

특성화고교에서의 효과적인 수학교육 방안

An Effective Method for Mathematics Teaching and Learning in Characterization High School

이 승 화 · 김 동 화*

ABSTRACT. Many mathematics teachers in characterization high schools have been troubled to teach students because most of the students have weak interests in mathematics and they are also lack of preliminary mathematical knowledges. Currently many of mathematics teachers in such schools teach students using worksheets owing to the situation that proper textbooks for the students are not available. In this study, we referred to Chevallard's didactic transposition theory based on Brousseau's theory of didactical situations for mathematical teaching and learning. Our lessons utilizing worksheets necessarily entail encouragement of students' self-directed activities, active interactions, and checking the degree of accomplishment of the goal for each class. Through this study, we recognized that the elaborate worksheets considering students' level, follow-up auxiliary materials that help students learn new mathematical notions through simple repetition if necessary, continuous interactions in class, and students' mathematical activities in realistic situations were all very important factors for effective mathematical teaching and learning.

I. 서론

* 교신저자

Received August 3, 2015; Revised August 24, 2015; Accepted August 29, 2015.

2010 Mathematics Subject Classification: 97D40

Key Words: 특성화고교 수학교육, 학습지, 교수학적 변환

1. 연구의 필요성 및 목적

특성화고등학교는 소질과 적성 및 능력이 유사한 학생들을 대상으로 특정 분야의 인재양성을 목적으로 하는 교육 또는 자연현장실습 등 체험위주의 교육을 전문적으로 실시하는 학교이다. 그러나 실상은 특성화고등학교에 진학하는 대부분의 학생들은 자신의 소질과 적성에 맞추어 학교를 선택하기보다는 성적과 통학거리를 고려하여 학교를 선택하고 있다. 또한 특성화고등학교에 재학 중인 학생들의 대부분은 인문계고등학교에 진학하지 못해서 오는 경우가 많고, 따라서 학생들의 기초 학력이 많이 부족하며 학생들 스스로도 이에 상대적 박탈감을 느끼고 있다.

특히 수학의 경우 누적학습이 요구되는 과목이므로 중학교에서의 기초가 부족한 학생들은 고등학교 수학을 학습하기에 많은 어려움을 느낄 수밖에 없으며 이러한 현실은 특성화고교에서 근무하는 수학 교사들에게 많은 고민거리와 과제를 안겨준다.

황우형·이은정(2009)에 의하면 경기도 특성화고등학교 5개교를 선정하여 수학 교사를 대상으로 설문 조사를 실시한 결과 교사들의 84.6%가 수학 교과서가 특성화고등학교 교과과정에 부적합하다고 했고, 대부분의 수학교사들이 수학 교과에 대한 학생들의 관심도나 참여도가 낮으므로 학습 목표에 도달하기 힘들고, 내용에 대한 이해도나 흥미도마저 떨어지는 것이 수학 교육의 현황이라고 했다.

또, 오춘영(2004)에서 실업계(전문계)학교에 재직 중인 교사들의 의견에 따르면 학생들의 낮은 수학 수준으로 선수 과목과 대수적 계산능력이 부족하다고 하였고 학생들에게 적절한 수업을 제공하기 위해서는 보다 자상한 교재의 공급과 학습지도가 절실히 필요하다고 하였다.

위의 연구결과뿐만 아니라 초·중등교육법 시행령에서는 특성화고교는 전문계, 예·체능계고등학교 및 대안학교 모두를 포함하고 있으므로 전문계고의 현황 역시 특성화고와 유사할 것으로 사료된다.

선행연구들을 살펴보면 특성화 고등학교 학생들은 대부분 수학 과목에 대한 관심과 이해도가 낮고 중학교에서의 기초가 부족하므로 고등학교 수학의 학습이 어려운 상황이다. 그럼에도 불구하고 최근 상급 학교로의 진학을 희망하는 학생들이 늘어남에 따라 대부분의 특성화고등학교에서는 인문계고등학교와 동일한 교과서를 사용하고 있어서 학생들의 수준에 비해 어렵고 배정된 시수에 비해 분량도 많아서 학습이 거의 불가능한 실정이다. 현재 특성화고교에서 근무하는 대부분의 보통교과 교사들은 교과서 내용을 단순 축소시켜 학습지를 따로 제작하거나 교과서 내용 중 필요한 부분만 취사선택하여 학습하는 방법을 사용하고 있다. 실제로 본교의 보통교과 교사들은 대부분 학습지를 제작하여 수업하고 있으

며 특히 수학 담당교사들은 현재 모두 학습지를 제작하여 수업을 하고 있다.

교육에서 가장 기본적인 것이 학생들의 능력이나 적성에 맞는 교재와 교수방법을 사용하여 교사가 가르치려하는 내용과 학생들이 실제로 학습한 내용이 일치되게 하는 것이다. 그러나 현실에서는 특성화고교 학생들이 인문계고 학생들과 동일한 교재로 학습하고 있어 많은 문제점들이 발생된다. 이런 상황에서 교과서 내용을 취사선택하여 학습하도록 하거나 교과서의 내용을 단순 축소시킨 학습지 사용이 해결책이 되지 않는 것이다.

효과적인 수학 교수·학습이 이루어지기 위해서 교사는 현장에서 학생들과 지속적으로 의사소통을 하고 단원별로 학생들의 선행학습수준을 잘 파악하여 학생들의 수준에 맞게 교과서의 내용을 변환시키고 재구성하여 학습지 및 필요한 보조 자료를 제작하여 수업을 하고 매시간 형성평가를 통해 학생들의 성취도를 파악하여 다음 수업에 반영하여야 할 것이다.

본 연구에서는 먼저 수학에 대한 학생들의 자신감, 흥미 등에 대한 사전 설문조사 및 분석을 실시한 후 수학 교수·학습 이론 가운데 수학교육에서의 수학사의 활용과 교수학적 변환론, 수학 교수·학습 상황론을 참조하여 제작된 학습지를 사용하여 로그 단원을 학습하고 그 효과에 대해 분석하였다.

본 연구에서 설정한 연구문제는 다음과 같다.

(1) 특성화고교에서 수학 교재 재구성을 통하여 제작된 학습지를 사용한 수업이 학생들의 흥미도 향상에 도움이 되는가?

(2) 특성화고교에서 수학 교재 재구성을 통하여 제작된 학습지를 사용한 수업이 학생들의 수학 학습 성취도 향상에 도움이 되는가?

II. 수학 교수·학습이론

1. 수학사를 활용한 수학교육

수학사를 활용한 수업은 수학과 교수·학습과 관련된 많은 관점에서 이미 효과적인 방법으로 인정받아 왔다. 수학사를 활용하여 수학적 개념을 결과물로 제시하지 않고, 만들어지고 있는 또는 발견되는 과정의 수학을 경험하도록 함으로써 학생들의 학습동기를 향상시킬 수 있다.

특히 Freudenthal(1983)은 수학사를 수학 교육에 이용하면 일반적으로 다음과 같은 이점이 있다고 하였다.

(1)알고리즘적인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는 데 이용할 수 있다.

(2)교육과정 구성에서 '자연스러운' 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서

수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다.

(3)수학의 역사적 발달 과정을 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 접해 보게 하여, 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어넣을 방안을 찾을 수 있다.

(4)현대 기술 문명의 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다.

일반적으로 교과서는 수학적 용어의 정의 및 공식, 예제, 문제 등의 순서로 구성되며 따라서 대부분의 학생들은 수학은 위대한 발명가가 발명해놓은 결과물을 단순히 익히고 문제를 푸는 과목 정도로 생각하기 쉽다. 도입 부분에서 수학을 적절히 활용하면 새로운 개념이나 공식의 발견과정을 보여줄 수 있음으로써 수학자나 수학이라는 과목 자체에서 인간미를 발견할 수 있을 뿐만 아니라 좋은 동기 유발 소재가 될 수 있을 것으로 사료된다.

2. 교수학적 변환론

교수학적 변환(didactic transposition)에 관한 연구로서 Bosch & Gascón(2006)은 교수학적 변환의 과정을 학문적(또는 원래의) 지식, 가르쳐질 지식, 가르쳐진 지식, 학습된 사용가능한 지식의 4개의 과정으로 나타내었다. 이것은 수학지식이란 수학자나 또는 다른 생산자에 의해 생산된 것으로서의 '학문적' 수학적 지식, 교육과정에 의해 공식적으로 설계된 것으로서의 '가르쳐질' 수학적 지식, 교실에서 교사에 의해 실제로 '가르쳐지는' 수학적 지식, 그리고 실제로 학생에 의해 '학습된' 수학적 지식이 존재한다는 의미이다.

교수학적 변환론은 Chevallard에 의해 주장된 수학교육 이론으로서, '학문으로서의 수학', 즉, '학문적 지식'이 '교육의 대상으로서의 수학', 즉 '교수학적 지식'으로 변환되기 위해 겪는 일련의 과정에 주목한다. 여기에서 '학문적 지식'은 전문 수학자가 연구 대상으로 삼는 '학문 수학'을 의미하며, '교수학적 지식'은 학교에서 교사와 학생이 교수·학습의 대상으로 삼는 '학교 수학'을 의미한다. 따라서 '교수학적 지식'은 다시 교육과정 개발자, 교과서 저자, 교사를 대상으로 하는 '가르칠 지식'과 학생을 대상으로 하는 '학습된 지식(가르쳐진 지식)'으로 구분할 수 있다(황혜정 외, 2012).

이경화(1996)에 의하면, 교수학적 변환론의 관심사는 간단하게 표현해서 "학문적 지식과 교수학적 지식 간의 관계"이다. Chevallard는 교육을 통하여 다루어지는 지식을 "학문적 지식", "가르칠 지식", "가르친 지식" 또는 "학습된(가르쳐진) 지식"으로 구분하고 이들이 어떻게 관련되는가를 확인하고자 하였다. 교육 내용으로 선정되고 조직되는 것, 실제로 가르치는 활동에 의하여 지식의 의미는 어떻

게 다루어지고 있는가를 확인하는 것이 주된 관심사라고 할 수 있다. 교수학적 변환론의 문제의식은 크게 두 가지로 표현될 수 있다. 첫 번째는 “교수 체계는 이원적 관계가 아니라 삼원적 관계”라는 것이다. Chevallard는 기존의 수학교육에 관한 연구가 “교사와 학생”이라는 두 가지 요소(교사와 학생의 이원적 관계)를 강조하고, “지식”이라는 세 번째 요소는 간과하였다고 주장한다. 요약하여 말하면, 이해한 지식을 변형하여 표현함으로써 다른 사람의 이해를 도모하는 활동(곧 교사의 지식에 대한 활동)에 관한 직접적이고 세부적인 연구가 필요하다는 것이다. 아는 것과 가르치는 것은 별개라는 오래된 속담이 주는 교훈처럼 지식을 아는 과정과 가르치는 과정에는 분명한 차이가 있으며, 그 과정을 지식의 변형이라는 측면에서 탐구할 필요가 있다는 것이다. 요컨대, 교사와 학생이라는 두 가지 요소, 또는 지식과 그 지식에 접하는 주체(학생)라는 두 가지 요소로는 교육 활동을 신중하게 관찰하고 분석하는데 문제가 있으며, 지식을 변형하는 주체(교사)와 변형된 지식을 대하는 객체(학생), 지식의 삼원적 관계로서 교육현상을 이해하는 것이 중요하다는 것이다. 교수학적 변환론의 두 번째 문제의식은 “지식의 파손성”이다. Chevallard가 보기에 지식은 주의 깊게 다루지 않으면 본래 그 의미가 쉽게 손상된다. 가르치려는 의도에 의하여 지식이 변형을 겪을 때에도 지식의 의미는 상당히 손상될 수 있음을 주목해야 한다. 가르치기에 적합하도록 지식을 변형하는 동안 지식의 의미가 심각하게 왜곡된다면, 교육은 분명히 실패할 것이고 학생들에게 잘못된 지식을 소유하게 함으로써 그 다음 단계로 진전하는 데 치명적인 악영향을 미치게 될 것이다.

이러한 교수학적 변환론을 교육현장에 적용할 때, 교사는 지식의 본질을 파손시키지 않는 범위 내에서 학생들의 수준에 맞추어 교수·학습이 이루어질 수 있도록 노력해야 한다. 이를 위해서는 학생들과 지속적인 소통을 통하여 선수학습 정도를 확인하고 수업이 이루어진 후 학습목표 도달 정도를 확인하여 이를 향후 진도 운영계획에 반영하고 난이도를 조절해야하며 이러한 활동이 잘 이루어질 때 비로소 가르친 지식과 학습된 지식이 일치될 수 있을 것으로 사료된다.

3. 수학 교수학적 상황론

Brousseau의 교수학적 상황론은 Chevallard에 의해 주장된 수학의 교수학적 변환론의 기반이 된 이론으로서, Brousseau(1997)는 교수 의도가 없는 환경은 우리가 교육 주체에게 획득하도록 바라고 있는 지식을 주체에게 불러일으키도록 하기 위해서는 분명히 부족하고, 학습의 상황에 또 다른 구성요소 즉, 지도(teaching)가 전제되어야 한다고 주장했다.

우정호(2009)에 의하면, Brousseau의 수학 교수학적 상황론은 목표로 하는 수학적 개념의 본질을 터득할 수 있는 구체적인 교수상황, 수학적 개념의 본질이

실제로 기능하는 교수상황을 어떻게 정교하게 구성할 것인가를 논의하는 이론으로, 이 때 Brousseau가 말하는 '수학 교수학적 상황'이란 학생이 어떤 수학적 지식을 학습하도록 하는 것을 목표로 하는 교사, 학생, 환경 사이의 관계상황이며, 교사가 교수학적 의도가 담긴 문제상황 속에서 학생과 상호작용하는 상황이다. Brousseau는 수학 교수상황을 행동상황(문제해결에 수학적 지식을 암묵적으로 사용하는 단계), 형식화상황(지식을 의식하고 표현하는 단계), 타당화상황(형식적으로 표현된 지식의 타당성을 입증하는 단계), 제도화 상황(교사가 개입하여 학생들의 구성결과를 공인·정리하며 이전 지식과 관련지워주는 단계) 네 단계로 단계적으로 전개할 것을 제안했는데, 특히 이 과정에서 의사교환과 사회적 상호작용을 통한 지식의 구성을 강조했다. 현장에서 실제로 학생들과의 상호작용이 없는 수업은 교사의 일방적 지식 전달일 뿐 학생들에게 유의미한 지식으로 구성되지 않는다. 또한 Brousseau는 교수의도란 측면에서 교수상황을 두 가지로 구분하여 설명하고 있는데, 그 하나는 '교수학적 상황'이고 다른 하나는 '비교수학적 상황(adidactical situation)'이다. 먼저 교수학적 상황에서는 교사가 학생들에게 제시할 '문제'를 사려 깊게 선택하여 학생들에게 인지적 불균형을 야기시키고 기대했던 적응을 이끌어 내려고 시도한다. 그러한 문제는 점차 학생들 스스로 동기화되어 행동하고 생각하고 발전시켜 가도록 선택되어야 한다. 교사는 학생들이 마치 자신의 것인 양 문제를 받아들이는 시점과 대답을 하는 시점 사이에 학생들이 구성하기를 바라는 지식이 끼어들게 하거나 드러나게 암시하는 것을 삼가야 한다. 교사가 정보를 제공하고 발견술적인 질문을 하여 조심스럽게 도와주던 상황에서 학생 스스로 탐구하는 상황으로 이행해 가야 한다. 학생들은 그렇게 할 수 있을 뿐만 아니라, 그가 다른 교수 맥락에서 만나게 될 상황이나 어떤 교수의 도도 없는 가운데에서도 자기 스스로 탐구하게 될 때 비로소 지식을 진정으로 획득하게 될 것이기 때문에 그렇게 해야 한다. 그렇게 하기 위하여 교수학적 의도가 감추어진 상황으로 Brousseau는 의도적인 비교수학적 상황이라고 부른다. 비교수학적 상황은 교사의 중재 없이도 수학적 지식이 문제해결의 도구로 구성되고 기능할 수 있는 상황이다. 교수활동은 비교수학적인 상황으로 학생들을 이행하도록 해 주는 것이며, 학습의 최종 목적은 비교수학적 상황에서의 이행과 적응이다. 의도적인 비교수학적 상황은 이를 위한 교수학적 상황의 일부분이며 동시에 가장 핵심적인 것이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 기초 학력이 많이 부족한 특성화고교 학생들을 대상으로 수학적 지식의 본질을 왜곡시키지 않으면서 학생들의 수준에 맞게 적절한 교수학적 변환을 통하여 학생들이 자기주도적으로 흥미롭게 수학학습을 할 수 있도록 하는데 중점을 두었다.

수학 I의 로그와 상용로그 단원에서 학생들의 흥미를 높이기 위해 수학을

활용한 수학자의 일화 소개를 통해 도입하였고, 수업에 사용되는 교재 내용의 본질이 과손되지 않는 범위 내에서 상호작용을 통해 그들이 이해할 수 있게 재구성하였다. 그리고 학습자료 개발 시 본시 학습의 내용 이해를 위한 개념과 예를 제시할 때에도 교과서에 제시되어 있는 표현을 학생들이 쉽게 이해할 수 있는 표현으로 바꾸어 사용하는 전략을 사용하였고 가급적이면 실생활 관련 문제나 소재를 도입하였다. 또한, 매시간 형성평가를 통해 학습목표 도달 정도를 면밀하게 확인하며, 학생들이 교사의 설명에 의존하고 있는 상황에서 벗어나 비교수학적 상황에서의 이행이 가급적 빨리 이루어질 수 있도록 구성하였다. 그리고 이러한 수업활동이 이루어진 후 수업에 대한 참여도와 소감에 관한 설문조사를 실시하고 그 결과를 분석하였다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구는 2014년부터 연구자가 지도하고 있는 부산광역시에 소재하고 있는 특성화고교인 B학교 3학년 전체 173명의 학생들을 대상으로 하였다. 다음 [표 1]은 이 학생들의 입학 당시 중학교 내신백분율과 2년간의 학적이동 후 현재 인원 및 비율이다.

[표 1] 학생들의 중학교 내신 성적

내신백분율(%)	입학당시 인원(명)	학적 이동 후 현재 인원(명)	현재 비율(%)
0~50	12	12	6.94
50~60	7	6	3.47
60~70	18	18	10.40
70~80	25	25	14.45
80~90	67	63	38.73
90초과~100이하	61	49	28.32
합계	190	173	100

대부분의 학생들의 중학교 내신성적 백분율이 70%를 넘었고, 특히 수학 과목의 경우 실제로 수업을 해보면 기본적인 정수나 분수의 연산조차 잘 안 되는 학생들이 많은 상황이다.

현재 이 학교 내에는 영상제작과, 영상연출과, 연기과, 영상디자인과 4개의 전공이 있으며 전공별 학생들의 진로에 대해 조사해본 결과 졸업 후 취업을 원하

는 학생들이 영상제작과는 56.25%, 영상연출과는 40%, 연기과는 12.5%, 영상디자인과는 35%였으며 졸업 후 대학진학을 원하는 학생들이 영상제작과는 43.75%, 영상연출과는 60%, 연기과는 87.5%, 영상디자인과는 35%였다. 전공에 따라 학생들의 희망 진로가 복잡한 상황이며 심지어 영상디자인과의 30%의 학생들은 아직 진로를 결정하지 못하고 있었다.

수학에 대한 관심도 및 흥미도에 대한 사전 설문 조사 결과 수학과목이 자신의 진로에 필요하다고 생각하는 학생들은 약 80%정도였으나 대부분의 학생들은 수학 공부를 수업시간에만 하거나 시험기간에만 하며 수업은 가끔 열심히 참여한다고 답했다. 또한 수학이 어려운 과목이라고 생각하는지에 대한 질문에는 "매우 그렇다" 혹은 "그렇다"에 표기한 학생들이 약 67.61%였다. 그 이유로는 대부분의 학생들이 중학교에서의 기초가 부족하며 수학 내용 자체가 어렵기 때문이라고 답했다.

현재 수업에 참여한 대부분의 학생들은 수학에 대한 기초가 많이 부족하고 흥미나 관심도 많이 매우 낮은 상태이므로 엄밀한 수학적 용어의 사용보다는 이해하기 쉬운 용어를 사용하는 배려가 필요하며 다양한 동기유발 방법을 포함하는 교재 재구성을 통하여 수업참여도를 높이는 것이 중요하다고 사료된다.

2. 연구방법 및 절차

본 연구에서의 단원은 고등학교 2학년에서 학습하는 수학 I (2007개정 기준)(교육과학기술부, 2008)의 로그 단원 도입과 로그의 성질 및 상용로그 도입 부분이나, 본교의 3학년 학생들은 3년간 고등학교 수학, 수학 I 두 권의 교재로 학습하게 되어 있어 3학년에서 이 단원을 학습하고 있다. 본교에는 3명의 수학교사가 각각 한 학년씩 전담하고 있으며 연구자의 경우 3학년 전반인 1반에서 8반까지의 학생들을 2014년부터 지금까지 지도하고 있어 이 학생들을 대상으로 교수실험을 실시하였다. 이 학생들은 2학년 때 1년간 교과서와 학습지를 병행하여 학습하였고 2015년 3월부터 4월 중순경까지 수학 I 교과서로 학습하였으며, 중간고사 이후 학생들을 대상으로 수학에 대한 흥미와 관심 등에 대한 설문조사를 실시하였고, 교과서 내용이 분량이 많고 이해하기 어렵다는 학생들의 의견을 수렴하여 중간고사 이후부터 학생들의 수준에 맞는 학습지를 따로 제작하고 동기유발을 위한 보조 자료도 준비하여 수업을 진행하였다.

로그단원의 도입 시에 수학자의 일화를 소개하는 동영상 자료를 시청하며 시작함으로써 학생들의 흥미를 끌고 동기유발을 하여 로그의 개념에 대한 간단한 예제와 실생활 문제를 스스로 풀고 협동학습을 진행하게 하였고 그 날의 수업을 확인하는 차원에서 형성평가를 실시하여 스스로 틀린 문제에 대해 분석하는 시간을 갖도록 했다. 이후 차시에서 로그의 성질에 대한 이해를 바탕으로 학생들의

수준에 맞추어 간단한 예제를 풀게 하고 문제의 수준을 단계적으로 높여 진행하였으며, 로그의 밑변환공식 역시 간단한 예제를 통해 공식을 이해하고 적용할 수 있게 하였다. 또한 상용로그의 도입 시에 로그의 도입에서 사용되었던 일화를 다시 활용하여 도입한 후, 전 시간에 학습했던 로그의 성질을 활용하여 밑이 10인 로그(상용로그)의 계산을 협동학습을 통해 반복 연습을 할 수 있도록 구성하여 수학적 의사소통능력도 향상될 수 있도록 하였다. 그리고 이후 차시에서는 지표와 가수에 관한 학습을 통해 상용로그의 유용성에 대해 느낄 수 있도록 고안하였다. 학습지 도입 5차시 후에는 형성평가 아래에 학생들의 소감과 자신의 수업 참여도에 대한 평가를 해보도록 하였다.

본 연구에서 이용한 자료는 학생들의 사전 설문조사지, 수업 시간에 활용한 학습지 그리고 학생들의 형성평가 결과와 수업 소감문이다. 이러한 자료를 통해 학생들과의 소통을 바탕으로 교재를 재구성하여 제작한 학습지를 사용한 교수·학습의 효과에 대하여 분석한다.

IV. 연구 결과 및 분석

연구자가 지도하고 있는 3학년 학생들은 2학년 1학기부터 2학기 중간고사 이전까지 연구자가 직접 제작한 학습지로 학습을 했고, 2학년 2학기 중간고사 이후부터 현재 3학년 1학기 중간고사 이전까지 K 출판사 교과서로 학습을 해왔으며 지수와 로그 단원에서 지수 단원 역시 교과서로 수업이 이루어졌으나 학생들을 대상으로 한 사전 설문조사에서 학습지로 수업을 진행할 때 이해하기가 더 수월했고 집중이 잘 되었다는 의견이 많았다. 따라서 로그의 도입부터는 학습지를 제작해서 수업을 진행하였다. 구체적인 교수·학습 과정과 분석결과는 다음과 같다.

<1차시 : 로그의 뜻>

1차시 학습의 전체적인 구성은 다음 [표 2]와 같다. 학습지에 수학자(존 네이피어)의 일화를 간단히 소개하는 이야기를 넣고 수업 시간에는 ppt 자료에 링크를 하여 존 네이피어의 어린 시절과 로그의 발견에 대한 내용을 소개하는 동영상을 시청하며 로그에 대하여 도입을 하였다. 수학 시간에 동영상을 시청한다는 것에 학생들이 큰 관심을 보였고 로그가 무엇인지 궁금해 하기 시작했다. 이 때 GSP를 이용해 $2^x = 5$ 를 만족하는 x 값의 존재성에 대해 그래프를 통하여 시각적으로 확인시켜준 후, $x = \log_2 5$ 라는 값을 통해 간단한 로그의 뜻을 확인하고 몇 가지 예제와 문제를 해결하게 하였고, 이 단계까지는 학생들이 수업 내용을 이해하는데 큰 어려움이 없이 진행되었다.

[표 2] 1차시 교수·학습 활동

단계	교수·학습 활동	자료 및 유의점
도입	<ul style="list-style-type: none"> •지난 단원 내용 정리 •로그의 최초 발견자인 수학자 "존 네이피어"의 일화 동영상 소개 •학습목표 확인 	<ul style="list-style-type: none"> •PPT, 동영상 •학습지
전개	<ul style="list-style-type: none"> •지수방정식의 해와 지수함수로부터 로그 개념 도입 •로그의 표현에 대해 숙지, 예제 및 문제 풀이 (예제에 대해 숙지한 후 문제는 학생 스스로 탐구하고 해결해보도록 함) •실생활 관련 문제 해결(협력학습) 	<ul style="list-style-type: none"> •PPT •GSP •학습지
정리	<ul style="list-style-type: none"> •형성평가, 오답에 대한 분석 •다음 차시 예고 	<ul style="list-style-type: none"> •학습지 •형성평가지

그러나 실생활 응용문제(산성도를 나타내는 pH , $pH = -\log_{10}[H^+]$ 를 활용한 달걀과 우유의 수소이온농도 비교하기, H^+ 는 수소이온농도)에 대하여 많은 학생들은 어려울 것이라 미리 짐작하여 문제를 푸는 데 소극적인 자세를 보였고, 풀이과정이 다른 문제에 비해 길다는 것에 대해서도 상당한 거부감을 보였다. 문제를 함께 해결한 후 다시 한 번 그 흐름을 설명해주었더니 설명은 이해가 되지만 유사한 문제를 혼자서 해결하기는 어려울 것 같다는 반응이 많았다. 한 차시 내에 새로운 개념의 뜻과 관련 문제 풀기, 그리고 이를 적용한 실생활문제를 해결하는 것까지 학습하기에는 어려움이 따르므로 분량을 2~3차시로 나누어 학생들이 이 개념에 익숙해진 후 스스로 이를 적용하여 문제를 해결할 수 있도록 구성하는 것이 더 좋을 것이라고 사료된다. 또한, 본 수업의 학습지 점검과 형성평가를 통해 알게 된 사실은 기본적인 연산이나 등호의 사용에 오개념을 갖고 있는 학생들이 많다는 것과 이번 차시의 학습목표가 로그의 뜻을 이해하는 것이므로 오직 이 부분에 대해 확인할 수 있는 문제를 주어야 한다는 것이었다. 다음 [그림 1]의 예제2번의 경우 주어진 로그를 정의를 이용하여 지수 식 형태로 바꾸는 문제인데, 문제 옆에 등호를 사용하는 학생들도 몇 명 있었다.

예제2) 다음 등식을 $a^x = b$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $\log_4 1 = 0$ $\checkmark 4^0 = 1$

(2) $\log_{10} 100 = 2$ $\checkmark 10^2 = 100$

[그림 3] 로그의 정의를 이용하는 예제

또한 [그림 2]와 같이 형성평가에서 $\log_3 \sqrt{3}$ 을 구하는 과정에서 $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ 라는 사실을 몰라서 틀린 경우가 많이 발견되어 로그의 정의에 대한 명확한 이해 정도를 확인하기 힘든 상황이었다. 많은 학생들이 앞 단원인 지수단원에서 학습한 내용에 대한 복습이 부족하고 제공근에 대한 이해도 부족하였다.

http://www.l.hs.kr		1. 로그의 뜻과 성질 <형성평가> 학번(3106) 이름(김...)										
학습목표 : 로그의 뜻에 대해 설명할 수 있다.												
1. $\log_2 8 = x$ 을 $a^x = b$ 의 꼴로 나타내면?	$2^3 = 8$	2. $\log_3 \sqrt{3}$ 의 값을 구하면?	$3^x = \sqrt{3}$ $x = \frac{1}{2}$									
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>번호</th> <th>O, X</th> <th>틀린 이유 / 부족한 부분</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1번</td> <td>O</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2번</td> <td>X</td> <td>루트를 몰랐음. (복습요망)</td> </tr> </tbody> </table>		번호	O, X	틀린 이유 / 부족한 부분	1번	O		2번	X	루트를 몰랐음. (복습요망)
번호	O, X	틀린 이유 / 부족한 부분										
1번	O											
2번	X	루트를 몰랐음. (복습요망)										

[그림 4] 형성평가 답안의 한 예(풀이 이후에 답안 정정하였음)

<2차시 : 로그의 성질>

지수 단원에서는 학습했던 내용을 바탕으로 로그의 성질 4가지를 정리하고 이를 이용하여 주어진 수를 간단히 표현하는 연습을 한다. 2차시 수업 후 형성평가를 실시해본 결과 대부분의 학생들이 아직 로그의 정의와 성질을 활용하여 문제를 해결하는 연습이 부족하고 오답이 많아 이에 대한 보충학습이 필요하다고 판단되었다. 주 2회 수업이 이루어지므로 가끔 취업 특강 등 학교의 특별 프로그램이 있을 경우 다음 학습이 이루어지기까지 1주일이 걸리는 경우도 있으며, 많은 학생들이 따로 복습하는 시간을 갖지 않으므로 수업 중에 상당한 반복학습이 이루어지도록 해야 한다고 판단하였다. 따라서 로그의 정의와 성질에 대한 단순 반복을 할 수 있는 학습지도 제작하였다.

<3차시 : 로그의 뜻과 성질 - 보충학습>

로그의 뜻과 성질은 앞으로 로그 단원을 학습하는 데 가장 기본적인 내용이나

2차시 형성평가 결과 대부분의 학생들이 아직 로그의 뜻과 성질에 대한 학습이 부족하여 오답이 많았으므로 기본적인 내용에 대한 반복학습을 통해 로그의 뜻과 성질을 활용할 수 있는 연습을 하도록 하였다.

1. $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$, $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$	
(1) $2^x = 5$	(5) $\log_{10} 100 = 2$
(2) $3^2 = 9$	(6) $\log_2 1 = 0$
(3) $5^0 = 1$	(7) $\log_3 x = 5$
(4) $3^x = 7$	(8) $\log_2 7 = x$

2. 주어진 로그의 성질을 이용하여 다음 식을 간단히 하여라.	
$a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$ 일 때, ㉠ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ ㉡ $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ㉢ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ ㉣ $\log x^k = k \log x$ (단, k 는 실수)	(7) $\log_{10} \frac{3}{2}$ (8) $\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3}$ (9) $\log_3 15 - \log_3 \frac{5}{2}$ (10) $\frac{1}{2} \log_5 10 - \log_5 5$ (11) $\log_3 2 - 2 \log_3 \frac{1}{3} - \log_3 6$
(1) $\log_3 1$ (2) $\log_2 2$ (3) $\log_2 8$ (4) $\log_3 27$ (5) $\log_7 49$ (6) $\log_3 15$	

[그림 3] 보충학습지(반복학습)

[그림 3]과 같은 보충학습지를 사용하여 보충학습을 한 결과 1번의 경우 확실하게 이해도나 정답률이 높아졌으며, 2번의 경우에 로그의 성질을 바로 적용하면 되는 간단한 문제인 (1), (2), (3), (6)번은 쉽게 해결했으나, 문제 해결을 위해 2단계 이상을 거쳐야하는 문제들의 경우에는 이해하는 데 조금 더 오랜 시간이

걸렸다.

<4차시 : 로그의 밑의 변환 공식>

지수 단원에서 학습한 지수법칙을 바탕으로 로그의 밑의 변환 공식을 유도하고 공식을 이용하여 로그의 곱셈을 학생 주도적으로 연습하도록 구성하였다. 형성평가를 실시한 결과 로그의 밑의 변환 공식은 비교적 쉽게 이해하고 관련 문제도 잘 해결하였다.

<5차시 : 상용로그의 도입>

[표 3]과 같이 로그의 도입 부분에서 나왔던 존 네이피어의 일화에 이어 상용로그에서는 수학자 존 네이피어와 헨리 브리그스의 만남과 상용로그의 등장에 대한 이야기를 바탕으로 상용로그를 도입했다. 다음으로 밑이 10인 경우와 밑이 5인 경우 어느 경우가 더 계산이 편리한지, 그 이유는 무엇인지에 대하여 토론하고, 로그의 성질을 활용하여 밑이 10인 로그(상용로그)의 계산을 협동학습을 통하여 토론과 발표를 할 수 있도록 구성하여 수학적 의사소통능력의 향상 및 인성교육도 함께 이루어질 수 있도록 하였다.

상용로그 부분은 학생들이 비교적 쉽게 이해했고, 특히 상용로그표를 보고 답하는 문제에서 수업참여도가 현저히 높아졌다. 형성평가 등을 통하여 학생들과 소통을 하며 느낀 점은 그 동안 많은 학생들이 수학이라는 과목에 대한 두려움과 좌절감이 심했고, 수학문제를 자신감을 가지고 스스로 해결하였던 경험이 매우 부족했었다는 점이었다.

[표 3] 5차시 교수·학습 활동

단계	교수·학습 활동	자료 및 유의점
도입	<ul style="list-style-type: none"> •로그의 성질과 밑변환 공식 복습 •수학자 "존 네이피어"와 "헨리 브리그스"의 만남에 대한 일화 소개 •학습목표 확인 	<ul style="list-style-type: none"> •PPT •학습지
전개	<ul style="list-style-type: none"> •밑이 10인 로그의 편리함에 관한 문제 •상용로그의 개념에 대한 정리, 예제 및 문제 풀이 (문제는 학생 스스로 탐구하고 해결하도록 함) •상용로그표 읽고 활용하기 	<ul style="list-style-type: none"> •PPT •학습지
정리	<ul style="list-style-type: none"> •형성평가, 오답에 대한 분석 •다음 차시 예고 	<ul style="list-style-type: none"> •학습지 •형성평가지

상용로그 부분이 비교적 내용이 단순한 이유도 있지만 학생 스스로 충분히 해결할 수 있는 과제를 통해 자신감을 심어준 후 단계적으로 난이도를 높이며 해결해보는 경험을 갖도록 하면 더욱 좋을 것으로 사료된다.

<6차시 : 상용로그의 지표와 가수>

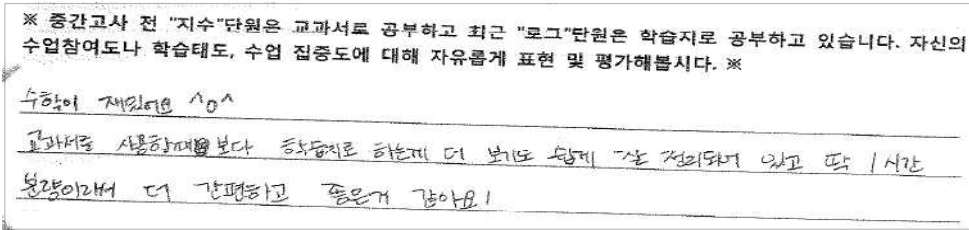
임의의 양수를 1이상 10미만인 수와 10의 거듭제곱의 곱으로 나타내기 위해 일상의 소재인 학생들의 키와 몸무게를 $x = a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10, n$ 은 정수)의 꼴로 나타내보게 한 후 양변에 상용로그를 취하고 이를 $\log x = \log a + n$ 의 꼴로 표현해보게 하며 지표와 가수의 용어를 설명하였다. 1차시 로그의 뜻 도입에서 학생들이 새로운 개념을 익히고 관련 문제를 풀고 실생활문제까지 해결하기에는 시간이 부족했으므로 이번 차시에서는 지표와 가수의 뜻을 이해하고 그 성질을 적용하여 예제, 문제 등을 해결하는 정도로만 하고 상용로그를 활용한 실생활 문제에 대해서는 다음 차시 학습지에서 다룰 수 있도록 구성하였다. 5차시와 6차시까지의 형성평가는 비교적 정답률이 높았고 학생들이 쉽게 이해하면서 수업참여도가 높아졌다. 학생들은 대체로 수학적 기초가 많이 부족할 뿐만 아니라 수학 과목에 대한 자신감도 낮아서 내용이 어려울 경우 이해하려는 노력을 하기 보다는 쉽게 포기하고 수업에 집중하지 않게 되는 경향이 있으므로, 기본적인 내용과 연산을 통해 수학에 대한 자신감을 심어주는 것이 매우 중요하다. 실제로 학생들이 이해하기 쉽다고 느끼는 수업에서는 참여도가 훨씬 높아지는 모습을 지속적으로 관찰할 수 있었다. 6차시까지의 수업을 실시한 후 형성평가의 아래 부분을 이용하여 학생들의 소감문 및 수업참여도에 대한 자평을 조사하였다.

※ 중간고사 전 "지수"단원은 교과서로 공부하고 최근 "로그"단원은 학습지로 공부하고 있습니다. 자신의 수업참여도나 학습태도, 수업 집중도에 대해 자유롭게 표현 및 평가해봅시다. ※

수학책으로 하면 복잡하고 내용이해가 좀더 어려웠는지 학습지로 하면
내용 이해가 좀 더 쉽게 되어서 같이 인원이 많 든가

※ 중간고사 전 "지수"단원은 교과서로 공부하고 최근 "로그"단원은 학습지로 공부하고 있습니다. 자신의 수업참여도나 학습태도, 수업 집중도에 대해 자유롭게 표현 및 평가해봅시다. ※

교과서를 할 때는 수업을 할 때 취지하는지 못했는데 학습지는 그다지 원리감 느끼고 알듯보여
대입에 수업을 잘 듣고 있습니다.



[그림 4] 수업 후 학생들 소감문 예

설문조사와 인터뷰를 통해 학생들의 의견을 취합해본 결과, [그림 4]에서 보는 바와 같이 다수의 학생들이 교과서로 할 때에는 한 차시 수업 분량이나 그 내용에 대해 한 눈에 보기 힘들었고 설명이 어렵고 분량이 많아 이해하기가 힘들었으나, 학습지로 수업을 할 때에는 중요한 내용이 요약되어있고, 한 차시 분량이 한 장에 정리되어 있어 공부하기가 수월했고, 수업도 더 집중해서 들을 수 있게 되었다고 평가했다.

V. 결론

특성화고등학교에 재학 중인 학생들은 대부분 기초 학력이 많이 부족할 뿐만 아니라 집중력이 현저히 떨어진다. 특히 수학 과목은 중학교에서의 기초가 부족하면 누적학습이 요구되는 다음 단계로의 학습이 더욱 어려워진다. 그러나 현재는 이러한 특성화고교 학생들을 위한 교과서가 따로 마련되어 있지 않으며, 학교마다 특성이 다르므로 학교별로 적합한 교과서를 제작하기는 더 더욱 쉽지 않다. 이러한 상황에서 본 연구에서는 보다 효과적인 수학교육이 이루어지기 위해 교수·학습 상황론에 기반한 교수학적 변환론을 참조하여 교사가 가르치고자 하는 지식이 학생들이 학습한 지식과 일치될 수 있도록 해당 지식의 본질이 파손되지 않는 범위 내에서 최대한 학생들의 수준에 맞춘 표현으로 바꾸어 학습지와 보조 자료를 제작하여 수업을 진행하였다. 또, 수학 교수·학습 상황이론을 바탕으로 학생들에게 가급적 현실적 소재를 활용하거나 실생활 적용이 가능한 문제를 다루어 볼 수 있게 하였으며, 이 때 교사의 일방적인 설명 방식은 지양하고 비교수학적 상황으로의 이행이 잘 이루어질 수 있도록 수업을 구성하였다. 그 결과 학생들의 수업에 대한 흥미도와 수업참여도가 현저히 상승되었고, 형성평가에서의 정답률 또한 향상되는 것을 알 수 있었다. 이와 같은 결과를 토대로 특성화고교 학생들에 대한 효과적인 수학교육이 이루어지기 위하여 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 단원의 내용과 표현에 대한 적절한 교수학적 변환 과정이 필요하다. 교

사는 현재 학생들의 학업능력에 대해 인지하고 이를 참고로 학생들의 수준에 맞는 학습자료를 제작하여 수업을 하고, 매 차시 형성평가를 통해 학생과 교사가 함께 교수·학습 결과를 면밀히 분석해보고 결과를 다음 수업에 유연하게 반영하여야 한다.

둘째, 새로운 개념 도입 시 단순 반복을 위한 보충학습도 반드시 필요하다. 특성화고교에서는 일반적으로 수학 수업시수가 많이 부족하며 수업시간 외에 학생들의 자기주도적 학습이 잘 이루어지지 않으므로 가급적이면 수업 중에 새로운 개념에 대해 충분히 익히는 과정이 필요하다. 이 부분을 소홀히 할 경우 다음 차시의 수업에까지 영향을 미치게 된다. 따라서 형성평가 결과를 바탕으로 보충학습이 필요하다고 판단될 경우에는 진도가 다소 늦어지더라도 학생들이 학습 목표에 도달할 수 있도록 도와주어야 한다.

셋째, 가급적 현실적 맥락에서 수학 학습 활동이 이루어져야 한다. 학력 수준이 낮고 수학에 흥미가 없는 학생들을 대상으로 보다 효과적인 수학 교육이 이루어지기 위해서는 엄밀한 수학적 내용과 고난도의 응용문제를 다루기보다는 가급적 현실적 맥락의 가벼운 소재를 예제나 문제에 활용하는 것이 효과적이다.

마지막으로, 교사와 학생 사이에 지속적인 의사교환과 상호작용이 이루어지도록 해야 한다. 교사는 수학 교수·학습에서 교사와 학생간의 상호작용을 그 바탕으로 두고 학생들이 자유롭게 자신의 의사를 표현할 수 있도록 분위기를 조성해야 한다. 또한 매 차시 형성평가를 통해 학생들의 학습목표 도달 정도를 교사와 학생이 함께 확인하고 반성해야 하며, 교사는 그 결과를 향후 수업에 반영하여 난이도를 적절히 조절하여 수업을 준비한다면 수학을 포기하는 학생이 줄어들 뿐만 아니라 더욱 효과적인 수학교육이 이루어질 수 있을 것으로 사료된다.

향후 특성화고교 학생들을 대상으로 보다 효과적인 수학교육이 이루어지기 위하여 더욱 다양한 교수·학습 방법이나 학생들과의 효과적인 소통 방안 등에 대한 연구가 지속적으로 수행되어야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] 교육과학기술부(2008). 고등학교 교육과정 해설 - 수학, 교육부.
- [2] 오춘영(2004). 상업계 고등학교 수학교과서의 재구성이 학습자에게 미치는 영향, 한국수학교육학회지 시리즈 A 제43권 제1호, 13-33.
- [3] 우정호(2009). 수학 학습-지도 원리와 방법, 서울대학교출판문화원.
- [4] 이경화(1996). 교수학적 변환론의 이해, 수학교육학연구 제6권 1호, 203-213.

- [5] 황우형 · 이은정(2009). 특성화고등학교 수학교육에 관한 현황 및 개선 방안에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E 제23집 제2호, 197-230.
- [6] 황혜정 · 나귀수 · 최승현 · 박경미 · 임재훈 · 서동엽(2012). 수학교육학 신론, 문음사.
- [7] Bosch, M. & Gascón, J.(2006)). Twenty-five years of the didactic transposition, ICMI Bulletin, No. 58, 51-65.
- [8] Brousseau, G.(1997). Theory of didactical situations in mathematics, N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield (Tran.), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [9] Freudenthal, H.(1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, Dordrecht : D. Reidel Publishing Company.

Lee, Seung Hwa

Busan visual high school

Pusan, 606-053 Korea

E-mail : peaceline86@hanmail.net

Kim, Dong Hwa

Department of Mathematics Education

Pusan National University

Pusan, 609-736 Korea

E-mail : dhgim@pusan.ac.kr