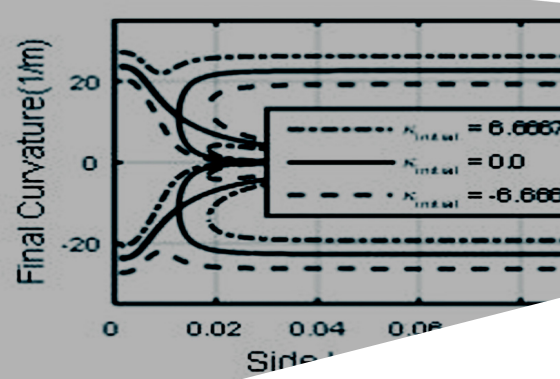


# 원통형 형판을 이용한 쌍안정 복합재의 형상 조정

## Shape Control of Bi-Stable Composite with Cylinder Shape Tool-Plate



### 1. 서 론

(90<sub>n</sub>/0<sub>n</sub>)과 같이 적층된 탄소섬유 복합재는 대표적인 쌍안정 구조물로 열 팽창률의 높이 방향 비대칭 성으로 인해 제작 후에 곡률이 발생한다. 고전 복합재 이론으로부터 예상되는 변형 형상은 두 개의 주 곡률들의 부호가 반대인 말 안장 형상이지만, 복합재의 길이가 길어지게 되면 그림 1과 같이 두 개의 원통형상을 각각 안정된 상태로 가지는 쌍안정 구조물이 된다. 이때 두 원통 형상의 곡률의 부호는 반대이고, 방향은 직교한다.

위와 같은 쌍안정 구조물은 두 개의 안정된 상태를 가지기 때문에 하나의 안정된 상태에서 다른 안정된 상태로의 형상전환(snap-through)이 이루어지면, 별도의 에너지 공급이 없어도 변형된 상태를 유지한다. 또한, 임계 하중을 넘는 하중을 가해서 평판에 가깝게 만들면, 다른 안정된 형상으로의 전환은 제작 과정에서 생긴 잔류 응력에 의해서 자동적으로 완료된다. 이러한 형상전환이 완료된 후에는 복합재에 가해지는 하중이 임계 하중을 초과하지 않는 한 변형된 상태를 유지하기 때문에 쌍안정 구조물을 변형 구조물(morphing structure)에 적용하게 되면 에너지 효율이 향상되며 제어가 용이해 진다. 특히 항공우주분야와 국방분야에서 쌍안정 구조물을 이용한 변형 구조물의 응용 연구와 제품 개발이 이루어지고 있으며 영국 Rolatube사([www.rolatube.com](http://www.rolatube.com))의 제품들은 쌍안정 구조물을 이용한 변형 구조물의 대표적인 적용 사례이다.



류 정 현

한국원자력연구원 연구로장치설계부 선임연구원



이 중 구

서울대학교 기계항공공학부 박사과정



조 맹 효

서울대학교 기계항공공학부 교수

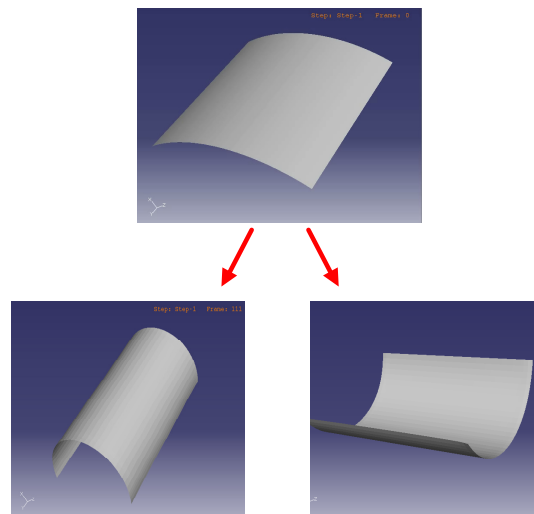


그림 1 쌍안정 복합재의 형상

본 기사에서는 원통형 형판을 이용한 쌍안정 구조물의 형상 조정에 관한 연구들<sup>1),2)</sup>을 소개하였다. 기존에는 쌍안정 구조물의 곡률을 제어하기 위해선 적층 순서를 조정하거나 적합한 열 팽창률과 강성을 가지는 재료를 선정해야 했다. 이러한 방법은 형상 외의 중요 설계 변수인 굽힘 강성, 무게, 두께 등에 영향을 주기 때문에 전체 설계요구 조건들을 만족시키기 위해서는 복잡한 시행착오를 거쳐야 했다. 반면, 원통형 형판을 이용해서 복합재의 형상을 조정하는 방식은 굽힘 강성, 무게, 두께 등에 대한 영향을 최소화시킬 수 있으므로, 설계요구 조건들을 만족시키기 위한 시행 착오를 줄일 수 있다.

## 2. Rayleigh h-Ritz법을 이용한 해석 모델

쌍안정성이 발생하는 구간을 파악하기 위해서는 변수 탐색이 필수적이기 때문에 반복되는 비선형 해석을 효율적으로 수행하기 위한 해석 모델의 개발이 필요하다. 비선형 유한요소해석은 쌍안정성의 발생여부를 확인할 수 있지만, 초기 곡률이 있는 경우 유한요소해석 모델이 복잡해지기 때문에 변수 탐색에는 적합하지 않다. 반면, 기하 비선형성을 고려한 Rayleigh-Ritz법은 초기 곡률의 반영이 용이하며, 유한요소해석에 비해 훨씬 적은 계산 용량으로 효율적인 변수 탐색이 가능하다.

Rayleigh-Ritz법을 적용한 쌍안정 구조물의 해석 모델은 Hyer 등<sup>3),4),5)</sup>에 의해 처음 보고되었으며, Von-Karman 비선형성을 고려한 변형률장을 통해 곡률이 없는 형판에서 직교 적층된 복합재의 쌍안정성을 해석적으로 보이는데 성공하였다. Jun 등<sup>6)</sup>은 기존의 변형률장이 면내 전단 변형률을 포함하도록 확장시켜 쌍안정성이 발생하는 구간에 대한 보다 엄밀한 논의를 수행하였다. 직교 적층된 복합재로부터 일반적으로 적층된 복합재로의 확장은 Jun 등<sup>7)</sup>의 주 곡률 방향을 변수로 도입해서 수행하였으며, Hyer 등<sup>8)</sup>의 경우 고차다항식을 변형률장에 적용하여 수행하였다. 이러한 해석 모델들은 형상전환을 이끌어내기 위한 작동 기와의 상호 작용, 동역학적 거동 특성 분석 등<sup>9),10)</sup>에 확장되어 왔다. 작업판과 복합재 사이의 미끄러짐 효과에 의한 최종 곡률 변화<sup>11),12)</sup>, 초기 곡률 효과에 대한 연구 등<sup>1),2),13),14)</sup>에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

고차다항식까지 확장된 변형률장들은 주로 동적 거동 특성이나 형상전환을 다루기 위해서 제안된 것으로, 최종 곡률과 쌍안정성의 발생 여부를 확인하기 위한 연구에서는 쌍안정 복합재의 다음과 같은 특성을 고려해 볼 때 상대적으로 단순한 변형률장을 적용하는 것이 효율적이다.

- 초기 곡률이 균일하면 전체 곡률도 균일하다.

- 쌍안정성이 발생하면 최종 형상은 원통 형상이다.

첫 번째 특성은 복합재의 물성이 평면 방향으로 균일하기 때문이다. 열 팽창률이 두께 방향으로 비대칭이기 때문에 곡률이 발생하게 되고, 그 비대칭성은 평면 방향으로 균일하기 때문에 복합재의 곡률은 전체적으로 일정하게 나타난다. 두 번째 특성은 가공 전의 복합재는 원통에 말아서 보관하거나 평판 위에 전개시킬 수 있는 가전면(developable surface)이기 때문이다. 가전면에서 비가전면(non-developable surface)인 말 안장 형상으로 변하기 위한 면내 변형률은 복합재의 길이가 길어질수록 커지기 때문에 전체 변형률 에너지는 급격히 증가한다. 반면, 원통으로 변하는 경우에는 중립면의 면내 변형률은 발생하지 않기 때문에 변형률 에너지의 증가가 크지 않게 된다. 결국 복합재의 길이가 길어지면, 말 안장으로 변하기 위한 변형률 에너지가 원통으로 변하기 위한 변형률 에너지를 초과하게 되어 원통형 형상이 안정한 형상이 된다.

$$\begin{bmatrix} E_{xx} \\ E_{yy} \\ 2E_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{xx} \\ \xi_{yy} \\ \xi_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -mn \\ n^2 & m^2 & mn \\ 2mn & -2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} \lambda_{xx}y'^2 \\ \lambda_{yy}x'^2 \\ (\kappa_1\kappa_2 + 2\lambda_{xx} + 2\lambda_{yy})x'y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ 0 \end{bmatrix} z \right) \quad (1)$$

위의 두 가지 특성을 이용하면 초기 곡률이 도입되지 않은 경우, 식 (1)과 같은 변형률 장을 통해 일반적으로 적층된 복합재의 쌍안정성의 변형 후 곡률과 쌍안정성의 발생 여부를 확인할 수 있다.

## 3. 초기 곡률을 반영한 변형률장

변형률장 계산을 위한 기준면은 일반적으로는 복합재를 굽기 전의 초기상태로 설정하기 때문에 원통형 형판에서 복합재를 제작할 경우 기준면은 곡면이 된다.<sup>13)</sup> 이 경우 기존의 변형률장을 확장하기 힘들 뿐 아니라 변형률장의 계산이 극도로 복잡해지게 된다.

Ryu 등<sup>1)</sup>은 이러한 단점을 극복하기 위해 그림 2와 같이 변형률장 계산을 위한 기준면을 가상의 평면으로 설정하고 변형률을 최종 변형률과 초기 변형률의 차로 계산하였다. 이를 통해 기존의 변형률장을 확장하는 것이 용이해 지며 곡면 좌표계의 도입이 필요없이 단순한 변형률장을 유지할 수 있기 때문에 효율적으로 해석 모델을 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} E_{xx} \\ E_{yy} \\ 2E_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{xx}^{final} \\ E_{yy}^{final} \\ 2E_{xy}^{final} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{xx}^{initial} \\ E_{yy}^{initial} \\ 2E_{xy}^{initial} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \xi_{xx} \\ \xi_{yy} \\ \xi_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -mn \\ n^2 & m^2 & mn \\ 2mn & -2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{xx} y^2 \\ \lambda_{yy} x^2 \\ (\kappa_1 \kappa_2 + 2\lambda_{xx} + 2\lambda_{yy}) x' y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ 0 \end{bmatrix} z$$

$$- \begin{bmatrix} \kappa_{xx}^{initial} \\ \kappa_{yy}^{initial} \\ 2\kappa_{xy}^{initial} \end{bmatrix} z$$

이 경우의 변형률장은 식 (2)와 같이 확장된다.  
원통형 형판과 같이 한 개의 주 곡률 값이 0인 초기 곡률을 부여하더라도 그림 3와 같이, 형판과 복합재의 배치 각도 2를

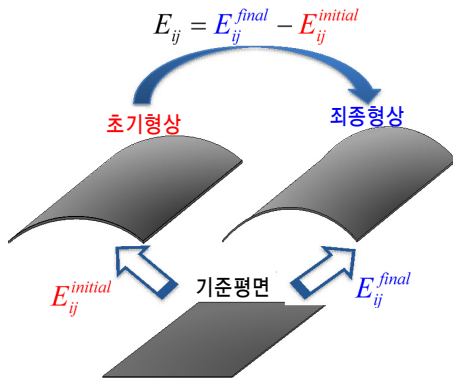
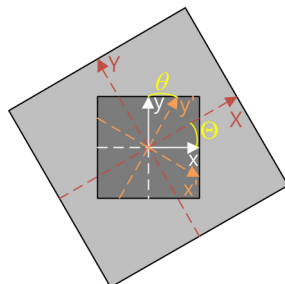


그림 2 변형률장 계산을 위한 기준평면 sdf



- 복합재의 좌표계:  $x, y$
- 복합재의 주 곡률 방향:  $x', y'$
- 형판의 좌표계:  $X, Y$
- $\Theta$ : 형판의 복합재에 대한 배치 각도
- $\theta$ : 복합재의 좌표계와 주 곡률 간의 각도

그림 3 배치 각도를 도입한 복합재와 형판의 좌표계

이용하면, 보다 일반적인 형상제어가 가능해진다. 특히 복합재를 직교 적층한 경우, 배치 각도로 인해 생기는 초기 전단 곡률의 효과가 최소화된다.

배치 각도의 도입을 통해 원통형 형판으로 부여되는 초기 곡률은 식 (3)과 같다.

$$\kappa^{initial} = \begin{bmatrix} \kappa \sin^2 \Theta & -\kappa \sin \Theta \cos \Theta \\ -\kappa \sin \Theta \cos \Theta & \kappa \cos^2 \Theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

#### 4. 결과 및 고찰

편의상 그림 4과 같이 복합재의 주 곡률 방향이 형판의 곡률 방향과 일치하는 형상을 1번 상태로, 다른 안정된 형상을 2번 상태라고 정의한다. 또한 형판의 0이 아닌 곡률의 부호와 1번 상태의 0이 아닌 곡률의 부호가 일치하는 경우에 형판의 곡률 부호를 양의 값으로 정의한다.<sup>1),2)</sup>

##### 4.1 형판과 복합재가 정렬된 경우

식 (2)에서 제안된 변형률장은 일반적으로 적층된 복합재의 최종 곡률과 쌍안정성의 발생 여부를 성공적으로 예측 가능하며 직교 적층 복합재에 적용된 초기 곡률의 효과는 그림 5와 같다.

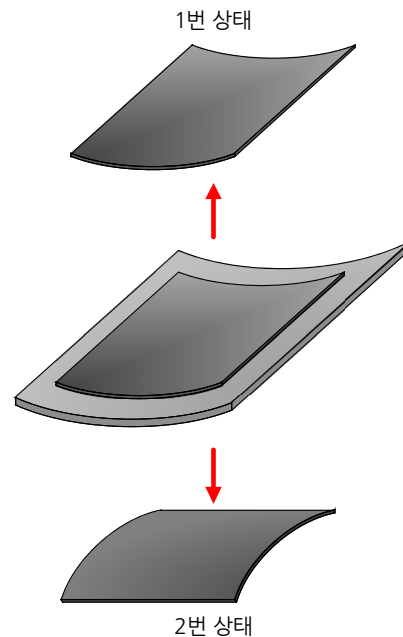


그림 4 쌍안정 복합재의 상태 정의

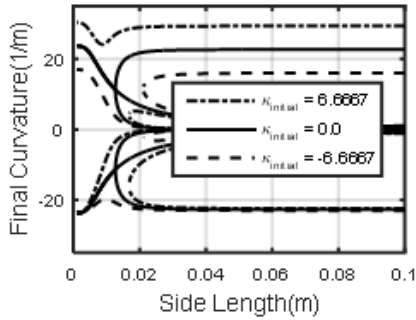


그림 5 형판과 정렬된 경우의 초기 곡률 효과

복합재를 직교 적층된 경우, 초기 곡률의 효과는 다음과 같이 요약 된다<sup>1)</sup>.

- 1번 상태의 최종 곡률은 곡률이 없는 형판에서 제작했을 때의 복합재의 곡률과 형판의 곡률의 합으로 나타난다.
- 2번 상태의 최종 곡률은 형판의 곡률에 거의 영향을 받지 않는다.

즉, 곡률이 없는 형판에서 제작한 경우의 최종 곡률을 알고 있을 경우, 초기 곡률을 부여한 최종 곡률은 변형률 에너지를 최소화시킬 필요없이 단순 덧셈으로 예측 가능하게 된다.

#### 4.2 형판과 복합재의 배치를 제어한 경우

150 mm의 곡률을 가지는 형판에 45°의 배치각도를 가지도록 직교 적층된 복합재를 배치한 경우의 해석 결과는 그림 6과 같다.

이 경우 초기 곡률과 배치 각도의 효과는 다음과 같이 요약 가능하다.<sup>2)</sup>

- 1번 상태와 2번 상태의 최종 곡률은 곡률이 없는 형판에서 제작했을 때의 복합재의 곡률과 복합재의 주 곡률 방향으로의 형판의 수직 곡률과의 합이다.
- 복합재의 주 곡률 방향으로의 형판의 전단 곡률은 복합재의 최종 곡률에 거의 영향을 주지 않는다.

즉, 초기 곡률과 배치 각도의 제어를 통해 1번 상태와 2번 상태의 최종 곡률을 동시에 제어 가능하고 직교 적층된 경우,

$$\Theta = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\kappa_2 + \kappa_{flat}}{\kappa_1 - \kappa_{flat}}} \quad (4)$$

$$\kappa_{tool} = \frac{\kappa_1 - \kappa_{flat}}{\cos^2 \Theta} = \frac{\kappa_2 + \kappa_{flat}}{\sin^2 \Theta}$$

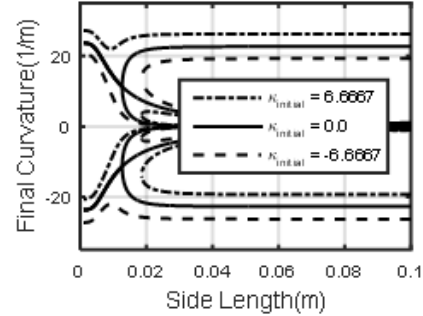


그림 6 배치각도를 도입한 경우의 초기 곡률 효과

복합재의 최종 곡률은 단순 덧셈으로 예측 가능하다. 이를 이용하면, 곡률이 없는 형판에서 제작한 경우의 최종 곡률을 알고 있을 경우, 원하는 최종 곡률을 얻기 위한 형판의 곡률과 각도는 식 (4)와 같이 유도된다.<sup>14)</sup>


식 (4)를 적용하면 쌍안정 구조물의 최종 형상을 외연적 계산으로 도출 가능하기 때문에 쌍안정 구조물 응용 연구를 효율적으로 설계할 수 있다.

### 5. 향후 과제

본 기사에서는 원통 형상의 형판을 이용해서 복합재의 최종 형상을 제어함으로써, 두께, 굽힘 강성 등과 같은 여타 설계 변수들에 대한 영향을 최소화하는 기법과 그 해석 모델에 대해서 소개했다. 이러한 연구들은 공동연구로 진행된 Kim 등의 파리 지옥을 모사한 로봇의 제작 및 시연<sup>15)</sup>을 통해서 변형 구조물로의 적용 가능성이 실증되었지만, 아직까지는 쌍안정 구조물의 최종 형상이 원통인 경우에 제한되어 있다. 보다 일반적인 변형 구조물에 적용하기 위해서는 Lee 등<sup>16)</sup>에 의해 제안된 말 안장 형상의 쌍안정 구조물과 같은 일반적인 형상에서 쌍안정성을 보이는 구조물로의 확장에 관한 많은 연구가 필요하다.

### 6. 참고문헌

1. Ryu J, Kong J-P, Kim S-W, Koh J-S, Cho K-J, Cho M. Curvature tailoring of unsymmetric laminates with an initial curvature. J Compos Mater. 2012.
2. Ryu J, Lee J-G, Kim S-W, Koh J-s, Cho K-J, Cho M, Generalized curvature tailoring of bistable CFRP laminates by curing on a cylindrical tool-plate with misalignment, Compos Sci Technol. 2014; 103: 127-133
3. Hyer MW. Calculations of the Room-Temperature Shapes

- of Unsymmetric Laminates. *J Compos Mater.* 1981; 15(Jul): 296-310.
4. Hyer MW. Some observations on the cured shape of thin unsymmetric laminates : Hyer, M.W. *Journal of Composite Materials Vol 15 (March 1981)* pp 175-194. *J Compos Mater.* 1981; 15(2): 175-194.
  5. Hyer MW. The room-temperature shapes of four-layer unsymmetric cross-ply laminates. *J Compos Mater.* 1982; 16(4): 318.
  6. Jun WJ, Hong CS. Effect of Residual Shear Strain on the Cured Shape of Unsymmetric Cross-Ply Thin Laminates. *Compos Sci Technol.* 1990;38(1):55-67.
  7. Jun WJ, Hong CS. Cured Shape of Unsymmetric Laminates with Arbitrary Lay-up Angles. *J Reinf Plast Comp.* 1992; 11(12): 1352-1366.
  8. Dano ML, Hyer MW. Thermally-induced deformation behavior of unsymmetric laminates. *Int J Solids Struct.* 1998; 35(17): 2101-2120.
  9. Dano ML, Hyer MW. The response of unsymmetric laminates to simple applied forces. *MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS AND STRUCTURES An INTERNATIONAL JOURNAL.* 1996; 3(1): 65-80.
  10. Dano ML, Hyer MW. Snap-through of unsymmetric fiber-reinforced composite laminates. *Int J Solids Struct.* 2002; 39(1): 175-198.
  11. Cho M, Kim MH, Choi HS, Chung CH, Ahn KJ, Eom YS. A study on the room-temperature curvature shapes of unsymmetric laminates including slippage effects. *J Compos Mater.* 1998; 32(5): 460-482.
  12. Cho M, Roh HY. Non-linear analysis of the curved shapes of unsymmetric laminates accounting for slippage effects. *Compos Sci Technol.* 2003; 63(15): 2265-2275.
  13. Ren L, Parvizi-Majidi A, Li Z. Cured shape of cross-ply composite thin shells. *J Compos Mater.* 2003; 37(20): 1801.
  14. Lee J-G, Ryu J, Kim S-W, Koh J-s, Cho K-J, Cho M, Effect of Initial Tool-plate Curvature on Snap-through Load of Unsymmetric Laminated Cross-ply Bistable Composites, *Composite Structures.* 2015; 122: 82-91
  15. Kim S-W, Koh J-s, Lee J-G, Ryu J, Cho M, Cho K-J. Flytrap-inspired robot using structurally integrated actuation based on bistability and developable surface. *Bioinspiration and Biomimetics.* 2014.
  16. Lee J-G, Ryu J, Lee H, Cho M, "Saddle-shaped Bi-stable Morphing Panel with Shape Memory Alloy Spring Actuator", *Smart Materials and Structures.* 2014; 23(7): 074013. 

[섭외: 양승화 편집위원]