

초등 예비교사의 수학수업에서의 학습과제의 인지적 수준 분석¹⁾

권성룡 (공주교육대학교)

본 연구는 초등예비교사가 수학수업에서 활용한 과제의 특성을 살펴보았다. 이를 위해서 G교육대학교 3학년에 재학중인 2개반 학생들 중 4주간의 교육실습에서 수학수업을 배정받아 수업을 한 학생들 중 자신의 수업동영상, 수업계획서, 동영상 전자자료를 제출한 50명의 학생들을 연구대상으로 선정하였다. 수집된 자료를 바탕으로 예비교사가 수학수업시간에 활용한 과제의 출처, 과제의 수정여부, 수정방법, 과제의 인지적 요구 수준을 분석하였다.

I. 서론

일반적으로 수학수업은 수학 과제를 중심으로 조직되며 과제에 대한 학생들의 활동을 통해서 이루어진다(Doyle, 1988). 수학 과제란 학생들이 특정 수학적 아이디어에 집중하도록 하는 일련의 문제들이나 하나의 복잡한 문제(Stein, Grover, & Henningsen, 1996)라고 할 수 있으며, 일반적으로 학생들의 수학적 발달을 위한 지적인 맥락을 제공하는 프로젝트나 질문, 문제, 작도, 응용, 연습 등을 말한다(National Council of Teachers of Mathematics, 1991).

교사는 학습목표의 달성을 위해 학습활동을 학생들에게 제공하고, 학생들은 학습활동을 경험함으로써 수학을 학습한다. 이러한 학생들의 학습활동은 주로 수학 과제에 의해서 구체화되므로, 과제는 학습자가 교육내용을 이해할 수 있는 효과적인 학습의 맥락이며 학습을 촉진하기 위한 교실 수업의 중요한 수단이다. 따라서 성공적인 수학수업을 위해서 교사는 효과적인 수학 과제를 준비해야 한다.

학습 과제의 준비를 위해 교사가 선택할 수 있는

방법 중 하나가 교과서와 같이 이미 만들어진 자료를 활용하는 것이다. 교과서 이외에도 다양한 교육과정 자료나 교수-학습 자료에 포함된 수학 과제를 그대로 또는 일부를 선택해서 수학수업에 활용할 수 있다. 그런데 이미 만들어진 자료에 포함된 과제가 수업의 목표에 부합되지 않거나 학생들 수준에 적합하지 않을 때에는 과제를 수정해서 활용할 수도 있다. 다른 한편으로, 기존의 자료와는 별개로 새로운 과제를 만들어서 활용할 수 있다. 이미 만들어진 과제 가운데 적당한 자료를 선택할 수 없거나 이들을 일부 수정해서도 원하는 과제를 만들 수 없는 때 교사는 수업의 목표와 학생들의 수준에 적합한 과제를 구성해야만 한다. 어떤 방법을 활용하든 수학 과제는 학습자가 감정이입을 통해 능동적으로 학습활동에 참여할 수 있을 만큼 실제적이며 매력적인 과제여야 한다. 이런 측면에서 수학 과제는 성공적인 수학수업을 위한 필수불가결한 요소이며, 수업목표를 달성하기 위해서는 효과적인 과제를 선택하거나 수정하거나 구성하는데 필요한 다양한 지식을 가질 필요가 있다. 학생들이 경험하게 될 수학 과제의 질(quality)은 교사에 의해서 결정되기 때문(NCTM, 1991)에 수학 과제에 대한 교사의 이해는 중요하다. 동일한 학습목표를 가진 수업이라고 해도 교사마다 서로 다르게 수업을 조직하며, 교사가 제시하는 과제의 구조와 특성에 따라 학생들 역시 서로 다른 방식으로 반응한다. 따라서 어떤 수학 과제를 활용하여 수업을 조직할 것인지는 중요하며 이것은 교사가 가진 수학 과제에 관한 지식의 영향을 받는다.

Chapman(2013)은 수학에 대한 학생들의 개념적 이해를 촉진하고 수학적 사고의 발달을 지원하며 학생의 흥미와 호기심을 유발할 수 있는 과제를 교사가 선택하고 개발하는데 필요한 지식을 가지고 있어야 한다고 보고 이를 MtKT(mathematical-task knowledge for teaching)라고 정의하였다. MtKT는 수학교수지식(mathematical knowledge for teaching, 이하 MKT)과 마찬가지로 오랜 시간에 걸쳐서 점진적으로 개발되

1) 본 연구는 2013년 공주교육대학교 교내학술연구비의 지원을 받아 이뤄진 연구임.

* 접수일(2015년 6월 27일), 심사(수정)일(2015년 6월 30일), 게재확정일(2015년 8월 24일)

* ZDM분류 : B52

* MSC2000분류 : 97D40

* 주제어 : 예비초등교사, 수학과제, 인지적 요구 수준

로 교사양성과정에서부터 지속적이며 체계적으로 개발하는 것이 필요하다.

수학 과제와 관련된 지식에는 과제가 어떤 수학적 아이디어와 관련되는지, 개방형인지, 어떤 표상과 관련되는지 등과 같이 여러 가지가 있다. 과제에 대한 이런 지식들만큼 중요한 것이 과제가 학생들에게 어떤 사고를 요구하는가와 관련된 지식이다. 이와 관련하여, QUASAR 프로젝트 팀(Smith & Stein, 1998; Stein, Grover & Henningsen, 1996; Stein & Smith, 1998; Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000)에서는 Doyle(1983, 1988)과 Hiebert & Weare(1993)의 연구를 이론적 기반으로 수학 과제의 인지적 요구 수준을 낮은 수준(암기, 연결성 없는 절차)과 높은 수준(연결성 있는 절차, 수학행하기)으로 구분하였다. 낮은 수준에 해당하는 암기(memorization)과제는 이전에 배운 사실, 규칙, 공식, 정의를 재생하거나 이를 암기하는 것과 관련되며, 연결성 없는 절차(procedures without connections to meaning)과제는 이용할 절차가 구체적으로 제시되거나, 이전의 수업이나 경험 등을 바탕으로 어떤 절차를 이용해야 할지가 분명해서 그 절차를 따르기만 하면 된다. 반면 높은 수준에 해당하는 연결성 있는 절차(procedures with connections to meaning)과제는 수학적 개념이나 아이디어의 이해를 심화하기 위한 목적으로 학생들이 절차를 활용하도록 하는데 초점을 둔다. 수학행하기(doing mathematics)과제는 해결방법이 명확하지 않은 과제로 가능한 해결 전략을 적극적으로 조사해야만 하며 관련된 수학적 개념, 절차, 관계의 특성을 탐구하고 이해해야만 한다. 따라서 어떤 과제인가에 따라서 학습자가 경험하는 사고는 달라진다.

학생들의 학습을 결정하는 것은 소집단구성이나 구체물 또는 계산기의 제공 여부가 아니라 학생들이 어떤 종류의 사고를 하는가이다(NCTM, 1991). 따라서 학습자에게 제공되는 수학 과제를 조사해 보는 것은 학습자가 경험할 사고를 살펴볼 수 있다는 측면에서 의미있는 고찰이 될 것이다. 본 연구에서는 실제 수학 과제를 대한 지식이 많지 않은 초등예비교사가 수업시간에 활용할 과제를 어떻게 준비하는지, 실제로 활용한 과제의 인지적 요구 수준은 어떠한지를 분석해 보고자 한다. 구체적으로 초등예비교사가 수학수업에서 활용하는 과제가 교과서의 과제를 수정해서 활용하는

지의 여부를 살펴보고, 수정했다면 무엇을 수정했는지를 알아볼 것이다. 또 초등예비교사가 수학수업에 활용한 과제의 인지적 요구 수준을 살펴보고 이를 통해 이후 교사교육에 대한 시사점을 도출하고자 한다.

II. 수학 과제(mathematical task)와 MtKT

1. 수학 과제와 인지적 요구 수준

Hiebert et al.(2004)은 학습 환경을 구성하는 요소로써 과제특성, 교사역할, 교실문화, 수학적 도구 활용, 접근가능성을 제시하면서 과제를 수업시스템의 첫 번째 주요 요소로 보았다. 교사의 교수관행 점검을 위한 인지적 모델을 고안한 Artzt와 Armour-Thomas(2002)는 지식과 새로운 정보를 관련시켜 문제해결에 능동적으로 참여할 수 있는 기회를 제공하는 모든 자료를 수학적 과제로 규정하였다. 일반적으로 수학 과제란 학생들의 수학적 발달을 위한 지적인 맥락을 제공하는 프로젝트나 질문, 문제, 작도, 응용, 연습 등을 말하는 것(NCTM, 1991)으로, 학생들이 수학을 학습하기 위해 참여하는 활동을 총칭하는 것이다. 성공적인 수업을 위해서는 흥미를 유발하여 학습자가 학습활동에 참여하도록 동기를 제공하는 수학 과제가 필요하다. 또한 중요한 수학적 아이디어에 대한 경험을 제공함으로써 학생들에게 지적인 도전감을 줄 수 있어야 한다;

좋은 과제는 수학적 사고를 수학적 개념 및 기능과 분리하지 않으며, 학생들의 호기심을 자극하여 숙고하게 하며 자신의 직감을 따르게 한다. 이런 과제들은 한 가지 이상의 흥미로운 방법으로 해결할 수 있으며 한 가지 이상의 해답을 가진다. 이런 과제는 학생들에게 서로 다른 전략과 그 결과에 대해 추론하게 하고, 대안에 대한 찬성과 반대 의견을 숙고하여 하나의 방법을 따르도록 하기 때문에 교실에서의 의미 있는 담화를 촉진한다(NCTM, 1991, p. 25).

수업에서 수학적 과제를 선택하는 것이 교사의 중요한 책임 중 하나이다. 바람직한 수학적 과제는 중요한 수학 내용을 담고 있어야 하며, 학습자의 이해나 관심 또는 경험을 바탕으로 수학적 아이디어들을 연결

하여 하나의 일관된 체계를 개발할 수 있도록 문제해결, 추론, 의사소통이 필요한 과제이다(NCTM, 1991). 이런 측면에서 좋은 과제를 선택하고 구성하는 것은 성공적인 수학지도의 핵심이다(Doyle, 1988). 따라서 수학 과제를 선택하거나 수정 또는 구성함에 있어서 교사는 수학적 내용과 학생 그리고 학생이 수학을 학습하는 방법을 고려해야만 한다.

수학 과제를 고려함에 있어서 과제가 어떤 수학 내용과 관련되는지 뿐만 아니라 과제를 해결하는 것이 어떤 인지 과정과 관련되는지에 대해서도 고려할 필요가 있다. 사실, 수학학습에서 학생들에게 제공되는 과제의 유형과 학생들의 학습 사이의 관계는 오랜 동안 중요한 연구주제였다(Arbaugh & Brown, 2005). 연구결과(예를 들면, Marx & Walsh, 1988; Hiebert & Wearne, 1993; Stein & Lane, 1996)를 통해서, 수학 과제가 요구하는 학생들의 사고수준과 수학에 대한 학생들의 이해사이에는 밀접한 관계가 있음을 알 수 있다.

Doyle(1988)은 인지적 요구 수준이 다른 과제는 다른 종류의 학습을 제공한다고 보았다. 복잡한 문제를 해결해야만 하는 과제는 인지적으로 도전적인 과제인 반면에 그렇지 않은 과제들도 있다. 따라서 인지적 요구 수준이 다른 과제의 특성을 이해하는 것은 학생들의 학습 기회를 이해하는데 도움이 된다. Doyle(1983, 1988)과 Hiebert & Wearne(1993)의 연구를 이론적 바탕으로 QUASAR 프로젝트 팀(Smith & Stein, 1998; Stein et al., 1996; Stein & Smith, 1998; Stein et al., 2000)에서는 수학 과제의 인지적 수준을 낮은 수준(암기, 연결성 없는 절차)과 높은 수준(연결성 있는 절차, 수학행하기)으로 구분하였다.

암기(memorization)과제는 이전에 학습한 사실, 규칙, 공식, 정의 등에 대한 기억을 재생하는 것만으로도 문제해결이 가능한 과제이다. 이런 과제는 관련된 절차가 존재하지 않거나 절차를 사용하지 않고서도 해결할 수 있는 과제를 말하는 것으로 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ 등과 같이 익숙한 분수를 소수와 퍼센트로 나타내는 과제가 그 예이다.

연결성 없는 절차(procedures without connections)과제는 해결에 이용되는 절차가 이해나 의미 또는 관련 개념과 연결성이 떨어지는 과제로 알고리즘 적이라고 할 수 있다. 이런 유형의 과제는 문제해결에 이용할 특정절차가 문제에 명시적으로 제시되어 있거나 이

전수업, 경험 또는 과제의 특성에 기초해 보았을 때 어떤 절차를 사용해야 하는지가 분명하기 때문에 인지적 요구 수준이 높지 않다. 절차의 활용이 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻는데 초점을 두기 때문에 설명을 요구하지 않거나 사용한 절차를 간단하게 기술하는 정도의 과제로 $\frac{3}{8}$ 을 소수와 퍼센트로 바꾸어 나타내는 과제와 같이 지정된 절차를 적용하면 쉽게 해결할 수 있는 과제가 그 예라고 할 수 있다.

연결성 있는 절차(procedures with connections)과제는 과제해결을 위해서 절차를 이용해야 한다는 점은 연결성 없는 절차와 같지만 이용하는 절차가 이해나 의미 또는 관련 개념과 연결성을 가진다는 점이 다르다. 이런 관련성을 바탕으로 학습자들은 수학적 개념과 아이디어에 대해 좀 더 깊이 이해하게 된다. 과제에서 이용할 절차가 명시적으로나 암묵적으로 제시되어 있지만 개념적 관련성을 고려하지 않고서는 그 절차를 수행하기 어렵기 때문에 인지적 요구 수준이 높다. 성공적인 과제수행을 위해서는 관련된 개념이나 수학적 아이디어를 이해해야만 한다. 10×10 모눈종이를 이용해서 $\frac{3}{5}$ 과 크기가 같은 소수와 퍼센트를 나타내는 과제가 그 예라고 할 수 있다.

수학 행하기(doing mathematics)과제는 명확히 제안되거나 예측 가능한 미리 연습된 접근방법이나 방법이 존재하지 않는 과제로 해결을 위해서는 복잡하고 비알고리즘 적인 사고가 필요하다. 따라서 학생들이 관련된 수학적 개념, 절차, 관계의 특성을 탐구하고 이해해야만 문제를 해결할 수 있다. 따라서 과제에서 요구하는 인지적 수준이 높으며, 해결방법이 명확하게 드러나지 않기 때문에 이로 인한 일정한 정도의 불안을 겪을 수도 있다. 4×10 직사각형의 일부가 색칠된 격자를 보고 색칠된 영역을 퍼센트, 소수, 분수로 나타내고 설명하는 활동이 그 예이다.

수업에서의 수학적 활동은 수학 과제를 중심으로 조직되며, 수학 과제에 대한 경험을 바탕으로 수학학습이 이뤄진다. 수업에서 활용되는 과제에 대한 이런 경험이 누적되어 학습자는 수학, 수학학습, 수학적 이해 등에 대한 생각을 만들게 된다. 따라서 어떤 과제를 경험했는지는 중요하며 특히 교사는 학습목표가 무엇인지를 명확히 인식하고 이를 바탕으로 목표에 부합

하는 수학 과제를 설정해야만 한다. 예를 들면, 학생들이 자신의 사고과정이나 문제해결과정을 설명하고 정당화하기를 원한다면 이런 기회를 제공할 수 있는 과제를 선택해야만 한다. 단순히 정확하고 빠른 계산이 필요한 과제를 제공해서는 이런 종류의 수학적 경험을 제공하기 어렵다. 수학적 활동의 핵심이 수학적 사고에 있다면, 양질의 수학수업을 위해서 수학 과제는 학생들의 인지 과정을 자극할 수 있어야 한다(Hiebert & Wearne, 1993).

2. 수학-과제 지식(MtKT)

수업에서 활용할 수학 과제는 교사에 의해서 결정된다. 이런 측면에서 학생들이 경험하게 될 수학 과제의 질은 교사의 책임이다(NCTM, 1991). 양질의 수학 과제를 준비하기 위해서 교사는 수학 과제에 대한 깊이 있는 이해가 필요하다. 이런 이해는 수학 과제에 대한 다양한 지식을 바탕으로 한다.

Chapman(2013)은 수학 과제에 대한 교사의 지식을 MtKT라고 명명하고, 수학에 대한 학생들의 개념적 이해를 촉진하고 수학적 사고의 발달을 지원하며 학생의 흥미와 호기심을 유발할 수 있는 과제를 교사가 선택하고 개발하는데 뿐만 아니라 이런 과제가 가진 학습 잠재성을 최대한 활용하기 위해서 필요하다고 보았다. Chapman(2013)에 따르면 교사는 수학 과제에 대한 다음의 몇 가지의 지식이 필요하다.

첫째, 교사는 수학적으로 가치 있는 과제의 특성을 이해해야 한다. 예를 들면, 과제가 중요한 수학 내용과 관련되는지, 여러 가지 방법으로 해결가능한지, 다양한 표상을 활용하는지, 다른 수학 아이디어와 연결되는지, 학생에게 정당화하고 해석하고 추측하게 하는지, 높은 수준의 인지적 요구를 하는지 등을 판단할 수 있어야 한다. 둘째, 내용면에서 수학적으로 풍성하고, 깊이 있는 이해를 수반하는 의미 있는 수학학습의 측면에서 교수학적으로 풍성하고, 흥미와 학습의 필요성이란 측면에서 개인적으로 풍성한 과제가 무엇인지를 알고 이를 선택하고 만들 수 있는 능력이 있어야 한다. 셋째, 과제의 인지적 요구 수준에 대한 지식이 필요하다. 더불어 이런 지식을 바탕으로 과제가 제공하는 학습의 수준 및 수학적 이해의 관점에서 과제의 인지적 요구 수준과 과제의 목표 간의 관계에 대한 지식이 필요하

다. 넷째, 학생의 이해, 관심, 경험에 대한 지식이 필요하며 학생들의 다양한 수학 학습에 대한 지식이 필요하다. 다섯째, 교사의 과제 선택 및 수업에서의 과제 활용이 학생들이 수학을 이해하고 수학을 행하고 이를 적용하는데 어떤 영향을 미치는지에 대해서 이해해야만 한다. 여섯째, 과제의 어떤 측면을 강조할 것인지, 학생의 활동을 어떻게 조직하고 조화시킬 것인지, 수준이 다른 학생들을 어떤 질문을 통해서 사고를 자극할 것인지, 학생들의 사고 기회를 박탈하지 않으면서 학생들의 사고를 어떻게 지원할 것인지에 대한 지식이 필요하다.

MtKT가 MKT의 일부분이라는 측면에서 보면, 교사양성의 전체적인 과정에서 지속적으로 구성하고 개발할 필요가 있다. 특히 실제 수업 상황을 바탕으로 교사의 MtKT를 개발할 수 있다는 측면에서 교육실습은 예비교사에게 가치 있는 기회가 될 수 있다.

III. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구는 초등예비교사의 수학수업에 활용되는 수학 과제의 인지적 요구 수준의 고찰을 목표로 한다. 이를 위해서는 초등예비교사가 실제 수업에서 어떤 수학 과제를 활용했는지에 대해 자료를 수집할 필요가 있다. 자료 수집을 위해 본 연구에서는 G 교육대학교 3학년에 재학 중인 학생들 중 교육실습에 참여한 2개 심화과정 학생 61명(남자 22명, 여자 39명)을 연구대상으로 편의 선정하였다.

연구대상으로 선정된 학생들은 4주간(2014. 10. 6 ~ 2014. 10. 31)의 실습 중 자신이 배정받은 수학수업의 수업계획서, 수업 동영상, 동영상 전사 자료를 제출하도록 하였다. 그러나 연구대상자로 선정된 학생 중 자신의 수업 동영상을 촬영하지 못하여 수업 동영상과 전사 자료를 제출하지 못한 학생 11명(남자 3명, 여자 8명)은 최종적으로 연구대상에서 제외하였다.

2. 자료수집

자료수집을 위해서 교육실습을 시작하기 전 연구대

상 학생들에게 교육실습 중 1차시 이상의 수학수업을 배정받을 것을 공지하여 모든 학생이 수학수업을 배정 받았다. 연구대상 학생들에게는 자신의 수업을 동영상으로 촬영한 후 이를 전사함으로써 자신의 수업계획서와 실제 수업을 비교하여 스스로 자신의 수업을 분석해 보도록 하였다.

연구대상 학생들은 배정받은 수학수업에 대한 수업계획서를 작성하고, 이를 바탕으로 수업을 진행하면서 교사활동을 중심으로 수업의 동영상을 촬영하였다. 최종적으로 동영상을 전사하여 수업계획서, 수업 동영상, 동영상 전사 자료를 제출하였다.

3. 자료분석

자료분석은 먼저 초등예비교사가 수학수업에서 활용한 과제를 교과서의 과제와 비교하여 교과서 과제를 그대로 활용했는지, 수정했는지, 새롭게 구성했는지를 분석하였다. 과제를 수정한 경우에는 과제의 어떤 부분을 수정했는지에 대해서 분석하여 수정유형별로 비율을 구하였다.

두 번째로 이용한 과제의 인지적 요구 수준을 분석하였다. 이를 위해서 Stein & Smith(1998)가 제시한 [그림 1]의 과제분석지침을 활용하였다. 과제의 인지적 요구 수준의 판별은 연구자와 현직교사 2명³⁾이 독립적으로 판단한 후, 차이가 있는 경우 논의를 통해서 최종적으로 수준을 결정하였다.

IV. 결과분석

50명의 초등예비교사를 대상으로 수집한 자료를 수학 과제의 수정 여부, 수정 내용, 수학 과제의 인지적 요구 수준을 분석하였다. 이를 위해서 먼저 수학 과제

3) 두 명의 현직교사는 2015년 여름학기에 Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development(2000)를 교재로 과제의 인지적 요구 수준에 대한 강의를 수강하였으며, 수강하면서 과제의 인지적 요구 수준을 실제로 분석해 본 경험이 있다.

암기(memorization) 과제

- 이전에 배운 사실, 규칙, 공식, 정의를 재생하거나 이를 암기하는 것과 관련된다.
- 관련 절차가 없거나 과제 수행을 위해 제공된 시간이 짧기 때문에 절차를 이용해서 문제를 해결할 수 없다.
- 이전에 경험한 자료를 그대로 재생하는 과제이며 재생할 내용이 직접적으로 명확히 언급되어 있기 때문에 불분명하지 않다.
- 학습하거나 재생할 사실, 규칙, 공식, 정의의 근거가 되는 개념이나 의미와의 관련성이 없다.

연결성 없는 절차(procedures without connections) 과제

- 절차의 이용이 구체적으로 요구되거나, 이전의 수업, 경험 또는 과제의 배치를 바탕으로 볼 때 절차의 이용이 분명해서 절차를 따르기만 하면 된다(algorithmic).
- 과제의 성공적인 수행에 필요한 인지적 요구가 제한적이다. 무엇을 어떻게 해야 하는지 불분명하지 않다.
- 이용할 절차의 근거가 되는 개념이나 의미와의 관련성이 없다.
- 수학적 이해의 심화보다는 정답을 구하는데 초점을 맞춘다.
- 설명이 필요 없거나, 이용한 절차를 기술하는 것에만 초점을 맞춘 설명이 요구된다.

연결성 있는 절차(procedures with connections) 과제

- 수학적 개념이나 아이디어의 이해를 심화하기 위한 목적으로 학생들이 절차를 활용하도록 하는데 초점을 둔다.
- 근거가 되는 개념이 불분명한 좁은 절차를 따르도록 하는 것이 아니라 근거가 되는 개념적 아이디어와 밀접한 관련이 있는 일반적인 절차를 명시적으로나 암묵적으로 따르도록 길을 제한한다.
- 다양한 표상(예. 시각적 그림, 구체물, 기호, 문제 상황)을 활용한다. 의미개발을 위해서 다양한 표상들 간의 관련성을 맺게 한다.
- 상당한 정도의 인지적인 노력이 필요하다. 일반적인 절차를 따르더라도 아무 생각 없이 따를 수는 없다. 학생들은 과제를 성공적으로 수행하고 이해를 심화하기 위해서 근거가 되는 절차의 개념적 아이디어를 경험해야 한다.

수학 행하기(doing mathematics) 과제

- 복잡하며 미리 정해진 사고가 없다(즉, 과제나 과제에 대한 안내 또는 예제에서 명확히 제안되어 예측가능하거나 미리 연습된 접근 방법이 존재하지 않는다.)
- 학생들이 수학적 개념, 절차, 관계의 특성을 탐구하고 이해해야만 한다.
- 자신의 인지과정을 스스로 점검하고 조절해야만 한다.
- 학생들이 과제를 수행하면서 관련된 지식과 경험을 접하고 이를 적절히 활용할 수 있어야 한다.
- 학생들이 가능한 해결전략이나 해답을 제한하는 과제에서의 단서들을 분석하고 적극적으로 조사해야만 한다.
- 상당한 인지적 노력이 필요할 뿐 아니라 문제해결과정이 예측불가능하기 때문에 학생들에게 어느 정도의 불안을 유발할 수 있다.

[그림 1] 수학 과제의 인지적 요구 수준의 특성(Stein & Smith, 1998)

[Fig. 1] The characteristics of the level of cognitive demand of mathematical tasks

를 무엇으로 규정할 것인지를 명확히 할 필요가 있다. 교과서에 제시된 각 활동을 수학 과제로 볼 것인지 또는 질문 하나 하나를 수학 과제로 볼 것인지에 따라 결과 분석이 달라진다. 본 연구에서는 Jones & Tarr(2007)의 연구에서와 같이 학습자가 특정한 수학적 아이디어에 초점을 맞추게 하려는 의도로 만들어진 일련의 문제들을 과제로 정의한다. 단, Jones & Tarr는 같은 수학 주제를 다루더라도 독립적으로 답을 해야 하는 문제는 독립된 과제로 규정한 반면, 본 연구에서는 같은 수업의 목표를 달성하기 위해서 구성된 문제는 독립적으로 답을 하더라도 하나의 과제로 보기로 한다. 한 차시의 활동을 하나의 과제로 규정하는 이유는 차시별로 수업목표가 있고 이를 달성하기 위해 일관성있는 활동들이 제공되기 때문이다. 특히 과제의 인지적 요구 수준 분석에서는 차시의 목표와 직접적으로 관련되는 중심과제의 인지적 요구 수준을 분석하였다. 이렇게 규정하면 각 차시당 수학 과제의 개수는 하나이다. 50명의 예비교사가 담당한 수학수업의 학년별, 단원별, 차시별 구성은 [표 1]과 같다.

50명의 예비교사들이 4주에 걸쳐서 교육실습을 실시했기 때문에 같은 학년이라고 해도 수업의 진도는 차이가 있었다. 연구대상자의 수업학년은 1학년 9명(3개 단원), 2학년 12명(3개 단원), 3학년 6명(2개 단원), 4학년 11명(2개 단원), 5학년 3명(3개 단원), 6학년 9명(3개 단원)이었다.

[표 2] 연구대상 수학수업의 학년별 인원수

[Table 2] Number of math lesson at each grade level

학년	1	2	3	4	5	6
단원수	3	3	2	2	3	3
인원	9	12	6	11	3	9

1. 수학 과제의 출처

수학수업에 활용할 과제를 준비할 때 교사들이 가장 많이 활용하는 자료는 교과서이다. 따라서 본 연구에서는 연구대상자들이 수업에 활용한 과제와 교과서의 과제를 비교하여 과제가 그대로 활용되었는지, 수정되었는지 또는 새롭게 구성되었는지를 판단하였다.

전체 50명의 연구대상 학생들이 수학수업에 활용한 수학 과제의 출처를 조사한 결과는 [표 3]과 같다. 수학 과제는 교과서의 과제를 그대로 선택하거나 일부

수정하거나 새롭게 구성⁴⁾하는 세 가지로 구분할 수 있다. 선택은 기존 교과서의 활동을 그대로 활용한 경우로 전체 22%에 해당하는 11명이 이에 해당된다. Meyer & Wilkerson(2011)의 연구에 따르면, 수학수업에서 새로운 과제를 구성하거나 기존과제를 수정한 과제로 수업을 한 경우에는 새롭게 만들거나 수정한 과제에 대해서 고민함으로써 수업내용과 학생에 관한 교사의 지식이 확장되었다. 이런 측면에서 보면, 교과서의 과제를 수정하지 않고 그대로 활용하는 것은 초등 예비교사가 다양한 경험을 통해서 MKT를 구성하고 확장하는데, 특히 수학 과제에 대한 지식인 MtKT를 구성하고 확장하는데 도움이 되지 못한다.

[표 3] 수학 과제의 출처

[Table 3] Source of mathematical tasks

학년	선택	수정
1	2(22.2%)	7(66.7%)
2	5(41.6%)	7(58.4%)
3	1(16.7%)	5(83.3%)
4	1(9.1%)	10(81.8%)
5	1(33.3%)	2(33.3%)
6	1(11.1%)	8(88.9%)
계	11(22%)	39(78%)

수정은 기존 교과서의 활동 중 일부를 변화시켜 활용한 경우로 78%에 해당하는 39명이 이에 해당된다. 수학 과제의 어떤 부분을 수정했는지를 구체적으로 살펴보면 다음의 [표 4]와 같다.

[표 4] 수학 과제 수정의 유형

[Table 4] Types of modification in mathematical tasks

수정 내용	수	상황	자료
1	2	9	1
2	3	6	0
3	0	6	1
4	0	13	2
5	3	4	0
6	2	12	0
계	10(15.6%)	50(78.1%)	4(6.3%)

4) 본 연구에서는 하나의 수업목표를 달성하기 위해서 구성된 일련의 문제를 하나의 과제로 규정했기 때문에 수학 과제를 기존 자료와 독립적으로 만드는 구성은 차시 목표 달성을 위해서 모든 활동을 새롭게 구성하는 것을 의미한다. 따라서 본 연구에서는 구성의 범주에 해당하는 반응은 없었음을 밝히는 바이다.

[표 1] 연구대상자의 수학수업 학년 단원 및 차시의 활동 구성

[Table 1] Grade, unit and the structure of activities of mathematical lesson of the subjects

학년	단원	차시	인원	교과서 활동구성
1	3. 덧셈과 뺄셈(1)	7. 뺄셈을 할 수 있어요(2).	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		12. 더하고 뺄 수 있어요.	1	
		13. 빼고 더할 수 있어요.	2	
		14. 덧셈과 뺄셈의 관계를 알 수 있어요.	1	
	4. 시계보기	2. 몇 시를 알 수 있어요.	1	생각열기, 시계보기, 활동1, 활동2, 마무리
3. 몇 시 30분을 알 수 있어요.		1	생각열기, 활동1, 시계보기, 활동2, 마무리	
5. 문제해결		1	문제1, 문제2	
5. 덧셈과 뺄셈(2)	5. 세 수를 더할 수 있어요(1).	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리	
2	2. 곱셈구구	12. 곱셈구구표에서 규칙을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		15. 놀이마당(곱셈구구 왕을 찾아라)	1	놀이1
	3. 길이재기	1. 단원도입	1	활동1, 활동2, 활동3
		3. 1m가 어느 정도인지 알 수 있어요.	2	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		5. 길이의 차를 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
	4. 시각과 시간	3. 시각을 모형시계로 나타낼 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		4. 몇 시 몇 분을 나타낼 수 있어요.	1	생각열기, 시계보기, 활동1, 활동2, 마무리
		5. 시간을 구할 수 있어요.	2	생각열기, 시계보기, 활동1, 활동2, 마무리
		8. 달력을 알 수 있어요(2)	2	생각열기, 활동1, 달력보기, 마무리
	3. 원	3. 원의 중심과 반지름을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 도형의 이름, 활동2, 마무리
5. 원의 지름을 알 수 있어요.		2	생각열기, 활동1, 도형의 이름, 활동2, 활동3, 마무리	
8. 문제해결(가장 많은 부분으로 나누기)		1	문제1, 문제2, 문제3, 문제4	
4. 분수		3. 분수만큼은 얼마인지 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 활동3, 마무리
	4. 분수로 나타낼 수 있어요(2).	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리	
4	2. 수직과 평행	6. 평행선을 그을 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리1, 마무리2
		8. 평행선으로 무늬를 만들 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
	3. 다각형	2. 사다리꼴을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 도형의 이름, 활동2, 활동3, 마무리
		3. 평행사변형을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 도형의 이름, 활동2, 활동3, 마무리
		4. 평행사변형의 성질을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		5. 마름모의 알 수 있어요.	2	생각열기, 활동1, 도형의 이름, 활동2, 활동3, 마무리
		6. 마름모의 성질을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		7. 직사각형의 성질을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 마무리
		8. 다각형을 알 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 도형의 이름, 활동2, 도형의 이름, 마무리
		11. 여러 가지 모양을 만들 수 있어요.	1	생각열기, 활동1, 활동2, 활동3, 마무리
5	3. 도형의 대칭	2. 선대칭도형의 성질을 알고 그릴 수 있어요.	1	활동1, 활동2, 익히기
	4. 소수의 곱셈	4. 곱의 소수점의 위치를 알 수 있어요(1).	1	활동1, 익히기, 활동2, 익히기
	7. 비와 비율	4. 할푼리를 알 수 있어요.	1	활동1, 약속, 확인하고 다지기, 익히기1, 익히기2
6	3. 직육면체의 겹넓이와 부피	4. 직육면체의 부피를 알 수 있어요.	1	활동1, 활동2, 익히기
		5. 정육면체의 부피를 알 수 있어요.	2	활동1, 활동2, 익히기
		7. 부피와 둘이사이의 관계를 알 수 있어요.	1	활동1, 약속, 익히기, 약속, 활동2, 익히기
	4. 원기둥의 겹넓이와 부피	4. 원기둥의 부피를 구할 수 있어요.	4	활동1, 활동2, 활동3
	5. 경우의 수와 확률	3. 순서가 있는 경우의 수를 알 수 있어요.	1	활동1, 활동2, 익히기

수의 수정은 교과서에 제시된 문제를 그대로 활용하지만 포함된 수를 수정한 경우로 전체 수정 유형의 15.6%를 차지했다. 예를 들면, [그림 2]의 교과서 문제를 [그림 3]과 같이 수정한 경우이다. 가장 간단한 형태의 과제 수정에 해당되며, 선택한 수에 따라서 과제의 난이도가 달라진다.

활동 1 어린이 야구단의 타자인 현우는 동네 스포츠 클럽에서 개최하는 야구 시합에 나갔습니다. 상대편 투수가 던진 10개의 공들 중에서 4번의 안타를 쳤습니다. 현우의 타율을 알아봅시다.

[그림 2] 5학년 2학기 7단원. 비와비율의 4차시 학습 과제 [Fig. 2] Math task of 4th lesson of unit 7 in 5th grade 2nd semester

교사: 백분율로 나타낼 수 있었습니까. 그렇다면 '현우의 전수는 25번의 기회 중에서 9번의 안타를 쳤습니다. 현우의 전수의 타율을 알아봅시다.'라는 문제를 보고 비율을 분수로 나타낼 수 있는 경우가 있습니까?
학생: 수면이가 25번을 칠 수 있는데 9번 안타를 쳤으므로 25분의 9로 나타낼 수 있습니다.
교사: 수면이의 기록을 볼까요? 25번 기회가 있었는데 9번 안타를 쳤으니까 25분의 9로 표시할 수 있었습니까. 백분율로 나타낼 수 있는 방법이 있습니까?

[그림 3] 수 수정 과제의 예 [Fig. 3] Example of number modification of math task

상황의 수정은 교과서에 제시된 문제의 상황을 수정한 경우로 초등예비교사들이 가장 많이 활용한 과제 수정 유형으로 전체의 78.1%를 차지했다. 예를 들면, [그림 4]의 교과서 문제를 [그림 5]와 같이 수정한 경우이다. 상황을 수정하는 경우는 대부분 학생들이 좋아하거나 익숙한 상황을 활용하였다.

생각하기 다람쥐 삼 남매가 도토리 18개를 6개씩 세 그릇에 똑같이 나누어 담았어요. 한 그릇에 담긴 도토리는 전체의 몇 분의 몇인지 분수로 나타내어 봅시다.

[그림 4] 3학년 2학기 4단원. 분수의 4차시 학습 과제 [Fig. 4] Math task of 4th lesson of unit 4 in 3rd grade 2nd semester

윌리엄스가 공장에 첫 번째 주문이 들어왔네요. 어떤 주문인지 한번 살펴볼까요?
전체 초콜릿 18개를 6개씩 묶어서 팔아야 하네요. 그런데 주문이 들어왔어요. 초콜릿 6개가 필요하네요. 그러면 초콜릿 6개는 전체 초콜릿 18개의 몇 분의 몇일까? 라고 하는 부문을 이야기 해주었어요.

[그림 5] 상황 수정 과제의 예 [Fig. 5] Example of situation modification of math task

과제의 상황을 수정하면서 포함된 수도 변화시키는 경우도 있었다. 또 과제의 상황 수정에는 과제의 표상을 수정한 것도 포함되어 있다. 예를 들면, [그림 6]의 교과서 마무리 문제를 [그림 7]과 같이 주사위와 말판을 이용한 과제로 수정한 경우이다.

계산을 하시오.

$$8 - 3 + 2 = \square$$

$$5 - 2 + 6 = \square$$

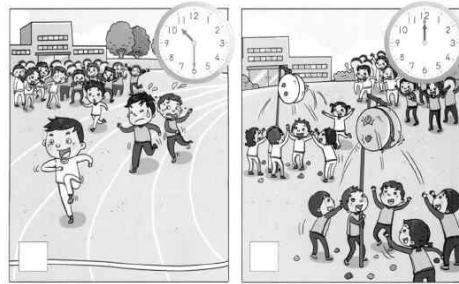
[그림 6] 1학년 2학기 3단원. 덧셈과 뺄셈(1) 13차시 마무리 과제 [Fig. 6] Sum-up math task of 13th lesson of unit 3 in 1st grade 2nd semester

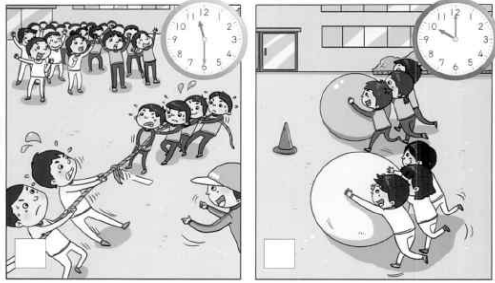
계산 연습하기 (전체)	[활동3] 말판 놀이하기 ○ 말판 놀이를 하며 세 수의 감가산을 익히게 한다. • 말판 놀이방법 알아보기 - 가위바위보를 해서 이긴 사람이 먼저 주사위를 던진다. 계산 한 곳은 그대로 있고 계산하지 못했다면 있던 칸으로 되돌아갑니다. 계산식이 없는 칸은 쓰여 있는 대로 합니다.	B • 말판, 주사위, 말 • 다양한 계산식의 문제를 풀어 봐서 감가산을 익힐 수 있도록 한다.
--------------	--	---

[그림 7] 주사위 놀이를 이용한 마무리 과제 [Fig. 7] Sum-up math task using dice game

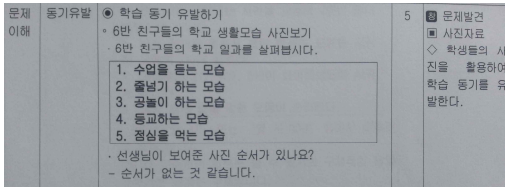
자료의 수정은 교과서에 제시된 자료의 일부를 실제 학급 학생에 관한 자료나 일상생활의 자료로 대체하는 경우로 수정 유형 중 6.3%를 차지했다. 예를 들면, [그림 8]과 같이 교과서에 제시된 시각 관련 사진을 실제 학급 아동들의 사진 자료로 대체해서 활용한 경우이다. 이런 경우, 과제의 상황은 크게 달라지지 않지만 학급 학생들 자료를 활용함으로써 동기 유발에 좀 더 효과적이라고 할 수 있다.

□ 안에 시각이 빠른 것부터 번호를 써넣으시오.





[그림 8] 1학년 2학기 4단원. 시계보기 5차시 과제
[Fig. 8] Math task of 5th lesson of unit 4 in 1st grade 2nd semester



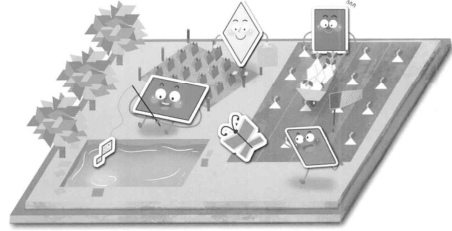
[그림 9] 학급 아동들의 사진을 이용한 동기유발
[Fig. 9] Motivating activity using the pictures of the classroom members

과제의 상황이나 과제에 포함된 수의 일부를 수정하는 경우는 대부분 동기유발이나 익히기 활동에서 많이 나타났다. 과제를 수정한 사례 중 차시의 핵심 활동을 수정한 경우도 있었다. 예를 들면, [그림 10]과 같이 생각열기와 활동1을 통해서 평행사변형의 성질을 탐구하는 교과서의 활동을 [그림 11]과 같이 수정한 경우이다.

교과서의 활동은 몇 가지의 평행사변형 그림을 제시한 후, 이를 바탕으로 평행사변형의 성질을 예상해 보도록 하고 있다. 평행사변형의 성질을 알아보기 위해서는 다양한 평행사변형을 구성한 후 이를 이용하여 변의 길이, 각도 등을 측정해 봄으로써 성질을 예상할 수 있다. 수정된 활동에서는 이미 만들어진 평행사변형을 제시한 것이 아니라 이전 차시에서 학습한 평행사변형의 개념을 바탕으로 직접 기하판에 다양한 모양과 크기의 평행사변형을 구성해 보도록 하고 있다. 이런 활동은 학습자가 평행사변형의 개념에 자연스럽게 초점을 맞추게 할 뿐만 아니라, 다양한 모양과 크기의 평행사변형을 구성함으로써 평행사변형의 성질에 주목

할 수 있게 해 준다. 예를 들면, 기하판에서 평행사변형을 구성하면서 마주 보는 변의 길이가 같음을 주목할 수 있게 해 준다.

생각열기 평행사변형 마을 사각형들은 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행합니다. 평행사변형들의 다른 공통점을 찾아 이야기해 봅시다.



활동 1 평행사변형의 여러 가지 성질을 예상해 보시오.



● 평행사변형은 어떤 성질을 가지고 있을지 예상해 보시오.

[그림 10] 4학년 2학기 3단원. 다각형 4차시 과제
[Fig. 10] Math task of 4th lesson of unit 3 in 4th grade 2nd semester

전개	관찰 (모둠)	<p>[활동1] 여러 가지 모양의 평행사변형 만들기</p> <p>• 여러 가지 모양의 평행사변형을 만들어 본다.</p> <p>• 여러 가지 모양의 평행사변형 만들기</p> <p>- 5분 동안 여러 가지 모양의 평행사변형을 만들어 봅시다. (각각 여러 가지 모양의 평행사변형을 만들어 본다.)</p>	7	-지오보드, 고무줄
				<p>• 많은 모양을 생각해 볼 수 있도록 한다.</p> <p>• 잘 만들어진 지 모듬 원형과 확인해 본다.</p>

[그림 11] 기하판을 활용한 평행사변형 활동
[Fig. 11] Activity for parallelogram with geoboard

수업에 활용한 과제 중 약 22%가 교과서의 활동을 그대로 활용하였으며, 과제를 수정한 경우에도 단순히 포함된 수를 변형한 경우가 15.6%였다. 수정한 부분도 대부분은 동기유발활동이나 익히기 활동이 주를 이뤘다.

교육실습을 통해서 MKT를 구성하고 확장한다는 측면에서 볼 때, 차시의 목표에 부합하는 과제를 예비교사가 직접 구성해 보거나 의미있게 변화시키는 것은 중요하다. 특히 학급아동들의 수준이 서로 상이하기 때문에 자신이 지도하는 학생들의 상황에 적합하게 과제를 변형하는 일은 교사가 해야 할 중요한 역할 중

하나이다.

2. 수학 과제의 인지적 수준

수학수업에서 활용한 과제의 인지적 요구 수준을 분석함에 있어서 수학 과제를 무엇으로 볼 것인가 중요하다. 대부분의 초등예비교사들이 교과서의 활동을 그대로 활용하고 있었기 때문에 교과서에 제시된 단위 활동을 모두 과제로 볼 것인지, 아니면 단위 차시의 학습목표와 결부되어 있는 활동을 과제로 볼 것인지를 결정해야만 했다. 본 연구에서는 하나의 수업 목표를 달성하기 위해서 구성된 일련의 문제를 하나의 과제로 규정하였다. 이런 규정은 수업에서 활용된 서로 다른 종류의 활동들 각각의 인지적 요구 수준을 엄밀하게 분석할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 그러나 한 차시에 이뤄지는 활동이 차시 목표를 달성하기 위해서 유기적으로 구성되어 있는 바, 차시 목표 달성을 위한 중심활동의 인지적 요구 수준을 분석하는 것이 학생들이 경험하게 될 과제의 인지적 요구 수준을 좀 더 분명하게 드러낼 수 있다고 판단하였다.

50명의 초등예비교사가 활용한 50개의 과제를 분석한 결과는 다음의 [표 5]와 같다.

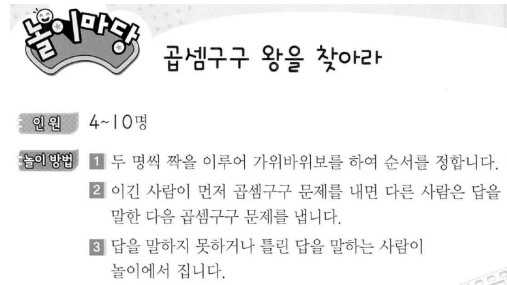
[표 5] 수학 과제의 인지적 요구 수준
[Table 5] Levels of cognitive demand of mathematical tasks

인지적 요구 수준	낮은 수준		높은 수준	
	암기	연결성 없는 절차	연결성 있는 절차	수학 행하기
1	0	8	1	0
2	1	6	4	1
3	0	5	1	0
4	0	4	1	5
5	0	3	0	0
6	0	9	0	0
계	1(2%)	36(72%)	7(14%)	6(12%)

과제의 인지적 요구 수준을 분석한 결과, 인지적 요구 수준이 낮은 과제가 74%에 해당하는 37개였으며 인지적 요구 수준이 높은 과제가 26%에 해당하는 13개였다.

인지적 요구 수준이 낮은 과제 중 암기과제가 1개

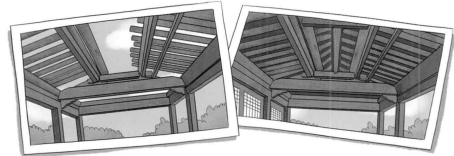
있었으며 나머지 36개는 연결성 없는 절차과제였다. 먼저 암기과제는 2학년 2학기 2단원. 곱셈의 15차시 활동이다. 이 차시는 곱셈구구의 암기를 돕기 위한 것이므로 학생들은 이전에 암기한 곱셈구구를 이용하여 놀이를 하게 된다.



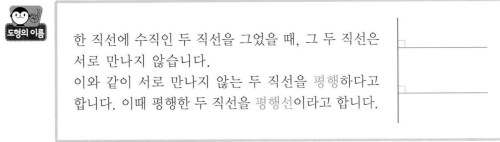
[그림 12] 암기 과제의 예
[Fig. 12] Example of memorization task

연결성 없는 절차 과제는 과제 자체가 인지적 요구 수준이 낮은 경우도 있었으나, 함께 제시된 질문이 인지적 요구 수준을 떨어뜨려 연결성 없는 절차가 되는 경우가 많았다. 첫 번째 제시된 예는 4학년 2학기 2단원. 수직과 평행 6차시의 활동으로 평행선을 작도하는 방법을 학습하는 차시이다. 생각열기에서 평행이 되도록 배치하는 방법을 물으면서 평행선을 어떻게 작도할 수 있는지를 묻고 있다. 이전 차시에서 평행과 평행선을 정의할 때 이미 작도하는 방법과 함께 개념을 정의하고 있기 때문에 평행이나 평행선이라는 말과 평행선을 작도하는 것이 개념적으로 불박여있다. 따라서 평행선을 작도하는 방법 자체가 평행이라는 개념을 학습할 때 이미 배운 내용이기 때문에 이를 회상하면 문제를 해결할 수 있다는 측면에서 이 과제는 연결성 없는 절차 과제이다.

한옥의 지붕을 만들기 위하여 나무를 서로 평행하게 놓아야 합니다. 평행이 되도록 나무를 놓는 방법을 알아봅시다.



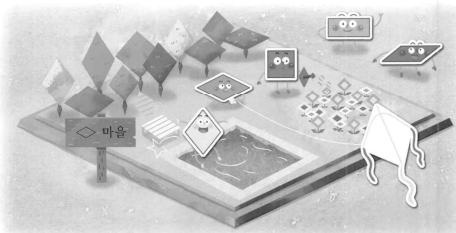
[그림 13] 연결성 없는 절차 과제(1)
[Fig. 13] Procedures without connections task(1)



[그림 14] 평행선의 정의
[Fig. 14] Definition of parallel line

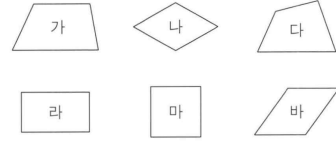
두 번째 제시된 예는 4학년 2학기 3단원, 다각형의 5차시 활동이다. 생각열기에서는 여러 가지 마름모 그림을 제시하여 공통점을 이야기하게 함으로써 마름모가 어떤 특성을 가지는지를 묻고 있다. 그런데 이어지는 활동 1에서 ‘네 변의 길이가 모두 같은 사각형’이라는 말을 명시적으로 제시함으로써 학습 과제의 인지적 수준을 연결성 없는 과제로 떨어뜨리고 있다. 이런 현상은 교과서에 제시된 많은 활동에서 볼 수 있었다. ‘생각열기’에서 제시된 활동이 학생들에게 높은 수준의 인지적 요구를 하고 있는 경우에도 곧 이어 제시되는 활동이 과제 해결에 직접적으로 도움이 되는 아이디어를 직접적으로 제시해줌으로써 인지적 요구 수준을 떨어뜨리는 것이다. 생각열기와 활동1이 차시목표와 결부된 핵심적인 과제라는 측면에서 볼 때, 학습자에게 불필요한 정보를 많이 제공하는 교과서의 구성은 문제가 있다고 여겨진다. 교과서 과제를 그대로 이용하면서 이런 문제점으로부터 벗어나기 위해서는 수업시간에 교과서를 활용하지 않고 학생들에게 핵심적인 활동만을 제시하여 학생들 스스로 충분히 고민할 수 있는 기회를 제공하는 것이 도움이 될 듯하다.

마름모 사각형들만의 공통점은 무엇인지 이야기해 봅시다.



[그림 15] 연결성 없는 절차 과제(2)
[Fig. 15] Procedures without connections task(2)

사각형을 관찰해 보시오.



- 네 변의 길이가 모두 같은 사각형을 모두 찾아보시오.
- 그렇지 않은 사각형을 모두 찾아보시오.

[그림 16] 마름모 차시의 활동 1
[Fig. 16] Activity 1 of the lesson about rhombus

선생님은 왜 9시 5분 전이라고 말했는지 생각해 봅시다.

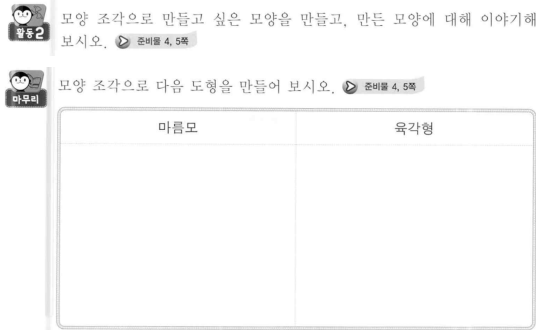


[그림 17] 연결성 있는 절차 과제
[Fig. 17] Procedures with connections task

인지적 요구 수준이 높은 과제 중 연결성 있는 절차 과제가 7개였으며 수학 행하기 과제가 6개였다. 먼저 연결성 있는 절차 과제의 예는 2학년 2학기 4단원, 시각과 시간의 4차시에 제시된 생각열기 활동이다. 이 차시의 활동은 주어진 시각을 읽는 것에서 끝나지 않고 이를 ‘몇 시 몇 분전’이라고 읽음으로써 주어진 시각에 대한 개념적 이해를 깊게 하는 활동이다. 따라서 연결성 있는 절차에 해당하는 과제이다.

수학 행하기 과제는 상당한 정도의 인지적 노력이 필요할 뿐 아니라 문제해결과정이 예측불가능하기 때문에 학생들에게 어느 정도의 불안함을 유발하는 그런 종류의 과제이다. 제시된 예는 4학년 2학기 3단원, 다각형의 11차시 활동이다. 이 차시의 목표는 ‘모양 조각들의 특징을 이해하고, 여러 가지 모양을 만들 수 있다.’이다. 차시 활동은 6가지의 페턴블록 조각들을 살펴보고 이들의 특징을 알아보는 활동을 한 후, 이를 이용해서 자신이 원하는 모양을 만들고 이를 설명하는 활동으로 구성되었다. 단순히 모양을 만든다는 측면에서는 앞에서 학습한 다각형들과의 관련성이 떨어지는 것처럼 보인다. 왜냐하면 모양조각을 어떻게 연결하든 학생들에게는 모양이 되기 때문이다. 그런데 이 활동

의 인지적 수준을 높이는 이유는 바로 ‘마름모’나 ‘육각형’이라는 구체적인 도형을 지정한 후 이를 학생들이 여러 가지 방법으로 구성하도록 하고 있다는 점이다. 특히 마름모의 경우는 주어진 모양조각을 특성을 잘 이해하고 활용해야만 해결가능하다. 마름모의 개념을 이해하고 있어야 할 뿐만 아니라 모양 조각을 이용해서 어떻게 마름모의 특성을 가지는 모양을 만들지에 대해서 어떤 단서도 제공되어 있지 않다. 더불어 다양한 답이 나올 수 있으므로 학생들에게 지적인 도전을 줄 수 있는 과제이다.



[그림 18] 수학 행하기 과제
[Fig. 18] Doing mathematics task

높은 수준의 과제의 경우, 대부분은 규칙을 찾는 활동이나 학생들 스스로 차시 목표와 관련된 핵심적인 활동을 할 수 있는 기회를 제공하였다. 교과서에 제시된 활동 중에서는 구체물을 활용하여 뭉가를 구성하거나 규칙을 찾는 활동이 대부분이었다. 특히 차시 목표와 직접적으로 관련된 핵심적 활동 자체는 높은 인지적 요구 수준의 과제임에도 함께 제시된 질문이나 안내가 인지적 요구 수준을 떨어뜨리는 경우가 많았다.

V. 결론 및 논의

본 연구는 초등예비교사가 수학수업에서 활용하는 수학 과제의 인지적 요구 수준을 살펴보기 위해서 교육대학교 3학년에 재학 중인 학생들이 교육실습 중 수학수업에서 활용한 과제를 분석하였다. 이를 위해서 수학수업계획서, 수업동영상, 동영상 전사자료를 수집하여 수업 중에 활용한 수학 과제를 분석하였다. 과제

의 인지적 요구 수준의 분석을 위해서 Stein & Smith(1998)가 제시한 과제의 인지적 요구 수준의 특성을 이용하였다. 자료를 분석한 결과, 다음 몇 가지 사실을 알 수 있었다.

첫째, 50명의 연구대상 초등예비교사 중 11명(22%)은 교과서에 제시된 과제를 그대로 활용하여 수학수업을 진행하였다. 반면 39명(78%)이 교과서에 제시된 과제를 일부 수정한 후 이를 활용하여 수학수업을 진행하였다. Meyer & Wilkerson(2011)의 연구에 따르면, 수학수업에서 새로운 과제를 만들거나 기존과제를 수정한 과제로 수업을 한 경우 교사의 MKT가 확장되었다. 약 80%의 초등예비교사가 과제의 일부를 수정한다는 측면에서 높은 비율이라고 할 수 있으나, 교육실습의 특성상 모든 초등예비교사가 교과서에 제시된 과제를 수정하는 경험을 하도록 함으로써 이들의 MtKT를 심화하고 확장하는 기회를 갖도록 하는 것이 필요하다.

둘째, 교과서의 과제를 수정해서 활용한 39명의 초등예비교사가 과제를 어떤 방식으로 수정했는지를 살펴본 결과, 문제에 포함된 수를 수정한 경우가 15.6%, 상황을 수정한 경우가 78.1%, 활용하는 자료를 수정한 경우가 6.3%였다. 과제를 수정하는 유형이 다양하지 않다는 측면에서 Chapman(2013)이 언급한 MtKT에 주목할 필요가 있다. 특히 Chapman은 교사가 과제의 여러 가지 특성, 예를 들면, 과제가 중요한 수학 내용과 관련되는지, 여러 가지 방법으로 해결가능한지, 다양한 표상을 활용하는지, 다른 수학 아이디어와 연결되는지, 학생에게 정당화하고 해석하고 추측하게 하는지, 높은 수준의 인지적 요구를 하는지 등의 특성에 주목해야 한다고 주장하였다. 이런 측면에서 과제가 가지는 여러 가지 특성에 대해서 초등예비교사들이 좀 더 깊이 있게 이해할 수 있는 기회를 제공하는 것이 필요하다.

셋째, 초등예비교사가 수학수업에 활용한 수학 과제의 인지적 요구 수준을 분석한 결과, 낮은 수준의 과제가 74%를 차지했으며 높은 수준의 과제는 26%였다. 이런 측면에서 학습자에게 보다 높은 인지적 수준을 요구하는 수학 과제를 제공하는 것이 필요하다. 이를 위해서는 초등예비교사들이 과제의 인지적 요구 수준에 대해서 이해할 필요가 있다. 더불어 교과서에 제시된 과제 자체는 인지적 요구 수준이 낮지 않음에도 불구하고 함께 제시된 활동이 핵심 활동의 인지적 요구

수준을 떨어뜨리는 것으로 나타났다. 특히, 구체적인 해결방법을 직접적으로 활동에서 언급함으로써 학습자가 스스로 문제해결방법을 고안할 수 있는 기회를 제한하는 것으로 보인다. 이런 측면에서 교과서의 구성에 대해서 고민해 볼 필요가 있다.

넷째, 수학 과제의 인지적 요구 수준은 수업을 진행하면서 변화되는 바, 수학 과제의 인지적 요구 수준을 떨어뜨리지 않고 유지하는 방법이나 인지적 요구 수준을 떨어뜨리는 요인에 대해서도 초등예비교사들이 이해할 수 있도록 기회를 제공할 필요가 있다. 이런 요인에 대한 이해는 수학 과제를 이용해서 실제 수업을 진행할 때 교사가 어떤 역할을 수행해야 하는지에 대한 이해를 깊게 해 줌으로써 학습자들에게 수학적으로 사고할 수 있는 기회를 보장하여 양질의 수학수업을 진행할 수 있도록 도움을 준다.

연구결과를 바탕으로 볼 때, 초등교사양성과정에서 MKT 특히 MtKT에 대해서 좀 더 강조할 필요가 있다. 대부분의 교사들이 교과서에 제시된 과제를 그대로 활용하거나 일부 수정하여 활용한다고 가정하면, 교과서에 제시된 수학 과제의 인지적 요구 수준을 점검하여 학습자에게 보다 높은 인지적 수준을 요구하는 과제를 제시할 필요가 있다. 또 제시된 수학 과제의 인지적 요구 수준을 유지할 수 있도록 교과서의 구성을 점검할 필요가 있다. 마찬가지로 과제의 인지적 요구 수준을 유지하는데 필요한 또는 과제의 인지적 요구 수준을 떨어뜨리는 요인에 대해서 명확히 이해할 수 있는 기회를 제공함으로써 현장교사나 예비교사들이 보다 양질의 수학수업을 할 수 있도록 지원하는 것이 필요하다.

마지막으로 과제의 수정과 관련해서 예비교사들이 과제를 새롭게 수정한 이유에 대해서도 추후 연구에서는 살펴보는 것이 의미 있을 것이라 생각된다. 교과서의 과제를 수정하는 가장 큰 이유는 제시된 활동이 차시 목표 달성에 부합되지 않거나 학습자의 수준에 적절하지 않기 때문이다. 만약 이런 이유라면 수정된 과제가 실제로 수정하려고 했던 이유에 부합되는지를 조사하는 것이 중요하다. 초등예비교사가 과제를 수정할 때, 이유가 무엇인지에 따라서 수정의 방향이 결정되기 때문에 수정의 여부와 더불어 수정의 이유를 조사하는 것이 필요하다고 생각된다.

참 고 문 헌

- Arbaugh, F., & Brown C. A. (2005). Analyzing mathematical tasks: Catalyst for change? *Journal of Mathematics Teacher Education*, **8**, 499 - 536.
- Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, **16**, 1-6.
- Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational Research*, **53**(2), 159 - 99.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, **23**, 67-180.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (2004). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann. 어떻게 이해하지. (김수환, 박영희, 이경화, 한 대희 역). 서울: 경문사.
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, **30**, 393-425.
- Jones, D. L., Tarr J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, **6**(2), 4-27.
- Marx, R. W. & Walsh, J. (1988). Learning from academic tasks. *The Elementary School Journal*, **88**(3), 207 - 19.
- Meyer, R. D. & Wilkerson, T. L. (2011). Lesson Study: The Impact on Teachers' Knowledge for Teaching Mathematics. In Lynn C. Hart, Alice S. Alston, & Aki Murata (Eds.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics*

- Education: Learning Together*(pp.15-26). Dordrecht: Springer.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, **3**, 344-350.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection. *Mathematics Teaching in the Middle School*, **3**, 268-275.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, **33**(2), 455-488.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Stein, M. S. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, **2**, 50 - 80.

An analysis on the level of cognitive demands of mathematical tasks set up by pre-service elementary school teachers

Kwon, Sungyong

Gongju National University of Education, Gongju, Chungnam, Korea

E-mail: xenolord@gjue.ac.kr

This study analyzed the characteristics of mathematical tasks including the level of cognitive demands set up by pre-service elementary school teachers. 50 pre-service teachers in G university of education who participated in their 4 weeks teaching practicum were selected as subjects. They planned and implemented mathematics lesson with their lesson plans. Lesson plans, video of their lessons, transcript of video were gathered and analyzed the characteristics of mathematical tasks used in their lesson. Through the analysis, several conclusions were drawn as follow.

First, 78% of the subjects modified tasks in mathematics textbooks. Since modification or construction of mathematical tasks gives good chance for constructing mathematical task knowledge for teaching, more chance should be given to pre-service teachers to construct new tasks or modify tasks in mathematics textbooks.

Second, types of modification done by pre-service teachers were categorized as number change(15.6%), situation change(78.1%) and material change(6.3%). As Chapman(2013) emphasized the importance of MtKT, pre-service teachers must have more MtKT by understanding the characteristics of mathematical tasks.

Third, the level of cognitive demands required by mathematical tasks were relatively low. 74% of mathematical tasks was lower cognitive demands and only 26% was higher cognitive demands. The level of cognitive demands of tasks in mathematics textbooks tended to be lowered by the directions given right after the tasks were given. In this respect, the structure of mathematics textbooks need to be changed.

* ZDM Classification : B52

* 2000 Mathematics Classification : 97D40

* Key Words : Key Words : pre-service elementary school teachers, mathematical tasks, level of cognitive demand.