East Asian Math. J.
Vol. 31 (2015), No. 4, pp. 393-420
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2015.032

# 예상과 확인 전략을 사용하는 초등학교 5학년 학생들의 인지적 특성 연구

## Study on Cognitive Characteristics of 5th Graders who use Expectation and Confirmation Strategies

최 일 석 · 강 정 기[1] · 노 은 환

ABSTRACT. The expectation and confirmation emerging as one of problem-solving strategies in the elementary school is a strategy that does not limited in the elementary school but used in the middle and high school. This strategy inevitably requires a process of adjustment that affected by the earlier expectation. Such an adjustment raised expectation and confirmation to one of effective problem-solving strategies. The adjustment is especially important to carry out the strategy effectively. The aim of this study was to conduct basic research on cognitive characteristics appearing to students when they carried out the expectation and confirmation strategy. We investigated and analyzed this in term of adjustment of expectation. To do this, we examined 50 5th graders′ response in three kinds of word problems and interviewed with 4 participants who is using the expectation and confirmation strategy. The interview was conducted by using the items or solutions used in the test. From this, we tried to check students′ cognitive characteristics and recognition on it′s value. Furthermore we proposed the pedagogical implications associated with these results.

## Ⅰ. 서 론

초등학교 수학 문제에 등장하는 문제 해결 전략 중 ‘예상과 확인’이 있다(교육과학기술부, 2011). 예상과 확인은 어떤 문제를 해결하는 경우 미리 그 문제의 답

1) 교신저자

Received August 3, 2015; Accepted August 24, 2015.
2010 Mathematics Subject Classification: 97C30
Key Word: 예상과 확인, 문제해결 전략, 예상의 조율


(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

을 예상하고 확인하는 과정을 반복적으로 사용하여 문제를 해결하는 방법이다(교육부, 1997). 이 전략은 문장제를 해결하는 수단의 하나로서 주로 등장하지만, 비단 문장제에 그치지 않는다. 대표적으로 초등에 등장하는 '어림'의 개념 속에도 예상과 확인 전략이 반영되어 있다. 수치 계산을 하기 이전에 그 결과를 어림하는 작업은 '예상'이며, 직접 계산한 값과 어림한 결과를 비교하는 작업은 '확인'에 해당한다.

또한 예상과 확인 전략은 초등에만 한정하여 등장하는 전략 이상의 의미를 지닌다. 중학교 3학년 교과서(이준열 외, 2009)에 등장하는 다항식의 인수분해 개념에도 예상과 확인 전략을 확인할 수 있다. [그림 1]에 등장하는 인수분해에서는 곱이 6인 두 정수에 대한 예상과, 각 예상에 따른 두 정수의 합에 대한 확인이 나타나 있다. 이 과정에서는 예상과 확인이라는 특정 용어의 사용이 이루어지지 않았을 뿐, 그 내용은 예상과 확인의 성격을 갖는다.

위의 인수분해 공식을 이용하여 다항식 $x^2+5x+6$을 인수분해하여 보자.

다항식 $x^2+5x+6$을 인수분해 공식(3)의 좌변과 비교하여

$$a+b=5,\ ab=6$$

인 두 정수 $a$, $b$를 찾으면

$$x^2+5x+6=(x+a)(x+b)$$

와 같이 인수분해할 수 있다.

$$\begin{array}{ccc} x^2+ & 5x & +\ 6 \\ & \downarrow & \downarrow \\ x^2+ & (a+b)x & +ab \end{array}$$

이때, 곱이 6인 두 정수 중에서 합이 5가 되는 두 정수는 2와 3이므로 $x^2+5x+6$은

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

과 같이 인수분해된다.

| 곱이 6인 두 정수 | 두 정수의 합 |
|---|---|
| 1, 6 | 7 |
| 2, 3 | 5 |
| −1, −6 | −7 |
| −2, −3 | −5 |

[그림 1] 인수분해에서의 예상과 확인

고등학교에 등장하는 조립제법에서도 예상과 확인 전략이 내재되어 있을 만큼, 이 전략은 수학 도처에 자리 잡고 있다. 심지어 기하에서도 예상과 확인 전략이 사용되기도 한다. 기하 문제에서 해결을 위해 보조선을 긋는 전략을 사용하는데, 이는 명백히 예상과 확인 전략이다. 왜냐하면 보조선을 그으면 상황이 순조롭게 해결될 것이라는 예상과 그에 따른 해결책 모색이라는 확인이 이루어지기 때문이다.

이처럼 수학 문제 해결 과정에서 무의식적으로 사용할 만큼, 예상과 확인 전략이 도처에 반영되어 있기에 이 전략에 대한 올바른 이해와 사용이 요구된다. 만약 이 전략을 올바르게 이해하지 못하고 효율적으로 활용하지 못한다면, 왜곡된 전략의 적용으로 향후 수학 학습에서 어려움이 예상된다. 이를테면, 중학교에 등장하는 인수분해에서 예상과 확인 전략을 효율적으로 사용하지 못한다면 인수분해 문제에서 어려움을 겪을 수 있다.

이에 본 연구에서는 예상과 확인 전략의 올바른 이해와 사용을 돕는 목적의

일환으로, 예상과 확인 전략을 사용하는 초등학교 학생들의 인지적 특성을 파악해 보고자 한다. 즉, 예상과 확인 전략 사용자의 현 상태를 파악하고 조사하는 기초 연구를 실시해 보고자 한다.

구체적으로 문장제 문제에 대해 예상과 확인 전략을 사용한 초등학교 5학년 학생을 대상으로 이들이 예상과 확인을 어떻게 실행해 가는지를 살펴볼 것이다. 아울러 이들이 이 전략에 대해 갖는 가치 인식에 대해서도 살펴보고자 한다. 이를 위해 다음을 연구문제로 설정하였다.

연구 문제 1: 예상과 확인 전략 사용이 가능한 문장제에서 초등학교 5학년 학생들이 사용하는 문제 해결 양상은 어떠한가?

연구 문제 2: 예상과 확인 전략을 성공적으로 사용한 초등학교 5학년 학생은 이 전략을 어떻게 실행해 가는가?

연구 문제 3: 예상과 확인 전략을 성공적으로 사용한 초등학교 5학년 학생이 이 전략에 대해 갖는 가치 인식은 어떠한가?

위 연구 문제에 대한 답을 얻음으로써, 초등학교 수학에서 예상과 확인 전략 지도에 관한 몇 가지 교육적 시사점을 얻고자 한다.

## Ⅱ. 이론적 배경

### 1. 예상과 확인 전략

수학 문제 해결에 대한 전략적 논의는 다양한 형태로 전개되어 왔다(김은혜·박만구, 2011; 양은경·황우형, 2005; 최병훈·방정숙, 2012). 여러 전략이 제안되었으며, 초등학교에는 ‘거꾸로 풀기’, ‘그림 그리기’, ‘식 세우기’, ‘예상과 확인’ 등의 전략이 소개되고 있다. 본 절에서는 이들 중 ‘예상과 확인’ 전략을 중점적으로 살펴보고자 한다.

예상과 확인은 어떤 전략인가? 이 물음에 대해 강문봉 외(2005)는 다음과 같이 전략의 개념 소개하고 있다.

> 예상과 확인 전략은 문제를 해결할 때 답을 예상해 보고 그 답이 맞는지 확인해 보는 전략이다. 처음에 예상한 답이 문제에서 주어진 것과 일치하는지를 알아보기 위하여 필요한 것을 계산하거나 조건을 찾아 문제에서 주어진 것과 일치하는지 알아본다. 일치하는 경우 예상한 것이 정답이 되며 일치하지 않는 경우 다시 예상해 본다. 다시 예상할 때, 처음 예상한 값을 고려하여 다음에 예상할 값을 처음 예상한 값보다 크게 할 것인지 아니면 작게 할 것인지를 생각하여 정답인 값 또는 정답에 가까운 값을 예상하도록 한다. 이와 같이 문제를 푸는 방법을 예상과 확인 방법이라고 한다(강문봉 외, 2005).

이러한 개념 정의로부터 예상과 확인에는 중요한 조건이 자리 잡고 있음을 알 수 있다. 위에서 '처음 예상한 값을 고려하여 다음에 예상할 값을 처음 예상한 값보다 크게 할 것인지 아니면 작게 할 것인지를 생각하여...'라는 구절은 무조건적인 비체계적인 예상을 허용하지 않고 있음을 알 수 있다. 즉, 예상과 확인에는 첫 번째 예상을 이용한 다음 예상에 대한 조절의 과정이 필수적이라는 것이다. 강문봉 외(2005)는 좀 더 체계적으로 예상하고 확인한다면 시간과 노력을 절약할 수 있음을 지적함으로써 이러한 조율이 예상과 확인에서 중요한 역할을 하고 있음을 주장하고 있다.

신현성·김경희(1998)은 '예상과 확인' 대신 '추정과 검증'이라는 용어로 그 특징을 다음과 같이 묘사하고 있다.

> '추정과 검증' 전략은 많은 문제 풀이에 아주 유용한 방법이다. '추정과 검증'은 종종 수학자들이나 문제를 푸는 초보자들의 경험에 의해 정리된 가장 첫 번째 전략이다. 비록 즉시 해답을 유도하지 못한다 해도, '추정과 검증' 전략은 문제에 대한 어떤 느낌을 얻는데 도움도 주고, 문제를 해결하는데 사용할 수 있는 다른 전략을 제시하기도 한다. '추정과 검증'의 방법은 아무렇게나 추측하는 것을 의미하는 것은 아니다. 사실, 문제의 조건은 종종 가능한 추측들을 한정시키는 경우가 많다. 처음 조금의 추측 후에 추측들을 좀더 한정시키는 주의사항을 만들 수 도 있다. 엉뚱한 '추정과 검증'보다 빈번히 사용되는 것은 조직적인 '추정과 검증'의 형태이다. 조직적인 '추정과 검증'을 가지고 추정할 수 있는 기록들의 수단과 추정들의 몇몇 순서들은 검증되어야 한다(신현성·김경희, 1998).

이들 역시 '조직적인 추정과 검증이 될 수 있어야 함'을 언급함으로써, 예상과 확인에서 조율의 역할을 부각시키고 있다. 또 한 가지 주목할 점은 '비록 즉시 해답을 유도하지 못한다 해도, 어떤 느낌을 얻거나 문제를 해결하는 다른 전략을 제시하기도 한다'라는 예상과 확인 전략의 효용성에 대한 지적이다. 이는 예상과 확인 전략이 학교 수학에서 왜 중요하게 다루어져야 하는지를 보여준다.

Radall은 예상과 확인 과정을 시행착오와 반복적인 예상과 확인으로 상세화 하였으며, 시행착오를 다시 직관적인 시행착오, 체계적인 시행착오, 추론적인 시행착오로 나누어 설명하고 있다(강문봉 외, 1991 재인용).

시행착오란 실제로 해보고 거기서 나타나는 오류를 극복하여 다시 행하는 일을 반복하는 문제해결전략을 의미한다. 여기서 '오류를 극복하여...'라는 구절 역시 예상과 확인에서 첫 번째 예상을 이용한 조절의 과정을 암시한다.

우선 직관적인 시행착오는 문제에서 어떤 것이 답이 될 것이라는 직관적 느낌에 기반하여 그것으로부터 확인을 거치는 과정이다. 이때 설령 그러한 느낌이 잘못으로 밝혀지더라도 그 과정에서 무언가 유익한 것을 얻을 수 있다는 점에서 의의를 갖는다. 대표적인 예는 '둘레의 길이가 주어진 사각형 가운데 넓이가 가

장 큰 사각형을 구하는 문제'에 대하여 직관적인 느낌으로 '정사각형'이라고 답하는 것이다(Polya, 1986).

체계적인 시행착오란 구하고자 하는 것을 찾을 때까지 체계적으로 수치를 달리해 보면서 문제의 답을 찾는 해결전략이다. 이를테면, '840보다 큰 수 중에서 가장 작은 소수를 구하라'는 문제에 대하여 841부터 시작하여 소수가 발견될 때까지 842, 843, 844,...로 체계적으로 수치를 변화시키며 확인해 보는 과정이 체계적인 시행착오에 해당한다.

체계적인 시행착오와는 다르게 위 문제를 해결할 때 841부터 차례로 시작하지 않고, 일의 자리 수가 0, 2, 4, 5, 6, 8인 수는 소수가 될 수 없으며, 각 자리 수의 합이 3의 배수가 되는 수도 소수가 될 수 없다는 사실에 근거하여, 841, 847, 853, 857 등을 차례로 조사함으로써 위의 방법보다 다소 쉽게 해결하는 것이 가능하다. 이와 같은 방법을 추론적인 시행착오라고 하며, 이는 적절한 지식을 사용하여 시행의 폭을 줄여 접근한다는 점에서 체계적인 시행착오와는 구별된다.

한편, 반복적인 예상과 확인은 답을 어떤 근거에 의해 예상하고, 그 결과를 확인하여 오류의 근원을 확인하면서 다시 예상하고 확인하는 것을 반복하는 전략이다. 강문봉 외(1991)는 이 전략을 다음의 문제를 통해 설명한다.

문제. 80원짜리 우표와 60원짜리 엽서를 합하여 14장 사는 비용이 900원이다. 우표와 엽서는 각각 몇 장씩 샀는가?

이 문제에서 우표를 8장 샀다고 예상하여 비용을 계산하면 $8\times80+6\times60=1000$원이므로 비용을 낮추기 위해서는 엽서에 비해 비싼 우표의 개수를 낮추어 6장 샀다고 다시 예상하여 비용을 계산하면서 답을 구하는 전략이 반복적인 예상과 확인이다.

이 전략에서 주목할 점은 '어떤 근거'에 의한 예상이라는 점이며, 그 근거에 의해 더 합리적인 예상이 가능하게 된다. 즉, 근거에 의한 예상의 합리적인 조율이라는 과정이 이루어지며, 이런 점에서 본 연구는 '반복적인 예상과 확인' 대신 '조율적인 예상과 확인'으로 용어를 대체하고자 한다.

Radall의 분류는 예상과 확인에 대한 체계적인 분류 틀을 제공함으로써, 분석적 접근을 가능하게 한다. 따라서 본 연구에서는 이 분석틀을 활용하여 학생들의 예상과 확인을 분석해 보고자 한다. 예상과 확인하기 전략이 수학의 여러 영역에 내재해 있는 만큼, 예상과 확인 전략이 가진 이러한 조율적인 측면을 인식하는 것은 대단히 중요하다고 생각되며, 본 연구는 이 측면에 중점을 두고 예상과 확인 전략 사용에 있어 학생들의 반응을 살펴보고자 한다.

## 2. 예상과 확인의 측면에서 초등학교 교과서 분석

본 절에서는 초등학교 교과서 및 수학익힘책(교육과학기술부, 2011a, 2011b, 2011c, 2011d, 2011e, 2011f; 교육부, 2014a, 2014b, 2014c, 2015a, 2015b)의 내용을 예상과 확인 전략을 중심으로 분석하여 예상과 확인 전략이 언제 등장하며, 이후 어느 단원에서 주로 등장하며, 또 나타나는 형태가 안내가 과도하게 수반된 것인지 등에 대한 특징을 알아보고자 하였다.

<표 1> 예상과 확인과 관련된 초등학교 교과서 내용체계 및 단원

| 학년 | | 내용체계 | 예상과 확인 관련단원 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|
| 2007 개정 | 3-2 | ▪표 만들기, 예상과 확인 등으로 문제를 해결하기 | 8. 규칙 찾기와 문제해결 | 교과서p.114～115, p.117<br>익힘책p.130～131,p.132 |
| | 5-2 | ▪하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하기 | 8. 문제 해결 방법 찾기 | 교과서p.122～123, p.127～128<br>익힘책p.138～139 |
| | 6-2 | ▪문제 해결방법 이해하기 | 8. 문제 해결방법 찾기 | 교과서p.122～123, p.128<br>익힘책p.130～132 |
| 2009 개정 | 1-2 | ▪네 자리 이하의 수 | 1. 100까지의 수 | 교과서 p.32～33 |
| | 3-1 | ▪곱셈 | 4. 곱셈(문제해결) | 교과서 p.140～141 |
| | 4-1 | ▪분수와 소수의 덧셈과 뺄셈<br>▪자연수의 혼합계산 | 4.분수의 덧셈과 뺄셈(문제해결)<br>5.혼합계산(문제해결) | 교과서p.136～137<br>교과서p.164～165, p.172～173 |
| | 4-2 | ▪다각형 | 3.다각형(활동) | 교과서p.88～89, p.92～95 |
| | 5-1 | ▪직육면체와 정육면체<br>▪분수의 덧셈과 뺄셈<br>▪평면도형의 둘레와 넓이 | 2.직육면체(문제해결)<br>3.약분과 통분(문제해결)<br>5.다각형의 넓이(활동) | 교과서p.58～59<br>교과서p.88～89<br>교과서p.138～139, p143～144, p147～148 |
| | 6-1 | ▪소수의 곱셈과 나눗셈<br>▪겉넓이와 부피 | 3.소수의 나눗셈(활동)<br>6.직육면체의 겉넓이와 부피(문제해결) | 교과서p.78～79<br>교과서p.194～195 |

2007개정 교육과정의 교과서에는 3-2에 예상과 확인 전략이 처음으로 등장하며, '문제해결 단원'에서 여러 가지 문제해결의 방법 중 하나로 예상과 확인이 나타남을 알 수 있다. 여기서는 문제해결이라는 별도의 단원에 공식적 전략으로 등장하는 점이 주요 특징이다.

반면, 2009개정 교육과정의 교과서에는 1-2에 예상과 확인 전략이 등장하며, 각 단원의 주제와 관련된 심화 문제해결이라는 차시와 활동에서 예상과 확인 전략이 등장하는 차이가 있다. 이는 문제해결 전략이 다양한 영역에서 활용될 수 있는 것임을 간과한 2007개정 교육과정에 대한 반성으로부터 비롯된 것으로 풀이된다.

<표 2> 예상과 확인과 관련된 구조화/비구조화 문제에 대한 초등학교 교과서 분석

| 학년 | 교과서·익힘책에 제시된 횟수 | 비율 |
|---|---|---|

<table>
<tr><td rowspan="4">2007개정</td><td rowspan="2">구조화된 문제</td><td>3-2교과서(p.114~115) 4문항<br>3-2익힘책(p.132) 1문항<br>5-2교과서(p.122) 1문항<br>5-2익힘책(p.137) 1문항<br>6-2교과서(p.123) 1문항<br>6-2익힘책(p.130~131) 2문항</td><td rowspan="2">40%</td></tr>
<tr><td>10회</td></tr>
<tr><td rowspan="2">비 구조화된 문제</td><td>3-2교과서(p.115, p.117 ) 4문항<br>3-2익힘책(p.130~131) 5문항<br>5-2교과서(p.127~128) 2문항<br>5-2익힘책(p.136~137) 2문항<br>6-2교과서(p.123, 128) 2문항</td><td rowspan="2">60%</td></tr>
<tr><td>15회</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2009개정</td><td rowspan="2">구조화된 문제</td><td>1-2교과서(p32~33) 1문항<br>3-1교과서(p.140~141) 1문항<br>4-1교과서(p.136~137, p.164~165, p.172~173) 4문항<br>4-2교과서(p.88~89, p.92~95) 4문항<br>5-1교과서(교과서p.58~59, p.88~89, p.138~139, p143~144, p147~148) 6문항<br>6-1교과서(p.78~79, p.194~195) 3문항</td><td rowspan="2">86%</td></tr>
<tr><td>19회</td></tr>
<tr><td rowspan="2">비 구조화된 문제</td><td>1-2교과서(p33) 1문항<br>4-1교과서(p.137) 1문항<br>6-1교과서(p.79) 1문항</td><td rowspan="2">14%</td></tr>
<tr><td>3회</td></tr>
</table>

예상과 확인 전략을 사용하는데 안내가 과도하게 수반되었는지 확인하기 위해 문항을 구조화 된 문제와 비구조화 된 문제로 분류하여 살펴보았다. 구조화 된 문제는 학생이 문제를 쉽게 해결하기 위하여 문제 해결 과정이 안내되어 있는 형태의 문제를 의미한다. 비구조화 된 문제는 문제 해결의 실마리를 제시하지 않는 문제를 의미한다.

2007개정 교육과정에서는 비구조화된 문제(60%)가 구조화된 문제(40%)보다 높게 나타나며, 2009개정 교육과정에서는 구조화된 문제(84%)가 비구조화된 문제(14%)보다 월등히 높게 제시됨을 알 수 있다. 2007개정 교육과정에서 예상과 확인 전략을 사용한 문항이 25회이며, 2009개정 교육과정에서는 22회로 2009개정 교육과정에서 예상과 확인 전략이 다소 낮게 나타난 이유는 5~6학년군의 수학 교과서가 개발 중이라 수치가 다소 낮게 나타난 것으로 풀이된다.

<표 1>, <표 2>에서 알 수 있듯이 2009개정 교육과정의 교과서에 제시된 예상과 확인 전략은 3-2에서 1-2로 앞당겨 지고, 2007개정 교육과정에서는 3, 5, 6학년 2학기에 한 단원에서 문제해결의 여러 가지 방법 중 하나로 소개된 것에

비해 2009개정 교육과정에서는 1~6학년 각 단원의 문제해결 및 활동에서 예상과 확인 전략이 자주 등장하고 있으므로, 예상과 확인 전략의 가치가 점차 강조되고 있음을 알 수 있다.

### 3. 문제해결 전략에 대한 선행연구 동향

지금까지 문제해결 전략에 대한 기존 연구들은 다양하다. 문제해결 전략과 관련된 국내의 연구들은 다음의 세 가지 방향으로 나누어 볼 수 있다. 문제해결 전략에 관련한 교육과정 및 교과서 분석, 문제해결 전략을 이용한 수학 학습의 효과에 관한 연구, 문제해결 전략의 사용에 있어 학생들의 특징 및 태도 분석에 관한 연구이다.

먼저, 문제해결 전략에 관련한 교육과정 및 교과서 분석과 관계된 연구로, 최혜진(2014), 박가영(2012), 김명진(2008) 등이 있다.

최혜진(2014)은 제4차 교육과정부터 2007개정 교육과정의 문제해결에 관한 지침이 교과서와 교사용 지도서에서 구현되는 양상을 분석한 결과, 교육과정에서는 문제해결이 전 영역을 통해서 지도되어야 함을 지향하지만, 교과서 상에는 특정 영역 위주로 지도되거나 문제해결과 관련된 단원이나 차시를 제시하여 지도함을 지적하였다. 또한 교과서의 문제해결 전략은 다양화 되고 있지만, 문제해결 전략 사이의 체계성이나 계열성을 발견할 수 없었으며 문제 유형의 다양한 제시가 필요함을 주장하였다.

박가영(2012)은 중학교 수학을 중심으로 문제해결 전략을 이용한 실생활 문제 지도방안을 연구하였다. 다양한 문제해결 전략을 사용하여 실생활 문제를 해결할 수 있음을 보이고자 중학교 수학을 대수, 함수, 확률 및 통계의 세 부분으로 나누어 분석한 결과 교과서의 실생활 문제들은 수학의 전반적인 학습 내용보다는 각 단원에서 배운 개념이나 문제해결 방법만을 이용하여 풀게 되어 있었다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 그녀는 교사의 역할을 강조하고 있다. 교사는 실생활 문제에 대해 다양한 문제해결 전략을 사용할 수 있음을 지도하고 그에 따른 적절한 문제를 제공하며, 문제해결에서 반성 단계의 중요성을 인식할 수 있도록 하며, 학생 스스로 실생활 소재나 자신의 경험을 바탕으로 새로운 문제를 만들어 볼 수 있는 기회를 제공해야 함을 지적하였다.

김명진(2008)은 제7차 교육과정의 고등학교 10단계 수학교과서에 수록된 문제의 유형, 문제 해결을 위한 전략에 대해 분석해보고, 10단계 수학내용 수준에서 좀 더 다양한 문제 해결 전략을 이용한 문제들을 제시해 봄으로써 효과적인 문제 해결 지도에 도움을 주고자 하였다. 교과서 구성의 절반 이상이 정형문제로 구성되어 있으며, 실생활 문제는 10% 내외로 이루어져 있어 다양한 현실 상황에 적용할 수 있는 실생활 문제가 부족하다고 하였으며, 영역별로 문제 해결 전략으로 많이 쓰이는 전략은 식 세우기와 그림 그리기 전략이며, ‘수와 연산’, ‘문자와

식’을 제외한 영역에서는 다양한 해결 전략을 이용한 문제가 제시되지 못함을 지적하였다. 따라서 교사는 효과적인 문제 해결 지도를 위해 좀 더 다양한 문제 해결 전략을 이용한 문제들을 제공할 필요가 있으며, 수학 교과서의 구성이 전반적으로 학생들의 해결 전략의 습득을 의도하고 있지만 학생들은 전략의 중요성과 가치를 인식하기 어려우므로 교사가 의도적으로 해결 전략의 의미와 활용을 의식할 수 있게 지도하는 것이 필요하다고 하였다.

다음으로, 문제해결 전략을 이용한 수학 학습의 효과에 관계된 연구는 오은주(2009), 장은지(2010), 김민정(2005) 등이 있다.

오은주(2009)는 중학교 1학년 학생을 대상으로 문제해결을 위한 구체적인 전략으로 거꾸로 연구하기, 그림 그리기, 식 세우기, 예상과 확인을 이용한 학습이 수학 및 문제 해결에 대한 태도 변화에 미치는 영향을 조사하였다. 학생들은 문제해결 전략을 통한 문제 해결에 대한 흥미・자신감・수학에 대한 믿음에 대해 긍정적인 태도를 보였으나 수학교과 시간에 배운 방식으로 문제를 해결해야 한다는 점에서 부담을 느끼며 선입견을 갖고 어려워하고 있음을 지적하며 다양한 전략을 활용한 문제 해결이 학생들의 창의성을 자극하고 수학의 활용성에 대한 믿음을 높여주는 방향으로 작용해야 함을 강조하고 있다. 또한 학생들이 스스로 발견한 전략을 적용해 문제를 해결하였을 때 자신감이 증가하고 적극적인 태도로 학습에 임하는 모습을 관찰하여 학생들이 스스로 발견한 전략을 적용해 문제를 해결하는데 많은 시간과 훈련이 필요함을 주장하고 있다.

장은지(2010)는 고등학교 1학년을 대상으로 문제해결전략을 이용한 학습이 수학 학업성취도와 학습태도에 미치는 영향에 대한 연구를 하였다. 문제해결전략을 이용한 학습의 결과 학업성취도의 향상에 긍정적인 효과가 있었으며, 수학적인 자신감과 주의집중 영역에서 긍정적인 반응을 보였다.

김민정(2005)은 문제 해결의 여러 가지 전략 중 ‘거꾸로 풀기’를 고등학교 10단계에 적용해 학생들의 문제 해결력 신장에 초점을 맞추었다. 또한 학생들의 문제해결 능력을 신장시키기 위해 교사 자신이 먼저 많은 문제를 해결해 보는 경험을 가지고 적절한 문제를 학생들에게 제시하여 문제에 대한 흥미를 학생들의 마음속에 스며들게 하여 모방과 실천의 기회를 풍부하게 제공해야 함을 강조하여 교사의 역할을 재정립해야 할 필요가 있음을 강조한다.

마지막으로 문제해결 전략의 사용에 있어 학생들의 특징 및 태도 분석과 관계된 연구로 이수은(2014), 이미경(2008), 이승자(2004) 등이 있다.

이수은(2014)은 풀이방법이 다양한 문제해결에서 나타나는 초등학교 6학년 수학영재들의 선호 전략 분석에서 다양한 전략으로 풀 수 있는 문항을 제시하였을 때 수학영재학생들은 식 만들기와 규칙성 찾기를 가장 선호하였으며 그 이유는 다른 방법에 비해 체계적이고 수학적이기 때문이라고 답하였다. 또한 그림 그리기, 표 만들기, 규칙성 찾기, 식 만들기를 선호하는 학생들의 선호 이유가 경제성과 간결함을 들고 있는데 반해 예상과 확인 전략을 사용한 학생들은 이 방법이

수학적이라거나 편리하다고 생각하지 않으나 운이 좋을 경우 시간을 단축할 수 있어 경제적인 풀이라고 선호한다는 이유를 들고 있다.

이미경(2008)은 초등학교 4학년을 대상으로 수학 문제 해결과정에서 문제해결 전략에 대한 연구를 하였다. 식 세우기와 그림 그리기 전략을 가장 많이 사용하고 있었으며 학생들에게 문제해결 전략에 대한 사전 지도가 중요하며, 학생들이 평소에 다양한 문제해결 전략을 이용하여 다양한 사고를 할 수 있는 기회를 제공해야 함을 강조한다.

이승자(2004)는 중학교 1학년 교과서에 제시된 일차방정식에 관한 문장제를 의미 구조 유형에 따라 비교형, 변화형, 결합형으로 분류하고 각각을 정형 문제, 비정형 문제, 단계형 문제로 구분하여 심화반・보충반 학생들의 문장제 해결 전략을 분석하였다. 문장제의 의미 규조 유형에 관계없이 심화반과 보충반에서 가장 유용한 전략은 식 세우기였으며, 학생들이 문장제를 해결함에 있어서 다양한 전략을 사용하지 않고 있어, 교사는 문장제 지도에 있어 문장제 유형 별로 다양한 전략을 이용하여 해결하는 수업을 전개할 필요가 있음을 강조한다.

이상에서 문제해결 전략에 관한 연구를 살펴보았는데, 이들은 특정 문제해결 전략 자체를 다룬 연구가 아니라, 전반적 문제해결 전략과 관련한 연구들이었다. 학생들이 무의식적으로 자주 사용하게 되는 특정 전략인 예상과 확인 전략에 대한 사고 과정을 중점적으로 분석한 연구는 드물었다. 그렇지만 예상과 확인은 초등학교 뿐 만 아니라 상급학교에서도 지속적으로 활용되는 중요한 전략이다. 이미 서론에서 언급한바와 같이 예상과 확인 전략은 중학교의 인수분해, 고등학교의 조립제법 등에서 활용되고 있다. 따라서 이 전략에 대한 적절한 교육은 향후 학습에 긍정적 영향력을 행사할 것이다. 이에 본 연구에서는 선행 연구에서 간과해 왔던 예상과 확인 전략에 대한 교육적 연구를 실행해 보고자 한다. 구체적으로 학생들이 어떻게 예상과 확인 전략을 실행해 가는지, 그 전략에 대해 가지는 인식이 어떠한지에 대한 답을 통해 예상과 확인 전략의 지도에 관한 교육적 시사점을 얻고자 한다.

## Ⅲ. 연구 방법

### 1. 검사 문항 개발

(1) 상민이의 주머니 속에는 500원짜리, 100원짜리, 50원짜리 동전이 2개씩 들어 있습니다. 주머니에서 동전 4개를 꺼냈더니 모두 1150원이었다면 상민이는 얼마짜리 동전을 몇 개씩 꺼낸 것인지 구하시오.

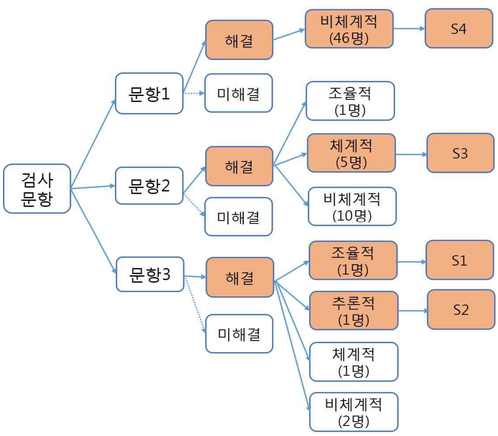
(2) 진영이는 4점짜리 문제와 5점짜리 문제가 섞여 있는 국어 시험에서 17문제를 맞혀서 76점을 받았습니다. 진영이가 맞힌 4점짜리 문제는 몇 개인지 구하시오.

| |
|---|
| (3) 귤을 사람들에게 나누어 주려고 한다. 귤을 7개씩 나누어 주면 12개가 모자라고, 5개씩 나누어 주면 18개가 남는다. 귤과 사람의 수를 구하여라. |

연구자는 예상과 확인 전략을 사용한 연구대상자를 선별하기 위하여, 예상과 확인 전략 사용이 가능한 문장제를 개발하였다. 초등학교 수학 익힘책 5-2에서 2가지 문제를 발췌하여 안내를 제거한 문항으로 변형하였으며, 나머지 한 문항은 교과서와 관련이 없는 문항을 개발하였다. 앞 절에서 분석하였듯, 교과서의 문제는 예상과 확인 전략 사용을 유도할 목적으로 안내가 제공되어 있다. 그러나 본 연구는 학생 스스로 예상과 확인 전략을 선택한 대상을 선정할 목적으로 안내를 제거하였다. 또한 교과서 문제 해결 경험 배제를 목적으로 교과서 문제와 관련이 없는 하나의 문항을 개발하여 사용하였다. 위 문항은 예상과 확인 전략 사용이 가능한 문항임에는 이론의 여지가 없다.

## 2. 연구 대상자

본 연구를 위해 세 문항 중 적어도 하나의 문항에 대하여 예상과 확인 전략을 사용한 학생이 필요하다. 따라서 연구자는 경남 김해시의 J초등학교 5학년 두 학급 학생 50명을 대상으로 검사 문항을 투입하였다. 다음 검사 문항에 대한 학생 반응을 <표 4>와 같이 해결과 미해결로 구분하였으며, 해결자는 전략별로 <표 5>와 같이 구분되었다. 이러한 구분 하에 각 전략별로 면담 대상자를 선정하였으며, 이는 유형별로 균형 있게 선정하기 위한 조처이다. 구체적으로 문항3에서 조율적 예상과 확인이 두드러진 1명, 문항3에서 추론적 예상과 확인을 보여준 1명, 문항2에서 체계적 예상과 확인을 보여준 1명, 문항1에서 비체계적 예상과 확인을 보여준 1명을 최종 선정하였다.



[그림 2] 연구 대상자 선정

## 3. 연구 절차

본 연구는 예상과 확인 전략을 사용한 학생들의 문제 해결 과정에 대해 연구자가 작성한 학생들의 언어 및 행동 관찰 기록을 분석 대상으로 하여 학생들의 예상과 확인 전략 실행 과정에서 나타나는 특징과 전략에 대해 갖는 가치 인식을 파악하는 질적 연구방법을 이용하였다.

이를 위해 먼저, 전체 학생에게 검사 문항을 투입하여 적용하였다. 문항별로 제공된 시간은 20분 정도였으며, 각 문항은 따로 독립적으로 제공되었다. 이는 앞선 문제의 해결이 가급적 뒤의 문제에 대한 해결에 영향을 주지 않기 위한 조치이다. 또한 학생들의 전략 사용을 세밀하게 파악할 목적으로 검사 문항을 제공하면서 사전에 지우개 등을 사용한 앞의 풀이에 대한 훼손을 하지 않을 것을 권고하였다. 만약 다르게 풀고자 한다면 앞의 풀이를 지우지 않고 경계선을 긋고 다음으로 넘어갈 것을 당부하였다. 한편, 시험이 아니기 때문에 자신의 생각을 솔직하게 보여주는 용기를 가질 것을 당부하였다. 이는 답을 맞히지 못할 우려로 자신감이 결여된 학생의 반응을 독려할 목적을 지닌다.

이때 나타난 반응에서 예상과 확인 전략 사용이 두드러진 사례에 대한 보다 자세한 특징을 살펴보기 위해 해결자를 대상으로 전략 사용 유형별로 구분하여 면담자를 추출하였으며, 개별 면담을 가졌다.

면담에서 주요 초점은 어떤 방식으로 예상과 확인을 실행해 가는지와 사용한 전략에 대한 가치 인식이다. 따라서 면담은 학생 기록지를 제공하는 것으로부터 시작되며, 면담 과정에서 어떻게 예상과 확인을 해 갔는지를 살펴보고자 한다. 이 과정에서 예상이 변화해가는 양상을 살펴보는 것이 주요 초점이 되었다. 그리고 면담의 말미에는 '네가 사용한 이 전략에 대해 너는 어떻게 생각하니? 좋은 전략이라고 생각하니?'와 같은 발문을 제공함으로써, 예상과 확인 전략에 대한 가치 인식을 확인해 보고자 하였다.

## 4. 분석 방법

연구 문제 1에 대한 답을 얻기 위하여 학생 반응은 세 가지 관점에서 정리되었으며, 구체적으로 해결과 미해결, 해결자의 전략, 미해결의 요인별 분석으로 구분된다.

먼저, 각 문항에 대하여 해결과 미해결의 관점에서 학생 반응을 구분하여 도수와 비율을 구함으로써 문장제 해결 양상을 파악하고자 하였다. 다음 예상과 확인 전략의 관점에서 해결자의 전략을 파악할 목적으로 다음과 같은 분석틀을 설정하였으며, 이는 Radall의 분류(강문봉 외, 1991 재인용)를 참조한 것이다. 이 분석

틀을 활용하여 전략에 대한 도수와 비율을 구함으로써 해결자의 문제해결 특성을 파악하고자 하였다.

<표 3> 해결자의 전략에 대한 분석틀

| 유형 | 세부 범주 | 의미 |
|---|---|---|
| 예상과 확인 | 조율적 | 답을 어떤 근거에 의해 예상하고 그 결과를 확인하여 오류의 근원을 확인하면서 기존의 예상을 합리적으로 조율하면서 접근하는 전략 |
| | 추론적 | 체계적인 시행착오와는 다르게 적절한 지식을 사용하여 시행의 폭을 줄여 접근하는 전략 |
| | 체계적 | 구하고자 하는 것을 찾을 때까지 체계적으로 수치를 달리해 보면서 문제의 답을 찾는 전략 |
| | 비체계적 | 직관적 느낌에 의존한 예상과 확인으로 접근하는 전략 |
| 비 예상과 확인 | - | 예상과 확인 전략 이외의 전략 |

미해결 요인을 분석하기 위해 각 반응에 대한 미해결 요인을 추출하였으며, 이후 관련 요인을 하나의 범주로 묶어 핵심 요인으로 대체하였다. 이러한 과정을 통해 모든 미해결 요인이 범주화되고 나면 각 범주별로 학생 수와 비율을 구함으로써 미해결 요인을 파악하고자 하였다. 이를테면, 문항2에서 4점짜리 문제와 5점짜리 문제가 섞여 있는 국어 시험에서 17문제를 맞혀서 76점을 받았을 때, 4점짜리 문제의 개수를 구하는 것을 요구하는데 4점 문제 19개를 맞혀 76점을 받았다고 풀이한 경우는 '조건을 지키지 않은 오류'라는 미해결 요인으로 범주화하였다.

연구 문제 2에 대한 답을 얻기 위하여 개별 면담에 대한 전사 자료를 분석하였다. 우선 자료의 특징을 대표하는 핵심 항목을 추출하였으며, 이를 사례의 제목으로 기술하였다. 구체적으로 조율적 예상과 확인 전략 사용으로 대표되는 S1의 경우 '조율적 예상과 확인 전략'이라는 핵심 항목이 추출되어 사례의 대표 제목으로 기술되었다. 다음으로 이러한 사례의 특징이 부각될 수 있도록, 관련 증거를 시간의 흐름에 따라 순차적으로 배열하는 식으로 자료를 정리하였다.

연구 문제 3에 대한 답을 얻기 위하여 예상과 확인에 대한 학생의 가치 인식에 대한 반응을 분석하였다. 이것 역시 자료의 특징을 대표하는 핵심 항목을 추출하여 사례의 대표 제목으로 기술함으로써, 각 사례의 주요 특징을 간단명료하게 나타내고자 하였다.

## Ⅳ. 연구 결과 및 분석

### 1. 학생들의 문장제 해결 양상

학생들의 문항별 해결 및 미해결 양상은 <표 4>와 같다. 문제 해결이 용이한 문항 1에 대해서는 92%의 정답률을 보인 반면, 나머지 문항에 대해서는 각각 32%, 10%로 다소 저조하게 나타났다.

<표 4> 문항별 해결 및 미해결 양상

| 문항 | 해결 | | 미해결 | |
|---|---|---|---|---|
| | 학생 수(명) | 비율(%) | 학생 수(명) | 비율(%) |
| 1 | 46 | 92 | 4 | 8 |
| 2 | 16 | 32 | 34 | 68 |
| 3 | 5 | 10 | 45 | 90 |

또한 해결자의 전략은 <표 5>와 같이 나타났다. 모든 문항에 대해 예상과 확인 전략을 사용하지 않은 사례가 단 한 차례도 나타나지 않은 점이 특징적이다. 한편, 조율적, 추론적 예상과 확인 전략의 비율은 저조하게 나타났으며, 대체적으로 비체계적 예상과 확인이 주류를 이루었다. 특히 문항 1의 경우 비체계적 예상과 확인이 두드러진 점이 특징적이다. 이는 문항 1이 직관적으로 접근 가능한 문항적 특성에서 비롯된 것으로 해석된다. 반면, 문항 2의 경우 직관적인 예상과 확인만으로 접근이 쉽지 않음에도 해결자의 62.5%는 이러한 접근을 시도하고 있었으며, 이는 학교 수학에서 예상과 확인 전략 사용에 대한 재고가 필요함을 시사한다. 즉, 예상과 확인 역시도 수학적 사고를 필요로 하는 하나의 전략임을 고려할 때, 비체계적 접근 대신 조율적, 추론적, 체계적 접근으로의 전향이 요구되는 것이다. 이런 점에서 학교 수학에서 예상과 확인 전략 사용의 강조점에 대한 재고가 필요하다.

<표 5> 해결자의 전략

| 문항 | 예상과 확인 전략 | | | | | | | | 비 예상과 확인 전략 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 조율적 | | 추론적 | | 체계적 | | 비체계적 | | | |
| | 학생 수 | 비율 (%) | 학생 수 | 비율 (%) | 학생 수 | 비율 (%) | 학생 수 | 비율 (%) | 학생 수 | 비율 (%) |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 46 | 100 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 6.25 | 0 | 0 | 5 | 31.25 | 10 | 62.5 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 20 | 1 | 20 | 1 | 20 | 2 | 40 | 0 | 0 |

문항 3의 경우 도수는 낮지만 예상과 확인 전략이 다양하게 나타난 점이 특징적이다. 이는 문항 3이 비체계적인 예상과 확인을 통해 답을 구하는 것이 쉽지 않은 문항적 특성에서 비롯된 것으로 해석된다.

<표 6> 미해결의 요인에 대한 분석

| 문항 | 요인 | 구체적 예 | 학생 수(명) | 비율 (%) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 구하고자 하는 것에 대한 오인 | 예시) 꺼낸 동전 1150원에서 500원, 100원, 50원 동전의 개수를 구하는 것인데, 가지고 있던 1300원에서 1150원을 빼서 남아있는 돈을 구한 경우 | 4 | 100 |
| 2 | 조건을 지키지 않은 오류 | 예시) 4점, 5점 문제가 섞여 있는 시험에서 17 문제를 맞혀서 76점을 받을 때, 4점 문제의 개수를 구하는 것인데, 4점 문제 19개를 맞혀 76점을 받았다고 한 경우 | 23 | 65.65 |
|  | 직관의존 | 근거 없는 직관의존 | 8 | 23.53 |
|  | 무반응 | 무반응 | 2 | 5.88 |
|  | 의미가 아닌 수치 집중 | 예시) 문제에 제시된 수치를 의미 없이 차례대로 단순하게 뺀 경우(76-17-5-4=50) | 1 | 2.94 |
| 3 | 의미가 아닌 수치 집중 | 예시) 사람들에게 귤7개를 나누어 주면 12개가 모자라고, 5개를 나누어 주면 18개가 남을 때 귤과 사람 수를 구하는 데, 5와 7을 곱하고 18과 12를 더해서 답을 구한 경우 | 14 | 31.11 |
|  | 나머지가 모자란 경우에 대한 산술식 전환 오류 | 예시) 귤을 7개씩 나누어 줄 때 12개가 모자랄 경우, 5사람에게 나누어 준다고 할 때 7×5+12라고 계산하는 경우 | 9 | 20 |
|  | 무반응 | 무반응 | 9 | 20 |
|  | 제수와 피제수의 혼돈 | 예시) 귤을 5개씩 나누어 줄 때 18개가 남을 때, 귤÷5=사람수…18 → 5÷귤=사람수…18로 구함 | 8 | 17.78 |
|  | 직관의존 | 근거 없는 직관의존 | 5 | 11.11 |

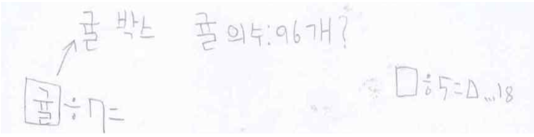
학생들의 미해결 요인에 대한 분석은 <표 6>과 같다. 문항 1의 미해결 요인은 구하고자 하는 것을 오인하여 풀이한 것이 특징이다. 문제 해결 비율이 92%였다는 점을 고려할 때, 문항 1은 학생들에게 쉬운 문항으로 볼 수 있다. 그럼에도 불구하고 문제 해결에 실패한 것은 전략의 부재가 아닌, 문제에서 구하고자 하는 것을 잘못 이해한 경우인 것이다. 문항 2의 미해결 요인의 대부분은 조건을 지키지 않은 오류가 65.65%였다. 문제의 조건을 제대로 지키지 않고 예상과 확인 전략을 사용하여 제대로 확인 절차를 거치지 않은 결과로 사료된다. 근거 없는 직관에 의존하는 경우가 23.53%로 적지 않은 것으로 나타났다. 이러한 결과는 예상과 확인 전략의 바람직한 사용을 위한 교육의 필요성을 시사한다. 문항 3의 미해결 요인은 다양한 것으로 나타났다. 의미가 아닌 수치에 집중한 오류가 31.11%로 가장 많이 나타났으며, 나머지가 모자란 경우에 대한 산술식 전환 오류가 20%, 제수와 피제수의 혼돈이 17.78%로 나타났다. 이러한 결과는 문장제를 산술식으로

전환의 어려움을 보여준다. 이는 문장제에서 언어로 쓰여진 것을 수학적 언어로 전환함에 어려움을 느낀다는 기존 연구(박정아·신현용, 2005, 서지영, 2011, Ng & Lee, 2009)의 주장과 맥을 같이 한다.

## 2. 예상과 확인 전략 사용의 실제

### 1) 조율적 예상과 확인 전략: S1의 사례

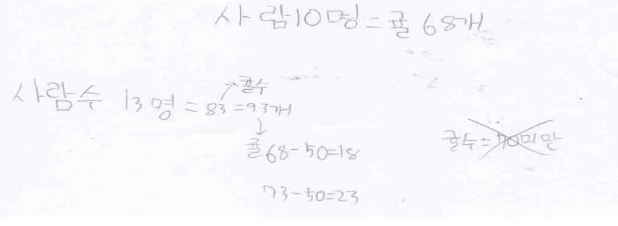
S1의 첫 번째 시도는 식 세우기였는데, 이러한 시도에서 직면한 어려움은 전략 전환의 근거가 되었다. 즉, S1은 적합한 식을 세웠지만 식으로부터 귤 수와 사람 수를 구하기 어렵다는 사실로부터 다른 방법으로의 전환을 시도하였다. 다음의 대화는 식 세우기에서 직면한 어려움이 전략 전환의 근거가 될 수 있음을 보여주는 증거이다.




[그림 3] S1의 식 세우기 풀이

RS: 어떤 생각을 가지고 풀었니?
S1: 문제를 읽어보니 잘 못 풀겠다는 생각이 들었어요.
RS: 문제를 풀기위해 어떤 식으로 찾아간 거니?
S1: 귤 수를 □라고 생각하고, 사람 수를 △라고 생각했어요. □÷5=△…18이라 적었는데 막상 □, △를 구하려니 어려워서 다른 방법으로 바꿨어요.
RS: 다른 방법으로 바꿨다는 의미는 무슨 말이니?
S1: 귤을 □라고 하고 □÷7=을 표시하고 귤의 수를 알아내려고 했는데 사람 수를 구해야 귤의 수를 알 수 있는데 이렇게 해도 귤과 사람의 수를 구하기 힘들었어요.

연구자는 S1의 첫 번째 예상, 두 번째 예상, 세 번째 예상에 대한 근거를 파악하기 위하여 질문하였으며, 이로부터 그의 첫 번째 세 가지 예상은 근거 없는 직관적 예상과 확인이었음을 파악할 수 있었다.



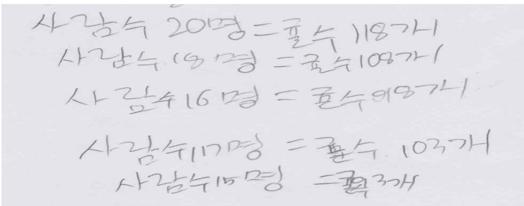
[그림 4] S1의 근거 없는 직관적 예상과 확인

RS: 70이라고 생각한 이유가 있니?
S1: 그냥 70정도라고 예상했어요.
RS: 그 다음은 어떤 식으로 찾아간 거니?
S1: 사람 수 13명=귤 수 83개라고 생각하고 풀었어요.
RS: 어떤 식으로 풀었니?
S1: 사람 수가 13명이니 5개씩 나누어주면 18개가 남아서 13에서 5를 곱하고 18을 더하니 귤이 83개이고, 이것을 7개씩 나누어주면 13에서 7을 곱하니 91개가 나와요. 12개가 모자라야 되는 조건에 안 맞았어요.
RS: 13명이라고 생각한 이유가 있니?
S1: 처음에 어떻게 풀어야 할지 몰라서 13명 정도로 예상하고 풀어보았어요.
RS: 다음에는 어떻게 했니?
S1: 사람10명=귤68개라고 적고 사람 수가 10명이니 10에서 5를 곱하기 18을 더해서 귤이 68개이고, 7명에게 나누어주면 10에서 7을 곱하니 70이 나와서 귤이 12개가 모자라야 되는데 2개가 모자라 조건에 안 맞았어요.
RS: 13명에서 10명으로 바뀐 이유가 있니?
S1: 그냥 10명 정도로 예상해 봤어요.

그렇지만 이후 S1은 직관적 예상과 확인으로부터 탈피하기 시작하였다. S1은 ‘사람 수가 많으니 귤의 수가 많아진다.’는 새로운 사실의 발견으로부터 예상을 조율하기 시작하였다. 즉, 그의 예상 조율의 근거는 사람 수와 귤의 수의 관계에 기반한 것이었다.

RS: 그 다음은 어떻게 풀었니?
S1: 사람 수가 많으니 귤의 수가 많아지고 복잡할 것 같고, 사람 수가 적으니 귤의 개수가 적어서 구하기 쉬울 것 같고 답이 나올 것 같아서 5명이라고 생각하고 풀었어요. 5명이 5개씩 나누어주면 5곱하기 5에서 18을 더해서 43개가 나오고 5곱하기 7을 하니 35가 나와 8개가 남아서 조건에 안 맞았어요.

S1은 예상을 조율하는 과정에서 또 다른 새로운 사실을 발견함으로써 더욱 효율적으로 예상을 시도해 갔다. 그는 사람 수를 한 명씩 늘려가는 방식에서 ‘한 명씩 맞추면 계산이 오래 걸린다.’는 발견에 도달하였으며, 이로부터 사람 수를 두 명씩 늘려가는 방식으로 전환하였다. 즉, 조율적 예상으로 대표되는 S1의 사례로부터 ‘새로운 사실의 발견’이 예상 조율의 근거로써 작용하였음을 알 수 있다.




[그림 5] S1의 조율적 예상과 확인

RS: 그 다음은 어떻게 풀었니?

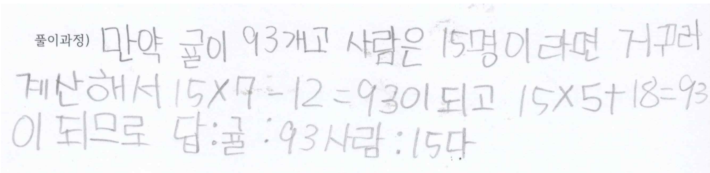
S1: 사람 수를 한 명 늘려 6명에서 5를 곱하고 18을 더하니 48개가 되고, 6명에서 7을 곱하니 42개가 되어 6개가 남아 조건에 안 맞아서 사람 수가 너무 적으면 귤의 개수가 모자라야하는데 귤의 개수가 남아요. 그래서 사람 수를 많은 것부터 생각하고 20명에서 내려가면서 구하려고 했어요.

RS: 설명해볼래?

S1: 사람 수 20명이면 20곱하기 5에서 18을 더해 귤이 118개가 되고, 20곱하기 7을 하니 140개가 되어 귤이 22개가 남아서 조건에 안 맞아서 한명씩 낮추면 계산이 오래 걸릴 것 같아 2명씩 낮췄어요. 사람 수가 18명이면 18×5+18=108이고 18×7=126하니 조건에 18개 차이(126-108)가 나고 사람 수를 16명으로 하면 16×5+18=98, 16×7=112니 14개 모자라서 사람 수를 한명 늘려 봤어요. 그래서 17명으로 계산하니 17×5+18=103, 17×7=119 하니 16개 모자라고, 15명으로 계산하니 15×5+18=93, 15×7=105하니 105-93=12개 모자라서 답이라고 생각했어요.

S1의 마지막 말은 그의 조율적 예상과 확인을 더욱 확연히 보여준다. 사람 수를 16명에서 17명, 그리고 15명으로 옮겨가는 모습은 그의 예상과 확인이 조율적 형태를 띠고 있음을 나타낸다.

### 2) 추론적 예상과 확인 전략: S2의 사례




[그림 6] S2의 추론적 예상과 확인

S2는 나눗셈의 검산식을 이용하여 문제를 해결하고자 하였으며, 이는 예상과 확인의 성격을 띠고 있다.

RS: 어떤 생각을 가지고 풀었니?

S2: 귤 수와 사람 수를 예상해서 풀려고 했어요.

RS: 귤 수와 사람 수를 어떻게 예상했니?

S2: 7의 배수에서 12를 더하고, 5의 배수에서 18을 더했어요. 그러면 5의 배수가 3이나 8이 나와

요.

RS: 5의 배수가 3이나 8이 나온다는 말이 무슨 말이니?

S2: 5의 배수에서 18을 더하면 일의 자리가 3이나 8이 나온다는 말이에요.

RS: 그 다음엔 어떻게 풀었니?

S2: 사람 수가 1명이면 귤 7개에서 1을 곱하여 12를 더하니 19가 나오는데 일의 자리가 3이나 8이 나오지 않아 조건에 맞지가 않았어요.

S2는 검산식을 잘못 설정한 오류를 범하고 있었지만, 스스로 자신의 잘못을 인식하고 검산식을 수정하였다. 또한 이 과정에서 주목할 것은 5의 배수에서 18을 더하면 일의 자리가 3이나 8이 나온다는 추론의 대목이다. 그의 이러한 추론은 다음의 예상과 확인에서 효율성을 부가하는 원인이 되었다.

RS: 그래서 어떻게 했니?

S2: 사람 수가 2명이면 귤 7개에서 2를 곱하여 12를 더하니 26이 나와 조건에 맞지 않고, 사람 수가 3명이면 7곱하기 3에서 12를 더하여 33이 되어, 귤 5개에 3을 곱하여 18을 더하니 43이 나와 조건에 맞지 않았어요. 그래서 귤 7개씩 나누어 주면 12개가 모자라는 조건에서 12를 더하는 것이 아니라 12를 빼야하는데 실수 한 것을 발견했어요.

RS: 그래서 어떤 식으로 풀었니?

S2: 귤 7개에서 사람 수를 곱해서 12를 뺀 결과에서 일의 자리가 3이나 8이 되는 수를 찾으면 답을 구할 수 있다는 생각을 했어요. 그래서 사람 수를 5명이라고 예상했어요.

RS: 사람 수를 5명이라고 예상한 까닭이 뭐니?

S2: 사람 수가 5명이 되면 $7×5-12=23$이 되어 일의 자리가 3이 나와 예상했어요. 그런데 귤을 5개씩 나누어 주면 18개가 남는다는 조건에 맞지 않았어요.

검산식에 대한 오류를 발견한 이후, S2의 첫 예상은 사람 수 5명이었다. 이는 5의 배수에서 18을 더하면 일의 자리가 3이나 8이 나와야 된다는 그의 추론에 기반한 것이었다. 더욱 놀라운 것은 이러한 추론이 사람 수를 5의 배수로 예상하여 시행의 폭을 줄여 추론적 예상과 확인을 가능하게 한 원동력이 되었다는 점이다.

RS: 그래서 어떻게 했니?

S2: 사람 수를 10명이라고 해서 계산해 보았어요. $7×10-12=58$이 나왔는데 $5×10+18=68$이 나와 조건에 맞지 않았어요.

RS: 사람 수를 10명이라고 한 이유가 있니?

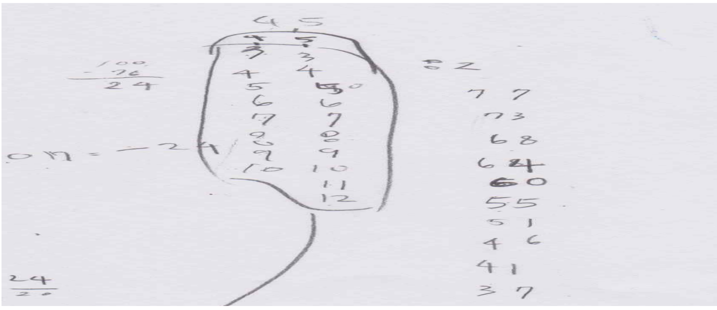
S2: 사람 수가 5의 배수가 되면, 5의 배수가 되는 수에서 12를 빼면 일의 자리가 무조건 3이나 8이 되요. 그래서 귤 7개씩 나누어 주면 12개가 모자라고, 5개씩 나누어 주면 18개가 남는다는 조건에서, 7의 배수에서 12를 뺀 결과와 5의 배수에서 18을 더한 결과가 같아야 하니깐 사람 수는 5의 배수라는 사실을 알았어요. 그래서 사람 수를 15명이라고 예상하여 구해 보니 $7×15-12=93$이 되고, $5×15+18=93$이 되어 조건에 맞아 답을 찾았어요.

S2는 사람 수를 5명, 10명, 15명으로 5의 배수로 예상함으로써 시행의 폭을 줄였으며, 이러한 추론적 예상과 확인이 가능할 수 있었던 것은 ‘5의 배수에 18을 더하면 일의 자리가 3이나 8이어야 한다’라는 그의 추론 때문이었다.

### 3) 체계적 예상과 확인 전략: S3의 사례

S3은 총 점수 76점에서 4점 문제와 5점 문제를 번갈아 하나씩 빼나가면서 4점 문제의 개수를 구하려고 시도하였으나 어려움에 부딪혀 전략을 수정하였다.

RS: 어떤 생각을 가지고 풀었니?
S3: 4점짜리 문제와 5점짜리 문제가 섞여 있으니깐 총점 76점을 받기 위해 76점에서 4점 문제, 5점 문제를 하나씩 번갈아 가면서 빼서 4점 문제의 개수를 구하려고 했어요.
RS: 문제를 풀기위해 어떤 식으로 찾아간 거니?
S3: 17문제를 맞혀서 76점을 받으니깐 17=76이라고 적고 4점과 5점을 맞힌 개수를 구하려고 했는데 막상 구하려고 하니 어떻게 해야 할지 어려워서 다른 방법으로 바꿨어요.
RS: 다른 방법으로 바꿨다는 의미는 무슨 말이니?
S3: 시험이 100점 만점이니깐 76점을 맞았으니 24점이 틀린 것이라 생각하여 풀려고 했어요.



[그림 7] S3의 체계적 예상과 확인

RS: 그래서 어떻게 풀었니?
S3: 100점 만점에 들어간 4점 문제와 5점 문제의 전체 개수를 구한 뒤에 틀린 24점에 들어간 문제수의 개수를 구해요. 4점 문제와 5점 문제의 전체 개수에서 틀린 문제에 포함된 4점 문제, 5점 문제의 개수를 빼서 4점문제의 개수를 구하려고 했어요.
RS: 자세히 설명해 보겠니?
S3: 100점 만점에 들어간 4점 문제, 5점 문제의 개수를 구하기 위해 4점, 5점 문제가 각각 2개씩 틀리면 18점이 되어 100점에서 18을 빼면 82가 됩니다. 여기서 4점, 5점 문제의 수를 하나씩 추가하여 적으면서 82점에서 점수를 뺍니다. 5점 문제가 3개가 되면 82에서 5를 빼서 77, 4점 문제가 3개가 되면 77에서 4를 빼서 73, 이런 방법으로 4점 문제와 5점 문제를 번갈아 가면서 빼다보면 4점 문제가 10개, 5점 문제가 12개가 되면 100점에서 뺀 수가 0이 됩니다. 그래서 4점 문제가 10개, 5점 문제가 12개가 되면 100점 만점이 됩니다.

100점 만점을 구성하는 4점, 5점 문제 수를 구하기 위한 S3의 첫 예상은 4점, 5점 문제가 각각 2개인 것이었다. 이후 그는 5점과 4점을 차례대로 번갈아 하나씩 빼나감으로써 마침내 4점 문제 10개, 5점 문제 12개를 구할 수 있었다. 이러한 그의 전략은 5점과 4점을 차례대로 번갈아 빼나가는 체계적인 예상과 확인이

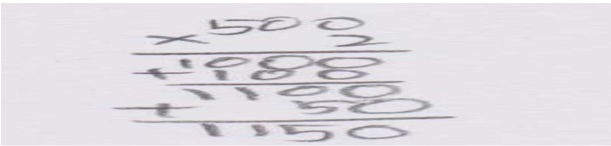
었다. 이후 그는 틀린 문제에 대한 4점과 5점 문제의 수를 구하고자 하였는데, 이는 직관적인 예상과 확인이었다.

RS: 그 다음은 어떻게 풀었니?
S3: 틀린 문제가 24점이니깐 틀린 문제에는 4점 문제 1개, 5점 문제가 4개가 됩니다.
RS: 어떻게 구했니?
S3: 24점에서 4점 문제가 1개라고 예상하고 24점에서 4점을 빼니 20이 나왔어요. 20에는 5점 문제가 4번 들어가면 20이 되어 5점 문제가 4개라는 것을 알 수 있었어요.
RS: 그래서 어떻게 구한거니?
S3: 100점 만점에 4점 문제 10개, 5점 문제 12개가 있고, 틀린 점수가 24점이니 4점 문제 1개, 5점 문제 4입니다. 그러니 4점 문제 10개에서 1개를 빼고 5점 문제 12개에서 4개를 빼면 4점 문제가 9개, 5점 문제가 8개가 되어 76점이 되고 17문제를 맞혔다는 조건에 맞습니다.

이상에서 S3은 구하고자 하는 답을 찾을 때까지 체계적으로 수치를 변화시키며 확인해 보는 과정을 통해 체계적인 예상과 확인 전략으로 문제를 해결함을 알 수 있다. 이 과정에서 맞은 문제의 개수 대신 만점과 틀린 문제에 초점을 둔 접근이 그의 체계적인 접근을 도왔음을 알 수 있다.

#### 4) 비체계적 예상과 확인 전략: S4의 사례

S4는 직관에 의존한 예상과 확인을 보여주었으며, [그림 8]에서의 행동이 문제를 보자마자 이루어졌다는 점은 그의 예상이 직관적임을 보여주는 증거이다.




[그림 8] S4의 직관적 느낌에 기반한 비체계적 예상과 확인

RS: 어떤 생각을 가지고 풀었니?
S4: 문제를 읽어보니 쉽게 풀 수 있겠다는 생각이 들었어요.
RS: 왜 쉽게 풀 수 있겠다는 생각이 들었니?
S4: 동전의 개수가 적고 동전의 총금액이 적어서 쉽게 풀 수 있겠다는 생각이 들었어요.
RS: 어떤 방법으로 푼 거니?
S4: 꺼낸 동전이 모두 1150원이고 500원짜리, 100원짜리, 50원짜리 동전이 각각 2개씩 있으니 금액이 큰 500원 동전 2개는 무조건 있어야 된다고 생각했어요. 500×2하니 1000원이 되고 150원이 남는데 50원 동전이 2개만 있으니 100원 동전 하나와 50원 동전 하나가 있으면 조건에 맞아 답을 구했어요.

S4는 주어진 조건의 수치가 적어 구하고자 하는 답이 어떤 것이 될 것이라는 직관적 느낌에 기반하여 그것으로부터 확인을 거치는 비체계적인 예상과 확인

전략으로 문제를 해결함을 알 수 있다. ‘금액이 큰 500원 동전 2개는 무조건 있어야 한다’는 그의 말은 직관이 갖는 위력을 여실히 보여준다.

## 3. 예상과 확인 전략에 대한 가치 인식

### 1) 긍정적 인식: S1의 사례

S1은 자신의 전략에 대한 강한 확신을 가지고 있었으며, 비록 시간은 걸리지만 정확한 방법으로 평가하였다.

RS: 네가 사용한 전략에 대해 너는 어떻게 생각하니?
S1: 제가 사용한 방법이 맞는 것 같아요.
RS: 왜 그렇게 생각하니?
S1: 이런 방법으로 푸니 답이 나와서요.
RS: 다음에 이런 문제가 나오면 어떤 방법으로 풀어 볼 생각이니?
S1: 지금 제가 푼 방법으로 문제를 풀 거예요
RS: 왜 그렇게 생각하니?
S1: 사람 수와 귤 수를 일일이 구하는 과정에서 시간은 걸리지만 정확성은 높은 것 같아 제가 사용한 방법으로 답을 구할 거예요.

S1은 자신이 사용한 전략에 대한 강한 확신이 있었으며, 때문에 그는 다음에 이와 같은 문제를 접해도 같은 방법으로 풀 것이라고 말하였다. 또한 그는 사람 수와 귤 수를 일일이 구하는 과정에서 비록 시간이 걸리지만 정확한 답을 구할 수 있다고 여기며 자신이 사용한 조율적 예상과 확인 전략에 대한 긍정적인 인식을 보여 주었다.

### 2) 효율성 인식: S2의 사례

S2 역시 자신의 전략에 대한 강한 확신을 가지고 있었으며, 심지어 그는 시간이 오래 걸리지 않는 효율적인 방법으로 평가하였다.

RS: 네가 사용한 전략에 대해 너는 어떻게 생각하니?
S2: 제가 사용한 방법이 맞는 것 같아요.
RS: 왜 그렇게 생각하니?
S2: 처음에 제가 세운 가설이 정확하기 때문에 그런 것 같아요.
RS: 정확한 가설을 세웠다는 것이 무슨 말이니?
S2: 예상한 값을 제가 세운 가설에 넣어보고 풀어보면서 답을 확인했다는 말이에요.
RS: 조금 더 자세히 말해주겠니?
S2: 사람 수가 5의 배수가 되어야 한다는 말이에요. 귤 7개씩 나누어 주면 12개가 모자라고, 5개씩 나누어 주면 18개가 남는다는 조건에서, 사람 수가 5의 배수의 수로 예상을 해서 구해보면 답을 쉽게 찾을 수 있었어요.

RS: 다음에도 이와 비슷한 문제가 있으면 네가 사용한 전략으로 문제를 해결할거니?
S2: 예
RS: 왜 그렇게 생각하니?
S2: 값을 하나하나 넣어서 풀면 시간이 오래 걸리지만 제가 사용한 방법으로 풀면 시간이 오래 걸리지 않고 답을 쉽게 찾을 수 있어요.

S2는 문제를 해결하기 위해 체계적으로 수치를 변화시켜 구하면 시간이 오래 걸리지만 적절한 지식을 이용한다면 시행의 폭을 줄여 빠른 시간에 정확한 답을 구할 수 있기 때문에 자신의 전략에 만족하는 태도를 보이고 있었다.

### 3) 부정적 인식: S3의 사례

S3은 자신의 체계적인 예상과 확인에 대한 부정적인 인식을 가지고 있었다.

RS: 네가 사용한 전략에 대해 너는 어떻게 생각하니?
S3: 제가 사용한 방법이 조금 이상하다는 생각이 들어요.
RS: 왜 그렇게 생각하니?
S3: 뭔가 다른 방법으로 풀 수 있을 것 같은데 제가 사용한 방법으로 푸니깐 풀이가 이상한 것 같아요.
RS: 풀이가 왜 이상한 것으로 여겨질까?
S3: 예전에 비슷한 문제를 풀어본 경험이 있어 이런 방법으로 풀어본 적이 있어요. 다른 방법으로 풀어보려고 했는데 잘 안 돼서 조건에 맞는 숫자를 하나하나씩 적어서 풀었어요. 그런데 숫자를 하나하나씩 적어서 푸는 것이 왠지 이상한 풀이가 아닌가하는 생각이 들어요.

자신의 전략에 대한 S3의 인식은 다소 부정적임을 알 수 있다. 더욱이 그는 체계적으로 수치를 변화시켜 예상과 확인을 했음에도 이를 이상한 풀이로 여긴 것은 놀라운 일이다. 이는 예상과 확인 전략의 올바른 사용 뿐 아니라, 그에 적합한 인식에 대한 교육 역시 필요함을 시사한다.

### 4) 비체계적 예상과 확인에 대한 긍정적 인식: S4의 사례

S4는 비록 직관에 기반한 비체계적 예상과 확인 전략이었지만, 자신의 전략을 긍정적으로 평가하고 있었다.

RS: 네가 사용한 전략에 대해 너는 어떻게 생각하니?
S4: 제가 사용한 방법이 맞는 것 같아요.
RS: 왜 그렇게 생각하니?
S4: 자리수가 작으니깐 정확하게 구할 수 있고 빨리 구할 수 있어 제 방법이 맞는 것 같아요.
RS: 자릿수가 작다는 말이 무슨 말이니?
S4: 동전의 개수가 작고 총액도 작다는 말이에요.
RS: 다음에 이런 문제가 나오면 어떤 방법으로 풀어 볼 생각이니?
S4: 지금 제가 푼 방법으로 문제를 풀 거예요

RS: 왜 그렇게 생각하니?
S4: 금액이 큰 액수의 동전의 개수를 먼저 구하고 남는 작은 금액에서 동전의 수를 구하니 빠르고 정확하게 답을 찾을 수 있어서요.

S4는 직관적인 느낌을 바탕으로 예상과 확인 전략을 사용하여 문제를 해결한 자신의 방법에 대해 긍정적인 가치 태도를 가지고 있었다. 이는 그의 직관이 큰 동전의 개수를 먼저 구해야 한다는 원칙하에 이루어진 효율적 전략이기에 나타난 반응으로 풀이된다.

## Ⅴ. 결론

예상과 확인은 초등학교 수학교과서에 문제 해결 전략의 하나로 등장하지만, 이 전략은 비단 초등학교 문제 해결에 국한된 것은 아니다. 예컨대, 귀납적 추론은 몇 가지 예를 통한 예상과 이를 확인하려는 시도라는 측면에서 예상과 확인의 한 형태로 볼 수 있다. 또한 예상과 확인은 중학교, 고등학교의 인수분해 및 조립제법 등의 과정에서도 사용되고 있다. 따라서 초등에서 지도되는 예상과 확인에 대한 철저한 지도가 요구된다.

예상과 확인은 다수의 학자들(강문봉 외, 1991; 강문봉 외, 2005; 신현성·김경희, 1998)의 주장처럼 예상에 대한 효율적인 조율의 과정이 요구된다. 앞선 예상들이 뒤의 예상에 영향을 미치는 형태가 요구되는 것이다. 그런데 이를 학습한 초등학생들이 예상과 확인을 조율적으로 잘 수행해 가는지에 대해 의구심이 제기된다. 이에 본 연구에서는 예상과 확인 전략을 사용하는 초등학교 학생들의 인지적 특성을 살펴보았다.

구체적으로 50명의 초등학교 5학년 학생을 대상으로 이들의 문제 해결 양상을 확인해 보았으며, 예상과 확인 전략을 성공적으로 사용한 학생들의 전략 실행의 실제와 전략에 대한 가치 인식을 살펴보았으며, 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 대체적으로 비체계적 전략 사용의 비율이 높은 것으로 드러났다. 문항 1, 문항 2, 문항 3에 대한 비체계적 전략 사용의 비율은 각각 100%, 62.5%, 40%로 적지 않은 비율로 나타났다. 물론 문항 1의 경우 직관적인 예상이 용이한 문항임을 감안하더라도, 이러한 결과는 예상과 확인 전략 사용에 대한 재고가 필요함을 시사한다.

둘째, 예상과 확인 전략 사용이 가능한 문장제에서 난이도가 낮은 문항의 경우 비체계적 전략이 주류를 이룬데 반해, 난이도가 높은 문항일수록 체계적, 추론적, 조율적 전략이 등장하는 비율이 높아졌다. 특히 비체계적 예상과 확인만으로 해결이 쉽지 않은 문항 3의 경우에는 체계적, 추론적, 조율적 전략에 대한 비율의 합이 60%로 비체계적 전략의 비율 40%보다 높은 것으로 나타났다.

셋째, 예상과 확인이 체계적이기 위해서는 새로운 사실의 발견이 필요함을 S1, S2의 사례를 통해 확인할 수 있었다. S1은 ‘사람 수가 많으니 귤의 수가 많아진다’는 사실을 발견함으로써 예상을 조율해 갈 수 있었다. 또한 S2는 ‘5의 배수에서 18을 더하면 일의 자리는 3이나 8이어야 한다는 사실을 발견함으로써 사람 수를 5의 배수로 예상하여 시행의 폭을 줄인 추론적 예상과 확인할 수 있었다. 이는 새로운 사실의 발견이 효율적인 예상과 확인의 원동력이 됨을 시사한다.

넷째, 예상과 확인 전략에 대한 인식과 관련하여 조율적, 추론적 예상과 확인의 경우 자신의 전략에 대한 긍정적 가치를 확인할 수 있었다. 조율적 예상과 확인으로 대표되는 S1의 경우 비록 시간은 걸리지만 정확한 방법이라는 생각을 가지고 있었다. 또한 추론적 예상과 확인으로 대표되는 S2의 경우에는 시간 역시 오래 걸리지 않는 효율적 방법이라는 긍정적 생각을 가지고 있었다. 이는 사고의 차원이 높을수록 그 전략에 대한 만족감이 높아질 수 있음을 보여준다.

다섯째, 체계적인 예상과 확인 전략을 수행할지라도 그 전략에 대한 부정적 인식이 가능함으로 S3의 사례를 통해 확인할 수 있었다. S3은 체계적인 예상과 확인 전략 사용으로 대표되는 사례이다. 그럼에도 그는 이 전략을 이상한 방법이라고 인식하고 있었다. 이러한 결과는 전략 사용과 별도로 전략에 대한 인식 지도가 필요함을 보여준다.

이상의 결과로부터 학교 수학에서 예상과 확인 전략의 바람직한 사용을 돕기 위한 다음과 같은 몇 가지 교수학적 시사점을 얻을 수 있다.

첫째, 비체계적 예상과 확인의 비율이 적지 않은 것으로 나타난 만큼, 조율적 예상과 확인 전략 사용을 도울 수 있는 교수 학습 방안 마련이 요구된다. 이를 위해서는 단순히 예상과 확인 전략을 지도하는 것만으로 부족하면 비체계적인 예상과 확인과 대비되는 조율적 예상과 확인이 갖는 가치 인식을 돕는 기회가 제공될 필요가 있다. 이를 통해 조율적 예상과 확인 전략 사용을 독려할 필요가 있다.

둘째, 예상과 확인 전략의 체계성을 높이기 위해서는 비체계적 예상과 확인으로 해결이 쉽지 않은 문제를 활용하는 것이 도움이 될 수 있다. 문항 3의 경우 다양한 형태의 예상과 확인 전략이 사용되었다. 이는 문항 3이 비체계적 예상과 확인만으로 해결이 쉽지 않기 때문에 빚어진 결과로 풀이된다. 이러한 점을 고려할 때, 조율적 예상과 확인 전략 사용을 돕기 위해서는 이와 같은 문제의 제공이 우선되어야 할 것이다.

셋째, 예상과 확인 전략 사용에서 예상의 조율성을 높이기 위해서는 추론에 의한 발견의 과정이 필요한 만큼, 예상의 과정에서 새로운 사실의 발견을 적극 권장할 필요가 있다. 이를테면, 단순히 예상과 확인에 의한 문제 풀이에 그칠 것이 아니라, 예상의 과정에서 발견 가능한 사실에 대한 추론을 독려할 필요가 있다. 또한 이 과정에서 교사는 학생들의 사소해 보이는 발견을 격려해 줄 필요가 있다. 문항 3에서 ‘사람 수가 많으니 귤의 수가 많아진다’는 것은 교사에게 당연한 사실이다. 그렇지만 학생에게 이것은 새로운 사실이 될 수 있다. 그럼 만큼 새로

운 사실의 발견은 그것의 수준에 관계없이 존중받을 필요가 있다. 그렇게 될 때 그 다음에 더욱 수준 높은 발견이 가능할 수 있게 될 것이기 때문이다.

넷째, 예상과 확인 전략의 효율적 사용을 돕는 지도와 별개로 올바른 인식을 돕기 위한 별도의 교육이 수반될 필요가 있다. 수학에서 많은 결과는 논리적 결과에만 의존하여 진보되는 것이 아니다. 논리적이지 않은 추론의 과정, 즉, 예상과 확인을 통해 발견되고 정당화됨으로써 발전되기도 한다. 그런 만큼 예상과 확인 전략을 이용한 문제 해결 역시 중요한 하나의 전략으로 간주되어야 할 필요가 있다. 더욱이 그것이 조율적이라면 수학적 사고의 일부로 취급되고 다루어질 필요가 있다. 이러한 인식 변화를 돕기 위해서는 전략 사용과는 별도로 가치 인식을 돕는 교육이 진행될 필요가 있다. 이를테면, 예상과 확인 전략에 대한 장·단점을 토론하는 기회를 제공하는 것이 한 방법이 될 수 있을 것이다.

## 참고문헌

[1] 강문봉·강홍규·김수미·박교식·박문환·서동엽·송상헌·유현주·이종영·임재훈·정동권·정은실·정영옥(2005). 초등수학교육의 이해. 서울: 경문사.

[2] 강문봉·박교식·류희찬(1991). 수학 문제해결 전략의 상세화 및 계열화, 한국교육, 18, 85-102.

[3] 교육부(1997). 수학과 교육과정.

[4] 교육과학기술부(2011a). 초등학교 수학 3-2. 서울: 두산동아.

[5] 교육과학기술부(2011b). 초등학교 수학익힘책 3-2. 서울: 두산동아.

[6] 교육과학기술부(2011c). 초등학교 수학 5-2. 서울: 두산동아.

[7] 교육과학기술부(2011d). 초등학교 수학익힘책 5-2. 서울: 두산동아.

[8] 교육과학기술부(2011e). 초등학교 수학 6-2. 서울: 두산동아.

[9] 교육과학기술부(2011f). 초등학교 수학익힘책 6-2. 서울: 두산동아.

[10] 교육부(2014a). 초등학교 수학 3-1. 서울: 천재교육.

[11] 교육부(2014b). 초등학교 수학 4-1. 서울: 천재교육.

[12] 교육부(2014c). 초등학교 수학 4-2. 서울: 천재교육.

[13] 교육부(2015a). 초등학교 수학 5-1. 서울: 천재교육.

[14] 교육부(2015b). 초등학교 수학 6-1. 서울: 천재교육.

[15] 김명진(2008). 다양한 문제 해결 전략에 대한 10단계 수학교과서 분석 연구. 건국대학교 교육대학원 석사학위논문.

[16] 김민정(2005). 문제해결 사고전략과 신장방안에 관한 연구. 신라대학교 교육대학원 석사학위논문.

[17] 김은혜·박만구(2011). 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 개방형 문제해결 전략 및 행동 특성 분석. 한국초등수학교육학회지, 15(1), 19-38.

[18] 박가영(2012). 문제해결 전략을 통한 실생활 문제 지도방안 연구-중학교 수학 중심으로-. 숙명여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

[19] 박정아·신현용(2005). 중학교 1학년 학생들의 농도 문장제 해결력에 대한 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 44(4), 525-534.

[20] 서지영(2011). 중학생들의 문장제 문제 해결과정에서 나타나는 오류 분석. 순천대학교 대학원 석사학위논문.

[21] 신현성·김경희(1998). 수학적 문제해결. 서울: 경문사.

[22] 양은경·황우형(2005). 수학 학습유형과 문제 해결 전략. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 44(4), 565-586.

[23] 오은주(2009). 문제 해결 전략을 이용한 수학 학습 지도의 효과에 대한 연구. 서원대학교 교육대학원 석사학위논문.

[24] 이미경(2008). 수학 문제 해결과정에서 다양한 전략 이용에 대한 연구. 아주대학교 교육대학원 석사학위논문.

[25] 이수은(2014). 풀이방법이 다양한 문제해결에서 나타나는 수학영재들의 선호 전략 분석. 경인교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.
[26] 이승자(2004). 심화반 · 보충반 학생들의 문장제 해결 전략 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
[27] 이준열·최부림·김동재·송영준·윤상호·황선미(2009) 중학교 수학 3. 서울: 천재교육.
[28] 장은지(2010). 문제해결전략을 이용한 학습이 수학 학업성취도와 학습태도에 미치는 영향. 국민대학교 교육대학원 석사학위논문.
[29] 최병훈·방정숙(2012). 초등학교 4,5,6학년 영재학급 학생의 패턴 일반화를 위한 해결 전략 비교. 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, 22(4), 619-636.
[30] 최혜진(2014). 문제해결 교육에 대한 초등학교 수학 교육과정기별 비교 분석. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.
[31] Polya, G.(1986). 어떻게 문제를 풀 것인가. 서울: 천재교육 (우정호 역)
[32] Ng, S. F. & Lee, K.(2009). The model method: singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. Journal for Research in Mathematics Education, 40(3), 282-313.

Choi, IlSeok
Jinyoung Daeheung Elementary School
Gimhae, 621-807, Korea
E-mail: doongs@hanmail.net

Kang, JeongGi[3)]
Gimhae Daegok Middle School
Gimhae 621-918, Korea
E-mail: jeonggikang@gmail.com

Roh, EunHwan
Department of Mathematics Education
Chinju National University of Education
Jinju 660-756, Korea
E-mail: idealmath@gmail.com; ehroh@cue.ac.kr

3) Corresponding author