Journal of the Korean Society of Marine Environment & Safety
Research Paper
Vol. 21, No. 5, pp. 538-542, October 31, 2015, ISSN 1229-3431(Print) / ISSN 2287-3341(Online) http://dx.doi.org/10.7837/kosomes.2015.21.5.538

횡요상태 관측에 의한 선체 횡관성모멘트 값의 도출을 위한 일반식

최순만*†
* 한국해양수산연수원

A General Formula for Calculating the Value of Transverse Moment of Inertia by Observing the Roll Motion of Ships

Soon-Man Choi*†
* Korea Institute of Maritime and Fisheries Technology, Busan 49111, Korea

요 약 : 선체의 횡관성모멘트는 선박의 횡운동 특성을 다루는 경우 제외될 수 없는 요소로서 그 크기의 적정성은 선체 동특성 해석의 결과와 신뢰성에 큰 영향을 미친다. 그러나 선박은 질량분포와 형상이 복잡하므로 이를 직접적인 계산을 통해 값을 구하기에는 과정이 매우 복잡하고 대상 선박의 구체적인 관련 자료를 얻기도 어렵다는 점에서 실용적으로는 선체 질량의 등가적 관성반경을 선체 폭의 일정비율로 계산하는 간접적인 방법이 통용되고 있다. 한편, 어느 선체의 자유 횡운동이 나타내는 횡요 주기와 감쇠형태는 관성모멘트에 의해 영향을 받기 마련이고 따라서 이러한 응답의 결과적인 모양으로부터 역으로 해당 선박의 관성모멘트를 구하는 일반식의 도출이 가능할 것으로 유추될 수 있다. 본 연구에서는 관찰에 의한 선체의 횡요 주기는 경사각의 진폭 감쇠비에 의해서도 달라지는 관계를 해석하여 횡요 주기와 경사각 진폭 감쇠비 모두를 함수 인자로 포함하는 일반식에 의해 횡관성모멘트 크기가 구해질 수 있음을 나타내었다. 또한 이러한 일반식에 횡요 관찰 선박의 주요 제원을 적용하였을 때 나타나는 특성 그래프들을 분석한 결과 횡요주기뿐 아니라 진폭감쇠비가 함께 검토될 때 얻어지는 관성모멘트 값이 보다 정확해진다는 것을 확인하였다.

핵심용어 : 선체운동, 횡요감쇠, 횡운동 관성반경, 횡관성모멘트, 횡운동 감쇠계수, 횡요진폭감쇠계수

Abstract : *The transverse moment of inertia is an indispensable factor in analyzing the roll motion characteristics of ships and the calculating method needs to be based on the more reasonable theories when deciding the value as the results and reliability of analysis could be much affected by the correctness. However, the mass distribution and shape of hulls are quite complicated and give much difficulties in case of calculating the value directly from the ship design data, furthermore even acquiring the detailed design data for calculation is almost impossible. Therefore some simpler ways are practically adopted in the assumption that the gyradius of roll moment can be decided by a given ratio and hull width. It is well known that the responses of the free roll decay are varied according to the value of roll moment in view of roll period and amplitude decay ratio, so that the general formula to get the moment value can be derived also from the observation of roll decay responses. This study presents how the roll period and decay ratio are interrelated each other from the roll motion characteristics with suggesting a general formula to be able to calculate roll moment from it. Finally, the obtained general formula has been applied to a ship data to check the resultant characteristics through analyzing graphs and showed that the roll moment becomes more accurate when rolling period and decay ratio are considered together in calculation.*

Key Words : *Ship motion, Rolling decay, Roll gyradius, Transverse moment of inertia,, Rolling damping coefficient, Roll amplitude decay ratio*

1. 서 론

선체 횡관성모멘트는 선박의 횡운동 특성의 표현에 필수적인 요소로서 선체의 복원성 및 횡운동 특성의 수식에 적용되는 관성모멘트 값은 해당 선박의 실제에 가능한 근사한 것이어야 한다. 그러나 선박의 형상은 단순하지 않고 화물과 선용품의 적재 등으로 무게 중심과 질량분포의 형태가 수시로 변할 뿐 아니라 해당 선박의 자세한 설계 데이터를 구하는 것 역시 용이하지 않으므로 관성모멘트의 크기를 직접 계산을 통해 구하기는 현실적으로 어렵다.

이로 인해 실용적으로는 선체의 전체 질량과 일정값의 관성반지름(Gyradius)를 정하여 관성모멘트를 구하는 방법이

† panamo@hanmail.net, 051-620-5850

이용되고 있으며 이 경우 관성 반지름은 선종에 따라 약간의 차이가 있으나 해당 선체의 폭에 대략 0.4를 곱하는 근사값이 사용되거나(Krüger and Kluwe, 2008; Papanikolaou et al., 1997) 혹은 선체의 폭과 길이 및 흘수를 함께 포함하는 간이식들이 제시되고 있다(IMO Resolution A.749, 1993).

한편, 잔잔한 해면상태의 항내 선박에서 화물의 이동 등으로 선체 경사가 발생할 때 선교의 경사계(Clinometer)와 스톱워치 등을 이용하여 횡요 상황을 관찰할 수 있는 조건이라면 보다 직접적인 방법으로 해당 선박의 횡관성모멘트를 구하는 것이 가능할 것으로 유추된다. 횡요 응답에서의 횡요 주기와 감쇠모양은 선체의 GM값과 관성모멘트 크기에 의해 고유한 형태로 나타나게 된다는 점에서 이러한 응답으로부터 역으로 횡관성모멘트를 계산하는 일반식을 도출할 수 있을 것으로 보아진다.

본 연구에서는 횡요 응답의 관찰로부터 대상 선박의 횡요 주기 및 횡요 주기마다 감소되는 경사각의 진폭 감쇠비가 확인되면 제시된 일반식에 이를 대입함으로써 횡관성모멘트를 계산할 수 있다는 것을 나타내었으며 이와 함께 횡관성모멘트가 횡요 주기뿐 아니라 진폭의 감쇠 형태에 의해서 달라지는 관계를 살펴보기로 한다.

2. 선체의 횡운동

2.1 횡운동 방정식

Fig. 1은 ϕ만큼 횡경사되어 선체 중심축 Y가 Y'로 된 경우 GM과 GZ의 관계를 나타내고 있으며 B는 부심에 해당한다.

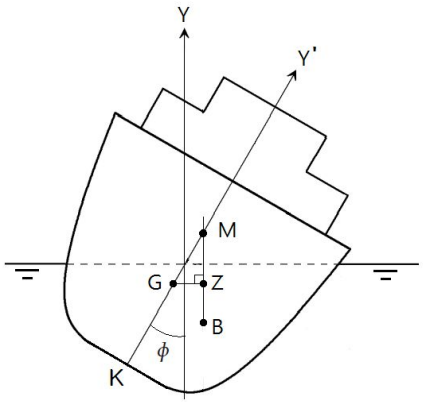

Fig. 1. Schematic diagram for GM and GZ.

여기서 선체 복원모멘트의 팔길이로 작용하는 GZ는 G와 BM 간 거리이고 이를 ϕ의 함수인 GZ(ϕ)라 하면 잔잔한 해상상태에서 선체 경사각 ϕ는 다음의 미분방정식으로 나타낼 수 있다(Surendran and Venkata Ramana Reddy, 2003; Vredeveldt and Journée, 1991).

$$J\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + \triangle \cdot g \cdot GZ(\phi) = 0 \tag{1}$$

위 식에서 J는 횡운동 관성모멘트, 선형계수로 나타낸 b는 선체의 횡운동 감쇠계수(Damping coefficient)이고 또한, $\triangle$와 g는 배수량과 중력가속도이다. 한편, ϕ가 작은 범위에서는 $GZ(\phi) \approx GM \cdot \phi$이므로 식(1)은 식(2)의 선형방정식과 같아진다.

$$\ddot{\phi} + \frac{b}{J}\dot{\phi} + \frac{\triangle \cdot g \cdot GM}{J}\phi = 0 \tag{2}$$

여기서 식(2)의 해인 ϕ의 응답을 나타내면

$$\phi = \phi_0 \cdot e^{-\frac{b}{2J}t}\left[\cos\omega t + \frac{b}{2J\omega}\sin\omega t\right] \tag{3}$$

$$+ \phi_0' \cdot \frac{1}{\omega} \cdot e^{-\frac{b}{2J}t} \cdot \sin\omega t$$

가 되어 초기각 ϕ_0의 경사각은 지수함수적으로 감소하게 되고 ϕ_0'는 초기 각속도이다. 또한, 식(2)에 대한 특성방정식은 ω_n과 ζ이 각각 고유각속도와 감쇠율일 때 식(4)의 라플라스(Laplace)함수이므로

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + w_n^2 = 0 \tag{4}$$

식(3)의 ω는 다음 식(5)의 식이 되고

$$\omega = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{5}$$

또한, 식(2)로부터 ω_n은 다음과 같아진다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\triangle \cdot g \cdot GM}{J}} \tag{6}$$

2.2 진폭감쇠비와 ζ의 관계

초기각이 ϕ_0이고 ϕ_0'=0일 때 식(3)의 경사각 ϕ는 Fig. 2의 실선으로 표시한 곡선과 같은 감쇠맥동의 시간응답을 나타내게 된다. 여기서 시간 T는 감쇠맥동의 주기이고 점선으로 표시되고 있는 곡선은 감쇠가 없을 때인 파형으로서 T_n은 이때의 맥동주기인 고유 횡요 주기에 해당하는 것으로서 $\omega_n = 2\pi/T_n$의 관계가 된다.

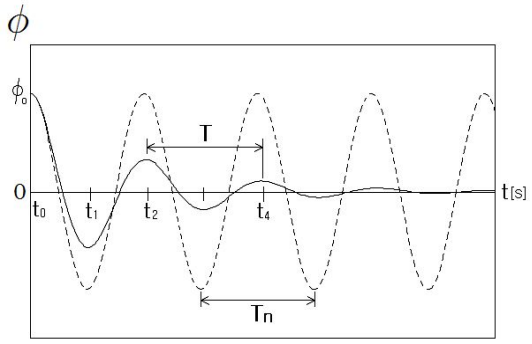

Fig. 2. Time response of ϕ at damped condition.

Fig. 2에서 ϕ가 최대 최소로 되는 시점은 각각 $t_0, t_1, t_2,$ ・・, t_n 일 때이고 n번째의 시점을 t_n 이라 하면 ϕ의 횡운동 진폭감쇠비(Rolling decay ratio) λ는 다음과 같아진다.

$$\lambda = \frac{\phi(t_{n+2})}{\phi(t_n)} \tag{7}$$

또한, t_n 은 식(3)의 미분함수가 0이 될 때이므로 이러한 관계로부터 λ는 식(8)의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda = \frac{\phi(t_{n+2})}{\phi(t_n)} = e^{-\frac{\pi b}{J\omega}} \tag{8}$$

따라서 식(8)로부터 감쇠계수 b는 양의 수로서 다음 식이 된다. 여기서 λ는 1보다 항상 작으므로 $\ln\lambda$값에 절대값을 취하는 경우 부호의 혼동을 피할 수 있어서 편리해진다.

$$b = |\ln\lambda| \frac{J\omega}{\pi} \tag{9}$$

한편, 식(2)로부터 $2\zeta\omega_n = b/J$ 의 식이 되고 식(9)의 결과를 이 식에 대입하면 ζ는 식(10)과 같이 ω와 ω_n의 비율 및 λ의 함수가 된다.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\omega}{\omega_n} \times |\ln\lambda| \tag{10}$$

2.3 고유각속도 ω_n의 함수

횡운동의 고유각속도 ω_n가 정해지면 식(6)의 관계로부터 관성모멘트 J가 구해질 수 있다. 한편, ω_n은 식(5)로부터 식(11)이 되므로

$$\omega_n = \frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{11}$$

식(11)의 ζ에 식(10)을 대입하면 식(12)가 얻어지며 이로 인해 ω를 ω_n으로 변환할 수 있다.

$$\omega_n = \sqrt{1+\frac{(\ln\lambda)^2}{4\pi^2}} \cdot \omega \tag{12}$$

2.4 관성모멘트와 관성반지름의 일반식

관찰에 의한 횡요 주기가 T이면 $\omega = 2\pi/T$의 관계이므로 이를 식(12)에 대입하면 ω_n은 식(13)과 같이 T와 λ만의 함수로 변환 된다.

$$\omega_n = \frac{\sqrt{4\pi^2+(\ln\lambda)^2}}{T} \tag{13}$$

한편, 위의 식(13)은 식(6)과 같아야 하므로 이로부터 횡관성모멘트 J는 식(14)로 나타낼 수 있다.

$$J = \triangle \times g \times GM \times \frac{T^2}{4\pi^2+(\ln\lambda)^2} \tag{14}$$

또한, 관성모멘트 J와 관성반지름 k는

$$J = \triangle \times k^2 \tag{15}$$

의 관계이므로 관성반지름은

$$k = \sqrt{\frac{g \cdot GM}{4\pi^2+(\ln\lambda)^2}} \times T \tag{16}$$

가 된다. 따라서 배수량과 GM을 이미 알고 있고 해당선박이 나타내는 횡요주기와 진폭감쇠비가 관찰된다면 횡관성모멘트는 식(14)의 일반식을 통해 계산이 가능해진다. 또한, 관성반지름은 식(16)에 의해 횡요주기 T와 GM의 제곱근에 비례하여 커진다는 것을 보여준다. 만일 식(16)에서 선폭이 B일 때 k의 값을 $k \fallingdotseq 0.4 \times B$로 정하고 감쇠가 없는 λ=1의 상태를 가정한다면 이때는 $\ln\lambda = 0$가 되므로 횡요주기는 고유횡요주기 T_n과 같아지고 이 조건에서 T_n은 식(16)으로부터 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$T|_{\lambda=1,\ k=0.4B} = T_n = 0.802 \times \frac{B}{\sqrt{GM}} \tag{17}$$

3. 주요 제원에 대한 특성

3.1 특성 그래프

횡요 관찰 대상으로 사용된 선박의 주요 제원은 Table 1과 같으며 시운전 시 자료를 인용한 것이다. 배수량이 9,490.8m^3 이고 GM이 1.2m인 때를 기준으로 횡요주기 T와 진폭감쇠비 λ에 따른 관성모멘트 변화를 식(14)에 의해 그래프로 나타내면 Fig. 3과 같다.

Table 1. Particulars of the reference ship

Displacement	9,490.8[m^3]
Length	128.0[m]
Breadth	22.4[m]
KG	9.23[m]
GM	1.2[m]

Fig. 3의 곡선 A, B, C는 주기 T가 0에서 20s 시간범위에서 감쇠가 서로 다른 상태의 비교를 위해 λ=0.75, λ=0.25, λ=0.1와 같이 진폭감쇠비가 크고 작은 경우를 설정하여 J값을 나타낸 것으로서 관성모멘트의 단위는 $kt \cdot m^2$이다.

또한, 관성반지름 k의 함수를 나타내는 식(16)을 동일한 방법으로 그래프로 나타내면 Fig. 4와 같아진다. 곡선 D, E, F는 각각 λ=0.75, λ=0.25, λ=0.1로 진폭감쇠비가 주어지는 조건에서의 k값 변화이다.

3.2 결과의 분석

관찰된 횡요 주기 T가 16s인 경우를 살펴보면 Fig. 3에서 λ=0.75인 때인 곡선 A를 기준으로 할 때 J의 크기는 720 $kt \cdot m^2$를 나타내는 한편, λ=0.25인 곡선 B에서는 680 $kt \cdot m^2$로 더 작은 값이 되고 있다. 여기서 λ의 수치가 크다는 것은 감쇠가 더 작음을 의미하므로 이로부터 감쇠가 클수록 J는 작은 값이 됨을 알 수 있다. Fig. 3의 전체 영역에서 주기 T가 길어지면 관성모멘트는 이것의 제곱에 비례하여 커지는 동시에 동일한 T의 값에서는 진폭감쇠비 λ가 클수록 더 작은 관성모멘트 크기를 나타낸다. 이러한 결과는 횡요주기만으로 관성모멘트를 계산하기보다는 간섭 관계에 있는 진폭감쇠비가 함께 고려되어야 실제에 보다 근접한 값을 얻을 수 있음을 보여 준다. 또한, Fig. 4는 횡요 주기와 진폭감쇠비에 의해 관성반지름을 도시적으로 나타내고 있으며 주기가 증가하는 경우 관성반지름은 주기에 단순 비례하는 관계로 커지는 한편, 같은 값의 주기인 조건에서는 진폭감쇠비가 클수록 관성반지름은 더 작아지고 있다. 한편, 관성반지름이 선폭의 0.4배 정도인 것으로 간이 계산하는 경우

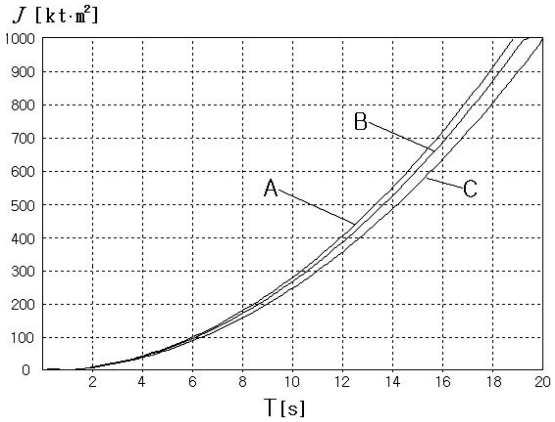

Fig. 3. Comparison of J values at λ=0.75, λ=0.25 and λ=0.1 with GM=1.2m.

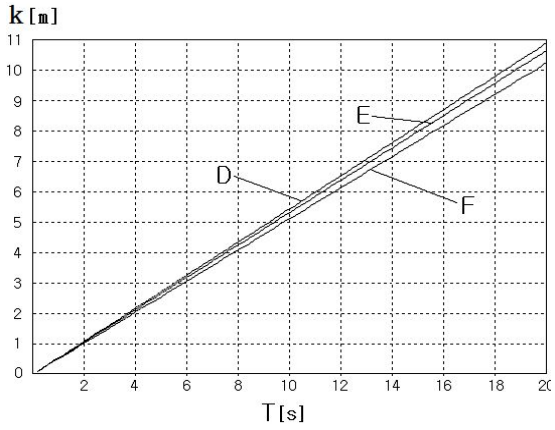

Fig. 4. Comparison of gyradius k values at λ=0.75, λ=0.25 and λ=0.1 with GM=1.2m.

의 값은 모델선박의 선폭이 22.4 m이므로 8.96 m가 된다. 이 결과를 Fig. 4의 세로축에 적용하면 곡선 D를 기준으로 한다면 세로축 8.96 m일 때의 횡요주기는 약 16.5s 정도가 된다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

조용한 수면에서 선체의 횡요 응답을 관찰할 때 얻어지는 횡요 주기 및 매 주기마다 감소되는 경사각의 진폭 감쇠비를 확인하면 이것을 통하여 해당 선체의 횡관성모멘트 크기를 보다 구체적으로 계산할 수 있는 일반식의 도출이 가능할 것으로 추정하였다. 먼저, 횡관성모멘트의 일반식을 얻기 위해 관찰에 의한 실제 주기 및 진폭 감쇠비를 토대로 선체의 고유각속도가 계산되었으며 이 결과 횡관성모멘트는 대체로 횡요 주기의 제곱에 비례하므로 지배적인 영향을 받는 한편, 진폭감쇠비에 의해서도 부분적으로 크기가 달라진다

는 것을 알 수 있었다.

횡관성모멘트 및 관성반지름의 일반식이 나타내는 이러한 특성을 모델선박에 적용한 결과 이로부터 얻어지는 그래프에서도 추정되었던 서로의 관계가 해석적으로 설명될 수 있었다. 이를 통하여 횡요 주기와 함께 진폭감쇠비가 함께 적용되어야 보다 자세한 관성모멘트의 크기가 얻어진다는 것이 확인되었으며 또한 구해진 일반식이 선체 관련 계산에 있어서 실용적으로 사용될 수 있음을 나타내었다. 이를 토대로 향후 선박의 선종 별 동특성의 분석에 제시된 횡관성모멘트의 일반식을 활용하기 위한 연구가 과제로 남아있다고 하겠다.

References

[1] IMO Resolution A.749(1993), Code on Intact for all Type of Ships Covered by IMO instruments.

[2] Krüger, S. and F. Kluwe(2008), A Simplified Method for the Estimation of the Natural Roll Frequency of Ships in Heavy Weather, HANSA Bd 145, pp. 1-7.

[3] Papanikolaou, A., E. Boulougouris and D. Spanos(1997), On the Roll Radius of Gyration of Ro-Ro Passenger Ships, The 7th International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol. 3, pp. 499-506.

[4] Surendran, S. and J. Venkata Ramana Reddy(2003), Numerical simulation of ship stability for dynamic environment, Ocean Engineering, Vol. 30, No. 10, pp. 1315-1317.

[5] Vredeveldt, A. W. and J. M. J. Journée(1991), Roll motions of ships due to sudden water ingress, calculations and experiments, International Conference on Ro-Ro Safety and Vulnerability the Way Ahead, RINA, Vol. I, pp. 13-30.

Received : 2015. 08. 31.
Revised : 2015. 09. 18.
Accepted : 2015. 10. 27.