

베어링 편심도와 자세각에 따른 저어널 베어링의 윤활효과

김종도*, 왕일군**, 윤문철**,#

*중원대학교 산학협력단, **부경대학교 기계설계공학과

Lubrication Effect of Journal Bearing according to its Eccentricity and Attitude Angle

Jong-Do Kim*, Yi-Jun Wang**, Moon-Chul Yoon**,#

*Industry-Academic Cooperation Foundation, Jungwon University,

**Dept. of Mech. Design Eng., Pukyong National University

(Received 30 June 2015; received in revised form 5 August 2015; accepted 9 September 2015)

ABSTRACT

The thickness of adsorbed molecular layers is the most critical factor in studying thin-film lubrication, and it is the most essential parameter that distinguishes thin-film from thick-film lubrication analysis. The thin film between the shaft and bearing surface within a very narrow gap was considered. The general Reynolds equation has been derived for calculating thin-film lubrication parameters affecting the performance of the circular journal bearing. Investigation of the load-carrying capacity and pressure distribution for the journal bearing considering the adsorbed layer thickness has been carried out. A Reynolds equation appropriate for the journal bearing is used in this paper for the analysis, and it is discussed using the finite difference method of the central difference scheme. The parameters, such as eccentricity and attitude angle, are used for discussing the load-carrying capacity of the journal bearing. The results reported in this paper should be applied to analysis of the journal bearing with different lubrication factors. The steady-state analysis of the journal bearing is conducted using the Reynolds model under thin-film lubrication conditions. For a journal bearing, several parameters, such as a pressure, load capacity, and pressure components of the bearing can be obtained, and these results can be stored in a sequential data file for later analysis. Finally, their distribution can be displayed and analyzed easily by using the MATLAB GUI technique. The load-carrying capability of the journal bearing is observed for the specified operating conditions. This work could be helpful for the understanding and research of the mechanism of thin-film lubrication.

Key Words : Finite Difference Method(유한차분법), Journal Bearing(저어널 베어링), Lubrication(윤활), Pressure Distribution(압력분포), Reynolds Equation(레이놀즈 방정식)

기호 설명

c : Radial clearance of journal bearing (= $R_1 - R_2$)

B : Bearing width (mm)

R_1 : Journal bearing radius (mm)

R_2 : Shaft radius (mm)

P : Non-dimensional pressure

U : Velocity (mm/sec)

ϵ : Eccentricity

ψ : Attitude angle

Λ : Bearing number

Corresponding Author : mcyoon@pknu.ac.kr

Tel: +82-51-629-6160, Fax: +82-51-629-6150

1. 서 론

과거 십수년간 동압 저어널 베어링에 대하여 많은 관심과 연구가 되어 왔다¹⁻⁹⁾. 저어널 베어링의 기술적인 성장은 정밀 공작기계, 항공, 원자력 발전의 기술 발전과 같이 하여 왔다. 실제 응용에 있어서 얇은 유막 윤활효과에 대한 이론적인 기초는 실제적인 베어링에 적용할 수 있게 된다. 이러한 얇은 유막 윤활효과에 대한 연구를 기초로 저어널 베어링의 윤활효과에 대하여 자세한 해석을 하여야 할 필요가 있다고 할 수 있다. 그 동안 저어널 베어링에 대한 연구가 많이 수행되어 오고 있지만 저어널 베어링의 주요 인자인 자세각(attitude angle)과 편심도(eccentricity)가 베어링의 윤활효과에 미치는 것에 대한 상세하고 구체적인 결과는 표현되지 않아 이해하기가 곤란한 경우가 많다. 최근 정밀 저어널 베어링의 제작에 따라 더욱 이에 대한 관심과 연구가 필요하게 되었으며 이에 대한 보다 자세한 구체적인 결과가 필요하다고 할 수 있다. 저어널 베어링에 대한 연구는 1980 년대에 많이 국내에서 수행되기 시작하였고 J. S. Kim 과 K. W. Kim¹⁾등이 유한 경사 패드 베어링(tilted pad journal bearing)에 대하여 연구를 하였다. Hwang²⁾등은 공기윤활 틸티드 패드 베어링의 정적 및 동적특성을 수치해석법으로 결과를 발표하였다. Kim 과 Lee³⁾는 사출 오리피스를 이용하여 저널베어링의 rotor 특성을 해석 하였고 그 결과를 보여 주었다. 또한 Chin 과 Yoon¹⁰⁾는 저널 베어링 의 기초라 할 수 있는 슬라이더 베어링의 경사도에 따른 윤활 효과를 연구하였고 여러 인자 중 경사도가 가장 윤활효과에 미치는 영향이 크다는 것과 최적의 경사도의 범위를 제시하였다. 그의 국내 연구⁵⁻¹⁰⁾에서도 저널 베어링에 대한 연구를 하였고 이들 연구 대상은 자세각과 편심도에 대한 자세한 연구이라기 보다는 각 논문제목에 나타나는 공기 베어링이나 저어널 베어링 연구기법이나 그루부가 있는 복잡한 형상에 대하여 윤활 효과 연구이다. 이러한 연구를 참고를 하였을 때 저어널 베어링의 가장 기본적인 주요 윤활조건의 인자인 자세각과 편심도에 따른 압력분포와 그에 따른 부하용량을 자세하게 거동을 알아보기에는

한계가 있어 이를 자세히 분석하고자 하였다. 특히 자세각과 편심도가 어떻게 압력 분포와 부하용량에 미치는 영향을 자세히 밝히려고 하였고 이를 위해 연구에 사용한 방법으로는 유한차분법 (finite difference method) 과 SOR (successive over relaxation)법을¹¹⁾ 사용하여 분석을 하였다. 이 해석 결과는 보다 수월하게 윤활효과를 분석하고 볼 수 있도록 매트랩(matlab) GUI 기능을 사용하여 프로그래밍을 하였고 각 조건에서의 저어널 베어링의 윤활특성을 쉽게 볼 수 있다.

2. 이론 및 수치해석

2.1 관련이론

Fig. 1은 동압 저어널 베어링의 기본적인 모양새를 보여주고 있다. Fig 2 는 편심도와 자세각이 있게 되는 저어널 베어링에서 즉 Fig. 1의 축과 저널부 간극인 유막을 펼쳐서 나타낸 유막두께 분포를 보여주고 있다. Fig. 2(a)는 3 차원적으로 유막두께를 나타낸 것이고 Fig. 2(b)는 베어링 폭방향의 중심 단면의 유막두께를 계산하여 나타낸 것이다. 이 유막두께를 식으로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h = c(1 + \epsilon \cos \theta) \quad (1)$$

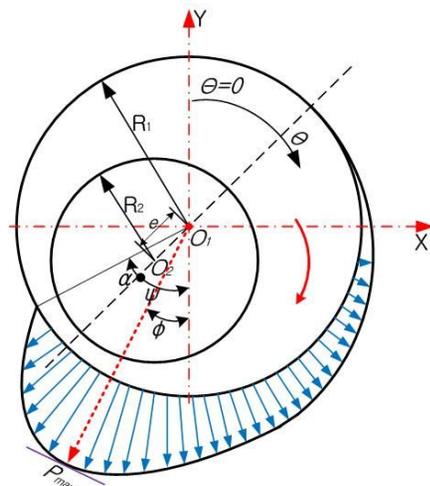


Fig. 1 Pressure and geometry of journal bearing

여기서 $c(=R_1-R_2)$ 는 반경방향의 저어널 베어링의 중심간의 간격을 나타내며 e 를 축 중심과 저어널 베어링 중심 거리이고 c 는 곧 유막의 최소두께를 나타내게 된다. 또 ε 는 e/c 를 나타내고 θ 를 Y 축으로부터 시계 회전 방향으로 위상각을 나타낸다(Fig. 1). Fig. 2(a)와 같은 저어널 베어링의 유막 두께를 갖는 베어링에서 간극 사이의 윤활유가 등온이고 점성의 변화가 없는 비압축성유체라고 가정하면 레이놀즈 방정식을 만족하며 이 식은 식 (2)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \Theta} (H^3 \frac{\partial P}{\partial \Theta}) + k \frac{\partial}{\partial Y} (H^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) = \Lambda \frac{\partial H}{\partial \Theta} \quad (2)$$

여기서, R_1 은 저어널의 반경, R_2 는 축의 반경, c 는 반경방향 간극($c = R_1-R_2$)이다. 또한 무차원 변수는

$$P = \frac{p}{p_a}, H = \frac{h}{c}, \Theta = \frac{x}{R}, Y = \frac{z}{R}, \epsilon = \frac{e}{c}, \quad (3)$$

$$k = \left(\frac{B}{2\pi R}\right)^2, \Lambda = \frac{6\mu UR}{p_a c^2}$$

이고, 이때 저어널 베어링은 상부 슬라이더와 하부 저어널 베어링의 정상상태 상대속도를 U 라고 볼 수 있고 윤활유가 모든 부위에 충분히 공급되어 작동하며 윤활유의 온도가 일정하다 가정하여 해석한다. Fig. 2에서 축의 마찰면인 상부 슬라이더의 주변경계 조건은 레이놀즈 경계조건으로 주어지며 $p_a=1$ 기압($1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$)로 한다. 각 미소부위에 의한 저어널 베어링의 압력분포는 편평한 슬라이더에서 구한 압력분포를 각 원주면으로 분포한다고 할 수 있고 이 압력의 x, y 성분으로 구성되어 있다고 할 수 있다. 따라서 이 x, y 방향의 압력분포는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_x = -2R \int_0^{B/2} \int_{\psi+0}^{\psi+\pi} p \cos \theta d\theta dy \quad (4)$$

$$P_y = 2R \int_0^{B/2} \int_{\psi+0}^{\psi+\pi} \psi n \theta d\theta dy \quad (5)$$

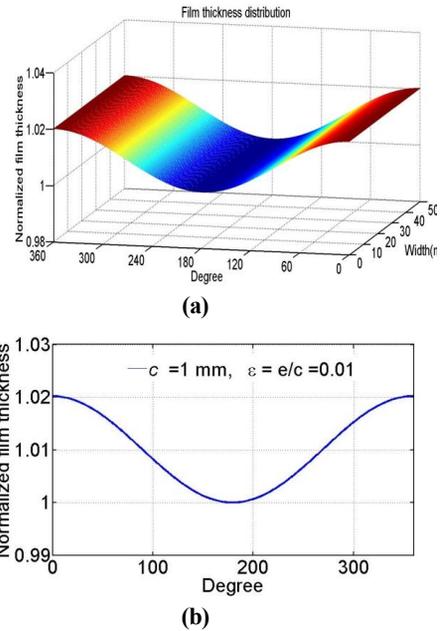


Fig. 2 Film thickness of journal bearing

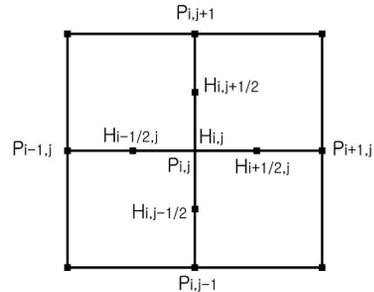


Fig. 3 Discretization of bearing surface

2.2 저어널 베어링 표면에서 유한차분법 적용

적용한 저어널베어링 표면에 유한차분법을 적용하여 수치해석을 하기 위하여서는 베어링면의 경계조건이 주어져야 하며 본 연구에서는 베어링 주변의 압력은 대기압의 조건인 $P = 1$ 로 하여 수치 해석을 하였고 자세각(ψ)과 편심도(ε)에 따른 압력분포 및 부하용량 등의 거동상태를 분석하였다.

Fig. 3은 미소 저어널 베어링 표면의 단위 그룹을 차분화한 부분이다. 레이놀즈 편미분 방정식을 적용하여 압력을 구하기 위해 유한 차분형의 방정식을 얻어야 하며 x 및 y 방향의 미소항을 $\Delta x (= R\Delta\theta)$ 및 Δy 를 이용하여 중앙 차분법(central difference scheme)으로 이산화 (Discretization)하여 표시할 수 있다. Fig. 3과 같이 질점을 택하면 무차원 레이놀즈 방정식 (2) 의 각각의 항은

$$\frac{\partial}{\partial\theta}(H^3\frac{\partial P}{\partial\theta}) = \frac{1}{\Delta\theta}(H^3_{i+\frac{1}{2},j}\frac{P_{i+1,j}-P_{i,j}}{\Delta\theta} - H^3_{i-\frac{1}{2},j}\frac{P_{i,j}-P_{i-1,j}}{\Delta\theta}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y}(H^3\frac{\partial P}{\partial Y}) = \frac{1}{\Delta Y}(H^3_{i+\frac{1}{2},j}\frac{P_{i+1,j}-P_{i,j}}{\Delta Y} - H^3_{i-\frac{1}{2},j}\frac{P_{i,j}-P_{i,j-1}}{\Delta Y}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial\theta} = \frac{H_{i+\frac{1}{2},j} - H_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta\theta} \quad (8)$$

이 되고 이 식들을 대입하여 에 대하여 풀어 정리하면 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{i,j} = a_0 + a_1p_{i+1,j} + a_2p_{i-1,j} + a_3p_{i,j-1} + a_4p_{i,j+1} \quad (9)$$

여기서 a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 를 알 수 있으므로 Fig. 3에서 중앙 질점(i,j)에서의 압력 $P_{i,j}$ 는 주변의 4개의 압력으로 식 (9)과 같이 표현되고 x, y 방향으로 N_x 와 N_y 점이 각각 있는 경우 각 질점에서 식을 갖게 되고 모든 질점에서 식을 얻을 수 있고 결국 $N_x \times N_y$ 개의 연립방정식이 유도되고 이 연립방정식은 반복법 (iterative method)에 의하여 풀 수 있다. 반복 계산은 오차가 주어진 값 ϵ 보다 작아질 때까지 수행하여 만족하는 수렴 해를 구할 수 있고, 상대오차가 원하는 정지오차 기준 값에 이르면 멈추며 그 기준은 다음과 같다.

$$\frac{\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} |P_{i,j}^k - P_{i,j}^{k-1}|}{\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} P_{i,j}^k} < \epsilon \quad (10)$$

여기서 k 는 반복횟수다. 유한차분형의 불연속 방정식은 SOR 반복법을 사용하여 구할 수 있고 그 식은

$$P_{i,j}^{k+1} = P_{i,j}^k + \omega(a_0 + a_1p_{i+1,j}^k + a_2p_{i-1,j}^k + a_3p_{i,j-1}^k + a_4p_{i,j+1}^k) \quad (11)$$

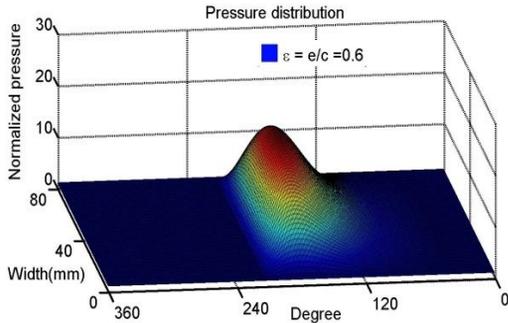
여기서, ω 는 이완계수(relaxation factor)이며 보통 $0 < \omega < 2$ 이고 수렴을 빠르게 하는 적절한 선택이 필요하다.[5-9]

3. 저어널 베어링 윤활특성

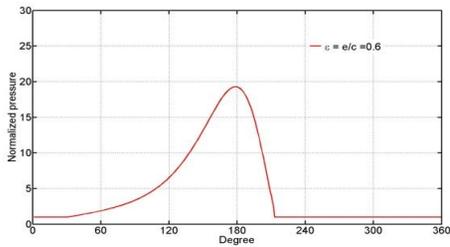
3.1 저어널 베어링의 압력분포

저널베어링의 레이놀즈 방정식을 풀기 위하여 경계조건은 레이놀즈 조건을 부여하여 수치해석을 하였고 베어링 경계부의 압력은 $y=0$ 및 $y=M$ 인 경계에서 무차원 경계압력이 $P=1$ 이 되도록 하였다. 요소 수를 원주방향으로는 360개, 폭 방향으로 80개를 주었고, 베어링 속도는 $U = 26 \text{ m/s}$ 에서 해석하였다. Fig. 4 는 베어링 폭 $B = 50 \text{ mm}$, $R_1 = 21 \text{ mm}$, $R_2 = 20 \text{ mm}$ $c = R_1 - R_2$, $e = 0.01 \text{ mm}$ 인 조건에서 압력분포를 구한 결과이다. 이때의 윤활유 점도 $\mu = 7 \times 10^{-7}(\text{poise})$ 로 하였다. 입력변수로 계산된 저어널 베어링의 자세각(ψ)과 편심도(ϵ)에 따른 각 경우의 압력을 구할 수 있었고 각각의 윤활 거동을 분석하였다.

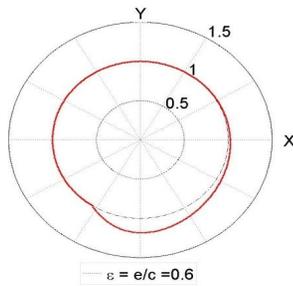
Fig. 4(a) 저널 베어링을 유한차분법으로 각 요소점에서 압력을 구하여 나타낸 것이다. 저어널 베어링의 압력 분포를 구하여 평면에 펼쳐 놓은 압력 분포 형상을 보여 주고 있다. 자세각(attitude angle)이 $\psi = 30^\circ$ 인 경우로 약 180° 부근에서 최대 압력이 나타나고 있다. 이 분포의 중심부의 압력을 나타낸 것이 Fig. 4(b) 이다. Fig. 4(b)에서 최대



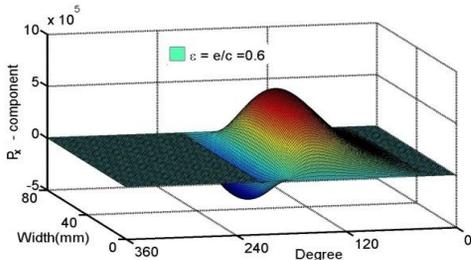
(a) Pressure distribution of plain bearing



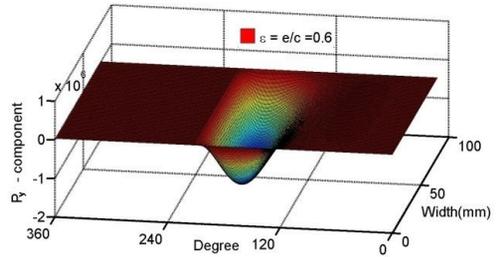
(b) Center line pressure



(c) Polar pressure distribution



(d) Pressure distribution P_x into x direction



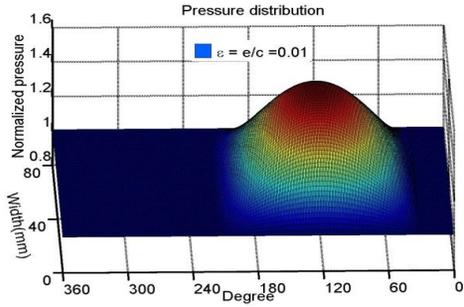
(e) Pressure distribution P_x into y direction

Fig. 4 Pressure distribution representation of circular journal bearing ($\psi=30^\circ$, $\varepsilon=0.6$)

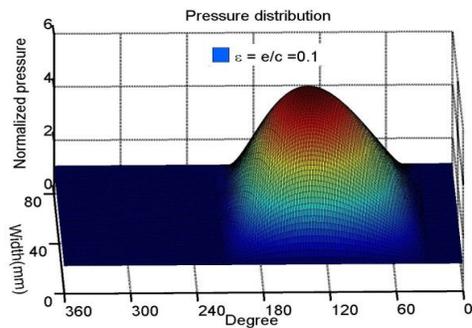
압력이 180° 부근에서 나타나는 것을 확실하게 볼 수 있으며 편심도에 따라 압력의 크기가 다르게 나타나는 것을 확인 할 수 있었다. Fig. 4(b)는 편심도가 $\varepsilon = 0.6$ 인 경우로 최대 피크 압력은 $\varepsilon = 0.8$ 일 때 나타났으나 이 경우 부하용량은 오히려 전체 아래 면적이 작아 작게 나타났고 자세각의 조건에 따라 $\varepsilon = 0.5 \sim 0.7$ 의 범위에서 최대 부하용량을 나타내고 있었다. 이는 마지막 부분의 Table 1의 부하용량의 분석에서 확인할 수 있다. Fig. 4(c)는 Fig. 4(b)를 극좌표로 나타낸 것이다. Fig. 4(d),(e)는 식(4)와 식(5)를 이용하여 x, y 방향의 압력분포를 나타낸 것이다. 이 경우는 최대 평균압력이 나타난 경우로 편심도가 약 0.6인 경우이고 이 값보다 크면 평균압력분포는 감소하고 부하용량도 감소하게 된다. 이 최대 부하용량은 마찬가지로 자세각이 변화함에 따라 크기가 변하게 되고 최대 부하용량의 자세각은 압력분포의 형상과 그 자세각에 따라 그 값이 달리 나오게 된다.

3.1 편심도의 영향

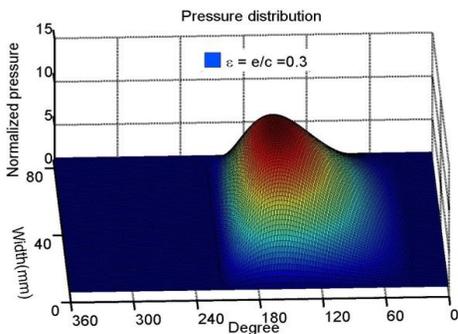
Fig. 5(a) ~ Fig. 5(d)는 편심도에 따른 각 원주면의 압력 분포를 펼쳐서 나타낸 압력분포 곡선이다. 편심도를 $\varepsilon = 0.01 \sim 0.6$ 의 범위에 걸쳐 구하였고 최대압력은 최소 유막부분의 조금 이전 부분에서 나타나는 것을 알 수 있다. 편심도 ε 가 약 0.7보다 작거나 큰 경우는 압력분포가 낮게 나타나



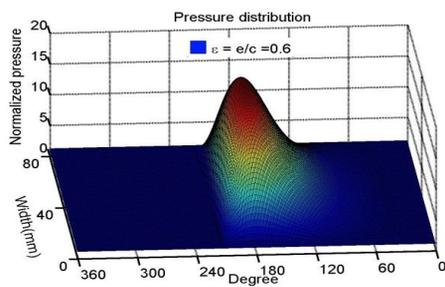
(a) $\epsilon = 0.01$



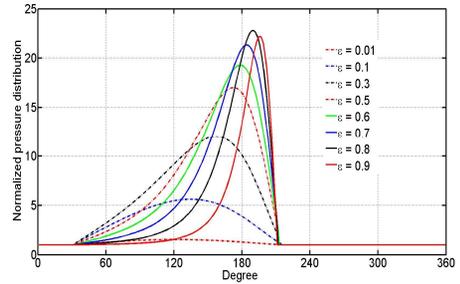
(b) $\epsilon = 0.1$



(c) $\epsilon = 0.3$



(d) $\epsilon = 0.6$



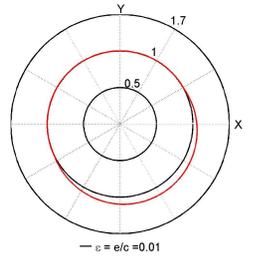
(e) Center line pressure distribution

Fig. 5 Pressure distribution of the journal bearing according to eccentricity, $\psi=30^\circ$

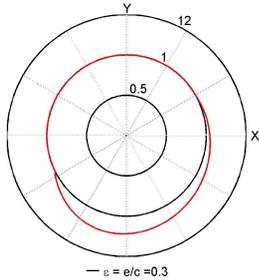
전체 부하용량이 작아지며 압력분포가 지지할 수 있는 부하용량이 줄어드는 것을 알 수 있고 0.7 이상의 범위에서도 부하용량이 줄어드는 것을 알 수 있다. 따라서 최대 부하용량은 자세각 $\psi = 0^\circ$ 인 경우 편심도 $\epsilon = 0.7$ 인 경우로 계산되고 자세각이 달라지면 이 값은 변하게 된다. 즉 편심도에 따른 압력분포의 형상은 이러한 사실을 잘 증명하고 있으며 그 결과를 Fig. 5(e) 에서 잘 볼 수 있다.

Fig. 6(a) ~ Fig. 6(d) 는 저어널 베어링의 조건인 편심도가 $\epsilon = 0.01 \sim 0.9$ 의 조건에서 압력분포를 구하여 극좌표 형태로 압력을 나타내 것이다. 최소 유막두께 부근에서 최대 압력이 발생하며 편심도 $\epsilon = 0.7$ 보다 작은 영역으로 갈수록 압력분포가 감소되고 있으며 $\epsilon > 0.7$ 이 되어도 마찬가지로 감소하게 되는 경향을 보이고 있다.

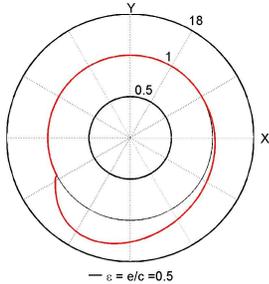
Fig. 7은 자세각에 따른 부하용량을 편심각을 변화해 가며 구하여 데이터 보간 하여 나타낸 것이다. 자세각이 작은 경우 저어널 베어링의 부하용량은 작은 것을 알 수 있다. 자세각을 증가시키면 부하용량은 $\psi = 50^\circ$ 까지는 증가 하다가 그 이후 감소하는 것을 볼 수 있다. 다른 자세각에서는 압력분포가 다르게 되어 그 전체 부하용량도 최대가 되는 편심각이 있게 된다. 따라서 적절한 자세각과 편심도를 선택하여 최대 부하용량을 얻을 필요가 있고 너무 낮거나 높은 자세각과 편심도는 부하용량을 저하시키는 것으로 나타났다. 이 경우도 압력 분포의 곡선이 다르게 나타나는 것을



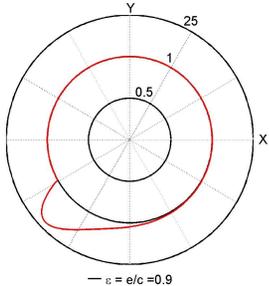
(a) $\varepsilon = 0.1$



(b) $\varepsilon = 0.3$



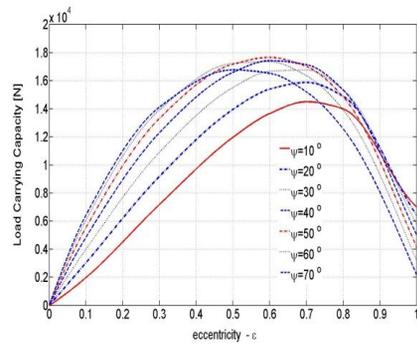
(c) $\varepsilon = 0.5$



(d) $\varepsilon = 0.9$

Fig. 6 Pressure distribution of the journal bearing according to eccentricity, $\psi=60^\circ$

알 수 있었다. 따라서 윤활 인자로서 자세각과 편심도를 선택하여 윤활 조건을 부여할 시 자세각은 $\psi = 40^\circ \sim 60^\circ$, 편심도 $\varepsilon = 0.55 \sim 0.65$ 의 범위에 있을 때 최대 부하용량이 계산되었다. 보통 자세각이 약 50° 부근에서 최대의 부하용량이 얻어졌고 속도를 높이면 그 부하용량의 크기가 증가 되었다. Table 1은 베어링 속도가 $U = 26 \text{ m/min}$ 인 경우로 자세각과 편심도에 따른 이러한 부하용량의 특성을 나타내고 있다. 이 계산 결과에서도 최대 부하용량의 자세각과 편심도의 범위를 확인 할 수 있었다.



(a) $U=26000 \text{ mm/min}$

Fig. 7 Load capacity of journal bearing according to eccentricity and attitude angle

Table 1 Maximum load carrying according to attitude angle and eccentricity ($U=26\text{m/min}$)

자세각 (ψ)	편심도 (ε)	최대부하용량
$\psi=10^\circ$	$\varepsilon=0.71$	17.5 N
$\psi=20^\circ$	$\varepsilon=0.7$	19.2 N
$\psi=30^\circ$	$\varepsilon=0.66$	20.5 N
$\psi=40^\circ$	$\varepsilon=0.64$	21.4 N
$\psi=50^\circ$	$\varepsilon=0.62$	21.5 N
$\psi=60^\circ$	$\varepsilon=0.56$	21.4 N
$\psi=70^\circ$	$\varepsilon=0.5$	20.3 N

4. 결 론

1. 저어널 베어링에서는 윤활조건 인자 중 자세각과 편심도가 압력분포와 부하용량에 영향을 미치고 있다. 따라서 자세각과 편심도의 조합에 따라 최대 부하용량 조건을 얻을 수 있었고 부하용량은 베어링의 회전속도를 크게 할수록 증가 하였다.
2. 편심도가 증가함에 따라 최대 압력의 위치는 최소 유막두께 부위로 이동하게 되며 베어링 폭 방향으로의 중심부에서 나타난다.
3. 최대 부하용량을 나타내는 편심도와 자세각은 $\psi = 40^\circ \sim 60^\circ$, $\varepsilon = 0.55 \sim 0.65$ 의 범위에 있을 때 최대 부하용량을 얻을 수 있고 $U = 26 \text{ m/min}$ 의 베어링 속도에서는 자세각 50° , 편심도 0.62 일때 최대의 부하용량이 얻어지고 속도의 크기에 따라 비례하여 변화였다.
4. 유한차분법에서 레이놀드 경계조건을 이용한 해석결과는 압력형상의 차이가 약간 나타나 부하용량에는 거의 영향을 주지 않았다. 그리고 선택한 레이놀즈 경계조건에 의한 부하용량은 각 경우 기존 연구보다 보다 구체적으로 자세한 거동을 알 수 있었다.

후 기

“이 논문은 부경대학교 자율창의학술연구비(2015년)에 의하여 연구되었음.”

REFERENCES

1. Kim, J. S. and Kim, K. W., "An Analysis of the Static and Dynamic Characteristics of Infinite Width Tilting-Pad Journal Bearings in Consideration of Ram-Pressure," J. KSTLE, Vol. 5, No. 2, pp. 68-76, 1989.
2. Hwang, P. and Kim, I. S., "A Study on the Static and Dynamic Characteristics of an Air-Lubricated Tilted Pad Journal Bearing with Direct Numerical Method," J. KSTLE, Vol. 10, No. 1, pp. 46-55, 1994.
3. Kim, C. H. and Lee, Y. B., "A Numerical Analysis on the Rotordynamic Characteristics of a Hybrid Journal Bearing with Pair-Type Angled Injection Orifices," J. KSTLE, Vol. 13, No. 3, pp. 63-72, 1997.
4. Kim, M. H., Lee, S. D. and Cho, Y. J., "A Study on the Identification Method of Lubrication Characteristics for Journal Bearing," J. KSTLE, Vol. 25, No. 1, pp. 56-60, 2009.
5. Lee, Y. B., Kim, T. H., Kim, C. H., Lee, N. S. and Jang, G. H., "A Study on the Lift-off Characteristics of an Air-Lubricated Multi-leaf Foil Journal Bearing," J. KSTLE, Vol. 17, No. 4, pp. 290-296, 2001.
6. Kang, K. P. and Rhim, Y. C., "A Study on the Load Characteristics of an Air-Lubricated Hydrodynamic Herringbone-Grooved Journal Bearing," J. KSTLE, Vol. 10, No. 1, pp. 27-34, 1994.
7. Park, S. S., Kim, Y. J. and Yoo, S. M., "Analysis of Herringbone Grooved Journal Bearing Using Generalized Coordinate Transformation," J. KSTLE, Vol. 16, No. 6, pp. 432-439, 2000.
8. Park, S. S., Kim, Y. J. and Yoo, S. M., "Analysis of the Air Journal Bearings with Two Circumferential Grooves," J. KSTLE, Vol. 13, No. 46, pp. 40-46, 1997.
9. Choi, T. G. and Kim, T. H., "Analysis of Tilting Pad Journal Bearings Considering Pivot Stiffness," J. KSTLE, Vol. 30, No. 2, pp. 77-85, 2014.
10. Wang, Y. J., Chin, D. H. and Yoon, M. C., "Lubrication Effect of Slider Bearing with Wavy Surface," J. KSMPE, Vol. 13, No. 5, pp. 35-42, 2014.
11. Chapra, S. C., Applied Numerical Methods for Engineers and Scientists, McGraw-Hill, 2012.