

수학 학습 평가를 비교 분석 -NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015를 중심으로-

한채린(서울신곡초등학교)
박만구(서울교육대학교)[†]

I. 서론

교수·학습을 통하여 학습자의 성장을 효율적으로 돕기 위해서는 적절한 평가가 필수적이다. 따라서 평가는 교육의 질을 결정한다. 교사는 평가를 통해 학습자와 수업에 대한 정보를 얻고 차후 교수·학습에 대한 교육적 의사결정을 하게 되며, 각 학생들의 평가 자료는 이들이 상급학교로의 진학을 결정하는 데 있어 자신의 적성과 능력에 맞는 학교 선택에 도움을 주게 된다. 국가 차원에서도 여러 나라의 현재 교육 상황에 대해 다양한 정보를 제공해주는 TIMSS나 PISA 등의 국제 평가 결과는 향후 자국의 교육정책 수립에 큰 영향을 미친다. 이렇듯 평가는 학교에서의 교수·학습 방법 및 국가 교육 방향에 영향을 줄 수 있기 때문에 국제조류에 부합하면서도 각국의 교육 목적을 실현할 수 있는 적절한 평가를 실시하는 것은 중요한 과제이다.

국제적으로 주목받는 대표적인 수학 평가로는 국제학업성취도평가(Programme for International Student Assessment, 이하 PISA)와 수학·과학 성취도 국제 비교 연구(Trends in International Mathematics and Science Study, 이하 TIMSS)를 꼽을 수 있다. 국제 비교 평가는 국가 간 상대적인 위치를 보여주기 때문에 PISA나 TIMSS 결과가 발표될 때마다 우리나라에서도 전문가뿐만 아니라 대중들까지 큰 관심을 갖는다. 그러나 그동안 실시한 PISA나 TIMSS에서 우리나라 학생들의 성적

은 꾸준히 상위권을 유지하였지만 수학에 대한 흥미도는 매년 거의 최하위권으로 나타나고(OECD, 2015; TIMSS and PIRLS International Study Center, 2015a) 있는 실정이다.

각각 2000년과 1995년부터 시작된 PISA와 TIMSS는 짧은 역사에도 불구하고 비교적 단기간에 높은 신뢰도와 타당도를 획득했다. PISA와 TIMSS 평가 결과가 신뢰를 받는 이유는 표본 집단의 다양성 및 평가 조건의 일관성과 함께 근본적으로는 평가 도구가 해당 평가의 목적에 유효하다고 여겨지기 때문이다. PISA는 만 15세의 학생이 성인으로서 생활을 해나갈 준비가 되어있는가를 평가하는 것이 목적인데, 각 나라에서 의무교육이 종료되는 시점인 만 15세의 학생들이 일상생활 속에서 독립적으로 활동하는 데에 필요할 지식과 기능을 잘 갖추었는지, 즉 직업인으로 준비가 되었는지를 판단하는 근거를 제공하기 위함이다. 반면 TIMSS는 국제교육성취도평가협회(International Association for the Evaluation of Educational Achievement; 이하 IEA)에서 주관하는 국제 비교 연구로서 서로 다른 교육제도를 운영하는 참여국들의 학업성취도를 국제적인 수준에서 비교하고, 그 변화를 파악하여 참여국들의 교수·학습의 실제와 교육정책을 상호 비교할 수 있는 구체적인 정보를 제공하는 것을 목적으로 한다.

평가의 목적을 달성하기 위한 평가 도구 개발 및 평가 방향과 관련 평가 항목을 선택하거나 결정 할 때 판단의 준거가 되는 것은 평가틀이다. “평가틀이란 협의의 의미로 ‘평가 도구의 개발 과정’에서 고려해야 할 제반 항목에 대한 지침, 안내, 준거가 되는 사항들을 말하며, 광의로는 ‘평가의 전 과정’에서 고려해야 할 제반 항목에 대한 지침, 안내, 준거가 되는 사항들을 말한다.” (황혜정, 최승현, 1999, p.459) PISA와 TIMSS는 그 목적은

* 접수일(2015년 6월 4일), 수정일(1차: 2015년 8월 11일, 2차: 2015년 8월 19일), 게재확정일(2015년 8월 21일)

* ZDM분류 : C27

* MSC2000분류 : 97C40

* 주제어 : 수학 학습 평가틀, 내용 영역, 행동 영역

* 본 논문은 제1저자의 석사학위논문 수정보완한 것임.

† 교신저자

서로 다르지만 세계적으로 수학 교육에 미치는 영향이 크고, 각국의 평가 전문가들의 협의를 통해 해당 평가의 목적에 부합하는 평가들을 수시로 개정하여 시대의 요구를 반영하고 있다는 점에서 본 연구에서 PISA와 TIMSS의 평가들을 살펴보고 우리나라 수학 평가에 시사점을 얻고자 하였다.

미국 학생들의 학업 성취도와 그 변화 추이를 평가하는 것을 목적으로 하는 미국 국가수준 교육평가시험(the National Assessment of Educational Progress, 이하 NAEP)은 평가 대상이 미국 내로 한정되나, 한국 수학 교육에 많은 영향을 끼친 전미수학교사협회(National Council of Teachers of Mathematics, 이하 NCTM)에서 강조하는 수학 교육 목표와 교육과정 내용을 가장 성실히 반영한 평가라는 점에서 의미가 있다. 또한 우리나라 국가 수준 학업 성취도 평가와 가장 유사한 목적을 지녔다는 점에서 NAEP 평가들도 연구의 대상으로 설정하였다.

PISA와 TIMSS는 국가 간 비교가 근간인 반면, NAEP는 학업성취도 측정 및 목표 도달 여부 진단을 근간으로 한다는 점에 있어서 차이가 존재한다. 그러나 서로 다른 목적을 지녔음에도 불구하고 세 가지 평가는 평가 대상(단, PISA는 TIMSS, NAEP와 달리 만 15세만을 대상으로 한다)과 평가하는 내용이 유사하다는 공통점을 지닌다. 이러한 평가의 근간이 되는 평가들의 비교에 있어 단순히 우위를 선정하거나 장단점을 비교하지는 않을 것이다. 그보다 우리에게 큰 영향을 끼치는 대규모 평가이자 최신의 평가 연구의 결과물 비교를 통해 수학 평가들의 추세를 알아보고 우리나라 평가의 방향에 대한 유의미한 정보를 이끌어내고자 하였다.

평가와 관련한 다양한 시도(예를 들면, 고상숙, 주홍연, 한혜숙, 2014; 이종희, 김선희, 김수진, 김기연, 김부미, 윤수철, 김윤민, 2011)가 있어 왔지만 수학 학습 평가들에 대한 연구는 그리 많지 않았다. 우리나라에서는 초등 수학 학습 평가들을 교사용 지도서에서 찾아볼 수 있다. 2009 개정 교육과정에서는 초등학교 수학 학습의 평가를 위하여 Jan de Lange의 평가들을 수정한 단원 평가 피라미드 모델을 제시하였다. Jan de Lange의 평가들인 피라미드 모델은 RME(Realistic Mathematics Education) 철학을 바탕으로 하는 평가 연구의 대표적인

모델이다(정영옥, 2004). RME 철학은 인간 활동으로서의 수학에 기초를 둔 Freudenthal(1973)로부터 시작되었으며 2009 개정 수학과 교육과정이 지향하는 바이기도 하다. 그리고 Jan de Lange의 평가들은 전 세계 학생들의 수학적 소양을 측정하는 PISA 및 TIMSS 수학 학습 평가들의 기초를 제공하고 있기도 하다(정영옥, 2004).

본 연구에서는 NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가들의 비교·분석이 필요함을 인식하고, 이들의 구성 방식을 살펴본 뒤, 평가들을 내용 영역과 행동 영역으로 나누어 비교하여 그 결과에 비추어 앞으로의 평가의 방향을 제안하였다. 이를 통해 2015 개정 수학과 교과용 도서의 평가들에서 내실을 기해야 할 방향이나 발전 방향에 관한 시사점을 얻을 수 있었다. 특히 수학 평가들 구성요소에서 중점을 두어야 할 부분이 무엇인지에 대한 아이디어를 얻을 수 있었다.

II. 이론적 배경

1. 수학 교육 평가의 동향

평가란 한 개인이 지적이고 정서적인 성장을 이루기 위하여 학습자가 무엇을 학습했고, 무엇을 더 학습해야 하는지를 알아보기 위한 일련의 활동을 의미한다. 수학 교육에서 평가는 NCTM에서 발간한 학교 수학의 교육과정과 평가규준(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics(NCTM, 1989))에서 교육과정과 평가에 대한 주요 방향이 언급되면서 1990년대 이후 큰 관심을 끌게 되었다.

NCTM(1989)에서는 평가의 기능을 등급을 부여하기 위한 도구로 보았던 기존의 관점에서 탈피하여 평가를 수업의 일부로 통합하여 보는 관점을 제시하였다. 평가는 중요한 수학의 학습을 뒷받침해야 하며 교사와 학생 모두에게 유용한 정보를 제공해야 한다고 보고, 평가에 직접 사용되는 평가 도구를 판단하기 위한 3가지 원리인 일관성의 원리, 정보의 다양한 출처의 원리, 적절한 평가 방법과 사용의 원리를 제시하였다. 이들 원리는 모든 수준의 평가에 적용 가능하고, 학생의 수학 성취도 평가에 대한 타당성을 제공하며, 학습 과정의 평가에도 적용할 수 있다(황우형, 구자형, 2006). 이 원리는 미국 수학과 평가의 표준이 되고 있으며, 우리나라를 비롯한 전 세계

각국에서도 많은 부분 참조하고 있는 실정이다.

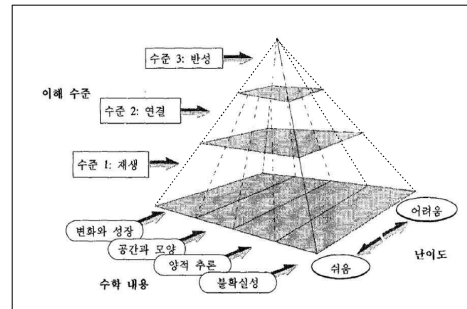
한편 NCTM이 2000년 제시한 10가지의 표준도 이후 각종 평가에 큰 영향을 미쳐왔다. NCTM(2000)은 학생들이 수학적으로 사고하고 추론할 수 있는 능력을 가지며 수학적 지식과 기능의 유용한 기저를 지닌 사회를 이루기 위한 기준을 제시하였다. 유아원·유치원부터 12학년에 이르기까지 습득해야 할 기준은 수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률, 문제 해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현의 10가지이다. 10가지의 기준은 5개의 내용 기준(수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률)과 5개의 과정 기준(문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현)으로 나눌 수 있다. 수학 평가에서 NCTM 내용 기준은 평가해야 할 학생들의 수학적 지식을, 과정 기준은 평가해야 할 내용 지식을 획득하고 활용하는 방법을 의미한다. 내용 기준과 과정 기준이 한데 묶여 10개의 기준이 수평하게 제시되어 있는데 이를 통해 수학적 이해와 능력은 연결된 조직이라는 것을 알 수 있다. 이는 이후 교육과정 전반에 걸쳐 모든 학생들의 수학 학습을 위한 토대가 된다. 본 연구에서는 NCTM의 5가지 내용 기준을 수학 학습 평가들 내용 영역 비교의 준거로 활용하였다.

한편 NCTM(1989) 이외에 최근의 수학 교육 경향을 잘 보여주는 연구로 1970년대 네덜란드에서 시작된 Freudenthal의 RME(Realistic Mathematics Education)를 들 수 있다. RME는 말 그대로 실생활에서 인간 활동으로서의 수학에 기초를 둔 수학 교육 사조이다. 이전까지는 수학이 이미 조직화된 상태로 학생들에게 전달되었다면 RME에서는 학생 스스로 경험을 통하여 수학적 지식을 구성하도록 유도한다. Freudenthal은 이를 위하여 이미 선조가 발명한 수학을 학생 자신의 경험에 기초한 자신의 방법으로 재발명하도록 하는 안내된 재발명 방법을 제안하였다. 이를 위해서 자연스럽게 수학을 이끌어내고 추상화하며 알게 된 수학을 다시 적용할 수 있는 맥락의 제공과 관련된 교수학적 현상학, 이 과정에서 학생들의 수준을 점진적으로 끌어올리는 수준이론을 제시하였다(정영옥, 2004). RME에서는 평가 역시 학생들이 수학적 지식을 얼마나 알고 있는지가 아니라 스스로 수학적 지식을 어떻게 구성하는지에 초점을 맞추어야 한다고 보았다.

2. 수학 학습 평가들

수학 학습 평가들이란 협의의 의미로 ‘평가 도구의 개발 과정’에서 고려해야 할 제반 항목에 대한 지침, 안내, 준거가 되는 사항들을 말하며, 광의로는 ‘평가의 전 과정’에서 고려해야 할 제반 항목에 대한 지침, 안내 및 준거가 되는 사항들을 말한다(황혜정, 최승현, 1999). 이를 토대로 수학 학습 평가들은 수학 교육 목표를 분석하여 이를 반영할 수 있도록 설정된 행동 영역과 내용 영역, 성취 기준 평가 문항 유형, 그리고 행동 또는 내용 영역 등의 각 요소별 문항 출제 비율 등을 포함하는 사항으로 정의할 수 있다.

대표적인 수학 학습 평가들로 Jan de Lange의 피라미드 평가 모델을 들 수 있다. 피라미드 평가 모델은 RME의 수업 원리에 맞는 평가를 실시하기 위해 개발되었으며 지속적인 이론 탐색과 연구 실행의 결과로 계속해서 수정, 보완되고 있는 틀이라고 할 수 있다(정영옥, 2004).



[그림 1] Jan de Lange의 피라미드 모델(정영옥, 2004, p.350)

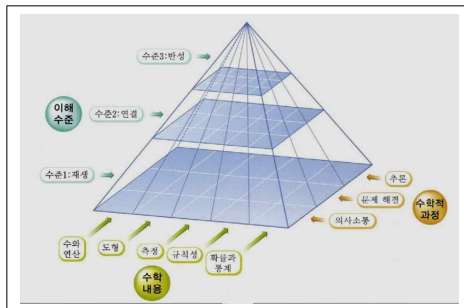
[Fig. 1] The Pyramid Model of Jan de Lange(Chong, Yeongok, 2004, p.350)

학생들의 평가를 위해서는 여러 가지 요인을 고려해야 하는데 Jan de Lange는 수학 내용, 이해 수준, 난이도의 세 차원으로 이루어진 피라미드 모델을 제시하였다. 피라미드 모델에서는 4가지의 수학 내용과 세 수준의 이해 수준으로 도식화하였다. 원래 이 모델은 삼각형의 평면모델이었지만 난이도 차원을 고려하여 입체 모델로 수정되었으며, 정육면체나 직육면체가 아닌 피라미드 모양으로 나타난 것은 수준별 문제의 비율을 다르게 적

용해야 함을 나타내기 위해서이다(정영욱, 2004).

Jan de Lange의 피라미드 모델은 PISA, TIMSS 등 대규모 국제 평가 및 우리나라 수학 학습 평가들에 영향을 끼쳐왔다. 평가의 큰 틀을 직관적인 피라미드 모델로 나타내어 다양한 평가 요소를 동시에 고려하도록 한 점과 수학적 소양을 구성하는 수학적 능력을 수준별로 나누고, 수준별 문제의 비율을 다르게 적용하도록 위로 갈수록 좁아지는 피라미드 모형을 채택한 점은 이후 수학 학습 평가를 개발에 참신한 아이디어를 제공해주었다. Jan de Lange의 3가지 이해 수준은 본 연구의 수학 학습 평가를 비교에서 행동 영역 비교의 준거로 활용하였다.

피라미드 평가모델은 우리나라 교사용지도서의 수학 학습 평가들에도 영향을 주었다. 2009 개정 수학과 교사용지도서에서는 교과서의 단원 평가를 위하여 단원 평가 피라미드 모델을 제시하였다. 이 피라미드 모델은 수학적 내용, 수학적 과정, 이해 수준의 삼차원으로 구성되어 있다. 가로축의 <수학적 내용>은 교육과정의 내용 영역에 따라 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성의 5개 영역으로 구분하였고, 세로축의 <수학적 과정>은 2009 개정 수학과 교육과정의 목표에서 제시하고 있는 수학적 의사소통, 수학적 추론, 수학적 문제 해결로 구분하였다. 수직축의 <이해 수준>은 Jan de Lange의 아이디어를 빌려서 재생, 연결, 반성의 세 수준으로 구분하였다.



[그림 2] 단원평가 피라미드 모델(교육부, 2014, p.32)

[Fig. 2] The Lesson Assessment Pyramid model(Ministry of Education, 2014, p.32)

단원평가 피라미드 모델은 NCTM(1989)이 Standards에서 제시한 평가의 동향과 대규모 평가의 수학 학습 평가들을 제공해주고 있는 Jan de Lange의 피라미드 평가 모델, 2009 개정 수학과 교육과정 평가 항목의 유의점을 종합적으로 검토하여 제작되었다. 그러나 정작 2009 개정 수학과 교육과정 교과서의 큰 특징인 스토리텔링을 반영하는 평가 맥락에 대한 고려가 빠져있고, Jan de Lange의 본래 의도와는 달리 평가 내용을 교육과정의 내용분류에 따라 엄격히 영역을 구분하였다. 또한 Jan de Lange는 수학적 사고, 수학적 논증, 모델링, 문제 제기과 해결, 기호와 형식적 언어, 의사소통, 수학적 도구와 같은 수학적 능력을 개별 문항에서 평가하는 것은 바람직하지 않다고 보았기 때문에 이 능력들을 동시에 발휘할 수 있도록 세 수준으로 조직하였다(정영욱, 2004). 그러나 단원평가 피라미드 모델에서는 추론, 문제해결, 의사소통과 같은 수학적 과정이 재생, 연결, 반성의 이해 수준의 하위 영역임에도 불구하고 이를 별개의 축으로 설정하여 제시하고 있다.

3. 관련 선행 연구

다음은 연구에 앞서 국제규모 평가의 수학 학습 평가들을 비교하였던 기존의 연구를 살펴보면 다음과 같다.

황혜정, 최승현(1999)은 한국교육개발원, 전미수학 교사협회(NCTM), 미국의 국가 수준 교육 향상 평가(NAEP), 수학·과학 성취도 국제 비교 연구(TIMSS), 미국 오레곤주, 뉴질랜드의 수학과 평가들을 살펴보고, 내용 영역, 인지적 영역, 정의적 영역의 3차원으로 구성된 수학과 평가들을 제안하였다. NAEP 1996와 TIMSS 1995를 비교한 비교적 초창기의 연구라고 할 수 있다. Johnson(1998)은 NAEP와 TIMSS의 단순비교를 넘어서 미국 8학년 학생들의 NAEP 1996과 TIMSS 1996 결과를 비교하고 두 평가 간의 연관성을 탐색하였다. 그는 미네소타 학생들의 NAEP 1996과 TIMSS 1995 결과 간의 연관성을 탐색하고 이에 근거하여 미주리와 오레곤 학생들의 NAEP 1996 결과에 따른 TIMSS 1997의 결과를 예측하는 데에 활용하고자 하였다.

2000년대에 들어서도 국내 대규모 평가 관련 연구 또는 국제 규모 평가 간의 수학 학습 평가를 비교 연구는 이어졌다. 조윤동, 이광상(2014)은 국가수준 학업성취도

평가에서 초등학생들의 성취수준별 특성에 대하여 분석했으며, 황우형, 구자형(2006)은 우리나라와 NAEP 2005, TIMSS 2007, PISA 2003, NECAP(New England Common Assessment Program)의 평가들에서 볼 수 있는 특징들을 기술하고, 우리나라, 미국, 그리고 국제 연구의 평가들을 비교 분석하였다. Neidorf, Binkley, Gattis와 Nohara(2006)는 NAEP 2003, TIMSS 2003, PISA 2003의 평가들과 평가문항을 다양한 측면에서 분석하고 평가 결과도 함께 비교하였다. 세 가지 평가의 수학 학습 평가들이 매우 유사한 주제를 참조하고, 일정한 범위의 인지 기술 및 인지 과정을 학생들에게 요구하고 있는 것으로 보이지만 그렇다고 해서 같은 수학 내용을 같은 방법으로 평가하고 있는 것은 아니라고 하였다. Kim, Wakhungu와 Ku(2009)도 역시 NAEP 2000, TIMSS-R 1999, PISA 2000 평가의 수학 학습 평가들을 비교하였다. NAEP와 TIMSS-R은 내용 영역을 엄격하게 구분하고 문제에서 특정 영역에 대한 학생들의 이해를 평가한 반면 PISA는 실생활에서 필요로 하는 일반적인 기술과 폭넓은 지식의 확장을 평가한다고 하였다. 공학 기기의 도움에 있어서는 NAEP와 PISA는 계산기의 도움을 허용하였으나 TIMSS-R은 계산기 사용을 허용하지 않는다는 차이를 보인다고 주장하였다.

한편 시대 흐름에 따른 단일 평가의 수학 학습 평가들의 변화를 살핀 연구도 있었다. 조영미(2004)는 미국 NAEP 수학 학습 평가들 중에서 1990, 1996, 2005 버전을 중심으로 하여 개정 배경, 주요 특징과 요소별 특징으로 내용 영역과 행동 영역을 분석하였다. 이러한 고찰을 통하여 평가들의 요소 측면에서는 행동 영역, 문항 출제 비율, 성취 기준 진술 방식 등에 관한 심도 있는 연구가 필요하며, 평가 일반에 있어서는 다양한 사람들의 참여, 수학 교육 연구의 적극적 반영 노력, 평가들 개발자의 디자인 마인드 필요 등 일곱 가지의 시사점을 제시하였다.

한국교육과정평가원에서도 국제규모 평가를 대비한 연구를 시행하고 있었는데, 송미영, 최혁준, 임해미, 박혜경, 손수경(2013)은 한국교육과정평가원 연구보고서인 「OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2015 예비검사 시행 기반 구축」에서 2014년에 시행될 PISA 2015 예비검사를 위한 평가들, 평가도구의 개발·번역과 평가

대상의 표집과정을 제시하였다. 김수진, 동효관, 박지현, 김지영, 진의남, 전경희, 서지희, 김민정(2013)은 한국교육과정평가원 연구보고서 「수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구: TIMSS 2015 평가 기반 구축」에서 TIMSS 2015의 안정적 시행과 신뢰로운 자료 수집을 위하여 국제 본부에서 제공한 지침 및 절차를 제시하였다. TIMSS의 개관 및 TIMSS 2015 연구 및 연구 방법에 대하여 정리하였으며 2014년에 시행되는 TIMSS 2015 예비검사 문항 개발, TIMSS 2015 시행 설계와 학교 표집 절차를 안내하였다. 두 가지 연구 모두 국제 규모 평가 시행 기반 구축에 초점을 두고 시행 방법 및 절차를 상세화하였으며 수학 학습 평가들에 대한 심도 있는 분석은 실시하지 않았다.

이상의 선행연구에서 살펴본 바와 같이 국제 규모 평가 간의 수학 학습 평가를 비교에서 최신의 평가들에 대한 비교 연구는 부족하며 2015년 버전의 국제 규모 평가 최신 보고서에서 수학 학습 평가들에 대한 심도 있는 분석은 미비한 실정이다. 이에 본 연구에서는 NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가를 분석하고, 서로 비교하여 2015 개정 교과용 도서의 수학 학습 평가 구성에 의미 있는 시사점을 제공하고자 하였다.

III. 연구 방법

본 연구에서는 NAEP 2015 수학 학습 평가들, TIMSS 2015 수학 학습 평가들, PISA 2015 수학 학습 평가들의 유사점과 공통점, 차이점 등을 서로 비교하는 비교연구법을 사용하였다. 자료명 및 자료의 출처인 해당 평가 공식 홈페이지는 다음과 같다.

- National Assessment Governing Board. (2014). *Mathematics framework for the 2015 national assessment of educational progress*. Retrieved January 15, 2015 from <https://nces.ed.gov>
- TIMSS and PIRLS International Study Center. (2015b). *TIMSS 2015 assessment frameworks*. Retrieved January 15, 2015 from <http://timssandpirls.bc.edu>

- OECD. (2013). *PISA 2015 draft mathematics framework*. Retrieved January 15, 2015 from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts>

본 연구에서는 초등학생을 대상으로 하는 대규모 평가의 평가틀을 비교하고자 하였다. NAEP 2015와 TIMSS 2015는 모두 초등에 해당하는 4학년 평가틀을 분석하였으나 PISA 2015는 만 15세만을 대상으로 하여 동일 학년의 평가틀 비교는 실시하지 못하였다.

NAEP 2015 4학년 수학 학습 평가틀은 다섯 가지의 내용 영역과 세 가지 수준의 문항의 수학적 복잡도의 2개의 축으로 구성되고 TIMSS 2015 4학년 수학 학습 평가틀은 세 가지의 내용 영역과 3수준의 인지 영역을 축으로 하여 구성되며 PISA 2015 수학 학습 평가틀은 맥락, 수학적 내용, 수학적 과정의 세 가지 차원으로 구성된다. 세 가지 평가 모두 대체로 평가틀이 내용 영역과 행동 영역의 두 축으로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 내용 영역은 NCTM의 내용 기준을 준거로, 행동 영역은 Jan de Lange의 피라미드 모델 중 이해 수준을 준거로 하여 비교하여 결과를 도식화하여 나타내었다. NCTM의 과정 기준은 사고의 단계적 배열이 아닌 횡적 배열로 이루어져 있었기 때문에 행동 영역에서 NCTM의 과정 기준은 준거로 활용하지 않았다.

[표 1] 수학 학습 평가틀 비교 개관
[Table 1] The outline of comparing mathematics frameworks

평가 영역	NAEP 2015	TIMSS 2015	PISA 2015
내용 영역	수 성질과 연산	수	변화와 관계
비교준거	측정	·도형과	공간과 모양
NCTM	기하	측정	양
내용 기준	자료 분석과 확률	·자료 표현	불확실성과
	대수		자료
행동 영역	<문항의 수학적 복잡도>	<인지영역>	<수학적과정>
비교준거			
피라미드모델	낮은 복잡도	알기	형식화하기
이해 수준	중간 복잡도	적용하기	이용하기
	높은 복잡도	추론하기	해석하기

IV. 결과 분석 및 논의

1. 수학 학습 평가틀의 구성

NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015의 평가 개관 및 수학 학습 평가틀의 구성은 다음과 같다.

1) NAEP 2015

NAEP는 미국 전 지역에서 치러지는 국가 수준 평가로 우리나라의 국가 수준 학업 성취도 평가와 유사하다. 1969년 처음 시행되었으며 읽기, 수학, 과학, 쓰기, 역사/지리 등의 분야에 대해 일정 간격마다 4학년, 8학년, 12학년을 대상으로 실시된다. 12학년의 경우 2011년 수학 학습 평가틀을 개정하였으나 4, 8학년은 1990년대 초기 수학 학습 평가틀을 큰 변화 없이 그대로 사용하고 있다. NAEP의 수학 학습 평가틀은 NCTM이 강조하는 수학 교육 목표와 내용을 반영하여 NCTM의 평가의 원리를 가장 최선으로 반영하는 평가이다.

NAEP 2015의 4학년 수학 학습 평가틀은 내용 영역과 문항의 수학적 복잡도 두 축으로 구성된다.

(1) 내용 영역

NAEP가 시작된 이래로 NAEP는 학생들의 수학 내용에 이해에 대한 데이터를 정기적으로 수집해 왔다. 비록 내용 영역의 명칭이 때로 바뀌기도 했지만 학생들의 수행 능력에 대한 정보를 알아내고자 하는 주요한 다섯 가지의 메인 영역은 지속되어 왔다. NAEP 2015 수학 학습 평가틀의 주요 골자가 되는 다섯 가지의 내용 영역은 다음과 같다.

- 수 성질과 연산(Number properties and operations)
- 측정(Measurement)
- 기하(Geometry)
- 자료 분석, 통계와 확률(Data analysis, Statistics, and Probability)
- 대수(Algebra)

(2) 문항의 수학적 복잡도

앞에서 언급한 다섯 가지의 내용 영역 문제들은 학생들에게 특정 사고를 요구하는데 이러한 요구가 해당 문항의 수학적 복잡도를 결정하게 된다. 문항의 수학적 복

잡도는 내용 영역에 이어 NAEP 2015 수학 학습 평가들의 두 번째 축을 형성하게 된다. 복잡도에 따라 Low complexity, Moderate complexity, High complexity의 세 수준으로 구분할 수 있으며, 본 연구에서는 각각 낮은 복잡도, 중간 복잡도, 높은 복잡도로 번역하여 사용한다(조영미, 2004).

- 낮은 복잡도(Low Complexity): 이 범주의 문항에서는 학생들이 이전에 배운 개념이나 원리를 단순히 회상하거나 재인식하기를 기대한다. 기계적으로 수행할 수 있는 과정을 포함한 상당히 정형화된 문항이 여기에 속한다. 풀이 과정을 설명하거나 풀이 방법에 이르기까지의 독창적인 과정을 요구하지 않는다.
- 중간 복잡도(Moderate Complexity): 이 범주의 문항에서는 낮은 복잡도의 카테고리보다 더 많은 선택지에 대한 사고를 요구한다. 학생들은 무엇을 어떻게 해야 할지 결정하며 여러 영역으로부터 개념과 원리를 이끌어와 한데 결합시켜야만 한다. 예를 들면, 학생들은 한 가지 이상의 상황을 나타내기를 요구받거나 다양한 조건을 만족하는 도식을 그려야할 수도 있고, 비정형화된 수많은 연산을 수행하는 문제를 풀어야 할 수도 있다. 학생들은 자신의 풀이과정을 설명하거나 보여주기를 요구받지만 그것을 반드시 수학적으로 정당화하지는 않아도 된다.
- 높은 복잡도(High Complexity): 학생들에게 요구하는 것이 가장 많은 범주로 학생들에게 추상적인 추론, 계획, 분석, 판단, 창의적인 사고를 기대한다. 수학적 명제를 증명하고 수학적 논리를 구성할 수 있어야 한다. 학생들에게 제시되는 문항은 특정 사례로부터 일반화시키는 능력이 필요로 한다. 그리고 추상적인 생각을 세련된 방법으로 표현하기를 요구한다.

NAEP 2015 수학 학습 평가들에서는 NCTM의 내용 기준(수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률)과 유사하게 4학년 수학 내용을 5개의 영역(수 성질과 연산, 측정, 기하, 자료 분석과 확률, 대수)으로 구분하였다. 문항의 수학적 복잡도는 학생들에게 기대하는 수학적 사고를 수준에 따라 구분하여 제시하였으며 낮은 복잡도, 중간 복잡도, 높은 복잡도로 분류하였다.

2) TIMSS 2015

1995년부터 시작된 TIMSS의 평가들은 평가 문항의 출제뿐만 아니라 평가 결과의 분석에서도 큰 비중을 차지한다(황우형, 구자형, 2006). TIMSS 2015는 1995년부터 20년간 4년 간격으로 4, 8학년을 대상으로 한 여섯 번째 평가이며 TIMSS 2011과 비교해보면 4학년을 대상으로 한 TIMSS Numeracy가 새로 도입된 점을 제외하고는 대체로 유사하다.

TIMSS 2015의 수학 학습 평가들은 내용 영역과 인지 영역의 2차원으로 구성되며 본 연구에서는 초등에 해당되는 4학년에 초점을 맞추어 살펴보았다.

(1) 내용 영역

- 수: 자연수, 분수와 소수, 표현과 간단한 방정식, 관계
- 도형과 측정: 점, 선, 각도, 2차원과 3차원의 도형
- 자료 표현: 자료 읽기, 해석하기, 제시하기

(2) 인지 영역²⁾

TIMSS 2015 평가 문항을 올바르게 해결하기 위하여 학생들은 평가 문항이 포함하는 수학적 내용에 친숙해야 할 뿐만 아니라 다양한 인지 기술에 의존해야 할 필요가 있다. 이러한 기술은 TIMSS 2015와 같은 평가들을 개발하는 데에 있어 핵심적인 역할을 하게 된다. 황우형, 구자형(2006)은 TIMSS 2015에 대해서 알기(Knowing), 적용하기(Applying), 추론하기(Reasoning)의 세 가지로 인지 영역을 분류하여 제시하였다.

- 알기(Knowing): ‘알기’는 학생들이 수학적 문제 해결을 위해 알아야 하는 사실, 절차, 개념을 포함한다. 수학을 이용하는 솜씨, 수학적 상황에 대한 추론은 수학적 지식과 수학적 개념에 친숙한 정도에 달려있다. 학생들이 회상할 수 있는 적절한 지식이 많을수록, 이해하고 있는 개념의 범위가 넓을수록 보다 폭넓은 문제 해결 상황에 참여하고 수학적 이해를 발달시킬 가능성이 더 커진다.
- 적용하기(Applying): ‘적용하기’는 문제를 풀거나 질문에 답하기 위한 지식·개념적 이해를 적용하는 학

2) 원문 TIMSS 2015 Mathematics Framework에는 Cognitive Domains로 제시된 것을 인지 영역으로 번역하였다. 황우형, 구자형(2006)은 행동영역이라고 번역하였다.

생의 능력에 초점을 맞춘다. 문제 해결은 학교 수학의 중심 목표인 동시에 수단이 된다. 따라서 문제 해결과 문제 해결의 바탕이 되는 기능(예를 들면, 선택하기, 표현하기, 모델링하기)은 지식과 개념적 이해를 적용하는 '적용하기' 영역에서 뚜렷한 특징이 된다. 학생들은 사실, 기능, 절차에 대한 수학적 지식이나 수학적 개념의 이해를 적용하여 표현을 하고 문제를 해결할 필요가 있다. 아이디어를 표현하는 것은 수학적 사고와 의사소통의 핵심을 이루고 있으며, 동치인 표현을 만들어 내는 능력은 수학 교과에서 성공하는 데 기초가 된다.

- **추론하기(Reasoning):** '추론하기'는 정형적인 문제의 해결을 넘어서서 친숙하지 않은 상황, 복잡한 맥락, 다단계의 문제를 해결해 내는 것이다. '추론하기'는 논리적이고 체계적인 수학적 사고 능력을 포함한다. 이것은 비정형적인 문제를 해결하는 데 사용할 수 있는 패턴과 규칙성에 토대를 둔 직관적인 추론과 귀납적인 추론을 포함한다. 비정형적인 문제는 학생들에게 낯선 문제일 가능성이 높은 문제들이다. 이런 문제들은 정형적인 문제를 풀 때 필요한 것 이상의 능력을 요구한다. 비정형적인 문제는 순수하게 수학적인 문제이거나 실생활 맥락에서 나온 문제들이다. 두 가지 유형의 문제들 모두 새로운 상황에 지식과 기능을 전이하는 것을 포함하며, 추론 기능들 사이의 상화작용이 일어나는 것이 특징이다.

TIMSS 2015 수학 학습 평가들에서는 4학년 수학 내용 영역을 수, 도형과 측정, 자료 표현 세 가지로 분류하였는데 이는 NCTM의 내용 기준을 좀 더 큰 범주로 통합한 것이다. 인지 영역은 *알기(knowing)*, *적용하기(applying)*, *추론하기(reasoning)*로 구분하였으며 문제를 해결하기 위해 학생에게 요구되는 능력에 초점을 맞추었다.

3) PISA 2015

PISA는 경제협력개발기구(OECD)에서 세계 각국에서 의무교육이 종료되는 시점인 만15세 학생들을 대상으로 실시하는 국제 평가이다. 읽기, 수학, 과학 영역이 순환적으로 주영역이 되는 3년을 주기로 2000년부터 시작되어 여섯 번째 PISA 주기가 2015년 시작된다. 실생활의

많은 문제 해결 과제가 팀을 중심으로 수행된다는 점에 주목하여 PISA 2015부터 협력적 문제해결력 평가가 도입되었으며 전 영역의 평가에 컴퓨터 기반 평가를 도입하였다.

PISA 2015에서 주 영역은 과학이고 수학은 보조 영역이기 때문에 PISA 2015 수학 학습 평가들은 수학이 주 영역이었던 PISA 2012의 큰 틀을 그대로 유지하여 '수학적 과정', '수학적 내용', '맥락'의 3차원으로 구성된다. '맥락'은 문제가 제시되는 배경이고, '수학적 내용'은 문제를 해결할 때 가장 중요하게 사용되고 조직되어야 하는 수학적 지식을 말한다. '수학적 과정'은 문제가 발생한 상황을 수학과 연결하고 문제를 해결하기 위해 요구되는 능력과 관련된다(송미영 외, 2013).

(1) 수학적 과정

수학적 과정은 수학을 형식화하고 이용하며 해석하는 개인의 능력이다. 한국교육과정평가원(송미영 외, 2013)에서 제시한 것과 같이 아래의 세 가지 과정은 개인이 문제의 맥락을 수학과 연결하여 문제를 해결하는 수학적 과정을 조직화하는 데에 유용하면서도 의미 있는 구조를 제공해준다.

- **[형식화] 상황을 수학적으로 형성하기:** 학생들이 얼마나 효과적으로 문제 상황에서 수학을 사용하는 능력을 인식하고 구체화할 수 있는지, 그리고 맥락화된 문제에서 수학적 형식을 형식화하기 위해 요구되는 수학적 구조를 찾을 수 있는지를 나타낸다. 수학적 상황을 형식화하는 데에는 실세계 맥락 문제의 수학적 측면을 구체화하고, 의미 있는 변수를 구체화하기, 문제 또는 상황에서 규칙성, 관계, 패턴을 포함한 수학적 구조를 인식하기 등의 활동이 요구된다.
- **[이용] 수학적 개념, 사실, 과정 이행하기:** 학생들이 연산과 조작을 얼마나 잘 수행하는지, 수학적으로 형식화된 문제로부터 수학적 해를 구하기 위해 그들의 개념과 지식을 얼마나 잘 적용할 수 있는지를 나타낸다. 수학적 개념, 사실, 절차, 추론을 '이용'하는 데에는 수학적 해를 구하기 위해 전략을 고안하고 실행하기, 대략적인 해를 구하기 위해 테크놀로지를 포함한 수학적 도구를 사용하기 등의 활동이 포함된다.

- [해석] 해석하고 적용하며 수학적 결과물을 평가하기 학생들이 수학적 해와 결과를 어느 정도 파악하고 있으며, 이를 실세계의 문제 맥락에서 해석할 수 있는지, 그 결과나 결론이 합리적인지 아닌지를 판단할 수 있는지를 나타낸다. 수학적 결과를 ‘해석’, 적용, 평가하는 과정에는 수학적 결과를 실세계 맥락의 문제에 다시 대입하여 해석하기, 실세계 맥락 문제에서의 수학적 해의 합리성 평가하기 등의 활동이 포함된다.

[표 2] PISA 2015 수학 학습 평가를 문항의 기본 수학 능력(송미영 외, 2013, p.45)

[Table 2] Fundamental mathematical capabilities of the PISA 2015 mathematics framework

수준	특징
의사소통	· 명제, 질문, 과제를 읽고, 해독하고, 해석하기 · 문제를 해결했을 때, 이를 다른 사람에게 설명하고 정당화하기
수학화	· 실세계의 문제를 수학적 형태로 변형하기 · 원래 문제와 관련지어 수학적 모델 또는 수학적 결과를 해석하고 평가하기
표현	· 상황을 포착하고, 문제를 의사소통하고, 작업을 나타내기 위해 다양한 표현을 선택하고, 해석하고 번역하기 · 그래프, 표, 다이어그램, 그림, 방정식, 공식, 문장, 구체물 등이 포함됨
추론과 논증	· 문제의 요소들을 탐색하고 연결 짓고 추론하는 과정에서의 논리적 사고 · 문제의 해를 구하고 명제를 정당화하기
문제 해결을 위한 전략 고안	· 문제를 효과적으로 인식하고 형식화하며 해결하는 데 도움을 주는 비판적 통제 과정 과제 또는 맥락에서 발생하는 문제를 해결하는 데 수학을 사용하기 위한 계획 또는 전략을 선택, 고안, 실행하는 것
상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용	· 수학적 맥락 내에서 수학적 규칙에 의거한 기호 표현을 이해하고, 해석하고, 조작하고, 사용하는 것 · 정의, 규칙, 형식 체계에 기초한 형식적 구성, 알고리즘을 이해하고 사용하는 것
수학적 도구의 사용	· 측정 도구, 계산기, 컴퓨터 기반 도구 포함 · 수학 활동을 도와주는 다양한 도구, 그 사용 방법 및 한계점에 대한 지식 · 의사소통에서도 중요한 역할을 함

한편 PISA에서는 수년 간 학생들의 응답을 분석한 결과 학생들이 각 수학적 과정을 이행하는 동안 일어나는 일련의 수학적 능력을 발견했는데 이 수학적 능력을 [표 2]와 같이 7가지(의사소통, 수학화, 표현, 추론과 논증, 문제 해결을 위한 전략 고안, 상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 활용, 수학적 도구의 사용)의 기본 수학 능력으로 압축하였다. 3수준의 수학적 과정과 7가지 기본 수학 능력은 별개의 것이 아니며, 기본 수학 능력은 수학적 과정 수준에 따라 다양한 정도로 나타나게 된다.

(2) 수학적 내용

체계적인 구조의 수학적 내용 지식은 특정 수학 개념과 과정의 개발을 촉진하는 폭넓은 분야의 문제에 놓인 수학적 현상에 기반하여 제공된다. 이를 위하여 PISA 2015에서는 평가를 위해 활용할 수학적 내용을 다음과 같은 네 가지의 범주로 분류하여 제시하였다.

- **변화와 관계** 변화의 기본적인 종류를 이해하고 변화가 일어날 때 변화를 설명하고 예측하기 위해서는 적절한 수학적 모델을 사용해야 함을 인지할 것을 요구하는 내용이다. 유기체의 성장, 음악, 계절의 순환, 날씨 패턴, 고용률 수치와 경제 상황 등과 같은 다양한 내용에서 변화와 관계는 나타날 수 있다.
- **공간과 모양** 공간과 모양은 우리의 시각적 세계 어디에서나 마주칠 수 있는 넓은 범주의 현상을 아우르는 내용이다. 예를 들면 패턴, 객체의 성질, 위치와 지향, 객체의 표상, 시각 정보의 암호화 및 해독, 위치 정보, 실제 모양과 표상 간의 역동적인 상호관계 등과 관련된다.
- **양** 양에 대한 지식은 실세계에 가장 많이 스며들어 있으며 실세계와 관련된 본질적인 수학 개념이다. 여기에는 대상, 관계, 상황의 속성에 대한 양화, 이러한 양화의 다양한 표현에 대한 이해, 양에 기초한 해석과 논증을 판단하는 것 등이 포함된다. 실세계에서 양을 다루는 활동에는 측정, 수 세기, 규모, 단위, 지표, 상대 크기, 수 경향과 패턴 등이 포함되며, 양적 추론에는 수 감각, 수와 관련된 다양한 표현들, 연산, 암산, 어림 등의 활동이 포함된다.

- **불확실성과 자료:** 일련의 과정에서 변화가 발생하는 위치를 인지하기, 그 변화를 정량화할 수 있는 감각 갖기, 측정에 있어서 불확실성과 오류 인지하기, 확률을 아는 것 등이 포함된다.

(3) 맥락

맥락이란 문제가 제시되는 배경을 뜻한다. PISA 2015에서는 사용되는 맥락의 다양성을 증대시키고자 하며 개인적 관심의 범위를 확장하여 21세기에서 개인이 경험하게 되는 상황의 범주와 연결시키고자 한다.

- **개인적:** 자기 자신이나 가족, 친구와 관련된 활동에 초점을 맞춘 맥락의 문제이다. 음식 장만, 게임, 쇼핑, 개인의 건강, 출퇴근 수단, 스포츠, 여행, 개인적인 일정 관리와 개인 자산 관리 등이 포함될 수 있다.
- **직업적:** 직업 세계에 초점을 맞춘 맥락의 문제이다. 빌딩을 짓는 데에 필요한 자재를 측정하고, 견적을 내며, 주문하기, 급여 계산이나 장부 정리, 수량 관리, 일정 조정/제고 관리, 디자인/건축, 직업과 관련된 의사 결정 상황 등이 포함될 수 있다.
- **사회적:** 지역, 국가, 세계 차원의 사회에 초점을 맞춘 맥락의 문제이다. 선거 체계, 대중교통, 정부, 공공 정책, 인구 통계학, 광고, 국가 통계 및 경제 등이 포함될 수 있다.
- **과학적:** 수학을 자연 세계와 과학 기술 관련 이슈와 주제에 적용하는 맥락의 문제이다. 날씨나 기후, 생태학, 의학, 우주 과학, 유전학, 측량, 수학 그 자체 등이 포함될 수 있으며 이 외에도 여러 가지 주제가 가능하다.

PISA 2015 수학 학습 평가들은 수학적 내용을 기존의 수학 내용 분류 방법이 아니라 학교 밖에서 맞닥뜨리는 복잡하고 도전적인 문제를 해결할 수 있는 능력을 중심으로 양, 공간과 모양, 변화와 관계, 불확실성과 자료와 같이 통합적으로 분류하였다. 수학적 과정은 형식화하기, 이용하기, 해석하기의 세 단계로 나누었고, 각 단계에서 7가지의 기본 수학 능력(의사소통, 수학적 표현, 추론과 논증, 문제 해결을 위한 전략 고안, 상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용, 수학적 도구의 사용)이 어떻게 나타나는지 묘사하였다. 문제가 제시되는 배

경인 맥락도 개인적, 사회적, 직업적, 사회적 차원으로 구분하여 학생들이 다양한 맥락에서 수학을 형식화하고 이용 및 해석할 수 있도록 하였다.

2. 수학 학습 평가를 비교

앞에서 살펴본 세 가지의 평가는 국제적으로 높은 신뢰도와 인지도를 얻고 있는 연구라고 할 수 있다. 세 가지 평가의 수학 학습 평가를 역시 수차례에 걸친 개정과 연구 끝에 개발된 것이며 현재도 계속해서 수정되고 있다. 각각의 평가 목적과 대상에 맞추어 개발된 평가들을 일관된 잣대로 비교하는 것은 다소 무리가 따를 수도 있으나 수학 교육 평가 연구라는 대승적 의미에서 여러 평가들을 비교해보고 시사점을 도출해 내고자 하였다.

각 평가의 수학 학습 평가를 구조를 간략하게 살펴보면 NAEP 2015는 내용 영역과 문항의 수학적 복잡도 영역의 2차원 구조, TIMSS 2015는 내용 영역과 인지 영역의 2차원 구조, PISA 2015는 내용, 과정, 맥락 영역의 3차원 구조로 이루어져 있다. NAEP 2015의 내용 영역, TIMSS 2015의 내용 영역, PISA 2015의 내용 영역은 모두 평가하고자 하는 수학적 내용을 다루고 있으며 그 분류에 있어 차이가 있다. NAEP 2015의 문항의 수학적 복잡도 영역, TIMSS 2015의 인지 영역, PISA 2015 과정 영역은 공통적으로 평가하고자 하는 학생들의 수학적 사고 능력을 나타낸다. 수학 내용에서 지목하는 수학적 사고와 혼동될 가능성이 있으므로 본 연구에서는 행동 영역으로 지칭하였다. 황우형, 구자형(2006)도 수학적 사고력, 사고 능력, 이해 수준을 행동 영역으로 총칭하여 수학 학습 평가들 간의 비교 분석을 실시하였다. 또한 PISA 2015에서는 문제의 맥락도 수학 학습 평가들의 한 축을 이루고 있는데 이는 맥락을 강조하는 NCTM의 평가 원리에 부합하기 위한 것으로 볼 수 있다.

세 가지 평가들을 내용 영역과 행동 영역으로 나누어 비교해보면 다음과 같다.

1) 내용 영역 비교

NAEP 2015(4학년)는 내용 영역을 수 성질과 연산, 측정, 기하, 자료 분석과 확률, 대수의 5가지로 분류하고, TIMSS 2015(4학년)는 내용 영역을 수, 도형과 측정, 자료 표현의 3가지, PISA 2015(만 15세)는 변화와 관계,

공간과 모양, 양, 불확실성과 자료의 4가지로 분류하였다.

한편, NCTM은 유아원·유치원에서 12학년에 이르기까지 5가지의 내용 기준을 설정하였다. 내용 기준은 학생들이 배워야 하는 내용을 명확하게 기술한다. 5가지의 내용 기준은 다음과 같다. 수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률. 세 가지 수학 학습 평가들의 내용 영역을 비교하기 위해 NCTM의 내용 기준을 참조하여 수와 연산과 대수를 하나로 합친 수와 연산 영역, 기하와 측정을 포함하는 도형 영역, 자료 분석과 확률을 의미하는 자료의 가능성 영역으로 분류한다.

(1) 수와 연산

NAEP 2015에서 수 성질과 연산은 수 감각(number sense), 어림(estimation), 수 연산(number operations), 비와 비율(ratios and proportional reasoning), 수와 연산의 성질(properties of number and operations), 수를 사용한 수학적 사고(Mathematical reasoning using number)로 구성된다. 이는 수 자체의 성질과 사용에 초점을 둔다고 볼 수 있는데 이와 유사한 대수에서는 수 사이의 관계를 다루고 있다. 대수는 패턴, 관계 및 함수(patterns, relations, and functions), 대수적 표상(algebraic representations), 변수, 식, 계산(variables, expressions, and operations), 방정식과 부등식(equations and inequalities), 대수에서의 수학적 사고(mathematical reasoning in algebra)로 이루어져 있다.

TIMSS 2015에서 4학년은 수 영역 한가지로 구분하였지만 8학년에서는 수 영역과 대수 영역으로 분류하였다. 4학년 수 영역은 범자연수(whole numbers), 분수와 소수(fractions and decimals), 식, 방정식, 관계(expressions, simple equations, and relationships)의 하위 요소로 구성된다. 각 하위 요소별 평가 목표는 다음과 같다.

- 범자연수: 범자연수를 말이나 글, 다이어그램, 기호를 사용하여 표현한다. / 수를 확장된 형식으로 인식하고 쓰는 것을 포함하여 자릿값에 대한 지식을 보여준다. / 범자연수를 비교하고, 순서대로 나열하고, 반올림한다. / 범자연수에 대한 계산(+, -, ×, ÷)을 한다. / 측정, 화폐, 간단한 비례 등이 포함된 맥락 속에서

문제를 해결한다. / 홀수와 짝수를 구별한다. 약수와 배수를 구별한다.

- 분수와 소수: 전체와 부분, 모임의 부분, 또는 수직선상의 위치로 분수를 인식하고, 문장, 수, 모델을 사용하여 분수를 표현한다. / 간단한 분수에 대하여 동치 분수를 구별한다. 간단한 분수를 비교하고 순서대로 나열한다. 문제 상황에서 간단한 분수의 덧셈과 뺄셈을 한다. / 소수를 문장, 수, 모델을 사용하여 표현하고, 소수의 자릿값에 대한 지식을 보여준다. 소수를 비교하고 순서대로 나열하거나 반올림한다. 문제 상황에서 소수의 덧셈과 뺄셈을 한다.
- 식·방정식·관계: 수식에서 빠진 수를 찾거나 연산을 한다(예: $17+w=29$). / 미지수를 포함한 문제 상황을 표현하기 위해 식 또는 수식을 구별하거나 나타낸다. / 잘 정의된 패턴에서 관계를 구별하거나 사용한다(예, 인접한 항들 사이의 관계를 서술하고, 주어진 규칙에 따라 범자연수의 쌍들을 만들어낸다).

PISA 2015에서는 수학적 내용을 명확하게 구분하기 보다는 학교 밖에서 맞닥뜨리는 복잡하고 도전적인 문제를 해결할 수 있는 능력을 중심으로 다루었다. 양에는 측정, 수 세기, 규모, 단위, 지표, 상대 크기, 수 경향과 패턴 등이 포함되며 양적 추론에는 수 감각, 수와 관련된 다양한 표현들, 연산, 암산, 어림 등의 활동이 포함된다. 변화와 관계는 유기체의 성장이나 음악, 계절의 변화, 직원 수, 경제 상황과 같은 다양한 상황에서 나타난다. 대수식, 방정식과 부등식, 표와 그래프 표현을 포함하는 함수 및 대수와 관련된 현상을 기술하고, 모델링하며, 해석하기가 포함된다(송미영 외, 2013).

(2) 도형

NAEP 2015에서 측정은 물리적 특성 측정하기(measuring physical attributes), 측정 체계(system of measurement), 삼각법(measurement in triangles)이 포함되는데 4학년의 경우에는 측정하기와 측정 체계만을 대상으로 하였다.

기하는 차원과 모양(dimension and shapes), 모양의 변이와 성질의 보존(transformation of shapes and preservation of properties), 기하 모양 간의 관계(relationships between geometric figures), 위치, 방향,

좌표(position, direction, and coordinate geometry), 기하에서의 수학적 사고(mathematical reasoning in geometry)를 포함한다.

TIMSS 2015에서는 도형과 측정을 하나의 영역으로 통합하고 있다. 도형과 측정은 점·직선·각, 평면도형과 입체도형의 하위 요소로 구분되며 해당되는 평가 목표는 다음과 같다.

- 점·직선·각: 길이를 측정하고 어렵한다. / 평행선과 수직인 직선들을 구별하고, 그린다. / 다양한 유형의 각들을 구별하고, 비교하고, 그린다. / 비형식적 좌표 체계를 사용하여 점을 한 평면 위에 나타낸다.
- 평면도형과 입체도형: 일반적인 평면도형과 입체도형을 구별하고, 분류하고, 비교한다. / 선대칭과 회전대칭을 포함하여, 도형의 기본적인 성질을 회상하고 묘사하고 이용한다. / 입체도형과 그 평면 표현을 관

련짓는다. / 다각형의 둘레의 길이를 계산한다. 정사각형과 직사각형의 넓이를 계산한다. 주어진 도형으로 덮거나 정육면체를 채워서 도형의 넓이와 부피를 어렵한다.

PISA 2015에서 공간과 모양은 우리 주변의 시각적 세계를 다룬다. 패턴, 대상의 속성, 위치와 방향, 대상의 표현, 시각 정보의 암호와 해독, 위치 정보 등에서 마주하게 되는 광범위한 현상들과 관련된다(송미영 외, 2013).

(3) 자료와 가능성

NAEP 2015에서 자료 분석과 확률은 자료 표현(data representation), 자료 집합의 특성(characteristics of data sets), 경험과 표본(experiments and samples), 확률(probability)을 포함한다. TIMSS 2015에서 4학년은

[표 3] NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가들의 내용 영역 비교

[Table 3] The comparison of mathematics frameworks of the NAEP 2015, the TIMSS 2015, and the PISA 2015 in content domain

	NAEP 2015	TIMSS 2015	PISA 2015
수와 연산	[수 성질과 연산] 수 감각 어렵 수 연산 비와 비율 수와 연산의 성질 수를 사용한 수학적 사고	[수] · 법자연수 · 분수와 소수 · 식, 방정식, 관계	[양 I] · 수 세기 · 수 경향과 패턴 · 수 감각 · 연산, 암산, 어렵 · 수와 관련된 다양한 표현들
	[대수] 패턴, 관계 및 함수 대수적 표상 변수, 식, 계산 · 방정식과 부등식 · 대수에서의 수학적 사고		[변화와 관계] 대수식 방정식과 부등식 표와 그래프 표현을 포함하는 함수 및 대수와 관련된 현상을 기술하고, 모델링하며, 해석하기
도형	[측정] 측정하기 측정 체계	[도형과 측정] 점 직선 각 평면도형과 입체도형	[양 II] · 측정 · 규모 · 단위 · 지표 · 상대크기
	[기하] · 차원과 모양 · 위치, 방향, 좌표 · 모양의 변이와 성질의 보존 기하 모양 간의 관계 · 기하에서의 수학적 사고		[공간과 모양] · 패턴 · 대상의 속성 · 위치와 방향 · 대상의 표현 시각 정보의 암호와 해독 · 위치 정보
자료와 가능성	[자료 분석과 확률] · 자료 표현 · 자료 집합의 특성 · 경험과 표본 · 확률	[자료표현] 읽기 해석하기 표현하기	[불확실성과 자료] · 변동 가능한 부분에 대한 인식 · 변동의 양화에 대한 감각 측정의 불확실성과 오류가능성에 대한 자각 확률을 아는 것

자료 표현, 8학년은 자료와 가능성으로 영역명을 달리하였다. 4학년 자료 표현 영역은 읽기·해석하기·표현하기의 한 가지 하위 요소로 구성되며 해당 하위 요소의 평가 목표는 다음과 같다.

- 읽기·해석하기·표현하기: 표, 그림그래프, 막대그래프, 선그래프, 원그래프에서 자료를 읽고 비교한다. / 나타난 자료를 직접적으로 읽는 것을 넘어 주어진 자료로부터 정보를 이용하여 질문에 답을 한다. / 질문을 하거나 결과를 설명하기 위해 자료를 조직하고 표현한다.

PISA 2015에서 불확실성과 자료와 관련된 지식은 변동 가능한 부분에 대한 인식, 변동의 양화에 대한 감각, 측정의 불확실성과 오류 가능성에 대한 자각, 확률을 아는 것 등을 포함한다(송미영 외, 2013).

NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015의 수학 학습 평가를 내용 영역을 비교하여 표로 정리하면 [표 3]과 같다.

이를 통해 다음과 같은 특징을 발견할 수 있었다. TIMSS 2015에 비해 NAEP 2015와 PISA 2015가 내용 요소를 더 많이, 더 상세하게 제시하고 있었다. 예를 들면, TIMSS 2015에서는 범자연수 한 개 요소에 해당되는 내용을 NAEP 2015에서는 수 감각, 어렵, 수 연산의 세 가지 요소로 나누어 제시하였고, PISA에서는 수 세기, 수 경향과 패턴, 수 감각, 연산·암산·어림의 네 가지 요소로 쪼개어 제시하였다. 이는 TIMSS 2015의 평가 내용이 다른 평가보다 적다기 보다는 평가들에서 평가 내용을 크게 묶어서 제시함으로써 평가도구의 개발에 있어 내용 요소의 구속을 덜고 평가 내용의 확장을 유도하기 위함으로 여겨진다. Jan de Lange 역시 피라미드 모델에서 수학 내용을 변화와 성장, 공간과 모양, 양적 추론, 불확실성으로 분류하여 수학이 계속 확장되면서 성장하도록 의도하였다. 그러나 실제 학교 현장에서 평가 내용의 영역이 엄격하게 나뉘지 않고 통합적으로 제시된다면 통합형 문제 출제에 대한 부담이 커질 수도 있으므로 이에 대한 고려도 함께 필요하다.

결과적으로 세 가지 평가에서 다루고 있는 수학 학습 내용은 대체로 유사한데 NAEP 2015는 내용 영역을 비교적 세분화하여 구분하고 PISA 2015는 기존의 영역명 대신 유연하고 통합적인 영역명을 사용하여 내용을

구분하였다. 자료와 가능성 영역에서 PISA 2015의 내용 영역별 하위 요소 양이 많은 듯 보이나 다른 두 평가와는 달리 PISA 2015는 평가 대상이 만 15세였기 때문에 하위 요소의 양과 수준이 다를 수 있다. TIMSS 2015의 경우에는 NAEP 2015와 같이 전통적인 내용 영역 구분을 따르고 있었으나 3가지로 단순화하였다. 평가 내용 영역의 통합적인 제시는 앞으로의 평가의 방향이 될 것으로 보인다.

2) 행동 영역 비교

수학 학습 평가들에서 평가 대상자가 알아야 할 수학적 지식을 내용 영역으로 본다면 행동 영역은 평가 대상자가 수학적 지식을 획득하고 활용하는 방법이라 할 수 있다. 그러므로 각 평가를 별로 문항의 수학적 복잡도(NAEP, 2015), 인지 영역(TIMSS 2015), 수학적 과정(PISA 2015)으로 명칭은 다르지만 포괄하여 행동 영역으로 지칭할 수 있을 것이다.

NAEP 2015(4학년)는 문항의 수학적 복잡도를 낮은 복잡도, 중간 복잡도, 높은 복잡도의 3가지로 분류하고, TIMSS 2015(4학년)에서는 인지 영역을 알기, 적용하기, 추론하기의 3가지, PISA 2015(만 15세)에서는 수학적 과정을 형식화, 이용, 해석 3가지로 분류하고 별도의 7가지 기본 수학 능력을 제시하였다.

수학 학습 평가를 행동 영역의 비교를 위하여 Jan de Lange의 피라미드 모델을 살펴보면 Jan de Lange(1999, 2003; 정영옥, 2004에서 재인용)는 수학적 소양을 구성하는 수학적 능력을 수학적 사고, 수학적 논증, 모델링, 문제 제기와 해결, 표현, 기호와 형식적 언어, 의사소통, 수학적 도구 등으로 추출하고 다양한 능력을 동시에 발휘할 수 있도록 3가지의 이해 수준으로 조직하였다. 수준 1은 재생 수준으로 재생, 절차, 개념 및 정의와 관련되고, 수준 2는 연결 수준으로 문제 해결을 위한 연결과 통합, 수준 3은 반성 수준으로 수학적 사고와 추론 및 일반화와 통찰력과 관련이 있다. 세 가지 수학 학습 평가들의 행동 영역도 재생 수준, 연결 수준, 반성 수준으로 분류하여 비교하였다.

(1) 재생 수준

NAEP 2015에서 재생 수준은 문항의 수학적 복잡도

에서 낮은 복잡도(low complexity)에 속한다고 할 수 있다. 이 범주의 문항에서는 이전에 배운 개념·원리의 회상과 인식을 주로 요구한다. 낮은 복잡도 수준에서 요구되는 행동 능력은 다음과 같다.

- 사실, 용어, 특성 등을 회상하기
- 개념의 예를 인식하기
- 합, 차, 곱, 몫 등을 계산하기
- 동치의 표현을 인식하기
- 특정한 절차를 밟기
- 주어진 변수에 대해 방정식이나 공식에서 식을 평가하기
- 문장제 해결하기
- 단순한 도형을 그리거나 측정하기
- 그래프, 표, 도형에서 정보를 이끌어내기

TIMSS 2015에서는 알기(knowing) 영역이 재생 수준에 속한다고 볼 수 있다. 알기는 학생들이 수학적 문제 해결을 위해 알아야 하는 사실, 절차, 개념을 포함한다. TIMSS 2015 수학 인지 영역 중 알기는 ‘회상하기’, ‘인식하기’, ‘분류·정렬하기’, ‘계산하기’, ‘인출하기’, ‘측정하기’의 여섯 가지 하위 요소로 구성되며 각각의 평가 목표는 다음과 같다.

- 회상하기: 정의, 용어, 수의 성질, 측정 단위, 기하학적 성질, 대수적 표기법을 회상한다.
- 인식하기: 수, 표현, 양, 도형을 인식한다. / 수학적으로 동치인 전체를 인식한다.(예, 같은 값을 분수, 소수, 백분율로 표현, 보는 방향에 따라 단면이 다른 도형)
- 분류하기/정렬하기: 공통적인 성질에 따라 수, 표현, 양, 모형을 분류한다.
- 계산하기: 자연수, 분수, 소수, 정수의 사칙연산 및 복합 사칙연산의 혼합된 알고리즘 절차를 실행한다. / 간단한 대수적 절차를 실행한다.
- 도출하기: 그래프, 표, 지문 등에서 정보를 도출해낸다.
- 측정하기: 측정 도구를 사용하고, 적절한 측정 단위를 사용한다.

PISA 2015에서는 형식화하기(formulating situations mathematically) 영역이 재생 수준에 해당된다. 이 범주에서 학생들은 수학을 사용할 기회를 인지하고 확인해야

하며 맥락화된 형태로 제시된 문제에 대한 수학적 구조를 만들 수 있어야 한다. 형식화하기 영역은 다음과 같은 하위 요소들을 포함한다.

- 실생활 기반의 문제에서 수학적 측면을 인식하고 의미 있는 변수를 인지하기
- 문제나 상황에서 수학적 구조(규칙, 관계, 패턴 등)를 인식하기
- 수학적 분석이 가능하도록 상황이나 문제를 단순화하기
- 맥락에서 얻어진 수학적 모델링과 단순화 작업 이면의 제약과 가정을 인지하기
- 적절한 변수, 상징, 도표, 표준 모델을 사용하여 상황을 수학적으로 나타내기
- 수학 개념에 따라 구조화하고 적절한 가정을 만들어 보는 등 문제를 다른 방식으로 나타내기
- 문제의 맥락에서 명시된 용어와 수학적으로 재표현해야 할 상징적이고 형식적인 용어의 관계를 이해하고 설명하기
- 문제를 수학적 언어나 표상으로 변환하기
- 어떤 문제를 기지의 문제 또는 기지의 수학 개념, 사실, 과정 등과 연결하여 바라보기
- 맥락화된 문제 상황에 내재하는 수학적 관계를 나타내기 위하여 공학 기기(엑셀의 스프레드시트 또는 그래픽 계산기의 정렬 기능 등)를 사용하기

(2) 연결 수준

NAEP 2015에서 연결 수준은 문항의 수학적 복잡도에서 중간 복잡도(moderate complexity)에 속한다고 할 수 있다. 이 범주의 문항에서는 낮은 복잡도의 문항보다 더 유연한 사고와 대안의 선택을 요구한다. 중간 복잡도 수준에서 요구되는 행동 능력은 다음과 같다.

- 한 가지 이상의 방법으로 수학적 상황을 표현하기
- 상황과 의도에 따라 다양한 표현을 선택하고 사용하기
- 다단계를 요구하는 문장제 해결하기
- 도형이나 명제들을 비교하기
- 풀이과정에서 단계의 정당성을 제공하기
- 시각적 표현을 해석하기
- 패턴을 확장하기

- 그래프, 표, 도형에서 이끌어낸 정보를 단계를 요구하는 문제해결에 사용하기
- 자료와 조건이 주어지면 형식화하여 설명하기
- 단순한 주장을 해석하기

TIMSS 2015에서는 적용하기(apply) 영역이 연결 수준에 속한다고 볼 수 있다. 적용하기는 문제를 풀거나 질문에 답하기 위한 지식·개념적 이해를 적용하는 학생의 능력에 초점을 맞춘다. TIMSS 2015 수학 인지 영역 중 적용하기는 ‘선택하기’, ‘표현하기/모델링하기’, ‘이행하기’의 세 가지 하위 요소로 구성되며 각각의 평가 목표는 다음과 같다.

- 선택하기: 정형적인 알고리즘이나 해결 방법이 있는 문제의 해결을 위해 효과적이고 적합한 연산, 전략, 도구를 선택한다.
- 표현하기/모델링하기: 데이터를 표나 그래프로 나타내거나 문제 상황을 모델링하는 도표, 등식, 부등식, 기하학적 도형 등을 만들어내며 주어진 수학적 대상이나 과정에 대해 동치인 표현 만든다.
- 이행하기: 친숙한 수학 개념과 과정을 포함하는 문제를 풀기 위한 전략과 연산을 이행한다.

PISA 2015에서는 이용하기(employing mathematical concepts, facts, procedures and reasoning) 영역이 연결 수준에 해당된다. 이 범주에서 학생들은 수학적 결론을 목적으로 하는 수학적으로 정형화된 문제를 풀기 위하여 수학적 개념, 사실, 과정, 논리를 적용할 수 있어야 한다. 이용하기 영역은 다음과 같은 하위 요소들을 포함한다.

- 수학적 해를 찾는 전략을 고안하고 실행하기
- 정확하거나 혹은 근사치의 답을 찾기 위해 공학 도구를 포함한 수학적 도구를 사용하기
- 합을 찾을 때 수학적 사실, 규칙, 알고리즘, 구조를 적용하기
- 숫자, 그래프와 통계 자료와 정보, 대수적 표현과 방정식, 기하 표상 등을 인위적으로 바꾸어보기
- 수학적 도표, 그래프, 구조를 만들고 그로부터 수학 정보를 추출해내기
- 해를 찾는 과정에서 서로 다른 표상들을 치환하고 사용하기
- 답을 찾기 위한 수학적 과정에의 적용에 근거하여 일반화하기

- 수학적 논증을 반성하고 수학적 결과를 설명 및 정당화하기

(3) 반성 수준

NAEP 2015에서 반성 수준은 문항의 수학적 복잡도에서 높은 복잡도(high complexity)에 속한다고 할 수 있다. 이 범주의 문항은 학생에게 가장 많은 능력을 요구하며, 학생은 더욱 추상적인 추론, 계획, 분석, 판단, 창의적 사고를 해야 한다. 높은 복잡도 수준에서 요구되는 행동 능력은 다음과 같다.

- 상이한 표현이 다양한 목적으로 어떻게 사용될 수 있는지 기술하기
- 단단계에 걸친 의사결정 절차를 수행하기
- 절차와 개념의 유사성과 차이점을 분석하기
- 패턴을 일반화하기
- 상황이 주어지면 원래 문제를 일반화하기
- 참신한 문제를 해결하기
- 하나 이상의 방법으로 문제를 해결하기
- 해를 설명하고 정당화하기
- 해결 방법을 묘사하고 비교·대조하기
- 연역적 주장을 분석하거나 생산하기
- 수학적 정당화를 제공하기

TIMSS 2015에서는 추론하기(reasoning) 영역이 반성 수준에 속한다고 볼 수 있다. 추론하기는 정형적인 문제의 해결을 넘어서서 친숙하지 않은 상황, 복잡한 맥락, 다단계의 문제를 해결해 내는 능력이다.

TIMSS 2015 수학 인지 영역 중 추론하기는 ‘분석하기’, ‘종합하기/통합하기’, ‘평가하기’, ‘결론 도출하기’, ‘일반화하기’, ‘정당화하기’의 여섯 가지 하위 요소로 구성되며 각각의 평가 목표는 다음과 같다.

- 분석하기: 계산하고 묘사하며, 수, 표현, 양, 도형 간의 관계를 사용한다.
- 종합하기/통합하기: 문제를 해결하기 위하여 다양한 지식의 원리와 관계된 표현을 연결짓는다.
- 평가하기: 대안적인 문제의 해결 전략과 풀이를 평가한다.
- 결론 도출하기: 정보와 증거에 근거하여 유효한 추론을 도출해낸다.
- 일반화하기: 좀 더 일반적이고 폭넓게 적용할 수 있

는 용어로 관계를 나타내어 일반화가 용이하도록 한다.

- 정당화하기: 전략이나 풀이를 뒷받침할 수 있는 수학적 논증을 제시한다.

PISA 2015에서는 해석하기(interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes) 영역이 반성 수준에 해당된다. 이 범주의 학생들은 수학적 풀이, 결과 또는 결론을 반성하고, 이를 통해 실생활 맥락 문제를 설명할 수 있어야 한다. 해석하기 영역은 다음과 같은 하위 요소들을 포함한다.

- 수학적 결과물을 다시 현실 세계 맥락에서 설명하기
- 실생활 문제의 맥락에서 수학적 해의 합리성을 평가하기
- 결과를 어떻게 적용시킬지에 대한 맥락적인 판단을 하기 위해 사용한 모델이나 계산 과정 및 도출물에 실세계가 영향을 끼쳤음을 이해하기
- 수학적 결과가 어떻게 문제의 맥락에서 의미를 갖는지, 또는 그렇지 못하는지를 설명하기
- 수학적 개념과 풀이의 제한점 및 확장을 이해하기
- 문제를 풀기 위해 사용했던 모델의 제한점을 비판하고 확인하기
- 복잡한 상황에 대한 수학적 모델을 일반화하기
- 수학적 모델에서의 가정을 분석하기

아울러 PISA 2015에서는 7가지의 기본 수학 능력을 따로 제시하여 수학적 과정 해당 수준에서 각각의 기본 수학 능력이 어떤 식으로 나타나는지도 명시하였다. 7가지의 기본 수학 능력은 [표 2]에서 제시하였으며 수학적 과정과 기본 수학 능력의 관계는 [표 4]와 같다.

[표 4] PISA 2015 수학 학습 평가를 수학적 과정과 기본 수학 능력의 관계

[Table 4] Relationship between mathematical processes and fundamental mathematical capabilities in the PISA 2015 mathematics framework

	형식화하기	이용하기	해석하기
의사소통	명제, 질문, 과제를 읽고, 해독하고, 해석하기	결론에 이르기까지의 과정과 중간 과정에서 얻어지는 수학적 결과를 제시하며 풀이를 나타내기	문제의 맥락에 대한 설명과 논증을 구성하며 의사소통하기

수학화	실생활의 문제를 수학적 형태로 변형하기	수학적 해결 과정에 도움이 되는 맥락에 대한 이해를 사용하기	원래 문제와 관련지어 수학적 모델 또는 수학적 결과를 해석하고 평가하기
표현	실세계 정보의 수학적 표상을 만들기	문제와 상호 작용할 때 다양한 표상을 사용하며 이들을 관계짓기	상황과 관련된 다양한 형태의 수학적 결과물을 해석하거나 사용하기
추론과 논증	실세계 상황의 표상을 고안하거나 확인하기 위하여 설명, 방어, 또는 제공하기	수학적 결론에 도달하기 위해 사용된 과정과 절차의 정당성을 설명하거나 방어 또는 제공하기	풀이 과정을 반성하고 설명하며 근거를 논증하여 어떤 맥락화된 문제에 대한 수학적 해를 정당화하거나 반박하기
문제 해결을 위한 전략 고안	맥락화된 문제를 수학적으로 계구조화하기 위하여 계획이나 전략을 고안하거나 선택하기	수학적 풀이, 결론, 일반화로 향하는 여러 단계의 매커니즘을 조절하며 효과적으로 활성화하기	어떤 맥락화된 문제에 대한 수학적 풀이를 해석, 평가, 정당화하기 위하여 전략을 고안하고 시행하기
상징적 형식적 기법적인 언어와 조작의 활용	상징적 형식적 언어를 사용하여 실생활 문제를 표현하기 위하여 적절한 변수 상징, 도표, 표준 모델을 사용하기	정의, 규칙, 형식 체계에 기초한 형식적 구성, 알고리즘을 이해하기	문제의 맥락과 수학적 풀이의 표상 간의 관계를 이해하기
수학적 도구의 사용	수학적 구조를 인식하거나 수학적 관계를 나타내기 위해 수학적 도구 사용하기	수학적 해결방안을 결정하기 위해 이행해야 할 과정과 절차를 보조할 다양한 도구를 적절하게 사용하기	문제에서 주어진 맥락에서 수학적 제한과 해결방안의 합리성을 획득하기 위하여 수학적 도구를 사용하기

NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015의 수학 학습 평가를 행동영역을 비교하여 표로 나타내면 [표 5]와 같다.

세 가지 평가들을 행동 영역에 따라 비교해 본 결과 다음과 같은 특징을 발견할 수 있었다. 세 가지 평가들 모두 행동 영역을 세 수준으로 구분하였다. 행동 영역을 수준 별로 비교해보면 공통점을 발견할 수 있다. NAEP 2015의 낮은 복잡도, TIMSS 2015의 알기영역, PISA 2015 형식화하기 단계에는 공통적으로 모두 회상하기와 인지하기, 단순한 계산하기 등의 행동 요소가 속해 있었

다. 이는 이들 단계에서는 공통적으로 수학적 지식에 대한 재생과 정형적인 절차를 알고 사용하는 능력이 요구됨을 의미한다. 또한 NAEP 2015 중간 복잡도, TIMSS 2015 적용하기, PISA 2015 이용하기 단계에서는 수학적 표현을 하고 이를 이행하는 행동 요소가 공통적으로 제시되었다. 이는 상황과 목적에 따라 다양한 수학적 표현을 하고 수학의 여러 요소를 연결하여 문제를 해결하는 능력을 의미한다. 마지막으로 NAEP 2015 높은 복잡도, TIMSS 2015 추론하기, PISA 2015 해석하기 단계에서는 분석력, 일반화하기, 합리성 평가하기 등의 행동 요소가 공통적으로 제시되었다. 여러 맥락에 포함된 수학을 추출해내고 추출된 수학을 사용하여 문제를 해결하도록 하는 수산화능력과 관련이 된다. 이를 통해 세 가지 평가들 모두에서 행동 영역을 세 개의 단계로 나누었을 뿐만 아니라 각 단계의 하위 요소도 표현의 차이가 있을 뿐 대체로 비슷함을 알 수 있다. 모델링의 경우 TIMSS 2015에서는 두 번째 단계인 적용하기에서 등장하는 데에 반해 NAEP 2015와 PISA 2015는 세 번째 단계에서 등장하는데, 이는 TIMSS 2015 적용하기 단계의 모델링하기는 모델링 기법 사용 능력에 초점을 맞춘 반면 NAEP 2015와 PISA 2015의 3단계에서는 모델링하기에 대한 메타인지적인 사고(비판하기, 정당화하기 등)에 초점을 맞추었기 때문이다.

3) 결과

NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가들 비교 분석을 통하여 다음과 같은 결과 및 시사점을 얻을 수 있다.

첫째, 평가 내용에 있어 영역을 엄격하게 구분하지 않고 통합적으로 나타내려는 경향을 보였다. Jan de Lange의 피라미드 모델에서도 수학을 계속 새로운 분야와 응용 분야로 확장되면서 성장하는 과학으로 인식하기 위해 수학 내용을 엄격하게 구분하지 않았던 것처럼 평가 내용 영역을 엄격하게 세분화하는 것보다는 수학 내용을 좀 더 넓은 관점에서 통합하여 제시하는 것이 불확실한 미래 사회의 요구에 적합하다고 보았기 때문이다. 한편, 우리나라 2009 개정 수학과 교육과정에서는 초등학교의 수학 내용을 수와 연산, 도형, 측정, 규칙성, 확률과 통계의 다섯 가지 영역으로 구분하고 이를 그대로 평

가 내용 영역으로 구분하여 반영하고 있다. 교육과정 내용에서는 다른 영역으로 나누어 배웠더라도 한 문제 안에서 다양한 내용 영역을 융합하여 평가하는 일은 얼마든지 가능하다. 여러 내용 영역이 동시에 들어 있는 문제는 시대의 요구를 반영하는 융합형 문제의 한 형태가 될 수도 있을 것이다. 교육과정 내용 영역과 평가 내용 영역의 구분에 대한 인식의 제고와 더불어 평가 내용 영역 구분의 유연성을 고려하는 것도 필요하다.

둘째, 평가하고자하는 행동 영역을 수준별로 제시하였다. 2009 개정 교육과정의 단원평가 피라미드 모델에서도 이해 수준을 1, 2, 3으로 나누어 제시하고는 있으나 대부분의 현장에서는 이를 난이도의 개념과 혼동하여 사용하는 경우가 많다. NAEP 2015에서는 문항의 수학적 복잡도라는 개념으로 수준별로 요구되는 수학적 사고를 명시하였고, TIMSS 2015에서도 인지 영역을 알기, 적용하기, 추론 영역으로 구분하고 각 수준별 수학적 사고 능력을 기술하였다. PISA 2015는 여기서 한 단계 더 나아가 수학적 과정을 형식화, 이용, 해석의 3단계로 조직화하고 동시에 7가지의 기본 수학 능력을 제시하여 각 단계에서 기본 수학 능력이 어떻게 사용되는지를 명시하였다. 수학적 행동(사고) 수준과 기본 수학 능력을 구분하는 것은 의미가 있는 일인데 예를 들면, 의사소통 능력은 사실상 모든 수준의 수학적 사고에서 필요하며, 낮은 수준의 수학적 사고에서도 추론과 논증 능력은 필요할 수 있기 때문이다. 수학적 사고 수준을 구분하는 일은 분명 필요하지만 그렇다고 해서 기본 수학 능력까지 수준별로 나눌 필요는 없을 것이다.

셋째, 수학을 다양한 차원으로 확장해 나갈 수 있도록 문제의 맥락에 주목하였다. 맥락이란 문제가 제시되는 배경을 뜻한다. PISA 2015 수학 학습 평가들에서는 평가의 맥락 또한 하나의 축으로 설정하여 개인적·직업적·사회적·과학적 4개의 차원으로 구분하였는데 이는 수학적 내용 및 행동을 개인의 과거 혹은 미래 경험과 결부시켜 수학을 다양한 차원으로 더욱 확장해 나갈 수 있도록 하기 위한 것이다. 기본적인 수학적 지식과 기능에 속달하는 것 뿐 아니라 여러 가지 수학 내·외적 맥락에서 수학을 발명하고 적용하도록 평가들에서부터 맥락을 고려한 것이다. 맥락 구분의 필요성 및 맥락 구분 기준에 대해서는 현실과의 거리, 중요도 등 앞으로 더 많은

[표 5] NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가들의 행동 영역 비교

[Table 5] The comparison of mathematics frameworks of the NAEP 2015, the TIMSS 2015, and the PISA 2015 in cognitive domain

NAEP 2015	TIMSS 2015	PISA 2015
<p>[낮은 복잡도]</p> <ul style="list-style-type: none"> 회상하기 개념의 예를 인식하기 계산하기 동치의 표현을 인식하기 특정한 절차를 밟기 식을 평가하기 문장제 해결하기 도형을 그리거나 측정하기 그래프, 표, 도형에서 정보를 이끌어내기 	<p>[알기영역]</p> <ul style="list-style-type: none"> 회상하기 인식하기 분류하기/정렬하기 계산하기 도출하기 측정하기 	<p>[형식화하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 수학적 측면을 인식 수학적 구조 인식하기 단순화하기 제약과 가정을 인지하기 수학적으로 나타내기 다른 방식으로 나타내기 용어를 설명하기 수학적으로 변환하기 어떤 문제를 기지의 것과 연결하여 바라보기 공학 기기 사용하기
<p>[중간 복잡도]</p> <ul style="list-style-type: none"> 수학적 상황을 표현하기 다양한 표현하기 다단계를 요구하는 문장제 해결하기 도형이나 명제들을 비교하기 풀이과정의 정당성을 제공하기 시각적 표현을 해석하기 패턴을 확장하기 그래프, 표, 도형에서 이끌어낸 정보를 다단계를 요구하는 문제 해결에 사용하기 자료와 조건이 주어지면 형식화하여 설명하기 단순한 주장을 해석하기 	<p>[적용하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 선택하기 표현하기/모델링하기 이행하기 	<p>[이용하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 수학적 해를 찾는 전략을 고안하고 실행하기 수학적 도구를 사용하기 수학적 사실, 규칙, 알고리즘, 구조를 적용하기 숫자, 그래프와 통계 자료와 정보, 대수적 표현과 방정식, 기하 표상 등을 인위적으로 바꾸어보기 수학 정보를 추출해내기 표상들을 치환하고 사용하기 일반화하기 수학적 결과를 설명하고 정당화하기
<p>[높은 복잡도]</p> <ul style="list-style-type: none"> 상이한 표현 기술하기 의사결정 수행하기 유사성, 차이점 분석하기 패턴을 일반화하기 문제를 일반화하기 참신한 문제를 해결하기 하나 이상의 방법으로 문제를 해결하기 해를 정당화하기 해결 방법 비교·대조하기 수학적 모델 일반화하기 가정 분석하기 연역적 주장하기 수학적 정당화하기 	<p>[추론하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 분석하기 종합하기/통합하기 평가하기 결론 도출하기 일반화하기 정당화하기 	<p>[해석하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 현실 맥락에서 설명하기 해의 합리성을 평가하기 실세계가 영향을 끼쳤음을 이해하기 맥락에서 의미를 갖는지 설명하기 제한점과 확장을 이해하기 모델의 제한점을 비판하고 확인하기

논의가 필요하겠지만 수학 학습 평가들에서 맥락의 중요성을 인식하고 맥락을 짚는 일은 의미가 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 대규모 평가인 NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015의 평가 개관 및 수학 학습 평가들의 구성을 알아본 후, 각 수학 학습 평가들 간 영역별 비교를 실시하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

첫째, NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015와 같은 국제 규모의 평가에서처럼 수학 평가에서 정형화된 수학 학습 평가들을 사용하고 주요 틀은 일정하게 유지되되 내용 및 세부 영역은 정기적으로 전문가들의 의견을 모아 수정해 갈 필요가 있다. NAEP 2015 4학년 수학 학습 평가들은 다섯 가지의 내용 영역(수 성질과 연산, 측정, 기하, 자료 분석과 확률, 대수)과 세 가지 수준의 문항의 수학적 복잡도(낮은 복잡도, 중간 복잡도, 높은 복잡도)의 2개의 축으로 구성된다. TIMSS 2015 4학년 수학 학습 평가들은 세 가지의 내용 영역(수, 도형과 측정, 자료 표현)과 3수준의 인지 영역(알기, 적용하기, 추론하기)을 축으로 하여 구성된다. 마지막으로, PISA 2015 수학 학습 평가들은 맥락, 수학적 내용, 수학적 과정의 세 가지 차원으로 구성된다. 우리나라에서도 수학 학습 평가들의 틀을 일관되게 활용할 수 있는 기반이 마련되어야 한다.

둘째, 수학학습 평가들에서 내용 영역은 통합적으로 제시하도록 할 필요가 있다. 본 연구 결과 NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가들에서 내용 영역은 영역을 엄격하게 나누기보다는 통합적으로 제시한다. 이는 수학을 다른 분야로 확장시키는 데에 있어 효과적인 방법이다. NAEP 2015는 NCTM의 5가지 내용 기준과 유사하게 엄격한 내용 구분을 채택하였으며 PISA 2015는 Jan de Lange의 피라미드 모델의 수학 내용 분류와 유사하게 역동적으로 구분하였다. 변화와 관계, 공간과 모양, 양, 불확실성과 자료라는 내용 명칭을 사용하여 새로운 분야와 응용 분야로의 자유로운 확장을 조장하고자 하였다. TIMSS 2015는 내용을 역동적으로 구분하지는 않았으나 내용을 통합하여 분류를 3가지로 단순화하였다. 끊임없이 변화하는 사회 현상과 미래 사

회의 요구를 미루어볼 때 수학 내용의 역동적인 분류는 경쟁력 있는 수학 학습 평가들의 기반이 될 것으로 보인다. 아울러 하나의 평가 문항으로 여러 내용 영역을 동시에 평가하는 방법도 고려해 볼 만하다.

셋째, 수학평가에서는 학습 평가들에서 행동 영역의 수학적 사고 수준을 단계별로 나타내어야 한다. 본 연구 결과 NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 수학 학습 평가들에서 행동 영역의 수학적 사고 수준은 단계별로 나타난다. 1 수준인 재생 수준에서는 NAEP 2015, TIMSS 2015, PISA 2015 모두 회상, 인식, 계산의 하위 요소를 공통적으로 포함하며, 2 수준인 연결 수준에서는 표현, 표나 그래프로 모델링하기를 공통적으로, 3 수준인 반성 수준에서는 일반화하기, 평가하기 등의 하위 요소를 공통적으로 포함한다.

수학적 사고 수준을 단계별로 제시하고 그에 따른 기본 수학 능력의 형태를 구체적으로 평가들에 묘사하는 것도 필요하다. PISA 2015에서도 수학적 과정과 기본 수학 능력을 구분하여 제시했는데, 평가하고자 하는 수학적 사고 수준에 따라 기본 수학 능력의 종류가 달라지는 것이 아니라 동일한 기본 수학 능력의 형태만 달라짐을 의미한다. 또한 PISA 2015는 맥락도 수학 학습 평가들의 한 축으로 구성하였는데 수학 학습 평가들에서 맥락 변인은 학생들의 경험을 다른 차원, 미래 사회에 요구되는 가상의 경험으로 확장시키는 도구로써 의미가 있다. 평가에 있어서 맥락에 대한 고려가 필요하다.

2009 개정 수학과 교사용 지도서에 제시된 단원평가 피라미드 모델의 경우 수학 내용 영역이 엄격하게 구분되어 있으며 서로 포함 관계로 간주될 수 있는 수학적 과정과 이해 수준이 별개의 척도로 제시되고 있다. 현재 개정이 논의되고 있는 2015 개정 수학과 교과용 도서의 수학 학습 평가들에서는 본 연구에서 제시한 지속가능한 평가들, 통합적인 내용 영역 구분, 행동 영역의 단계적 제시, 맥락에의 고려를 적극적으로 반영하여야 한다. 그리고 이러한 평가들에 의한 평가가 현장에서 다양하게 시도되고 적극적인 피드백으로 보다 세련된 평가의 안을 지속적으로 마련해 갈 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 강완, 서동엽, 나귀수 (2013). 2009 교육과정에 따른 초등 수학 교과서 단원 평가의 개발 방향과 과제. 한국초등수학교육학회지 17(2), 301-319.
- Kang, W., Seo, D. Y., & Na, G. S. (2013). Exploring the directions and the issues in developing the lesson assessment of the elementary math textbook in 2009 revised curriculum, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 17(2), 301-319.
- 고상숙, 주홍연, 한혜숙 (2014). 그래핑 계산기를 활용한 수학적 과정의 평가도구 개발에 관한 연구-중학교 수학을 중심으로-. 수학교육, 53(2), 163-184.
- Koh, S. S., Joo, H. H., & Han, H. S. (2014). A study on the development of assessment tools using graphing calculators for the assessment of mathematical process-focused on middle school mathematics-. *The Mathematics Education*, 53(2), 163-184.
- 교육과학기술부 (2011). 2009 개정 수학과 교육과정. 서울: 교육과학기술부.
- Ministry of Education, Science, and Technology (2011). *Mathematics curriculum*. MEST announcement 2011-361 [Separate version 8]. Seoul: MEST.
- 교육부 (2014). 초등학교 교사용 지도서 수학 3-1. 서울: (주)천재교육.
- Ministry of Education (2014). *Korean national elementary mathematics 3-1 teacher's guide*. Seoul: Chunjae Education.
- 김수진, 동효관, 박지현, 김지영, 진의남, 전경희, 서지희, 김민정 (2013). 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구: TIMSS 2015 평가 기반 구축 (연구보고 RRE 2013-7-3). 서울: 한국교육과정평가원.
- Kim, S. J., Dong, H. K., Park, J. H., Kim, J. Y., Jin, E. N., Chon, K. H., Seo, J. Y., & Kim, M. J. (2013). *Preparation of TIMSS 2015 field trial: technical report* (Rep. RRE 2013-7-3). Seoul: KICE.
- 박지현, 김수진 (2014). TIMSS 2015 수학 평가들의 특징 및 변화 방향, 한국수학교육학회 2014 춘계 학술대회 프로시딩(pp. 67-70). 서울: 한국수학교육학회.
- Park, J. H. & Kim, S. J. (2014). The characteristic of mathematics assessment frameworks of TIMSS 2015, *The Korean Soc. Math. Ed.: Proceeding of the KSME 2014 spring conference on math. edu. April 4-5, 2014* (pp 67-70). Seoul: KSME.
- 송미영, 최혁준, 임해미, 박혜경, 손수경 (2013). OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2015 예비검사 시행 기반 구축 (연구보고 RRE 2013-6-2). 서울: 한국교육과정평가원.
- Song, M. Y., Choi, H. J., Rim, H. M., Park, H. Y., & Son, S. K. (2013). *OECD programme for international student assessment: establishing PISA 2015 field trial* (Rep. RRE 2013-6-2). Seoul: KICE.
- 신준식, 고정화, 박문환, 박성진, 서동엽. (2011). 수학적 사고력 측정을 위한 수학 평가 도구의 개발. 한국초등수학교육학회지 15(3), 619-640.
- Shin, J. S., Ko, J. H., Park, M. H., Park, S. S., & Seo, D. Y. (2011). Development of the items for the assessment of mathematical thinking, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 15(3), 619-640.
- 이종희, 김선희, 김수진, 김기연, 김부미, 윤수철, 김윤민 (2011). 수학 학습에 대한 정의적 성취 검사 도구 개발 및 검증. 수학교육 50(2), 247-261.
- Lee, C. H., Kim, S. H., Kim, S. J., Kim, K. Y., Kim, B. M., Yun, S. C., & Kim, Y. M. (2011). Development and verification of an affective inventory in mathematical learning. *The Mathematics Education*, 50(2), 247-261.
- 정영옥 (2004). RME의 수학 학습 평가들에 대한 고찰 - Jan de Lange의 수학 학습 평가들을 중심으로. 수학교육학연구, 14(4), 347-366.
- Chong, Y. O. (2004). Reflections on framework for mathematics assessment in realistic mathematics education, *The Journal of Educational Research in Mathematics* 14(4), 347-366.
- 조영미 (2004). 미국의 NAEP 수학 평가들에 관한 고찰. 교육과정평가연구 7(1), 107-130.
- Cho, Y. M. (2004). A study on mathematics frameworks of national assessment educational progress in the united states, *The Journal of Curriculum & Evaluation* 7(1), 107-130.
- 조윤동, 이광상 (2014). 2010-2012년 국가수준 학업성취도 평가에서 나타난 초등학교 성취수준별 학업 특성. 수학교육 53(2), 219-237.
- Jo, Y. D. & Lee K. S. (2014). Elementary school learning characteristic of each proficiency level that appears in

- 2010-2012 Nation Assessment of Educational Achievement. *The Mathematics Education*, 53(2), 219-237.
- 황우형, 구자형 (2006). 수학과 평가를 비교 연구. 한국학 교수학회논문집 4(2), 497-520.
- Wang, W. H. & Ku, J. H. (2006). A comparison study on mathematics assessment frameworks, *Journal of the Korean School Mathematics Society* 9(4), 497-520.
- 황혜정, 최승현 (1999). 수학과 평가들에 관한 고찰. 수학 교육학연구, 9(2), 459-471.
- Hwang, H. J. & Choi, S. H. (1999). A study on the assessment framework in mathematics education, *The Journal of Educational Research in Mathematics* 9(2), 459-471.
- De Lange, J. (1999). *Framework for classroom assessment in mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Reidel: D Reidel Publishing Company.
- Johnson, E. G. (1998). *Linking the National Assessment of Educational Progress (NAEP) and the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS): A Technical Report. Research and Development Report*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Kim, Y. O., Wakhungu, H., & Ku, I. S. (2009). Comparison of NAEP, PISA, and TIMSS-R, *East Asian Mathematical Journal*, 25(3), 279-297.
- National Assessment Governing Board. (2014). *Mathematics framework for the 2015 national assessment of educational progress*. Retrieved January 15, 2015 from <https://nces.ed.gov/>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Neidorf, T. S., Binkley, M., Gattis, K., & Nohara, D. (2006). *Comparing mathematics content in the National Assessment of Educational Progress (NAEP), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), and Program for International Student Assessment (PISA) 2003 Assessments (NCES 2006-029)*. U.S. Department of Education Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Nohara, D. (2001). *A comparison of the National Assessment of Educational Progress (NAEP), the Third International Mathematics and Science Study-Repeat (TIMSS-R), and the Programme for International Student Assessment (PISA)*. Washington, DC: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- OECD. (2015). Programme for International Student Assessment (PISA). Retrieved January 15, 2015 from <http://www.oecd.org/pisa/>
- OECD. (2013). PISA 2015 draft mathematics framework. Retrieved January 15, 2015 from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/>
- TIMSS and PIRLS International Study Center. (2015a). *TIMSS & PIRLS*. Retrieved January 15, 2015 from <http://timssandpirls.bc.edu/>
- TIMSS and PIRLS International Study Center. (2015b). *TIMSS 2015 assessment frameworks*. Retrieved January 15, 2015 from <http://timssandpirls.bc.edu/>

A Comparison Study on Mathematics Assessment Frameworks -Focusing on NAEP 2015, TIMSS 2015 and PISA 2015-

Han, Chaereen

Shingok Elementary School, Republic of Korea

E-mail : feelgood81@hanmail.net

Park, Mangoo[†]

Seoul National University of Education, Republic of Korea

E-mail : mpark29@snu.ac.kr

The purpose of this study was to provide insights on making Korean mathematics framework by analytical comparison of three major assessments such as the NAEP 2015, the TIMSS 2015 and the PISA 2015. This study focused on the key differences and common themes of mathematics frameworks among three major assessments. In order to achieve this purpose, mathematical frameworks of the NAEP 2015, the TIMSS 2015, and the PISA 2015 were analyzed and compared. The criteria of the comparison were content domain and cognitive domain. The comparing criteria of content domain were based on NCTM content standards and cognitive domain were used the three understanding levels of Jan de Lange's pyramid model. Based on these comparisons, researchers discussed that Korea mathematical framework was needed to have a set of content categories that reflect the range of underlying mathematical phenomena and a set of cognitive levels which contain the range of underlying fundamental mathematical capabilities including consideration of contexts.

* ZDM classification : C27

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40

* Key Words : Mathematics Assessment Framework, Content Domain, Cognitive Domain

† Corresponding author