

등가정하중을 이용한 차량 전면구조물 충돌최적설계

이 영 명¹⁾ · 안 진 석¹⁾ · 박 경 진²⁾

한양대학교 기계공학과¹⁾ · 한양대학교 기계공학과²⁾

Crash Optimization of an Automobile Frontal Structure Using Equivalent Static Loads

Youngmyung Lee¹⁾ · Jin-Seok Ahn¹⁾ · Gyung-Jin Park²⁾

¹⁾Department of Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul 04763, Korea

²⁾Department of Mechanical Engineering, Hanyang University, Gyeonggi 15588, Korea

(Received 16 February 2015 / Revised 15 July 2015 / Accepted 30 July 2015)

Abstract : Automobile crash optimization is nonlinear dynamic response structural optimization that uses highly nonlinear crash analysis in the time domain. The equivalent static loads (ESLs) method has been proposed to solve such problems. The ESLs are the static load sets generating the same displacement field as that of nonlinear dynamic analysis. Linear static response structural optimization is employed with the ESLs as multiple loading conditions. Nonlinear dynamic analysis and linear static structural optimization are repeated until the convergence criteria are satisfied. Nonlinear dynamic crash analysis for frontal analysis may not have boundary conditions, but boundary conditions are required in linear static response optimization. This study proposes a method to use the inertia relief method to overcome the mismatch. An optimization problem is formulated for the design of an automobile frontal structure and solved by the proposed method.

Key words : Structural optimization(구조최적설계), Size optimization(치수최적설계), Inertia relief method(관성제거법), Equivalent static loads(등가정하중), Frontal structure(전방구조물)

Nomenclature

M : mass matrix

K : stiffness matrix

\mathbf{b} : design variable vector

b_i : i th design variable

$\mathbf{b}^{(k)}$: design variable vector at cycle number k

$\mathbf{b}^{(k+1)}$: design variable vector at cycle number $k+1$

$\mathbf{z}(t)$: displacement vector

$\dot{\mathbf{z}}_N(t)$: velocity vector

$\ddot{\mathbf{z}}_N(t)$: acceleration vector

$\mathbf{z}(s)$: static displacement vector

$\mathbf{f}(t)$: dynamic load vector

$\mathbf{f}_{eq}(s)$: equivalent static loads vector

R^n : design region of the n th dimension

g_j : constraint function

b_k^L : lower bound of design variable at cycle number k

b_k^U : upper bound of design variable at cycle number k

ML_k : move limit at cycle number k

ϵ : convergence parameter

F : static force

*Corresponding author, E-mail: gjpark@hanyang.ac.kr

k : spring constant
 a : acceleration

Subscripts

N : nonlinear
 L : linear
 n : number of design variables
 k : cycle number
 m : number of constraints
 l : number of time steps in nonlinear dynamic analysis
 p : new

1. 서론

최근 기술의 발전으로 인하여 컴퓨터 연산능력이 크게 발달했다. 그 결과 과거에 수행하기 어려웠던 대형 구조물의 비선형동적응답해석이 가능해졌다. 이에 상용차 제작업체 및 연구소는 차량과 관련된 안전규정을 만족함과 동시에 비용절감을 위한 경량화를 목적으로 비선형동적응답해석을 이용한 충돌 최적설계를 수행하고 있다.¹⁾ 하지만 컴퓨터 연산능력이 발달하였음에도 불구하고 충돌 최적설계는 비선형이 크고 상당한 해석시간이 소요된다. 따라서 설계자의 경험을 바탕으로 직관적인 설계를 수행하거나 실험계획법을 기반으로 하는 충돌 최적설계가 개발됐다.²⁻⁸⁾

실험계획법을 기반으로 하는 충돌 최적설계는 몇 가지 단점이 존재한다. 표본 추출 방법, 근사모델의 종류에 따라 해가 달라질 수 있을 뿐만 아니라 설계 변수의 개수가 많아지면 표본을 추출하는 횟수가 증가하여 비선형동적응답해석을 하는데 상당한 시간이 소요된다. 또한, 근사모델을 사용하여 얻은 최적해로 확인 실험 시 근사모델과 비선형동적응답해석이 상이하게 나타날 수 있다.

실험계획법기반의 충돌 최적설계의 단점을 보완할 수 있는 등가정하중법이 개발됐다.⁹⁾ 등가정하중법은 비선형동적응답의 변위장과 동일한 변위장을 유발하는 선형정적하중으로 정의된다. 다양한 예제를 통하여 등가정하중법에 대하여 검증하였다.¹⁰⁻¹⁶⁾ 검증한 예제는 경계조건으로 고정된 문제가 대부분

이다. 경계조건이 없는 경우 구조물 외부에 임의의 절점을 만든 후 모든 구조물의 절점에 스프링을 연결하여 간접적으로 처리를 하였다.¹²⁾

Yi 등¹²⁾은 크래시박스(crash box)를 사용해 한쪽 면을 고정시킨 후 강체벽을 크래시박스에 충돌시켰다. 경계조건이 있는 문제를 사용해 등가정하중법을 적용해 구조최적설계를 하였다. 경계조건이 없이 강체기중에 충돌하는 차량설계문제는 차량의 부에 6자유도가 구속된 절점을 생성 후 차량의 모든 절점에 스프링을 연결하여 구조최적설계를 하였다.

실제현상을 시뮬레이션 하는 비선형동적응답해석은 특히 충돌 및 낙하 상황에서 경계조건이 없이 움직이는 경우가 대부분이다. 하지만 구조물이 움직여 충돌하는 문제에 비선형동적응답 구조최적설계기법인 등가정하중법 사용 시 등가정하중을 외력으로 하는 선형정적응답 구조최적설계 단계에서 경계조건이 없어 강성행렬에서 특이점(singularity)이 발생한다. 기존 등가정하중법에 관련된 논문은 구조물에 일정 경계조건이 있거나 스프링을 이용하여 특이점을 간접적으로 해결하였다. 이에 본 연구에서는 등가정하중을 외력으로 하는 선형정적응답 구조최적설계에 관성제거법(inertia relief method)을 사용하여 강성행렬에서 특이점이 발생하는 문제를 해결한다. 또한, 등가정하중을 외력으로 관성제거법을 적용한 선형정적해석의 변위와 비선형동적응답의 변위를 비교 검증한다.

사용한 예제는 차량의 전면구조물로 충돌 시 발생하는 피해로부터 탑승자를 보호하는 구조물이다. Jeong 등¹⁵⁾은 두 가지 충돌시험 조건 중 전면충돌규정에서 전면구조물이 고정되어 진자가 충돌하는 진자충돌시험을 대상으로 등가정하중법을 사용해 충돌 최적설계를 수행하였다. 이에 본 연구에서는 구조물이 고정되어있지 않고 전면구조물이 강체 벽에 충돌하는 시험 조건으로 변경하여 충돌 최적설계를 수행한다.

전면구조물의 29개 부분 중 28개의 부분을 대상으로 설계변수를 선정하여 질량의 최소화 하였으며 변위제한조건을 적용해 충돌로 엔진룸 내부의 범퍼의 침입을 제한한다. 비선형동적응답해석으로 LS-DYNA R5, 선형정적응답 구조최적설계로 NASTRAN SOL 200을 사용한다.

2. 등가정하중법

2.1 등가정하중법의 정의

등가정하중이란 비선형동적응답해석에서 임의의 시간에 발생하는 구조물의 변위장과 동일한 변위를 유발하는 정하중을 말한다. 비선형동적해석의 시간영역에서 일정 간격으로 변위를 산출하여 각각의 시간에서 계산된 등가정하중은 선형해석 과정에서 다중하중조건으로 적용한다.

등가정하중은 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{b})\ddot{\mathbf{z}}_N(t) + \mathbf{K}_N(\mathbf{b}, \mathbf{z}_N(t))\mathbf{z}_N(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

$$(t = t_0, t_1, \dots, t_l)$$

식 (1)은 비선형동적응답해석에 대한 평형방정식이다. 여기서 \mathbf{b} 는 설계변수벡터, $\mathbf{z}_N(t)$ 는 시간에 따른 변위벡터, 하첨자 N 은 비선형을 의미하고, t 는 시간, l 은 시 절점의 개수를 의미한다. $\mathbf{M}(\mathbf{b})$ 는 질량행렬, \mathbf{K}_N 는 비선형 강성행렬, $\mathbf{f}(t)$ 는 시간에 따라 변하는 외력을 의미한다.

식 (1)의 해석을 수행하면 비선형 동적 변위벡터 $\mathbf{z}_N(t)$ 을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{f}_{eq}(s) = \mathbf{K}_L(\mathbf{b})\mathbf{z}_N(t) \quad (s = 0, 1, 2, \dots, l) \quad (2)$$

식 (2)는 등가정하중을 계산하는 식이다. $\mathbf{f}_{eq}(s)$ 는 변위 등가정하중으로, 선형 강성행렬 $\mathbf{K}_L(\mathbf{b})$ 와 $\mathbf{z}_N(t)$ 을 곱하여 산출한다. 여기서 s 는 t 와 대응하는 하중조건을 구분을 나타낸다.

$$\mathbf{f}_{eq}(s) = \mathbf{K}_L(\mathbf{b})\mathbf{z}_L(s) \quad (3)$$

선형 정적 변위벡터 $\mathbf{z}_L(s)$ 는 식 (3)에서 구할 수 있다. 이 값은 비선형 동적 변위벡터인 $\mathbf{z}_N(t)$ 와 같다. 등가정하중을 적용시키면 선형 해석에서도 비선형 동적 해석과 같은 값을 구할 수 있다. 즉, $\mathbf{f}_{eq}(s)$ 는 설계영역에서 구조최적설계의 다중하중조건 (multiple loading condition)으로 작용한다.

2.2 등가정하중을 이용한 구조 최적설계

등가정하중을 이용한 최적설계는 Fig. 1과 같이 해석영역과 설계영역으로 구분한다. 해석영역에서는 비선형동적해석을 수행하여 변위장을 산출한다.

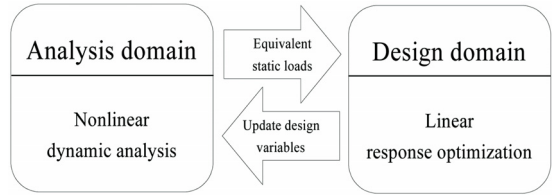


Fig. 1 Schematic view of the analysis and the design domain

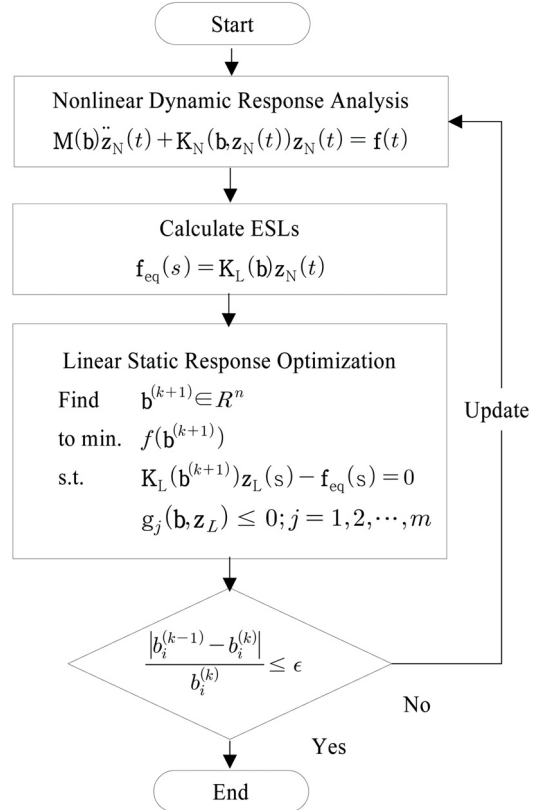


Fig. 2 Optimization process using equivalent static loads

산출한 변위장을 앞서 언급한 식 (3)으로 변위등가정하중을 산출한다. 설계영역에서는 등가정하중을 다중하중조건으로 선형정적응답구조최적설계를 수행한다. 최적설계에서 얻어진 설계변수를 갱신하여 다시 해석영역에서 비선형동적해석을 수행한다. 이 과정은 수렴조건을 만족시킬 때까지 반복되며 이를 설계주기(design cycle)라고 한다.

등가정하중을 이용한 비선형동적응답구조최적설계에 대한 과정은 Fig. 2에 나타내었다. 모든 단계에 대한 자세한 설명은 다음과 같다.

- 단계1: 해석영역에서 초기 설계값 $\mathbf{b}^{(k)}$ 에 대한 비선형 동적 해석을 수행한다. ($k=0, \mathbf{b}^{(k)} = \mathbf{b}^{(0)}$)
- 단계2: 각 시 절점에 대한 등가정하중 계산: 식 (3)을 이용하여 각 시 절점에서 계산된 변위장과 선형 강성행렬을 곱하여 등가정하중 $\mathbf{f}_{eq}(s)$ 를 산출한다.
- 단계3: 단계2에서 산출된 등가정하중을 외력으로 하는 구조최적설계 수행한다.
- 단계4: 수렴조건 식 (4)를 만족하면 알고리즘 종료, 만족하지 않을 경우 단계1 ~ 단계3을 반복한다.

$$\frac{|b_i^{(k-1)} - b_i^{(k)}|}{b_i^{(k)}} \leq \epsilon \tag{4}$$

본 연구에서는 ϵ 의 값을 0.03으로 하며 이는 설계 변수의 이전 설계주기와 현재설계주기의 차이가 3% 이내에 있을 경우 수렴한다.

3. 관성제거법

등가정하중을 이용하여 차량 충돌 최적설계를 수행할 시 설계영역에서 선형정적응답구조최적설계를 수행한다. 이때 구조물에 경계조건이 없으면 특이 발생한다. 이것을 극복하기 위하여 구조최적설계에 관성제거법을 사용하여 선형정적해석을 할 수 있도록 한다.

관성제거법은 항공기, 차량 등 경계조건이 없는 구조물에서 시스템이 정적 평형 상태에 있다고 가정하여 선형정적해석을 수행하는 방법이다.¹⁷⁾ 관성제거 기준점에서 변위량과 회전량은 '0'으로 나타나고, 이 점을 기준으로 상대변위가 도출된다. 따라서 차량을 대상으로 적용 선형정적해석 시 유연체 운동(flexible body motion)을 나타낼 수 있다.

경계조건이 없는 2자유도 스프링-질량 시스템을 대상으로 관성제거법의 산출 과정이다. Fig. 3에 두 개의 질량이 스프링으로 연결되어 외력을 받는 예제가 있다. 두 개의 질량($m_2 > m_1$)이 스프링상수(k)를 가진 스프링으로 연결되어 있고, m_1 에 외력(F)을 가해준다. 각각의 질량을 중력 g 에 대한 무게 W_1 과 W_2 로 정한다. 스프링과 두 개의 질량은 수직으로만 움직인다고 가정하여 각각의 질량에 대한 운

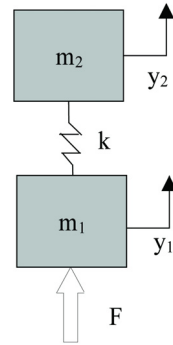


Fig. 3 Spring mass system

동방정식을 세우고 정리를 하면 식 (5)와 식 (6)을 얻는다.

$$F - k(y_1 - y_2) - W_1 = m_1 a \tag{5}$$

$$k(y_1 - y_2) - W_2 = m_2 a \tag{6}$$

위 식을 y_1 과 y_2 각각에 대한 상대변위로 나타내고 y_1 을 관성제거 기준점으로 할 경우 발생하는 y_2 의 변위와 y_2 를 관성제거 기준점으로 하는 경우의 y_1 의 변위는 각각 식 (7)과 식 (8)이 된다.

$$y_1 = 0, y_2 = \frac{-W_2/ga - W_2}{k} \tag{7}$$

$$y_2 = 0, y_1 = \frac{W_2/ga + W_2}{k} \tag{8}$$

즉, 두 변위의 절댓값이 같은 것을 볼 수 있다. 관성제거 해석을 할 때 구조물의 변위와 가속도는 관성제거 기준점에 영향을 받지 않는 것을 보여준다.

4. 전면구조물의 충돌시험

4.1 전면구조물의 장벽충돌시험

차량의 전면구조물은 사고 발생 시 충돌에너지를 흡수하여 엔진룸과 승객을 대상으로 하는 물리적인 피해를 줄인다. 이 전면구조물에 대한 충돌시험은 저속에서 수행하며 두 가지 종류로 장벽충돌시험과 진자충돌시험으로 구성된다. 두 시험의 차이는 전면 구조물이 고정 유무로 진자 충돌시험에서는 전면구조물이 고정된 상태로 진자가 충돌하는 형태이고 장벽충돌시험은 전면구조물이 저속으로 장벽에

충돌한다. 본 연구에서는 충돌시험 조건으로 일정 경계조건 없이 전면구조물이 8 km/h의 저속으로 장벽에 충돌하는 조건으로 시험을 한다. 충돌시험에 다양한 안전관련 조건들 중 본 연구에서는 변위제한조건을 사용한다.

4.2 전면구조물의 유한요소모델

Fig. 4에 제너럴 모터스(General Motors)의 전면구조물 유한요소모델(finite element model)을 보여준다. 폭 1,127 mm, 높이 412 mm, 길이 762 mm로 총 질량은 16.16 kg으로 총 요소의 수는 8,526개, 절점은 9,044개이고 29개의 부분으로 구성된다. 비선형동적응답해석은 LS-DYNA R5를 사용하여 0 msec에서 80 msec까지 해석을 수행한다. 재료비선형, 기하비선형, 접촉비선형이 존재하며 충돌 시 소성변형이 발생한다.

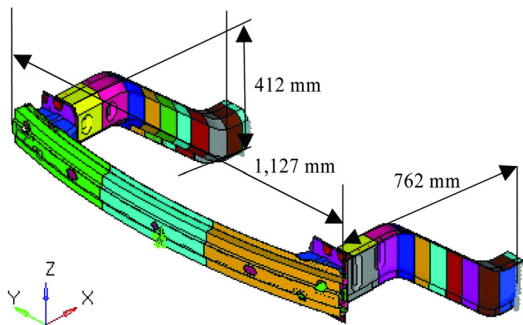


Fig. 4 Finite element model

5. 관성제거법을 사용한 등가정하중 검증

기존 등가정하중법을 사용한 비선형동적응답 구조최적설계는 구조물에 경계조건이 있는 경우가 대부분이다. 경계조건이 없는 구조물의 경우 구조물 외에 절점을 임의로 생성한 뒤 6자유도 구속한 후 이 절점을 시점으로 스프링을 모든 구조물의 절점을 이어 간접적으로 특이가 발생하는 것을 방지한다. 그러나 스프링을 이용한 간접적인 방법은 스프링상수에 따라 산출된 등가정하중의 크기가 달라질 뿐만 아니라 구조최적설계에 사용하는 유한요소에 추가적인 전처리작업이 필요한 단점이 있다.

관성제거법을 구조최적설계에 적용하면 스프링

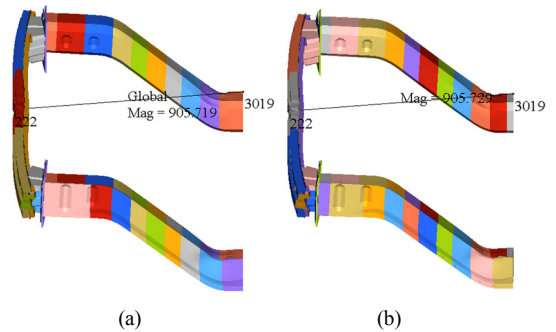


Fig. 5 Deformed shape of frontal structure: (a) LS-DYNA, (b) NASTRAN SOL101

등을 이용하는 간접적인 방법을 사용하지 않고 구조최적설계를 수행할 수 있다. 이에 비선형동적응답해석의 마지막 시 절점의 변위와 이 시 절점의 변위로 관성제거법을 사용하여 산출한 등가정하중으로 선형정적해석을 수행한 변위와 비교하여 관성제거법의 변위장이 비선형해석의 변위장과 동일한지 검증하였다.

비선형동적응답의 변위는 강제운동과 유연체운동이 모두 포함된 것이지만 대응하는 등가정하중으로 관성제거법을 사용하여 선형정적해석을 수행할 시 관성제거 기준점으로 산출되는 변위이기 때문에 구조물의 유연체운동의 변위만 도출된다. 따라서 두 해석의 변위를 비교하기 위해서는 상대변위를 비교해야한다. 비선형동적응답해석에서 가장 변형이 큰 부위의 절점과 변형이 없는 부위의 절점의 거리를 비교하였다. 그 결과를 Fig. 5에 비선형동적응답해석의 마지막 시 절점의 변위와 관성제거법을 사용한 선형정적해석의 변위를 비교해서 나타냈다. 비선형동적응답해석으로 산출한 두 절점 사이의 거리는 905.71 mm, 대응하는 등가정하중으로 산출한 거리는 905.72 mm로 오차 0.001%로 일치하는 것을 볼 수 있다. 관성제거법을 사용한 선형정적해석은 NASTRAN SOL 101을 사용했다.

6. 전면구조물 충돌 최적설계

6.1 설계 정식화

Fig. 6 전면구조물의 총 29개의 부분 중 28개의 부분을 대상으로 설계변수를 선정한다. 목적함수는 전체 구조물의 질량으로 하고 Jeong 등¹⁵⁾이 설정한

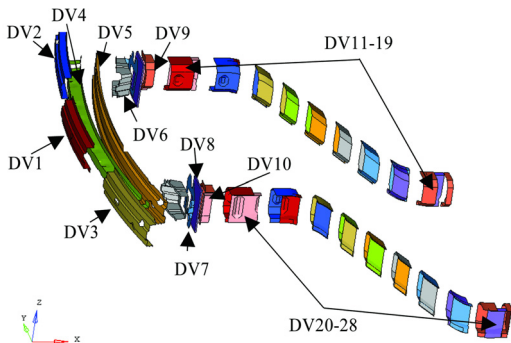


Fig. 6 Definition of design variables

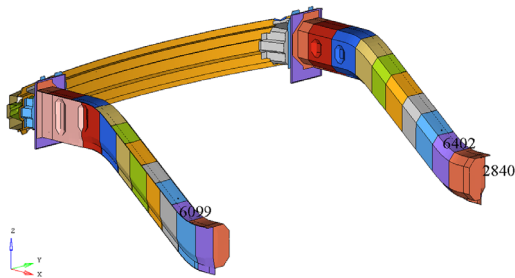


Fig. 7 Reference grids for displacement constraints

변위제한조건을 사용한다. Fig. 7의 3점점을 기준으로 상대변위를 산출하여 변형 후 거리가 초기모델에서 산출한 상대변위 142.5 mm보다 크도록 제한조건을 설정하였다. 즉, 초기모델과 동일한 설계조건을 만족하면서 질량을 최소화 하는 최적설계이다. 설계 정식화는 다음과 같다.

$$\text{Find } b_i \quad (i = 1, 2, \dots, 28) \quad (9a)$$

$$\text{to minimize weight} \quad (9b)$$

$$\text{subject to } |x_{6099} - x_{2840}| \geq 142.5 \quad (9c)$$

$$|x_{6402} - x_{2840}| \geq 142.5 \quad (9d)$$

$$0.7 \leq b_i \leq 2.5 \text{ (mm)} \quad (9e)$$

6.2 등가정하중법의 이동한계전략

등가정하중법을 사용한 구조최적설계에서 비선형해석의 비선형이 큰 경우 해가 수렴하지 않고 발산하는 경우가 있다.¹⁶⁾ 이를 방지하기 위하여 등가정하중 설계주기 내에서 이동한계전략(move limit strategy)을 사용하였다.¹⁵⁾ 이동한계전략은 초기 설계변수 b_k^0 와 설계변수의 상한치 b_k^U , 하한치 b_k^L 과의

차에서 절대값이 큰 값을 다음 식의 b_k^{\max} 로 설정한다.

$$b_k^{\max} = \max(|b_k^0 - b_k^L|, |b_k^0 - b_k^U|) \quad (10)$$

b_k^{\max} 와 0부터 1까지 분포하고 있는 이동한계값 ML_k 로 구간 b_k^{term} 을 식 (11)을 사용해 산출한다.

$$b_k^{\text{term}} = b_k^{\max} \times ML_k \quad (11)$$

새롭게 정의된 설계변수의 하한치 $b_{k,p}^L$ 과 상한치 $b_{k,p}^U$ 는 식 (12)와 식 (13)을 이용해 초기 설계변수의 상한치와 하한치를 비교하여 산출한다.

$$b_{k,p}^L = \max(b_k^L, b_k^0 - b_k^{\text{term}}) \quad (12)$$

$$b_{k,p}^U = \min(b_k^U, b_k^0 + b_k^{\text{term}}) \quad (13)$$

Table 1에 사이클마다 사용한 이동한계 값을 나타내었다.

Table 1 History of the move limit strategy

Cycle No.	Move limit
Initial-14	10 %
15-17	5 %
18-21	3 %

6.3 구조최적설계 결과

전면구조물 충돌 최적설계는 총 22번의 비선형 동적응답해석을 통하여 제한조건을 만족하며 수렴한다. Fig. 8은 각 설계주기에서의 목적함수 값과 제한조건 위배율을 보여준다. 목적함수 값은 초기 16.161 kg에서 9.980 kg으로 38 % 감소한다. Table 2에 각 설계변수의 초기 값과 최적 값을 보여준다. 이

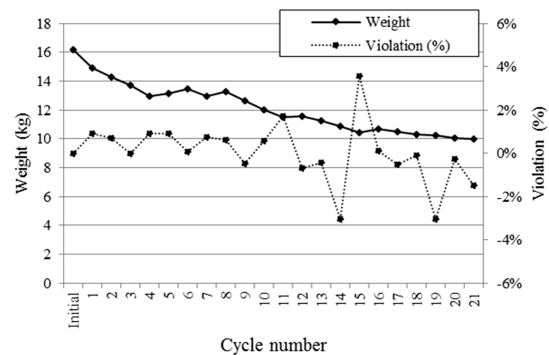


Fig. 8 History of optimization

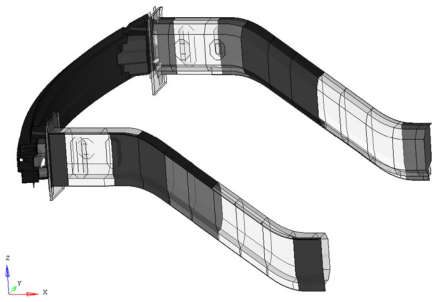


Fig. 9 Schematic view of optimum thickness

Table 2 Optimum values for design variables

	Initial	Final (Optimum)		Initial	Final (Optimum)
DV1	1.200	0.700	DV15	1.600	0.700
DV2	1.200	0.700	DV16	1.600	0.901
DV3	1.200	0.700	DV17	1.600	1.182
DV4	1.000	0.700	DV18	1.600	1.589
DV5	1.200	0.700	DV19	1.600	1.930
DV6	2.000	0.700	DV20	1.600	0.955
DV7	1.600	1.200	DV21	1.600	0.700
DV8	1.850	0.700	DV22	1.600	0.700
DV9	1.600	1.296	DV23	1.600	1.054
DV10	1.600	0.700	DV24	1.600	1.102
DV11	1.600	1.102	DV25	1.600	0.860
DV12	1.600	1.103	DV26	1.600	0.841
DV13	1.600	0.748	DV27	1.600	1.581
DV14	1.600	0.700	DV28	1.600	0.700

결과를 바탕으로 각각의 부분에서 설계변수의 하한으로 가까이 수렴한 부분은 Fig. 9에서 어둡게 표시하였고 나머지 부분은 윤곽만 남겨놓았다. 결과적으로 어둡게 표시한 영역을 제외한 부분은 변위제한조건으로 인하여 설계변수의 하한까지 줄어들지 않았다. 이를 통하여 등가정하중에 관성제거법을 적용한 과정을 실제 사례를 통하여 검증하였음을 확인했다.

7. 결론

경계조건이 없이 차량 전면구조물이 움직여 강체 벽에 충돌하는 문제를 대상으로 비선형동적응답 구조최적설계기법인 등가정하중법을 적용하여 충돌최적설계를 수행했다. 구조최적설계 단계에서 관성제거법을 사용하여 강체운동 변위를 제외한 유연체

운동을 기반으로 구조물의 칩입량을 제한하여 구조물의 설계조건을 만족함과 동시에 무게를 감소시킬 수 있었다.

- 1) 경계조건이 없는 충돌문제에 관성제거법을 적용하여 등가정하중법을 이용한 비선형동적응답 구조최적설계를 새롭게 적용하였다.
- 2) 관성제거법을 사용하여 산출된 등가정하중은 비선형동적응답해석의 변위장에서 유연체운동을 정확히 반영하기 때문에 상대적인 거리를 통하여 변위제한조건을 적용할 수 있다.
- 3) 본 연구를 통하여 경계조건 없이 구조물이 이동하여 충돌하거나 낙하하는 상황을 고려하여 비선형동적응답 구조최적설계를 할 수 있는 계기를 마련하였다.

후 기

본 연구는 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 연구성과실용화진흥원 “연구성과사업화지원사업 인큐베이팅 R&D과제” 과제 연구비 지원으로 수행되었습니다. (No. 2014K00042)

References

- 1) P. Adduri, J. P. Leiva, G. Quinn and B. C. Watson, “New Approaches for Shape and Topology Optimization for Crashworthiness,” 13th International LS-DYNA Users Conference, 2013.
- 2) G. H. Bae, J. H. Song, H. Huh and S. H. Kim, “Optimum Design of a Center-pillar Model with a Simplified Side Impact Analysis,” Transactions of KSAE, Vol.13, No.6, pp.84-92, 2005.
- 3) J. Y. Lee, J. S. Lee, Y. H. Lee, B. S. Bae, K. H. Kim and H. J. Yim, “Study on Crashworthiness Optimization of Front Side Members Using Bead Shape Optimization,” Transactions of KSME, Vol.36, No.3, pp.331-337, 2012.
- 4) J. H. Kim, B. J. Kim, S. J. Heo and M. S. Kim, “The Crush Energy Absorption Capacity Optimization for the Side-member of an Aluminum Space Frame Vehicle,” Transactions of KSAE, Vol.12, No.5, pp.94-100, 2004.

- 5) S. I. Song, I. R. Cha, K. H. Lee and G. J. Park, "Optimization of the Automotive Side Door Impact Beam considering Static Requirement," Transactions of KSAE, Vol.10, No.3, pp.176-184, 2002.
- 6) Y. H. Lee and K. H. Lee, "Study on the Design of Steering Wheels for Maximum Protection of Drivers during Crash," Transactions of KSAE, Vol.7, No.5, pp.130-140, 1999.
- 7) X. Liao, Q. Li, X. Yang, W. Zhang and W. Li, "Multiobjective Optimization for Crash Safety Design of Vehicles Using Stepwise Regression Model," Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.35, No.6, pp.561-569, 2008.
- 8) A. Deb, M. S. Mahendrakumar, C. Chavan, J. Karve, D. Blankenburg and S. Storen, "Design of an Aluminium-based Vehicle Platform for Front Impact Safety," International Journal of Impact Engineering, Vol.30, No.8-9, pp.1055-1079, 2004.
- 9) W. S. Choi and G. J. Park, "Transformation of Dynamic Loads into Equivalent Static Loads Based on Model Analysis," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.46, No.1, pp.29-43, 1999.
- 10) C. H. Chuang and R. J. Yang, "Benchmark of Topology Optimizatin Methods for Crashworthiness Design," 12th International LS-DYNA Users Conference, 2012.
- 11) H. Mllershn, A. Erhart and P. Schmacher, "Topology and Topometry Optimization of Crash Applications with the Equivalent Static Load Method," 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, 2013.
- 12) S. I. Yi, J. Y. Lee and G. J. Park, "Crashworthiness Design Optimization Using Equivalent Static Loads," Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, Part D, Journal of Automobile Engineering, Vol.226, No.1, pp.23-38, 2012.
- 13) B. S. Kang, W. S. Choi and G. J. Park, "Structural Optimization under Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads Based on Displacement," Computer & Structures, Vol.79, No.2, pp.145-154, 2001.
- 14) W. S. Choi and G. J. Park, "Structural Optimization Using Equivalent Static Loads at All the Time Intervals," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.191, No.19, pp.2077-2094, 2002.
- 15) S. B. Jeong, S. Yoon, S. Xu and G. J. Park, "Non-linear Dynamic Response Structural Optimization of an Automobile Frontal Structure Using Equivalent Static Loads," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D, Journal of Automobile Engineering, Vol.224, No.4, pp.489-501, 2010.
- 16) M. K. Shin, K. J. Park and G. J. Park, "Optimization of Structures with Nonlinear Behavior Using Equivalent Loads," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.196, No.4-6, pp.1154-1167, 2007.
- 17) L. Liao, "A study of Inertia Relief Analysis," AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2011.