

웨이블릿 변환에 의한 시스템 감쇠변수 평가

이석민¹, 정범석^{2*}, 홍석우³

Estimation of System Damping Parameter Using Wavelet Transform

Seok-Min Lee¹, Beom-Seok Jung^{2*}, Seok-Woo Hong³

Abstract: The estimation of system damping parameter of the response signal with lower natural frequency and higher damping parameter from free vibration is affected by the wavelet center frequency. This study discusses these considerations in the context of the wavelet's multi-resolution character and includes guidelines for selection of wavelet center frequency. The experiment with H-Beam and numerical examples with respect to three cases (i)single mode, (ii)separated modes and (iii)close modes demonstrate the validity of method to improve the accuracy of the estimated damping parameter. The localization of the corresponding scale for the total scales is determined by the natural frequency of the analysing mode and is affected by the wavelet center frequency. Thus, the reliability for the accuracy of the estimated damping parameter can be improved by the corresponding scale of the natural frequency for the analysing mode is localized at the half of the total scales.

Keywords: Damping Parameter Estimation, Wavelet Center Frequency, Wavelet Transform

1. 서론

동적 시스템의 감쇠는 진동 에너지의 소산이다. 일반적으로 많은 양의 에너지 소산이 대부분 열의 형태로 시스템 내부에서 발생되고, 나머지는 음향 방사, 다른 동적 시스템으로의 전달 등으로 시스템의 외부에서 발생된다(Slavic, J. et al., 2003). 구조물의 동적 응답과 진동의 전달은 감쇠 시스템에 의해서 결정된다. 따라서 감쇠는 진동하는 동적 구조물의 설계와 해석에 매우 중요하다. 시스템의 감쇠비 평가는 충격 응답 함수(Impulse Response Function, IRF) 기반의 시간 영역 방법과 주파수 응답 함수(Frequency Response Function, FRF) 기반의 주파수 영역 방법으로 분류될 수 있으며, 거버(Gabor) 변환과 웨이블릿 변환 등의 시간-주파수 영역 방법도 적용될 수 있다.

디지털 신호의 감쇠비 평가에 대한 웨이블릿 변환의 적용은 전기, 통신분야 등에서 활발히 활용되고 있는 방법이다(Hur and Santoso, 2009). 일반적으로 구조물에 대한 응답신호는 전기, 통신 등 다른 분야의 대상 신호와 달리 비교적 고주파수가 작고 감쇠비가 큰 특징을 갖는다. 이러한 특성으로 인

하여 다른 분야에서 연구된 방법으로 구조물의 응답신호에 대한 감쇠비를 추정하게 되면 오차가 발생하게 된다(Kijewski and Kareem, 2003).

본 연구에서는 힐버트 변환(Hilbert Transform)을 이용하여 저주파수와 고감쇠비 특성을 모사한 가상신호(충격 응답 함수)를 생성하고, 이 가상신호의 주파수 성분에 대응되는 웨이블릿 계수를 추출함으로써 감쇠비를 평가하였다. 또한 시스템 감쇠비 평가에 대한 웨이블릿 기저함수(Mother Wavelet)의 중심주파수 영향을 분석하고자 단일 모드 가상신호와 분리 중첩 모드 가상신호 및 인접 중첩 모드 가상신호에 대하여 수치 해석을 분석하고, H-Beam을 통한 실내 실험을 수행하였다.

웨이블릿 변환을 적용하여 구조물의 감쇠비를 평가하는 방법은 기존의 많은 문헌에서 입증되었으며(Kijewski and Kareem, 2003; Park, 2005; Sarparast, H. et al., 2014), 본 연구에서는 웨이블릿 기저함수의 중심주파수 설정에 대한 감쇠비 평가 오차에 중점을 두었다.

2. 본론

2.1 연속 웨이블릿 변환

시간 영역에 대한 응답 신호 $x(t)$ 의 연속 웨이블릿 변환(Continuous Wavelet Transform)은 다음과 같이 정의된다(Chui, 1992).

¹정회원, 동의대학교 토목공학과 박사과정

²정회원, 동의대학교 토목공학과 교수, 교신저자

³정회원, 동의대학교 토목공학과 조교수

*Corresponding author: bsjung@deu.ac.kr

•본 논문에 대한 토의를 2015년 10월 1일까지 학회로 보내주시면 2015년 11월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

$$W_g[x](a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) g^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

여기서, $g(t)$ 는 웨이블릿 기저함수, $g^*(t)$ 는 $g(t)$ 의 복소공액(Complex Conjugation), a 는 수축 계수(Dilatation Parameter), b 는 전이 계수(Translation Parameter)이다.

연속 웨이블릿 변환의 기본 개념은 웨이블릿 기저함수를 사용하여 신호 $x(t)$ 를 웨이블릿 계수 $W_g[x](a,b)$ 로 분해하는 것이며, 이렇게 분해된 웨이블릿 계수는 수축 계수 a 및 전이 계수 b 에 대한 웨이블릿 기저함수와 대상 신호의 유사성 척도가 된다. 연속 웨이블릿 변환은 시간-주파수 영역에서 일부 성분만을 독립적으로 분석하는 것이 가능하다. 따라서 다자유도 시스템은 시간-주파수 영역에서 주파수축에 대한 단자유도 성분의 중첩으로 표현될 수 있다(Curadelli, R. O. et al., 2008).

본 연구에서는 주파수(하모닉) 분석에 가장 효과적인 것으로 알려진 Complex Morlet 웨이블릿을 적용하였으며, Morlet 웨이블릿의 기저함수는 다음과 같다(Kijewski and Kareem, 2003).

$$g(t) = e^{i\omega_c t} e^{-t^2/2} = e^{-t^2/2} (\cos(\omega_c t) + i \sin(\omega_c t)) \quad (2)$$

여기서, ω_c 는 Morlet 웨이블릿 기저함수의 중심주파수(rad/sec)이다.

식 (2)의 Morlet 웨이블릿은 sine 함수와 cosine 함수로 구성되어 있으며, 중심주파수 ω_c 로 진동하는 가우시안-윈도우 푸리에 변환이다. Morlet 웨이블릿의 기저함수는 수축 계수 a 에 의해서 웨이블릿의 고유주파수가 변화하게 되고, 수축 계수 a 가 적용된 Morlet 웨이블릿은 푸리에 변환에 의하여 대상 신호의 고유주파수와 동일한 위치에서 연산된다. 식 (3)은 Morlet 웨이블릿의 주파수 영역 함수를 보여주고 있다.

$$G(a\omega_n) = \sqrt{2} \sqrt{\pi} e^{-(a\omega_n - \omega_c)^2/2} \quad (3)$$

연속 웨이블릿 변환은 효율적인 계산 과정을 위해 주파수 영역에서 수행된 후 다시 시간 영역으로 전환된다. 식 (1)의 웨이블릿 계수 $W_g[x](a,b)$ 가 각각의 유효한 값들로 평가되기 위해서 식 (3)은 최대값으로 산정되어야 한다. 따라서 식 (3)은 수축 계수 a 와 고유주파수 ω_n 및 웨이블릿 중심주파수 ω_c 의 유일한 관계식이 성립하며 다음과 같다.

$$a\omega_n - \omega_c = 0 \quad (4)$$

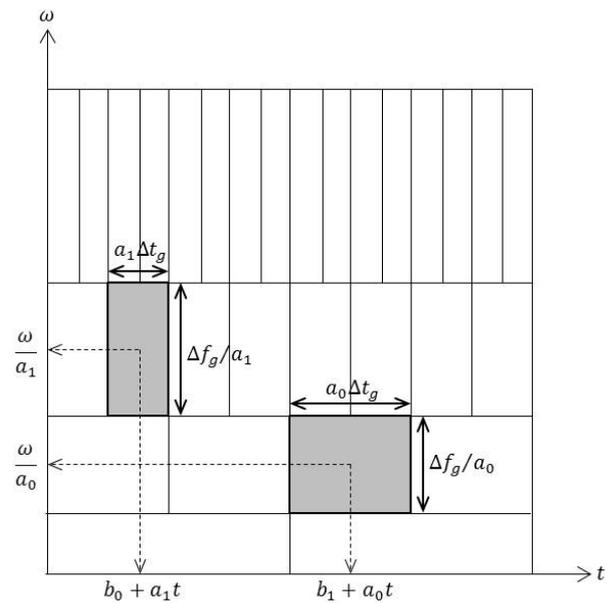


Fig. 1 Resolutions of Wavelet Domain

식 (4)에서 디지털 신호의 샘플링 주파수 ω_s (rad/sec)를 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega_c = \frac{a\omega_n}{\omega_s} \quad (5)$$

따라서 분석하고자 하는 신호 모드에 대한 고유주파수와 샘플링 주파수를 알고 있는 경우에 수축 계수 a 만 설정하면 웨이블릿 기저함수의 중심주파수가 결정된다.

Fig. 1은 웨이블릿 변환 영역의 해상도를 보여주고 있으며, 하이젠버그의 불확실성 원리(Heisenberg's Uncertainty Principle)에 따라 시간 간격 Δt 와 주파수 간격 Δf 는 다음과 같이 표현될 수 있다(Chui, 1992).

$$\Delta t = a\Delta t_g \quad (6)$$

$$\Delta f = \frac{\Delta f_g}{a} \quad (7)$$

여기서, Δt_g 는 웨이블릿 기저함수 $g(t)$ 의 시간 간격, Δf_g 는 웨이블릿 기저함수 $g(t)$ 의 주파수 간격이다.

식 (6), (7)에 따라 Fig. 1의 모든 해상도 셀에서 Δt 와 Δf 의 곱은 항상 일정하게 된다. 중첩 모드 신호에 대해서 각 모드의 시간 간격 및 주파수 간격은 웨이블릿 해상도의 시간 간격 Δt 와 주파수 간격 Δf 보다 크게 이격되지 않으면 분리될 수 없다(Chui, 1992; Slavic, J. et al., 2003). 따라서 좁은 간격에 대

한 분리가 필요한 경우 전체 스케일을 크게 설정하여 웨이블릿 중심주파수가 고주파수 영역을 포함하도록 하는 것이 필요하다.

2.2 웨이블릿 변환 적용 시스템 감쇠변수 추정

응답 신호의 포락선(Envelope)은 신호의 시간축에 대한 크기 변화이다. 이러한 포락선은 로그 스케일 영역에서 직선으로 표현될 수 있으며, 응답 신호의 포락선 기울기는 신호의 감쇠비로서 평가될 수 있다(Hur and Santos, 2009; Kijewski and Kareem, 2003; Slavic et al., 2003).

응답 신호에 대하여 sine 함수와 cosine 함수의 진동 성분이 제거된 신호의 크기는 식 (8)과 같이 절대값으로 평가될 수 있고, 양변에 로그를 취하면 식 (9)와 같다.

$$|\overline{x(t)}| = Ae^{-\xi\omega_n t} \quad (8)$$

$$\ln|\overline{x(t)}| = \ln(Ae^{-\xi\omega_n t}) = \ln(A) - (\xi\omega_n)t \quad (9)$$

식 (9)는 시간 t 에 관한 1차 방정식이며, 이 식의 기울기를 고려하면 다음과 같이 감쇠비를 평가할 수 있다.

$$\xi = \frac{-slope}{\omega_n} \quad (10)$$

2.3 수치해석

2.3.1 가상 신호의 구성

함수 $x(t)$ 에 대한 힐버트 변환의 정의는 다음과 같다(Feldman, 1997).

$$X_H(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (11)$$

힐버트 변환된 함수 $X_H(t)$ 는 원함수(Original Function) $x(t)$ 에 대해서 위상 정보 및 주파수 성분이 동일하며, 가상 신호는 힐버트 변환 함수 $X_H(t)$ 와 원함수 $x(t)$ 의 조합에 의해서 다음과 같이 구성된다.

$$\overline{x(t)} = x(t) - iX_H(t) \quad (12)$$

단자유도 감쇠 시스템에 대한 충격 응답 함수는 다음과 같이 표현될 수 있다(Paz, M., 1997).

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_n(\sqrt{1-\xi^2})t) \quad (13)$$

여기서, ω_n 은 고유주파수(rad/sec), ξ 는 감쇠비, A 는 신호의 크기(Magnitude)이다.

식 (11)로부터 식 (13)의 힐버트 변환은 다음과 같다.

$$X_H(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n(\sqrt{1-\xi^2})t) \quad (14)$$

따라서, 식 (13), (14)를 식 (12)에 대입함으로써 가상신호는 다음과 같이 구성된다.

$$\overline{x(t)} = Ae^{-\xi\omega_n t} (\sin(\omega_n(\sqrt{1-\xi^2})t) - i \cos(\omega_n(\sqrt{1-\xi^2})t)) \quad (15)$$

2.3.2 신호잡음비

디지털 신호에서 신호잡음비(Signal to Noise Ratio, SNR)는 노이즈에 대한 신호의 상대적인 크기로 다음과 같다.

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (16)$$

여기서, σ_s^2 은 신호 성분의 분산, σ_n^2 는 노이즈 성분의 분산이다.

신호 성분에 중첩되는 노이즈 성분 $n(t)$ 는 다음과 같은 식에 의해 고려될 수 있다.

$$n(t) = \sigma_n N(0,1) \quad (17)$$

여기서, σ_n 은 노이즈 성분의 표준편차, $N(0,1)$ 은 평균이 0이고 분산이 1인 무작위 가우시안 분포 변수(Gaussian Distributed Random Variable)이다.

2.3.3 단일 모드 분석

단일 모드로 구성된 가상신호의 감쇠변수 평가에 따른 오차를 분석하기 위하여 Table 1과 같은 조건에서 수치해석을 수행하였으며, Table 2, 3은 감쇠비 및 신호잡음비에 따른 분석 오차를 보여주고 있다. 결과에서 볼 수 있는 바와 같이 가상신호의 감쇠비가 커질수록 그에 따른 오차도 커지고 있으며, 신호잡음비가 작아질수록 즉, 노이즈의 영향이 커질수록 오차가 급격히 증가함을 알 수 있다. 이는 감쇠비가 커질수록 신호의 에너지가 급속히 소산되기 때문이며, 고유주파수 4 Hz를 고려해 볼 때 분석가능한 신호주기의 짧은 반복횟수를 의미한다.

Table 4와 Fig. 2는 웨이블릿 중심주파수에 따른 감쇠비 평

Table 1 Analysis Conditions for Single Mode with Various Damping Ratios and SNRs

Sampling Frequency [Hz]	Data Length	Wavelet Center Frequency [rad/sec]	Undamped Natural Frequency [Hz]	Total Scale
204.8	2048	1.5	4	240

Table 2 Analysing Results for Single Mode with Various Damping Ratios(Corresponding Scale=77, Scale Frequency=3.988 Hz)

Theoretical Damping Ratio	SNR	Damped Natural Frequency [Hz]	Estimated Damping Ratio	Error [%]
0.02		3.999	0.02000	0.00
0.03		3.998	0.03000	0.00
0.04		3.997	0.04000	0.00
0.05		3.995	0.04999	0.02
0.06		3.993	0.05999	0.02
0.07		3.990	0.06991	0.13
0.08	∞	3.987	0.07985	0.18
0.09		3.984	0.08973	0.30
0.10		3.980	0.09963	0.37
0.11		3.976	0.10932	0.62
0.12		3.971	0.11914	0.71
0.13		3.966	0.12889	0.85
0.14		3.961	0.13858	1.01

Table 3 Analysing Results for Single Mode with Various SNRs

Theoretical Damping Ratio	SNR	Damped Natural Frequency [Hz]	Estimated Damping Ratio	Error [%]
	∞		0.04000	0.00
	30		0.03979	0.52
0.04	20	3.997	0.03949	1.28
	10		0.03901	2.46
	1		0.03692	7.69
	0.5		0.03664	8.39

가 분석 조건과 결과이다. 일반적으로 웨이블릿 중심주파수는 신호의 고유주파수보다 높은 성분으로 형성되고, 이러한 웨이블릿 중심주파수가 낮게 설정될수록 고유주파수에 해당되는 스케일이 작게 되므로 대응되는 주파수 대역 범위가 넓게 된다. 따라서 정확한 고유주파수 성분에 해당되는 웨이블릿 계수의 추출이 불가능하게 된다. 반면에 고유주파수에 대응되는 웨이블릿 계수가 높은 스케일 대역에 위치하면 주파수 범위가 좁아지게 되어 웨이블릿 계수의 정확성이 향상되

Table 4 Analysis Conditions for Single Mode with Various Wavelet Center Frequencies and SNRs

Theoretical Damping Ratio	Undamped Natural Frequency [Hz]	Damped Natural Frequency [Hz]	Total Scale
0.04	6	5.995	240

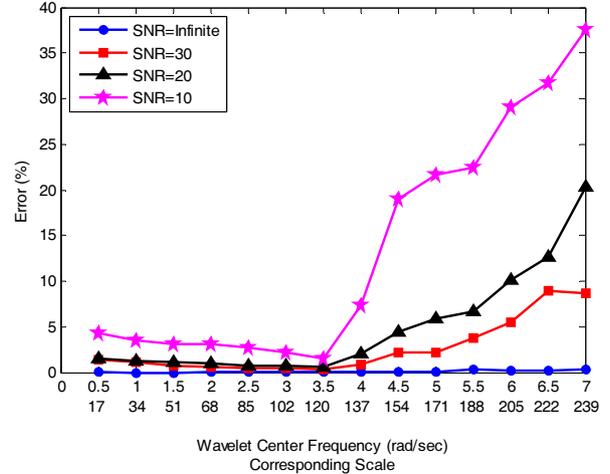


Fig. 2 Analysing Results for Single Mode with Various Wavelet Center Frequencies and SNRs

지만 시간축에 대한 대역이 넓어지게 되므로 높은 감쇠비에 대해서 정확성이 저하된다. 이는 고감쇠 신호의 에너지가 급히 소산되고, 신호의 길이가 웨이블릿 해상도 시간축의 넓은 대역에 비해 짧아지기 때문이다. 노이즈가 포함되지 않은 경우 웨이블릿 중심주파수를 높게 설정하여 고유주파수에 대응되는 스케일이 웨이블릿 해상도의 낮은 영역에 존재하여도 넓은 시간축 대역에 대한 오차가 크지 않지만, 노이즈가 포함되면 고감쇠 신호에 대해서 신호의 에너지가 소산된 이후에 노이즈 성분이 계속 존재하게 되어 고유주파수 스케일에 대한 넓은 시간축 대역은 그 오차가 커지게 된다. 이는 Fig. 2에서 확연히 그 차이를 볼 수 있다. 그러므로 신호 분석시 전체 스케일에 대한 해당 스케일의 위치를 파악하여 웨이블릿 중심주파수를 결정하는 과정이 필요하게 된다. Fig. 2에서 볼 수 있는 바와 같이 웨이블릿 영역에 대한 웨이블릿 중심주파수의 스케일은 전체스케일의 중심에 위치될 때 가장 오차가 작다. 이는 웨이블릿 영역의 해상도에서 스케일의 형상이 비교적 정사각형에 가깝도록 설정하는 것을 의미하며, 시간축과 스케일축의 중심에 위치하여 시간축에 대한 노이즈 영향과 스케일축에 대한 주파수 범위 영향이 동시에 고려될 수 있다. 고유주파수에 대응되는 스케일 위치가 전체 스케일의 중심에 위치하기 위하여 웨이블릿 중심주파수는 식 (5)에 의하여 계산될 수 있다.

2.3.4 분리 중첩 모드 분석

2 Hz, 5 Hz, 9 Hz 성분으로 구성된 가상신호의 분리 중첩된 모드 감쇠비에 대한 영향을 분석하고자 Table 5, 6과 같이 9가지 경우에 대하여 감쇠비 오차를 평가하였다. 단일 모드 분석의 결과와 같이 분리 중첩 모드에서도 조합된 감쇠비가 증가할수록 오차율이 증가하고 있으며, 조합된 감쇠비가 커지고 각 모드의 고유주파수가 낮을수록 그 영향은 커지고 있다. 감쇠비가 크고 고유주파수가 낮다는 것은 신호의 반복주기가

짧다는 것을 의미한다.

분리 중첩된 모드의 웨이블릿 중심주파수에 대한 영향을 분석하기 위해서 Table 7과 같은 조건에서 수치해석을 수행하였다. 웨이블릿 중심주파수는 0.5~8.0 rad/sec까지 76가지 경우에 대하여 분석하였고, 신호잡음비는 ∞ , 30, 20의 세 가지 경우에 대하여 각각 분석하였으며, 세 가지 모드의 고유주파수 2 Hz, 5 Hz, 9 Hz에 대응되는 스케일에 대하여 전체스케일을 초과하는 범위에 대해서는 결과에서 제외하였다. 첫 번째 모드의 고유주파수 2 Hz에 대응되는 스케일은 웨이블릿 중심주파수 1.17 rad/sec에서 전체 스케일의 중심에 위치하고, 두 번째 모드의 고유주파수 5 Hz는 2.93 rad/sec에서 중심에 위치하며, 세 번째 모드의 고유주파수 9 Hz는 5.27 rad/sec에서 전체 스케일의 중심에 위치한다.

Table 5 Analysis Conditions for Separated Modes with Various Damping Ratios

Sampling Frequency [Hz]	Data Length	Wavelet Center Frequency [rad/sec]	Undamped Natural Frequency [Hz]			Total Scale
			1 Mode	2 Mode	3 Mode	
204.8	2048	1.5	2	5	9	240

Table 6 Analysis Results for Separated Modes with Various Damping Ratios

Case	Theoretical Damping Ratio	Damped Natural Frequency [Hz]	Corres. Scale	Scale Frequency [Hz]	Estimated Damping Ratio	Error [%]
1	0.04	1.998	154	1.994	0.03999	0.03
	0.03	4.998	61	5.034	0.03001	0.03
	0.02	8.998	34	9.031	0.02000	0.00
2	0.05	1.998	154	1.994	0.04999	0.02
	0.04	4.996	61	5.034	0.04001	0.02
	0.03	8.996	34	9.031	0.02997	0.08
3	0.06	1.996	154	1.994	0.05994	0.10
	0.05	4.994	61	5.034	0.05000	0.01
	0.04	8.993	34	9.031	0.04003	0.09
4	0.07	1.995	154	1.994	0.06985	0.21
	0.06	4.991	62	4.952	0.05974	0.44
	0.05	8.989	34	9.031	0.05006	0.13
5	0.08	1.994	154	1.994	0.07957	0.53
	0.07	4.989	62	4.952	0.06965	0.50
	0.06	8.984	34	9.031	0.05950	0.84
6	0.09	1.992	154	1.994	0.08974	0.29
	0.08	4.984	62	4.952	0.07929	0.88
	0.07	8.978	34	9.031	0.06944	0.80
7	0.10	1.990	154	1.994	0.09965	0.35
	0.09	4.980	62	4.952	0.08800	2.22
	0.08	8.971	34	9.031	0.07958	0.53
8	0.11	1.988	154	1.994	0.10943	0.52
	0.10	4.975	62	4.952	0.09796	2.04
	0.09	8.963	34	9.031	0.08915	0.95
9	0.12	1.986	155	1.981	0.11931	0.57
	0.11	4.970	62	4.952	0.10761	2.18
	0.10	8.955	34	9.031	0.09847	1.53

Fig. 3에서 볼 수 있는바와 같이 임의로 선택된 웨이블릿 중심주파수는 각 모드의 감쇠비 평가 오차에 영향을 주고, 각 모드의 고유주파수에 대응되는 스케일이 전체스케일의 1/3~1/2에 위치할 때 비교적 오차가 적으며, 전체스케일의 1/2을 초과하면 오차가 급격히 커지게 될 것을 알 수 있다. 중첩된 세 가지 모드 중 신호 지속시간이 가장 긴 2 Hz 성분의 경우 높은 스케일 대역에서도 비교적 오차가 작게 나타나고 있으나, 신호 지속시간이 가장 짧은 9 Hz 성분은 높은 스케일 대역에서 오차가 다소 크게 나타나고 있다. 따라서 모드 중첩된 신호의 감쇠비 평가 시 각 모드의 고유주파수에 따라 해당 고유주파수에 대한 대응 스케일이 전체 스케일의 중심에 위치하도록 웨이블릿 중심주파수를 달리 선택함으로써 결과의 신뢰성을 향상시킬 수 있다.

2.3.5 인접 중첩 모드 분석

인접 중첩 모드로 구성된 가상신호의 웨이블릿 중심주파수에 대한 영향을 분석하기 위하여 Table 8와 같은 조건에서 수치해석을 수행하였다. 첫 번째 모드의 고유주파수 2 Hz에 대응되는 스케일은 웨이블릿 중심주파수 2.34 rad/sec에서 전체 스케일의 1/2에 위치하고, 두 번째 모드의 고유주파수 2.5 Hz는 중심주파수 2.93 rad/sec에서 전체 스케일의 1/2에 위치하며, 세 번째 모드의 고유주파수 3.5 Hz는 4.10 rad/sec에서

Table 7 Analysis Conditions for Separated Modes with Various Wavelet Center Frequencies and SNRs

Mode	Theoretical Damping Ratio	Undamped Natural Frequency [Hz]	Damped Natural Frequency [Hz]	Total Scale
1	0.06	2	1.996	240
2	0.05	5	4.994	
3	0.04	9	8.993	

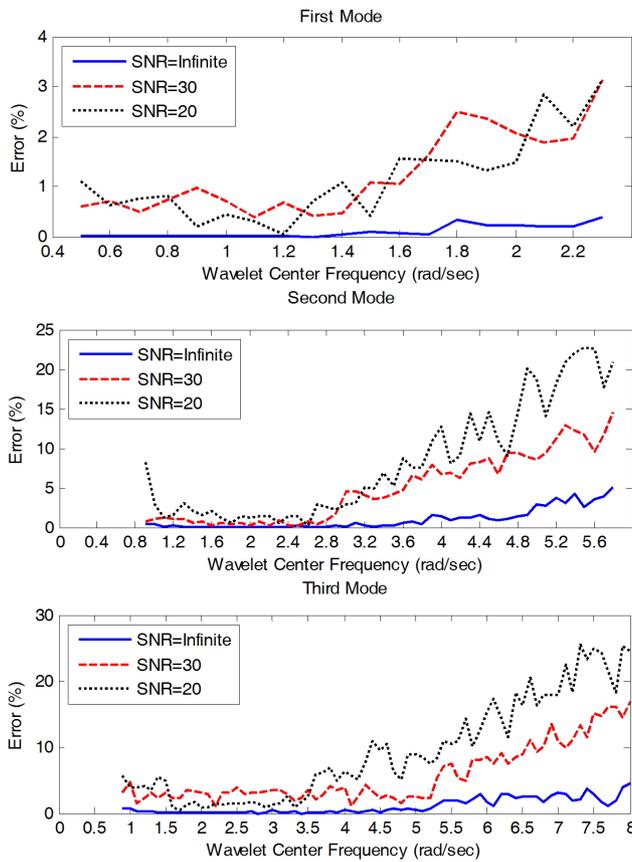


Fig. 3 Analysing Results for Separated Modes with Various Wavelet Center Frequencies and SNRs

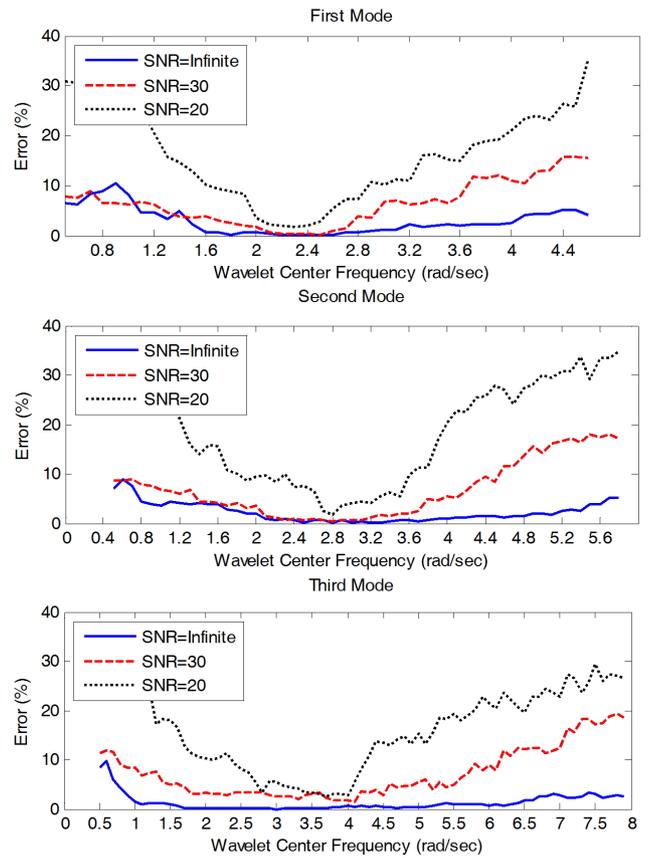


Fig. 4 Analysing Results for Close Modes with Various Wavelet Center Frequencies and SNRs

Table 8 Analysis Conditions for Close Modes with Various Wavelet Center Frequencies and SNRs

Mode	Theoretical Damping Ratio	Undamped Natural Frequency [Hz]	Damped Natural Frequency [Hz]	Total Scale
1st	0.06	2	1.996	480
2nd	0.05	2.5	2.497	
3rd	0.04	3.5	3.497	

전체 스케일의 1/2에 위치한다. 각각의 모드가 0.5 Hz와 1.0 Hz 이격된 중첩모드의 분리를 위하여 전체 스케일 240은 고주파수 영역의 웨이블릿 중심주파수 적용에 대한 충분한 범위를 확보하지 못한다. 주파수 간격 0.5 Hz를 분리시키기 위해서는 고주파수 영역의 웨이블릿 중심주파수가 요구되는데 낮은 전체 스케일은 웨이블릿 중심주파수가 관심 스케일에 접근하기 전에 전체 스케일을 초과해버리는 결과를 초래한다. 따라서 전체 스케일을 480으로 확장하여 수치해석을 수행하였으며, 그 결과는 Fig. 4와 같다. 앞서 단일 모드 및 분리 중첩 모드의 수치해석 결과와 유사하게 스케일 형상이 정사

각형과 유사해지는 즉, 각 모드의 고유주파수에 대응되는 스케일이 전체스케일의 1/2에 위치할 때 오차율이 작아지는 결과를 보이고 있다.

일반적으로 공용중인 구조물에 대한 실측된 신호의 경우 노이즈 성분의 함유는 피할 수 없다. 이러한 노이즈의 영향을 최소화하기 위한 웨이블릿 중심주파수의 선택에 있어서 스케일의 형상이 고려되어야 하고, 이는 각각의 모드가 인접된 경우에 그 영향이 더욱 커지게 된다.

2.4 실내실험

가상신호에 대한 수치해석 신뢰성을 확인하기 위하여 Photo 1과 같이 2경간 연속(7.95 m+7.95 m) H-Beam 상부에 5개의 가속도계를 설치하고, 초기변위에 의한 응답을 측정하였다. 이때 초기변위는 대상 경간 중앙에 인위적인 강제 변위를 발생시키고, 이를 제거함으로써 충격응답을 모사하였다. 임의로 선택된 5개의 응답신호에 대하여 Fig. 5와 같이 주파수 분석을 수행하였으며, 2차 모드까지 분석된 고유주파수가 Table 9에서 보여주고 있다.

측정된 신호는 주파수 분석 결과 노이즈 성분이 거의 없으



Photo 1 H-Beam Test Set-Up

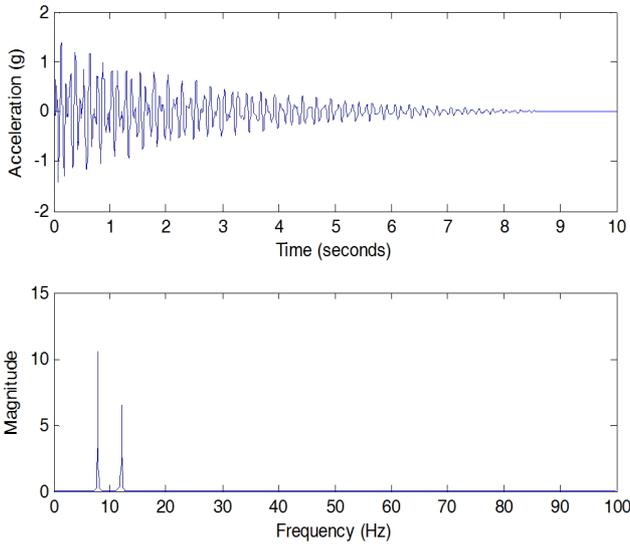


Fig. 5 Time Domain and Frequency Domain for Measured Signal

Table 9 Analysis Conditions for Experiment

Sampling Frequency [Hz]	Data Length	Damped Natural Frequency [Hz]		Total Scale
		1st Mode	2nd Mode	
200	2000	7.959	12.109	120

며, 첫 번째 모드와 두 번째 모드가 뚜렷한 양상을 보이고 있다. Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 첫 번째 모드는 약 0.0060~0.0065사이의 감쇠비 범위를 보이고 있으며, 두 번째 모드는 0.0054~0.0056의 감쇠비 범위를 보이고 있어 분석 결과가 양호함을 알 수 있다. 식 (5)에 따르면 측정된 응답 신호의 각 모드 고유주파수에 대응되는 스케일이 전체 스케일의 1/2에 해당되는 웨이블릿 중심주파수는 첫 번째 모드의 경우 2.39 rad/sec이고, 두 번째 모드의 경우 3.63 rad/sec이다. 이를 고려하면 첫 번째 모드와 두 번째 모드의 감쇠비는 Table 10과 같이 평가된다.

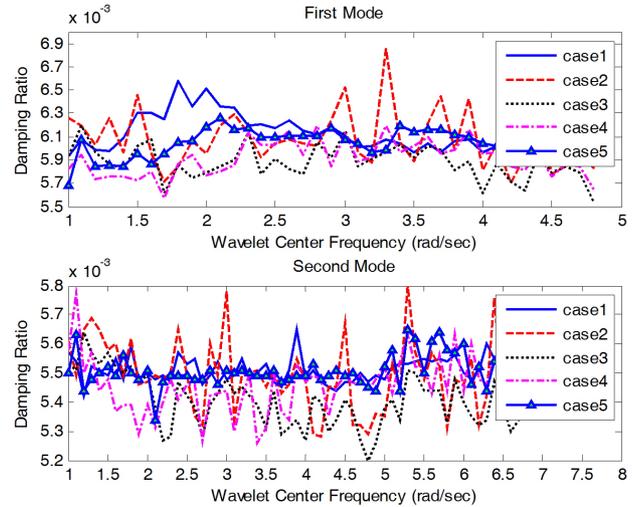


Fig. 6 Analysing Results for Experiment

Table 10 Analysing Results for Experiment

Mode	Estimated Damping Ratio				
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
1st	0.00620	0.00613	0.00614	0.00613	0.00617
2nd	0.00547	0.00551	0.00544	0.00550	0.00551

3. 결론

웨이블릿 변환은 적용하고자 하는 웨이블릿 기저함수와 기저함수의 중심주파수에 따라 분석되는 스케일 범위가 달라지고, 해당 주파수에 대한 신호의 반복주기와 감쇠비에 따른 에너지 소산 속도와의 밀접한 연관이 있다.

웨이블릿 변환을 적용한 감쇠비의 평가는 대상 신호의 감쇠비가 클수록 오차가 커지게 된다. 이는 감쇠비가 커질수록 신호의 에너지가 급속히 소산되기 때문이며, 빠른 에너지 소산과정은 분석가능한 신호주기의 짧은 반복횟수를 의미한다.

웨이블릿 기저함수의 중심주파수는 분석하고자 하는 신호의 고유주파수에 따라 달리 적용되어야 한다. 웨이블릿 변환은 시간축과 스케일축을 갖는 해상도로 이해될 수 있으며, 낮은 스케일(고주파 영역)은 짧은 시간 대역과 넓은 주파수 대역에 해당되고, 높은 스케일(저주파 영역)은 넓은 시간 대역과 좁은 주파수 대역에 해당된다. 모드가 중첩된 신호의 경우 감쇠비가 낮은 모드 성분은 비교적 신호 반복주기가 길기 때문에 해당 고유주파수가 전체 스케일의 높은 스케일 영역에 위치해도 오차가 크지 않지만 낮은 스케일 영역에 위치하게 되면 넓은 주파수 대역으로 인하여 오차가 발생하게 된다. 반대로 감쇠비가 큰 모드 성분은 신호가 급격히 사라지기 때문에 높은 스케일에 위치할 경우 넓은 시간 대역에 의해서 노이즈의 영향을 많이 받게 되고, 낮은 스케일에 위치할 경우 짧은 반

복주기로 인하여 고유주파수에 대응되는 스케일 추정에 오차가 발생하게 된다. 따라서 비교적 정확한 분석을 위해서는 스케일 형상이 정사각형과 유사하도록 즉, 각각의 모드 고유주파수에 대응되는 스케일이 전체 스케일의 1/2에 위치하도록 하는 것이 필요하게 된다. 이를 위하여 먼저 전체 스케일을 설정하고 전체 스케일의 1/2에 해당되는 스케일을 산정한 후 식 (5)에 따라 웨이블릿 기저함수의 중심주파수를 계산하여 감쇠비 평가에 적용하는 것이 오차를 줄일 수 있는 방법이라 판단된다.

감사의 글

본 논문은 2015학년도 동의대학교 교내연구비에 의해 연구되었습니다. (과제번호 2015AA145)

References

1. Chui, C. K. (1992), Wavelet Analysis and Its Applications: An Introduction to Wavelets, Academic Press, New York, 49-74.
2. Curadelli, R. O., Riera, J. D., Ambrosini, D., and Amani, M. G. (2008), Damage Detection by Means of Structural Damping Identification, Engineering Structures, 30, 3497-3504.

3. Feldman, M. (1997), Non-linear Free Vibration Identification via The Hilbert Transform, *Journal of Sound and Vibration*, 208(3), 475-489.
4. Hur, K., and Santoso, S. (2009), Estimation of System Damping Parameters Using Analytic Wavelet Transforms, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 24(3), 1302-1309.
5. Kijewski, T., and Kareem, A. (2003), Wavelet Transforms for System Identification in Civil Engineering, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 18, 339-355.
6. Park, H. G. (2005), Application of Wavelet Transform in Estimating Structural Dynamic Parameters by Vehicle Loading Test, *Journal of the Korea institute for structural maintenance inspection*, KSMI, 9(2), 129-136, (in Korean).
7. Paz, M. (1997), Structural Dynamics: Theory and Computation (Fourth Edition), Chapman & Hall, New York, 31-44.
8. Sarparast, H., Ashory, M. R., Hajiazizi, M., Afzali, M., and Khatibi, M. M. (2014), Estimation of modal parameters for structurally damped systems using wavelet transform, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 47, 82-91.
9. Slavic, J., Simonovski, I., and Boltezar, M. (2003), Damping Identification Using a Continuous Wavelet Transform: Application to Real Data, *Journal of Sound and Vibration*, 262, 291-307.

Received : 02/23/2015

Revised : 03/25/2015

Accepted : 04/17/2015

요 지 : 본 연구에서는 웨이블릿 변환을 적용한 시스템 감쇠비 평가에 있어서 고유주파수가 저주파 영역에 속하고, 비교적 높은 감쇠비를 갖는 응답신호에 대하여 웨이블릿 기저함수의 중심주파수 영향을 분석하고자 하였다. 이를 위하여 단일 모드로 구성된 신호와 일정 주파수를 이격시킨 분리 중첩 모드 신호 및 모드 주파수 성분을 근접시킨 인접 중첩 모드 신호에 대하여 수치해석으로 분석하고, H-Beam을 통한 실내 실험을 수행하였다. 분석하고자 하는 모드의 고유주파수는 전체 스케일에 대한 대응 스케일로 고려되고, 이러한 대응 스케일의 위치는 웨이블릿 기저함수의 중심주파수에 영향을 받게 된다. 따라서 각 모드의 고유주파수에 대응되는 스케일이 전체 스케일의 1/2에 위치하도록 웨이블릿 기저함수의 중심주파수가 선택될 때 감쇠비 평가에 대한 신뢰성이 향상 될 것이다.

핵심용어 : 감쇠변수 평가, 웨이블릿 중심주파수, 웨이블릿 변환
