_a, h_b, h_c라 하면, $S=\frac{1}{2}ah_a$로부터, $a=\frac{2S}{h_a}$이며, 같은 이유로, $b=\frac{2S}{h_b}$, $c=\frac{2S}{h_c}$이다. 이제 삼각형 ABC의 방접원을 생각하자. 변 BC와 접하는 방접원의 반지름을 r_a라 하면(그림 2), 넓이에 대한 등식 $S=r_a(p-a)$이 성립한다. 왜냐 하면, $S_{ABOC}=S_{ABC}+S_{BOC}=S_{ABO}+S_{ACO}$이며, $S_{ABC}+S_{BOC}=S+\frac{1}{2}ar_a$, $S_{ABO}+S_{ACO}=\frac{1}{2}br_a+\frac{1}{2}cr_a$이다. 그러므로, $S+\frac{1}{2}ar_a=\frac{1}{2}br_a+\frac{1}{2}cr_a$이며, $S=r_a(p-a)$가 된다. 이로부터 $\frac{1}{r_a}=\frac{p-a}{S}$이 얻어진다. 같은 이유로, $S=r_b(p-b)$, $S=r_c(p-c)$가 성립하며, $\frac{1}{r_b}=\frac{p-b}{S}$, $\frac{1}{r_c}=\frac{p-c}{S}$이다. $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}=\frac{p-a}{S}+\frac{p-b}{S}=\frac{c}{S}$이다. 이때 $S=\frac{1}{2}ch_c$임을 감안하면, $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}=\frac{2}{h_c}$가 된다. 같은 이유로 $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_c}=\frac{2}{h_b}$, $\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{2}{h_a}$가 된다.

이제 얻어진 등식 $a=\frac{2S}{h_a}$, $b=\frac{2S}{h_b}$, $c=\frac{2S}{h_c}$과 $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}=\frac{2}{h_c}$, $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_c}=\frac{2}{h_b}$, $\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{2}{h_a}$를 이용하여 새로운 등식들을 만들어 보자. 우선 피타라고스 정리를 생각하자. 직각삼각형의 변들에 대해 $a^2=b^2+c^2$가 성립한다고 하자. 이때 $a=\frac{2S}{h_a}$, $b=\frac{2S}{h_b}$, $c=\frac{2S}{h_c}$를 대입하면, 직각삼각형의 세 높이 h_a, h_b, h_c에 대한 새로운 등식 $\frac{1}{h_a^2}=\frac{1}{h_b^2}+\frac{1}{h_c^2}$이 얻어진다.



[그림 2] 삼각형과 방접원
[Fig. 2] Triangle and escribed circle

한편 $a=\frac{2S}{h_a}$에 $\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{2}{h_a}$를 대입하면, $a=\frac{S}{r_b}+\frac{S}{r_c}$가 된다. 같은 이유로, $b=\frac{S}{r_a}+\frac{S}{r_c}$, $c=\frac{S}{r_a}+\frac{S}{r_b}$이다. 이제 피타고라스 정리 $a^2=b^2+c^2$에 $a=\frac{S}{r_b}+\frac{S}{r_c}$, $b=\frac{S}{r_a}+\frac{S}{r_c}$, $c=\frac{S}{r_a}+\frac{S}{r_b}$를 대입하자. 그러면 방접원의 반지름 r_a, r_b, r_c와 넓이 S에 대한 등식 $S^2\left(\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}\right)^2=S^2\left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_c}\right)^2+S^2\left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}\right)^2$가 얻어진다. 이 등식은 다음과 같이 정리된다.

$$\left(\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}\right)^2=\left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_c}\right)^2+\left(\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}\right)^2,$$

$$r_a^2=r_ar_b+r_br_c+r_cr_a.$$

즉 r_a, r_b, r_c를 이용한 피타고라스 정리의 새로운 형태 $r_a^2=r_ar_b+r_br_c+r_cr_a$이 얻어진다.

이제 코사인 정리를 살펴보자. 코사인 정리

$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$에서 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$이다. 이 식에 $a=\dfrac{2S}{h_a}$, $b=\dfrac{2S}{h_b}$, $c=\dfrac{2S}{h_c}$를 대입하자. 그러면 다음을 얻을 수 있다.

$$\cos A=\frac{\dfrac{1}{h_b^2}+\dfrac{1}{h_c^2}-\dfrac{1}{h_a^2}}{\dfrac{2}{h_b\cdot h_c}}=\frac{\dfrac{h_c}{h_b}+\dfrac{h_b}{h_c}-\dfrac{h_bh_c}{h_a^2}}{2}$$
$$=\frac{h_a^2h_b+h_a^2c-h_bh_c}{2h_a^2h_bh_c}.$$

한편, 방접원의 반지름에 대해서는 다음 등식이 얻어진다.

$$\cos A=\frac{S^2\left(\left(\dfrac{1}{r_b}+\dfrac{1}{r_c}\right)^2+\left(\dfrac{1}{r_a}+\dfrac{1}{r_c}\right)^2-\left(\dfrac{1}{r_b}+\dfrac{1}{r_c}\right)^2\right)}{2S^2\left(\dfrac{1}{r_a}+\dfrac{1}{r_c}\right)\left(\dfrac{1}{r_a}+\dfrac{1}{r_b}\right)}$$
$$=\frac{r_br_c+r_a(r_b+r_c)-r_a^2}{(r_a+r_b)(r_a+r_c)}.$$

이제 헤론의 공식을 탐구하자. $\dfrac{a+b+c}{2}=p$라 하면, 헤론의 공식은 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$이다. $a=\dfrac{2S}{h_a}$, $b=\dfrac{2S}{h_b}$, $c=\dfrac{2S}{h_c}$이므로, $p=S\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}\right)$이며, 다음이 성립한다.

$$p-a=S\left(\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_a}\right),$$
$$p-b=S\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_b}\right),$$
$$p-c=S\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}-\frac{1}{h_c}\right).$$

이것을 헤론 공식에 대입하면, 다음과 같은 새로운 등식을 얻을 수 있다.

$$S=S^2\sqrt{\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_a}\right)}\times$$
$$\times\sqrt{\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_b}\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}-\frac{1}{h_c}\right)},$$

$$S=\frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}\right)\left(\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}-\dfrac{1}{h_a}\right)}}\times$$
$$\times\frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_c}-\dfrac{1}{h_b}\right)\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}-\dfrac{1}{h_c}\right)}}$$

한편, 방접원의 반지름에 대해서는 다음과 같은 새로운 등식을 얻을 수 있다.

$$S=\sqrt{\frac{S}{r}\cdot\frac{S}{r_a}\cdot\frac{S}{r_b}\cdot\frac{S}{r_c}}=\frac{S^2}{\sqrt{rr_ar_br_c}},$$
$$S=\sqrt{rr_ar_br_c}.$$

[창의적 산출물 C] 삼각형의 넓이 탐구

일반적으로 삼각형의 넓이 공식은 삼각형의 한 변과 그 변에 그은 높이, 삼각형의 변들, 삼각형 두 변과 끼인 각, 삼각형의 변들과 외접원의 반지름이 주어진 경우에 관련된다. 여기서는 이들 이외의 조건이 주어진 경우에 삼각형의 넓이 식을 찾았다.

① $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, R(외접원의 반지름)을 이용한 삼각형의 넓이 식

$S=\dfrac{abc}{4R}$에 사인공식 $a=2R\sin A$, $b=2R\sin B$, $c=2R\sin C$을 대입하자. 그러면 다음 식이 얻어진다.

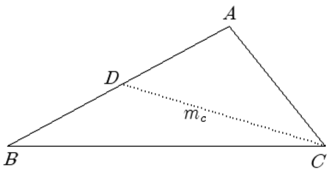
$$S=2R^2\sin A\cdot\sin B\cdot\sin C$$

얻어진 공식은 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, R을 이용한 삼각형 넓이 공식이다.

② $\angle A$, $\angle B$, m_c(꼭짓점 C에서 그은 중선의 길이)를 이용한 삼각형의 넓이 식

삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$라 하자(그림 3). 파푸스의 중선정리를 사용하여 $a^2+b^2=2\left(m_c^2+\dfrac{c^2}{4}\right)$이 얻어지며(그림 3), $4m_c^2=2a^2+2b^2-c^2$이다. 사인 공식에 의해, $a=2R\sin A$, $b=2R\sin B$, $c=2R\sin C$이다. 이것을 $4m_c^2=2a^2+2b^2-c^2$에 대입하면, $4m_c^2=4R^2(2\sin^2A+2\sin^2B-\sin^2C)$이고,

$R^2 = \dfrac{m_c^2}{2\sin^2 A + 2\sin^2 B - \sin^2 C}$ 가 된다.



[그림 3] 삼각형과 중선
[Fig. 3] Triangle and median

$S = 2R^2 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$에 얻어진 R^2에 대한 식을 대입하면, 다음이 얻어진다.

$$S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C = \frac{2m_c^2 \sin A \sin B \sin C}{2\sin^2 A + 2\sin^2 B - \sin^2 C}$$

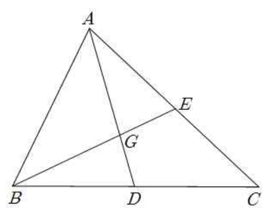
이제 $\angle C = \pi - \angle A - \angle B$을 대입하면 삼각형의 넓이 S를 구하는 새로운 공식이 다음과 같이 얻어진다.

$$S = \frac{2m_c^2 \sin A \sin B \sin(A+B)}{2\sin^2 A + 2\sin^2 B - \sin^2(A+B)}$$

결국 $\angle A$, $\angle B$, m_c를 이용해 삼각형 넓이 식이 표현된다.

③ a, m_a, m_b를 이용한 삼각형의 넓이 식

삼각형 ABC에 중선 $AD = m_a$, $BE = m_b$를 긋자 (그림 4). $S_{ABC} = 2S_{ABD}$, $S_{ABD} = 3S_{GBD}$이다. 이제 삼각형 GBD의 넓이를 a, m_a, m_b로 나타내자.



[그림 4] 삼각형과 두 중선
[Fig. 3] Triangle and two medians

삼각형 GBD에서 $BD = \dfrac{a}{2}$, $GD = \dfrac{1}{3}m_a$, $BG = \dfrac{2}{3}m_b$이다. 헤론의 공식에 의해, 다음이 얻어진다.

$$S = \sqrt{\left(\frac{3a+2m_a+4m_b}{12}\right)\left(\frac{-3a+2m_a+4m_b}{12}\right)} \times$$
$$\times \sqrt{\left(\frac{3a-2m_a+4m_b}{12}\right)\left(\frac{3a+2m_a-4m_b}{12}\right)}$$

결국, 삼각형 ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{24}\sqrt{(3a+2m_a+4m_b)(-3a+2m_a+4m_b)} \times$$
$$\times \sqrt{(3a-2m_a+4m_b)(3a+2m_a-4m_b)}$$

얻어진 식은 a, m_a, m_b를 이용한 삼각형 넓이이다.

(3) 창의적 산출물들에 대한 설문조사

창의적 산출물 A, 창의적 산출물 B, 창의적 산출물 C에 대하여 MCPSS1의 양극 형용사 목록으로 제작한 설문지([표 3])를 사용하여 설문조사를 실시하였다. 설문지는 [표 3]과 같이 33개의 문항으로 구성되어 있으며 7점 척도이고, 정확한 설문과 설문응답자들의 주의를 환기시키기 위해 10개의 역 문항을 포함시켰다(8번, 10번, 11번, 13번, 14번, 15번, 17번, 20번, 30번, 33번 문항이 역문항임).

본 연구의 설문 대상은 ○○과학고등학교 2학년 96명으로 하였으며, 이들을 대상으로 창의적 산출물 A, 창의적 산출물 B, 창의적 산출물 C에 대하여 반복 측정 설문을 실시하였다. 설문을 진행하기에 앞서, 15분가량 창의적 산출물의 주제 및 제작 과정을 소개한 뒤 설문을 실시하였다. 96명의 학생들에게 창의적 산출물 A, 창의적 산출물 B, 창의적 산출물 C에 대한 3번의 반복 측정 설문을 실시한 결과, 총 288장의 설문지가 회수되었고, 이를 수집된 표본 288개(N=288)로 보았다. 그러나 25개의 표본에서 완전무작위결측치가 발생하였다. 이를 해결하는 방법으로는 Amos에서 제공하는 완전정보최대우도법(FIML)과 같은 결측치 해결법이 존재하지만, 이 방법은 GFI 등의 모델적합도가 제시되지 않는 단점이 있고, 표본에서 적은 수의 결측치가 발생하였으므로 이를 제외한 263개(N=263)의 표본을 가지고 통계분석을 실시하였다.

(4) MCPSS1의 타당도 검증

[표 3] MCPSS1을 활용한 설문지
[Table 3] The questionnaire using MCPSS1

번호	특 징	척 도							특 징
		매우그렇다 ←←보통→→ 매우그렇다							
1	남용된	1	2	3	4	5	6	7	신선한
2	되풀이하는	1	2	3	4	5	6	7	유행을 만드는
3	케케묵은	1	2	3	4	5	6	7	아주 놀라운
4	비기능적인	1	2	3	4	5	6	7	기능적인
5	효과가 없는	1	2	3	4	5	6	7	효과가 있는
6	무질서한	1	2	3	4	5	6	7	질서정연한
7	간단한	1	2	3	4	5	6	7	얽히고 설킨
8	숙련된	1	2	3	4	5	6	7	서투른
9	독창성 없는	1	2	3	4	5	6	7	독창성이 있는
10	혁신적인	1	2	3	4	5	6	7	보통의
11	믿기 어려운	1	2	3	4	5	6	7	아주 흔한
12	사용할 수 없는	1	2	3	4	5	6	7	사용할 수 있는
13	중요한	1	2	3	4	5	6	7	중요하지 않은
14	정돈된	1	2	3	4	5	6	7	정돈되지 않은
15	복잡한	1	2	3	4	5	6	7	단순한
16	대충 만든	1	2	3	4	5	6	7	공들여 만들어진
17	참신한	1	2	3	4	5	6	7	너무 뻔한
18	시대에 뒤떨어진	1	2	3	4	5	6	7	시대를 앞서는
19	일반적인	1	2	3	4	5	6	7	뛰어난
20	쓸모 있는	1	2	3	4	5	6	7	쓸모 없는
21	비본질적인	1	2	3	4	5	6	7	본질적인
22	조직화되지 않은	1	2	3	4	5	6	7	조직화 된
23	간소한	1	2	3	4	5	6	7	화려한
24	대충 대충한	1	2	3	4	5	6	7	꼼꼼한
25	흔히 있는	1	2	3	4	5	6	7	보기 드문
26	영향력 없는	1	2	3	4	5	6	7	영향력 있는
27	구식의	1	2	3	4	5	6	7	신식의
28	실행 불가능한	1	2	3	4	5	6	7	실행 가능한
29	불필요한	1	2	3	4	5	6	7	필요한
30	완성된	1	2	3	4	5	6	7	완성되지 않은
31	복합적이지 않은	1	2	3	4	5	6	7	복합적인
32	허술한	1	2	3	4	5	6	7	빈틈없는
33	진보적인	1	2	3	4	5	6	7	진보적이 아닌

MCPSS1의 구성개념 타당도를 검증하기 위하여 확인적 요인분석을 수행하였다. 본 연구에서는 확인적 요인분석을 위해 Amos 18.0을 사용하였다. 홍주연(2014)은 탐색적 요인분석을 수행하여 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 연구 모형을 제시하였다. 이를 Amos Graphics에 그리면, Amos는 이것을 구조방정식 형태로 인식하며 이를 토대로 연구 모형의 모수들을 추정한다. 이와 같은 연구 모형이 모집단 자료에 적합한지를 알아보기 위하여 χ^2검증을 실시하였다.

χ^2검증은 연구의 연구 모형이 모집단에서 추출한 표

[표 4] MCPSS1 측정 문항들의 신뢰도 검증 결과
[Table 4] Reliability verification result of items from MCPSS1

범주	하위요소	측 정 문 항	문항수	크론바흐 α값
새로움	독창성	N-O1, N-O2, N-O3, N-O4	4	.810
	발전가능성	N-G1, N-G2, N-G3, N-G4, N-G5	5	.776
	놀라움	N-S1, N-S2, N-S3, N-S4	4	.765
	합계	N-O1, N-O2, N-O3, N-O4, N-G1, N-G2, N-G3, N-G4, N-G5, N-S1, N-S2, N-S3, N-S4	13	.916
해결성	유용성	R-U1, R-U2, R-U3, R-U4	4	.843
	가치로움	R-V2, R-V4, R-V5, R-V6	4	.655
	합계	R-U1, R-U2, R-U3, R-U4, R-V2, R-V4, R-V5, R-V6	8	.861
정교성 및 종합성	유기적 조직성	E-O1, E-O2, E-O3, E-O4	4	.772
	복합성	E-C2, E-C4, E-C5, E-C6	4	.675
	완성도	E-W1, E-W2, E-W3, E-W4	4	.785
	합계	E-O1, E-O2, E-O3, E-O4, E-C2, E-C4, E-C5, E-C6, E-W1, E-W2, E-W3, E-W4	12	.825

본 자료와 얼마나 일치하는가, 즉 얼마나 실재를 잘 반영하고 있는 모형인가를 검증하는 방법이다. 그런데 χ^2 검증은 표본의 크기에 민감하게 반응한다는 약점이 있고 이를 보완하기 위해 여러 통계학자들은 다른 적합도 지수들을 함께 제시하는 것을 권장하고 있으므로, 본 연구에서도 χ^2값과 함께 RMSEA, CFI, GFI의 적합도 지수들의 값을 제시하였다. 또한 최적의 모형을 제시하기 위해 수정지수(Modification Indices, MI)를 활용한 오차상관을 제시하였다.

홍주연(2014)이 제시한 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 모형을 적합도 지수를 통해 확인한 바, 표본 자료에 양호하게 부합되는 것으로 평가되었기 때문에 구체적인 모수치를 통해 구조 모형 내 범주와 하위요소들 간의 관계를 설명하기 위해 모수치 추정 결과를 경로도표(Ⅳ장의 [그림 5])로 제시하였다. 경로 도표 상에 제시된 요인계수(요인적재값)를 통해 수학 영역에서 창의적 산출물 개념을 구성하는 3가지 범주들의 구성개념 타당도를 검증하였다.

2. 창의적 산출물 개념 구조의 탐색

홍주연(2014)은 심리학 분야의 선행연구들(O′Quin과 Besemer, 1989; Besemer, 1998)에 제시된 일반적인 창의적 산출물 개념의 구조와 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조가 서로 다름을 확인하고 수학 영역의 특수성을 포함한 창의적 산출물 개념의 구조 모형을 제시하였다. 본 연구는 이 연구의 후속 연구로 수학 영역의 창의적 산출물 중 '이론적 탐구 중심'의 창의적 산출물 개념의 구조적 특징을 분석하였다. 이를 위해 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물 A, 창의적 산출물 B, 창의적 산출물 C에 대하여 MCPSS1 목록으로 제작한 설문지를 사용하여 설문조사를 실시하였다.

이 설문조사는 구성개념 타당도 검증을 위해 실시한 설문조사와 동일하며 설문조사를 통해 얻은 자료를 Amos 18.0을 사용하여 확인적 요인분석을 수행하였다. 통계분석을 통해 얻은 수학영역에서 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물 개념의 구조와 홍주연(2014)이 제시한 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조를 각 범주와 하위요소 간 요인적재값을 통해 비교하였다. 또한 요인적

재값을 이용하여 각 범주를 측정하는 하위요소들의 영향력을 살펴보았다.

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. MCPSS1의 신뢰도 검증

MCPSS1을 활용한 설문 결과의 신뢰도를 확인하기 위해 신뢰도 검증을 실시하였다. 신뢰도 측정을 위한 문항으로, 새로움의 13개 문항, 해결성의 8개 문항, 정교성 및 종합성의 12개 문항이 사용되었다. 즉 [표 4]에 제시된 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성의 하위요소들을 설명하는 33개 문항들이 신뢰도 검증에 사용되었다. 신뢰도 검증의 결과는 [표 4]와 같다.

가치로움을 측정하는 문항을 R-V1, R-V2, R-V3, R-V4에서 R-V2, R-V4, R-V5, R-V6으로 수정한 후, 크론바흐 α값은 .566에서 .655로 향상되었다. 복합성을 측정하는 문항을 E-C1, E-C2, E-C3, E-C4에서 E-C2, E-C4, E-C5, E-C6으로 수정한 후, 크론바흐 α값은 .619에서 .675로 향상되었다. 그 외의 하위요소들을 측정하는 문항들의 크론바흐 α값 모두 .60이상이고 MCPSS의 측정문항들에 비하여 모두 향상되었다. 따라서 본 연구에서 사용한 데이터는 신뢰할 만하고 이 데이터를 사용하여 얻어지는 가설에 대한 분석 결과 역시 신뢰할 수 있다고 볼 수 있다.

2. MCPSS1의 타당도 검증

타당도 검증에 앞서 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 모형의 적합도 지수를 확인하였다. [그림 5]의

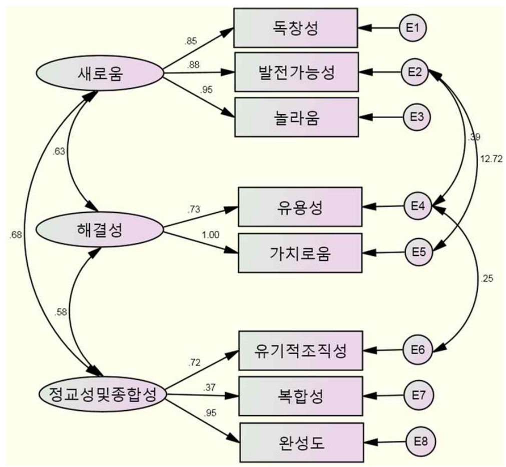
[표 5] 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 모형의 적합도 지수

[Table 5] The structure model fit of the concept of creative products in Mathematics

	$\chi^2(p)$	자유도	RMSEA	CFI	GFI
구조 모형	48.925 (.000)	15	.093	.975	.956
수용 기준	(.050 이상)		.10이하	.90 이상	.90 이상

구조 모형에 대하여 적합도 지수 χ^2, RMSEA, CFI, GFI를 계산하면 [표 5]와 같다.

수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 모형이 모집단에서 추출한 표본 자료와 잘 부합하는지에 대하여 검증한 결과 χ^2값은 48.925, 유의 확률은 .000으로서 유의 수준 .05에서 모형과 표본 자료가 일치한다는 영가설이 기각되었다. 그러나 χ^2검증은 표본의 크기에 매우 민감하게 영향을 받는다는 단점이 있으므로 다른 적합도 지수를 함께 고려하여 모형의 적합도 지수를 평가해야한다(김석우, 2010). 따라서 본 연구에서는 RMSEA, CFI, GFI를 함께 제시하였다. 우종필(2014)에 따르면 RMSEA가 .10이하, CFI가 .90이상, GFI가 .90이상이면, 권장되는 적합도 지수가 된다. 그런데 [표 5]의 RMSEA, CFI,



[그림 5] 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 모형

[Fig. 5] The structure model of the concept of creative products in Mathematics

GFI의 값은 .093, .975, .956으로 모든 수치가 수용 기준 내에 있으므로 [그림 5]의 구조 모형은 모집단에서 추출한 표본 자료의 특성을 잘 반영하며, 이는 실재를 반영하는 좋은 모형이라고 평가된다.

또한 본 연구는 구조 모형의 적합도 지수를 향상시키기 위하여 두 측정오차를 공분산으로 연결시키는 오차상관(correlated error)을 사용하였다. 2개의 오차를 상관

(↔)시켜주는 방법으로 수정지수(MI)가 큰 측정오차 한 쌍을 확인하고, 두 측정오차를 공분산으로 연결시키는 방법이다(김대업, 2009).

[그림 5]의 E2↔E4, E2↔E5의 오차상관에 대하여 '산출물이 사용자나 청중들의 재정적, 물리적, 사회적, 심리적 요구를 충족시키므로, 이들에 의해 가치롭게 여겨짐'(홍주연, 한인기, 2014)을 뜻하는 가치로움을 갖춘 산출물이라면 그 산출물은 분명 추가적인 미래의 창의적 산출물을 제안하게 할 것이며 이는 발전가능성을 뜻하므로, 가치로움을 지닌 산출물은 발전가능성도 함께 지녔을 확률이 높다고 해석될 수 있다. 또한 '산출물은 명백하고 실제적인 적용을 가짐'(홍주연, 한인기, 2014)을 뜻하는 유용성을 갖추었다면 그 산출물 또한 추가적인 미래의 창의적 산출물을 제안하게 할 것이므로 발전가능성도 더불어 지녔을 확률이 높다고 해석된다.

[그림 5]의 E4↔E6의 오차상관에 대하여 '산출물은 명백하고 실제적인 적용을 가짐'을 뜻하는 유용성을 갖추었다면 그 산출물은 산출물을 구성하는 각 요소들이 유기적으로 밀접하게 관련되어 있다는 느낌을 갖게 할 것이다. 따라서 유용성을 지닌 산출물의 경우 유기적 조직성의 속성을 함께 포함하고 있을 확률이 높아질 것이다.

한편, 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 범주를 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성으로 보았다. 이 같은 이론적 개념의 측정에 관한 MCPSS1의 구성개념 타당도를 검증하기 위하여 확인적 요인분석을 수행하였다. 구성개념인 상위 범주 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성과 그것을 측정하는 하위요소 사이의 관계를 분석하는 것으로 수렴타당도(convergent validity)와 변별타당도(discriminant validity)를 제시하였다.

첫째, 수렴타당도는 각 범주를 측정하는 하위요소들의 일치성 정도를 나타낸 것으로, 하위요소들이 상위 범주를 일관성 있게 잘 측정하고 있는 지를 나타낸다. 수렴타당도의 경우, 잠재변수에서 관측변수로 가는 모든 경로의 표준화된 요인적재값이 .50이상을 보이면 수렴타당도가 있는 것으로 평가된다. 또한 요인적재값에 대한 유의성(Critical Ratio, C.R.)도 함께 체크해야 하는데 C.R.=1.965이상이면 바람직한 수준이라 할 수 있다(우종필, 2014).

[그림 5]의 독창성, 발전가능성, 놀라움이 잠재변수인 새로움을 일관성 있게 잘 측정했다면 관측변수들 간의 상관이 높을 것이고, 잠재변수에서 관측변수로 가는 모든 요인적재값이 좋은 값(.50 이상)을 보일 것이다. 또한 유의수준이 .05일 때, 양측검정의 C.R.값은 1.965로서 1.965이상이면, 이는 '관측변수는 잠재변수에 영향을 미치지 않는다'라는 가설이 기각되어 통계적으로 유의하다고 볼 수 있다.

그런데 [표 6]에서 알 수 있듯이 새로움에서 독창성으로 가는 경로를 포함해 일부 경로의 S.E., C.R., p-값 등이 나타나지 않는데 이것은 Amos프로그램을 사용 시 식별(identification)[1]의 문제를 해결하기 위해 잠재변수에서 관측변수로 가는 경로 중 하나를 1로 고정하였기

[표 6] 구조 모형에서 가설의 유의성 검증

[Table 6] The significance test of the structure model

경 로	비표준화 계수	표준화 계수	표준오차 (S.E)	C.R	p	양측검정 ($\alpha = .05$)
새로움 → 독창성	1.000	.852				
새로움 → 발전가능성	1.068	.878	.057	18.767	***	유의
새로움 → 놀라움	.918	.947	.044	20.823	***	유의
해결성 → 유용성	1.000	.726				
해결성 → 가치로움	1.068	1.000	.062	17.262	***	유의
정교성 및 종합성 → 유기적 조직성	1.000	.716				
정교성 및 종합성 → 복합성	.473	.369	.083	5.737	***	유의
정교성 및 종합성 → 완성도	1.306	.949	.112	11.692	***	유의

*** $p < .001$

때문이고, Amos프로그램은 1로 고정된 경로의 C.R.값은 제공하지 않는다. 따라서 본 연구에서는 C.R.값이 제공된 경로들에 한하여 수치를 확인하고 유의성 여부를 판단하였다. 실제로 [표 6]에서 보듯이 새로움에서 독창성으로 가는 요인적재값(표준화 계수)이 .852, 새로움에서 발전가능성으로 가는 요인적재값이 .878, 새로움에서 놀라움으로 가는 요인적재값이 .947로 모두 .50이상이고, 새로움에서 발전가능성, 새로움에서 놀라움으로 가는 각 경로계수의 유의성(C.R.=18.767>1.965, C.R.=20.823>1.965)도 높게 나타났으므로 수렴타당도가 있다고 평가할 수 있다. 이는 독창성, 발전가능성, 놀라움의 요소들이 새로움을 일관성 있게 잘 측정하고 있음을 의미한다.

또한 [표 6]에서 보듯이 해결성에서 유용성으로 가는 요인적재값(표준화 계수)이 .726, 해결성에서 가치로움으로 가는 요인적재값이 1.00으로 모두 .50이상의 높은 상관을 보이고, 해결성에서 가치로움으로 가는 경로계수의 유의성(C.R.=17.262>1.965)도 높게 나타났으므로 수렴타당도가 있다고 볼 수 있다. 이는 유용성과 가치로움의 요소들이 해결성을 일관성 있게 잘 측정하고 있음을 뜻한다.

그러나 [표 6]의 정교성 및 종합성에서 복합성으로 가는 경로의 수치를 살펴보면, 유의성(C.R.=5.737>1.965)은 높지만 요인적재값(표준화계수=.369)이 .50이하의 값을 보이고 있다. 즉 정교성 및 종합성에서 각 관측변수로 가는 모든 경로의 요인적재값이 .50이상의 값이 아니므로 수렴타당도가 있다고 평가할 수 없다. 이는 정교성 및 종합성을 측정하는 유기적 조직성, 복합성, 완성도의 요소들 간 일치성 정도가 낮음을 뜻한다.

둘째, 변별타당도는 서로 다른 범주들 간의 차이를 나타내는 정도를 뜻한다. 범주 간 낮은 상관을 보인다면 변별타당도가 있는 것이며, 범주 간 높은 상관을 보인다면 두 구성개념 간의 차별성이 떨어지는 것을 의미하므로 범주 간 변별타당도가 없는 것으로 평가할 수 있다.

3가지 범주 간 상관계수를 살펴보면 [표 7]과 같다. [표 7]에서 새로움과 해결성 간, 해결성과 정교성 및 종합성 간, 새로움과 정교성 및 종합성 간 상관계수는 각 .63, .58, .68로서 모두 .70이하이므로 매우 높은 상관(.85이상)을 보인다고 볼 수 없다. 따라서 3가지 범주들은 변별타당성이 있고 이는 통계적으로 각 범주가 서로 독립된 형태의 구성개념이라고 해석할 수 있다. 즉 '산출물의 새로움의 정도', '산출물이 적합한 정도 또는 산출물이 문제 상황의 요구들에 부합하는 정도', '산출물이 닮지 않은 요소들을 세련되고, 발전된, 일관된 표현 또는 단위로 결합하는 정도'를 뜻하는(홍주연, 한인기, 2014) 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성은 각각 동일한 구성개념으로 취급할 만큼의 상관을 가지지 않는 것으로 나타났다.

[표 7] 3가지 범주 간 상관계수

[Table 7] The correlation coefficient among three dimensions

범 주	새로움	해결성	정교성 및 종합성
새로움	1		
해결성	.63	1	
정교성 및 종합성	.68	.58	1

3. 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물에 대한 개념 구조 탐색

[그림 5]의 구조 모형에서 범주와 하위요소 간의 관계를 나타내는 요인계수(요인적재값)를 살펴보았다. 표준화된 요인적재값은 학자들마다 견해가 조금씩 다르지만 .70이상이면 바람직하며, 일반적으로 .50～.95정도를 제시하고 있는데, 여기에서 .70이상이라는 기준은 $.70^2 = .49$이므로 잠재변수의 관측변수 설명량이 최소 49%(약 50%)는 되어야 하기 때문이다(우종필, 2014).

실제로 새로움을 측정하는 독창성, 발전가능성, 놀라움의 요인적재값이 .85, .88, .95이므로 바람직한 수치이며, 새로움을 측정하는 하위요소 중 놀라움이 상대적으로 설명력이 가장 높고, 가장 강력한 영향력을 발휘하는 것으로 해석된다. 또한 해결성을 측정하는 유용성, 가치로움의 요인적재값은 .73, 1.00이므로 바람직한 수치이며, 해결성을 측정하는 하위요소 중 가치로움이 상대적으로 설명량이 가장 많고, 가장 강력한 영향력을 발휘하는 것

1) 모델의 식별(identification)은 자유모수의 해(solution)를 찾는데 충분한 정보를 제공하는지에 대한 문제로서, 모수에 대한 해가 구해졌을 때 모델이 식별되었다고 한다(우종필, 2014, p.339).

으로 해석된다. 그리고 정교성 및 종합성을 측정하는 유기적 조직성, 복합성, 완성도의 요인적재값은 .72, .37, .95으로 나타났다. 유기적 조직성과 완성도의 요인적재값은 바람직한 수치이며 정교성 및 종합성을 측정하는 하위요소 중 완성도가 상대적으로 설명량이 가장 많고 가장 강력한 영향력을 발휘하는 것으로 나타났다. 반면, 복합성의 요인적재값은 .37로서 $.37^2 = .1367$이므로 15% 미만의 미비한 설명량을 갖는 것으로 나타났다.

이는 홍주연(2014)이 제시한 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 모형과 비교해 볼 때 다소 차이를 보이는데, 해결성과 정교성 및 종합성을 측정하는 하위요소들의 영향력은 같음을 알 수 있으나 새로움의 경우, 놀라움, 독창성, 발전가능성에서 놀라움, 발전가능성, 독창성의 순서로 영향력을 발휘하는 정도가 달라졌음을 알 수 있다. 홍주연(2014)이 선정한 수학 영역의 창의적 산출물은 창의적 산출물의 외연에 대하여 수학적 창의성을 수학에 초점을 맞춘 창의적 산출물과 창의성에 초점을 맞춘 창의적 산출물로 보았을 때, 초등학교, 중학교, 고등학교 수준에서 골고루 선정한 반면, 본 연구에서 선정한 산출물은 이론적 탐구 중심의 산출물이다. 따라서 이론적 탐구 중심의 산출물에서 새로움의 정도를 측정할 때 '유사한 훈련과 경험을 가진 사람들이 만든 산출물들 중에서 이 산출물은 예외적이거나 또는 드물게 관찰됨'을 뜻하는(홍주연, 한인기, 2014) 독창성보다는 '산출물은 추가적인 미래의 창의적 산출물들을 제안할 것'을 뜻하는(홍주연, 한인기, 2014) 발전가능성의 영향력이 더 강하다고 볼 수 있다.

또한 이론적 탐구 중심의 산출물이 문제 상황에 적합한 정도 또는 부합하는 정도를 측정할 때 '산출물은 사용자나 청중들의 재정적, 물리적, 사회적, 심리적 요구를 충족시키므로, 이들에 의해 가치롭게 여겨짐'을 뜻하는(홍주연, 한인기, 2014) 가치로움을 가장 중요하게 다루는 것으로 분석되었다. 그리고 정교성 및 종합성의 측면을 측정할 때 '이 산출물은 현 시점에서 가능한 가장 높은 수준으로 거듭나기 위해 노력에 노력을 거듭했음'을 뜻하는(홍주연, 한인기, 2014) 완성도를 가장 의미 있게 다루는 것으로 분석되었다.

V. 결론 및 제언

최근에 수학교실에서 학생들이 창의적 성격의 학습, 활동, 산출물을 경험하면서 만들 수 있는 많은 교육적 시도들이 이루어지고 있다. 그리고 수학교육학 연구에서도 수학 분야에서 창의적 산출물에 대한 개념과 그 구성요소, 창의적 산출물의 생산 모델, 창의적 산출물의 평가 등에 대한 연구가 진행되었다. 본 연구에서는 홍주연, 한인기(2014)가 제시한 수학분야의 창의적 산출물 의미 척도인 MCPSS의 타당도와 신뢰도를 향상시킨 MCPSS1을 개발하였고, 수학의 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물에 대한 개념 구조를 탐색하였다.

본 연구에서는 MCPSS를 개선하기 위해 MCPSS의 문항들 중 신뢰도를 저하시키는 문항들을 일부 수정하여 MCPSS1을 만들고, MCPSS1의 신뢰도를 검증하고 확인적 요인분석을 통해 구성개념 타당도를 검증하였다. 이를 위해, 우선 수학 영역에서 이론적 탐구 중심의 산출물로 삼차방정식을 이용한 삼각형 탐구, 넓이와 방접원의 반지름을 이용한 삼각형 탐구, 삼각형의 넓이 탐구를 선정하였고, 둘째 ○○과학고등학교 2학년 학생들이 산출물들에 대해 MCPSS1을 활용한 설문지를 이용하여 창의적 산출물을 평가하였다.

설문 결과의 분석을 통해, MCPSS의 4개 문항을 수정하여 만든 MCPSS1을 활용한 설문지의 신뢰도가 명확히 향상되었다는 것을 알 수 있었다. 이것은 MCPSS1이 수학 영역에서 산출물의 창의적 속성을 평가하는 데 있어 좀 더 안정적이고 일관성을 지닌 척도로 개선되었음을 의미한다.

한편 MCPSS1의 구성개념 타당도를 수렴타당도와 변별타당도로 나누어 조사하였다. 이를 통해, MCPSS1을 통해 창의적 산출물 개념을 잘 측정할 수 있는지를 확인하여, 긍정적인 결과를 얻었다.

수렴타당도를 각 범주와 해당 하위요소의 요인적재값을 측정하여 검증한 결과, 새로움, 해결성은 그 하위요소들을 통해 일관되게 잘 측정되었음을 확인하였는데, 이것은 창의적 산출물 개념의 상위 범주의 하위요소들 간의 상관이 높은 것을 의미하며 수렴타당도가 있다고 볼 수 있다. 그러나 정교성 및 종합성에서는 일부 하위요소의 요인적재값이 낮게 나타났다. 즉 정교성 및 종합성은

하위요소들을 통해 일관되게 측정할 수 있는 개념으로 보기에는 다소 무리가 있다는 것을 의미한다.

한편 변별타당도는 각 범주들 간의 상관계수를 측정하여 검증하였다. 이때 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성의 범주들은 상관관계가 크지 않은, 즉 독립된 범주로 간주할 수 있는 구성개념임을 확인하였다. 이는 수학 영역에서 창의적 산출물 개념을 새로움, 해결성, 정교성 및 종합성이라는 상위 범주 3개로 묶어 구조화한 것에 대한 타당성을 연역적으로 검증한 것이라 할 수 있다.

한편, 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물에 대해 창의적 산출물 개념의 구조적 특징을 조사하였다. 그 결과, 새로움을 측정하는 하위요소 중 놀라움이, 해결성을 측정하는 하위요소 중 가치로움이, 정교성 및 종합성을 측정하는 하위요소 중 완성도가 상대적으로 설명량이 가장 많고 가장 강력한 영향력을 발휘하는 것으로 나타났다. 그리고 홍주연(2014)에 제시된 창의적 산출물 개념의 구조적 특징과 본 연구의 결과를 비교해 보면, 해결성과 정교성 및 종합성을 측정하는 하위요소들의 영향력은 같았지만, 새로움을 측정하는 데 독창성보다는 발전가능성을 상위에 두고 있음을 확인할 수 있었다. 즉 수학분야의 다양한 창의적 산출물에 비해, 이론적 탐구 중심의 창의적 산출물은 새로움에서 독창성보다는 발전가능성이 더 큰 의미, 영향력을 가진다고 할 수 있다.

특히 본 연구는 특정한 성격을 띤 창의적 산출물 개념의 구조적인 특징을 분석하여, 창의적 산출물 개념 구조의 구성 요소들 사이의 관계를 밝힌 것은 의미로운 시도라 할 수 있을 것이다. 본 연구에서는 이론적 성격의 창의적 산출물에 대해 그 관계를 밝혔지만, 수학의 다른 창의적 산출물, 예를 들면 표현적 창의성이나 기술적 창의성 등과 관련된 창의적 산출물을 대상으로 창의적 산출물 개념 구조의 구성 요소들 사이의 관계를 밝히는 것도 후속 연구로 의미있을 것이다. 그리고 본 연구에서 드러난 정교성 및 종합성에 관련된 수렴타당도를 향상시킬 수 있는 후속 연구도 필요할 것이다.

참 고 문 헌

강인주, 한인기 (2012). 삼각형의 변들에 대한 등식을 탐구하는 한 방법에 대한 연구, East Asian mathematical journal 28(2), 197-213.

Gang, I.J. & Han, I.K. (2012). A Study on a Investigation Method of Equalities Related with Sides of Triangle, *East Asian mathematical journal 28*(2), 197-213.

고대현, 박정민, 백은하, 김문섭, 한인기 (2014). 기본대칭다항식으로의 매개를 통한 부등식의 생성 및 증명에 대한 연구, East Asian mathematical journal 30(2), 93-121.

Ko, D.H., Park, J.M., Baek, E.H., Kim, M.S. & Han, I.K. (2014). A Study on Generating and Proving Inequalities using Parameterization to Elementary Symmetric Polynomials, *East Asian mathematical journal 30*(2), 93-121.

교육부 (2015). 수학과 교육과정, 서울: 교육부.

Ministry of Education (2015). *Mathematics Curriculum*, Seoul: Ministry of Education.

김대업 (2009). AMOS A to Z : 논문작성절차에 따른 구조방정식 모형분석, 경기도: 학현사.

Kim, D.U. (2009). *AMOS A to Z: structure equation model analysis by paper procedure of writing up*, Gyeonggi-do: Hakhyunsa.

김석우 (2010). 사회과학 연구를 위한 SPSS·AMOS 활용의 실제, 서울: 학지사.

Kim, S.W. (2010). *A actual utilization with SPSS·AMOS for a study of social sciences,* Seoul: Hakjisa.

김선희 (2005). 수학사에 근거한 수학영재의 창의적 산출물 평가 준거 개발, 한국수학사학회지 18(2), 75-94.

Kim, S.H. (2005). Development of the Evaluation Criterion for Mathematically Gifted Students Creative Product in View of Mathematical History, *The Korean Journal for History of Mathematics 18*(2), 75-94.

김진호 (2004). 수학적 창의성에 대한 일 논의-창의적인 사람, 창의적인 산물, 창의적인 과정이란 관점으로부터, 수학교육 논문집 18(3), 45-56.

Kim, J.H. (2004). A Discussion of Mathematical Creativity-From the View Points of Creative Person, Creative Product, Creative Process, *Communications of Mathematical Education 18*(3), 45-56.

박종률, 이헌수 (2012). 초등수학 영재학생의 자연수의 연산을 활용한 원형 디자인-GSP를 활용한 원 디자인을 중심으로, 초등수학교육 15(1), 31-40.

Park, J.Y. & Lee, H.S. (2012). A study on the Circular art using a numeral operation for the mathematical gifted-Focused on the design of a circle using GSP, *Education of Primary School Mathematics 15*(1), 31-40.

방승진, 최중오, 임진아, 고정호, 이정승, 남주강, 전규민 (2007). 수학분야 영재 수업 프로그램 연구-기둥이 4개인 하노이 탑의 규칙성과 일반항, 수학교육 논문집 21(1), 19-31.

Bang, S.J., Choe, J.O., Im, J.A., Ko, J.H., Lee, J.S., Nam, J.G. & Jeon, G.M. (2007). The Study on the Educational program for the gifted students in Mathematics-The regularity and generalization of Hanoi Tower with 4 pillars, *Communications of Mathematical Education 21*(1), 19-31.

신동연 (2015). 삼차방정식을 이용한 영재학생들의 대수식 생성 가능성에 대한 연구, 경상대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Shin, D.Y. (2015). *A Study on the Generation of Polynomial by a Cubic Equation for Gifted Students*, Master's Thesis of Gyeongsang National University.

우종필 (2014). 우종필 교수의 구조방정식 모델 개념과 이해, 서울: 한나래 출판사.

Woo, J.P. (2014). *The concept and understanding of structural equation model by professor Woo*, Seoul: Hannarae Publishing Co.

유익승, 한인기, 신현용 (2006). 삼각형의 높이와 방접원의 개념유추에 대한 연구, 수학교육 논문집 20(1), 9-18.

Lew I.S., Han, I.K. & Shin, H.Y. (2012). A study on concept analogy of altitude and escribed circle of triangle, *Communications of Mathematical Education 20*(1), 9-18.

이종희, 김기연 (2010). 수학영재의 창의적 산출물 평가 준거 개발 및 적용, 학교수학 12(3), 301-322.

Lee, J.H. & Kim, K.E. (2010). Development and Application of the Criteria of Evaluating Creative Product in Mathematical Gifted Education, *School Mathematics 12*(3), 301-322.

조도흔, 표명지, 장영수, 이세찬, 김기수, 한인기 (2011). 삼각형 넓이 공식의 다양한 변형에 대한 연구, 수학교육 논문집 25(2), 381-402.

Cho, D.H., Pyo, M.J., Chang, Y.S., Lee, S.C., Kim, K.S. & Han, I.K. (2011). A Study on Various Transformations of Triangle's Area fonnulas, *Communications of Mathematical Education 25*(2), 381-402.

홍동화, 서보억, 박은익, 유성훈,, 최은서 (2015). 학교수학에서 정다각형의 재구조화에 대한 귀납적 연구, East Asian mathematical journal 31(4), 483-503.

Hong, D.H., Suh, B.E., Park E.I., Yoo, S.H. & Choe, E.S. (2015). Inductive study on the reorganization of regular polygons in school mathematics, *East Asian mathematical journal 31*(4), 483-503.

홍주연 (2014). 수학 영역에서 창의적 산출물 개념의 구조 탐색, 경상대학교 대학원 박사학위 논문.

Hong, J.Y. (2014). *Structure-Search of the Concept of Creative Products in Mathematics,* Doctorial Thesis of Gyeongsang National University.

홍주연, 한인기 (2014). 수학 영역에서 창의적 산출물 의미 척도, 수학교육 53(2), 291-312.

Hong, J.E. & Han, I.K. (2014). A study on creative product semantic scale in mathematics, *The Mathematical Education 53*(2), 291-312.

Besemer S. R. & O'Quin K. (1986). Analsis of creative products: refinement and test of a judging instrument. *The journal of creative Behavior 20*(2), 115-126.

Besemer S. R. & O'Quin K. (1999). Confirming the Three-Factor Creative Product Analysis Matrix Model in an America Sample. *Creative Research Journal 12*(4), 287-296.

Besemer S. R. & Treffinger D. J. (1981). Analsis of creative products: review and synthesis, *The journal of creative Behavior 15*(3), 158-178.

Besemer S. R. (1998). Creative product analysis matrix: testing the model structure and a comparison among products-three novel chairs, *Creativity Research Journal 11*(4), 333-346.

O'Quin K. & Besemer S. R. (1989). The development, reliabiility, and validity of the revised creative product semantic scale, *Creativity Research Journal 2*, 267-278.

Soltan V.P. & Meidman S.I. (1982). Tozdestva i Neravenstva v Treugolike, Moldova: Shtiintsa.

A Study on Improvement of MCPSS and Searching Structure of the Concept of Creative Products

Juyeun Hong
Department of Mathematics Education, Gyeongsang National University
E-mail : ssem2005@hanmail.net

Minsoo Kim
Gyeongnam Science High School, Gyeongsangnamdo, Korea
E-mail : bolty00@nate.com

Inki Han†
Department of Mathematics Education, Gyeongsang National University
E-mail : inkiski@gnu.ac.kr

In this article we study structure of the concept of creative products in mathematics using mathematical creative products. We develop MCPSS1 that improve reliability and validity of MCPSS(Creative Product Semantic Scale in Mathematics). And we search structure of the concept of creative products in mathematics using mathematical creative products focused on theoretical investigation. So we suggest structure model of the concept of creative products focused on theoretical investigation. We compare the result with preceding research using various mathematical creative products, find some difference between relations of sub-factors of structure of the concept of creative products. Our result will provide meaningful data to mathematics education researchers that want to know structure of the concept of creative products in mathematics.

* ZDM Classification : C44
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40
* Key words : creative product, creative product semantic scale in mathematics, mathematical creative product focused on theoretical investigation
† Corresponding author