

PISA 2012 공개 문항을 활용한 예비수학교사의 수학내용지식 분석 사례연구

임혜미(한국교육과정평가원)
이민희(충남대학교)[†]

I. 서론

교사의 지식은 학생의 학업 성취에 중요한 영향을 주며, 교사가 어느 정도의 지식을 가지고 있는지, 자신의 지식을 학생들이 이해할 수 있는 형태로 어떻게 변형하는지에 따라 수업의 효과가 달라진다(Hsieh et al., 2011). 교사의 지식에 대한 연구는 교사의 내용 지식과 학생들의 학업 성취 사이의 관계를 탐구하는 것으로부터 시작하여, 교사의 내용 지식과 교수학적 지식을 통합하는 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)으로 발전하면서 학문적 지식과 실천적 지식 사이의 경계를 허무는 방향으로 수행되고 있다(Mewborn, 2001). 그러나 최근의 많은 연구들이 PCK와 PCK를 기반으로 확장시킨 교사의 지식을 주제로 하고 있지만 이러한 지식의 기반이 되는 교사의 내용 지식의 중요성을 간과해서는 안 될 것이다.

수학교사의 수학내용지식(Mathematical Content Knowledge, 이하 MCK)의 범주에는 학문적 수학 지식, 학교 수학의 내용 지식과 더불어 수학을 통해 함양될 수 있는 수학적 문제해결, 추론과 정당화 등의 과정 지식도 포함된다(조완영, 2011). 우리나라의 교육과정에 비추어 보면, 2009 개정 수학과 교육과정의 문제해결, 의사소통, 추론(교육과학기술부, 2011)과 2015 개정 수학과 교육과정 시안 연구(한국과학창의재단, 2015)에서의 수학 교과

역량인 문제해결, 의사소통, 추론, 창의·융합, 정보처리 역량 등이 수학적 과정 지식에 포함된다고 볼 수 있다.

21세기를 살아갈 학생들은 수학에 대한 내용 지식과 더불어 21세기에 요구되는 수학 핵심역량을 고르게 갖출 필요가 있는데, 이러한 역량을 형성하고 개발하기 위해서는 수학교사의 MCK가 선행되어야 한다. 이러한 필요성에서 비롯되어 최근 수학교사의 MCK를 분석하는 연구가 많이 수행되고 있는데, 본 연구에서는 수학교사의 MCK를 분석하기 위해 국제학업성취도평가 PISA 수학 문항을 사용하고자 한다.

PISA 수학 문항은 국제 전문가 그룹 및 참여국의 전문가에 의해 개발된 양질의 문항으로, 다양한 맥락, 수학적 내용, 수학적 과정을 고르게 반영한 평가틀을 토대로 개발되었다. 또한 평가틀의 수학적 과정의 토대에는 일곱 가지 수학 기본 역량에 대한 연구가 포함되어 있기 때문에 PISA 수학 문항은 수학적 내용 지식뿐만 아니라 과정 지식을 평가하는데 적합하다. 특히 기존의 학생 응답 결과 자료가 있기 때문에 수학교사의 MCK와 비교 분석도 가능할 것으로 보인다.

이에 본 연구에서는 PISA 2012 수학 공개문항을 사용하여 예비수학교사의 MCK를 분석하는 사례연구를 수행하고, 그 결과를 토대로 향후 수학교사 교육에 대한 시사점을 찾고자 한다. PISA 문항은 만 15세 학생들을 대상으로 학교에서 배운 지식을 일상생활에 적용할 수 있는지를 묻는 만큼, MCK 중 순수 수학에 대한 지식을 제외한 학교 수학과 관련된 내용 지식과 과정 지식만을 분석할 것이며, 특히 과정 지식에 초점을 두어 살펴보고자 한다.

II. 이론적 배경

* 접수일(2015년 6월 15일), 수정일(1차: 2015년 7월 30일, 2차: 2015년 8월 18일), 게재확정일(2015년 8월 21일)

* ZDM분류 : B50, D40

* MSC2000분류 : 97D10

* 주제어 : 수학내용지식(MCK), 국제학업성취도평가 PISA, 수학적 과정, 기본수학역량(FMC)

† 교신저자

1. 수학교사의 지식

교사의 지식은 교사의 전문성과 직결된다. 교사가 전문성을 가지고 수업을 한다는 것은 수업을 통해 단순히 내용 지식만 전달하는 것이 아니라, 학생들이 이해하기 쉽게 자신이 가지고 있는 내용 지식을 변형하고 조직하며, 어떤 교수 학습 방법이 효과적인지를 판단하여 실행하는 것을 의미한다(박경미, 2009). 즉, 교사의 전문성은 내용 지식과 더불어 그 내용과 관련된 교수학적 지식을 지니고 있을 때 발휘될 수 있다. 그러나 무엇보다도 교사 전문성은 교사가 자신이 가르칠 내용 지식을 얼마나 정확하게 이해하고 있는지 즉, 교사의 정확하고 풍부한 내용 지식으로부터 비롯될 것이다. 더불어 교사가 갖추어야 할 내용 지식은 학교 수학에서 가르치는 내용 이외에도 학교 수학을 포괄하여 보다 높은 관점에서 학교 수학을 이해하는 것과 학교 수학의 내용에 포함된 수학적 절차와 과정에 대한 지식을 포괄하는 것이어야 한다.

교사의 지식에 대한 연구는 학생들의 학습에 영향을 미치는 요인 중 교사라는 요인이 중요함을 인식하게 되면서 1980년대부터 본격화되기 시작하였다. Shulman(1986)은 교사의 지식을 어떤 영역의 사실이나 개념에 대한 지식과 교과 구조에 대한 이해를 의미하는 교과 내용 지식(subject matter knowledge; SMK), 교과를 적절하게 표현하고 조직하는 방법 및 교수 전략에 대한 교수 내용 지식(pedagogical content knowledge; PCK), 교육과정 지식(curricular knowledge)의 세 가지로 구분하였다.

이후 Ball et al.(2008)은 교사의 지식을 수학 교과에 초점을 두어, 수학교사가 가르치는데 필요한 수학 지식(Mathematics Knowledge for Teaching; MKT)을 정의하고 범주화 하였다. Ball et al.(2008)은 MKT를 크게 SMK와 PCK로 구분하고, SMK를 다시 일반 내용 지식(Common Content Knowledge)과 전문 내용 지식(Specialized Content Knowledge), 수학적으로 조망하는 지식(Knowledge at the mathematical horizontal)의 세 가지로 구분하였다. 이때, 일반 내용 지식은 교사뿐만 아니라 일반 성인들도 가지고 있는 수학적 지식으로 학교 수학의 내용과 직접 관련된다. 전문 내용 지식은 일반 성인이 아닌 교사만 가지고 있는 또는 가져야 하는 지식으로, 교사의 전문성과 관련된다. 전문 내용 지식은 학생

들에게 직접 가르치지는 않지만 수학교사가 알고 있어야 하는 풍부한 수학 지식과 역량을 포함한다.

조완영(2011)은 교사 지식을 수학교과와 관련지어서 Shulman의 PCK는 수학 교수 내용 지식(mathematical pedagogical content knowledge; MPCK), SMK는 수학 내용지식(mathematical content knowledge; MCK)에 대응시켰다. MCK에는 수학교사가 알아야 할 학교수학의 내용지식과 과정지식, 학교수학과 연결된 학문적 수학 지식이 포함되며, 이때 과정지식은 NCTM(2000)에서 제시한 문제해결, 추론과 증명, 표현과 의사소통, 연결성 등의 범주를 포함한다(조완영, 2011). 본 연구에서는 예비수학교사의 MPCK에 영향을 주며, 예비수학교사가 학생을 가르칠 때 근본이 되는 지식 및 역량이라 볼 수 있는 예비수학교사의 수학내용지식 즉, MCK에 중점을 두어 살펴보고자 한다.

2. PISA에서 평가하는 수학 지식과 역량

최근 교육의 변화와 관련하여 교사의 역할에 대한 중요성이 높아지면서 교사의 지식 및 인식에 대한 국제 비교 연구도 활발하게 이루어지고 있다. 대표적인 교사의 수업 및 지식에 대한 국제비교연구로는 TIMSS 1999에 참여한 국가 중 다섯 국가의 수학 수업을 분석한 'TIMSS 1999 Video Study(Hiebert et al., 2003)', 25개국을 대상으로 교사 선발, 교육, 연수 현황을 조사한 OECD 연구인 'Teacher Matter(McKenzie et al., 2005)', 교사의 수학 지식, 교수학적 지식, 교사 연수 기관 및 프로그램, 국가 정책 등을 조사하는 TEDS-M 2008(Teacher Education and Development Study in Mathematics 2008) 등이 있다. 최근에는 국제학업성취도 평가 TIMSS와 PISA에서도 교사 설문에 대한 분석을 토대로 학생의 성취에 대한 교사의 영향을 조사하고 있다. PISA 문항을 사용하여 교사의 지식을 분석한 연구로는 PISA 2003 공개문항을 사용하여 스페인 수학 교사의 지식을 분석한 Sàenz(2009)의 연구 등이 있다.

OECD 주관의 PISA는 3년을 주기로 시행되는 국제 학업성취도 평가로, 교과에 대한 지식 및 기술을 직접적으로 평가하기보다 실제적 맥락의 문제 상황에 교과 지식 및 기술을 어떻게 사용할 수 있는지에 대한 소양을 평가한다. PISA는 수학, 읽기, 과학 소양을 주로 평가하

는데, 주기마다 주영역과 보조영역을 정하여 주영역에 대해 보다 심층적인 평가와 설문 조사를 실시한다. 2000년에 첫 주기 평가가 시행된 이래 수학이 주영역인 주기는 PISA 2003과 PISA 2012로, 주영역인 주기에는 수학 평가 문항 개발의 틀이 되는 평가틀을 정비하고 평가틀을 토대로 문항을 개발한다.

PISA 2012에서 평가하는 ‘수학 소양(mathematical literacy)’은 다양한 맥락에서 수학을 형식화하고, 이용하고, 해석하는 개인적인 능력으로, 현상을 기술하고 설명하며 예측하기 위해 수학적 추론과 수학적 개념, 절차, 사실, 도구를 사용하는 것이 포함된다. 또한 수학 소양은 개인이 실세계에서 수학의 역할을 인식하고, 건설적이고 참여적이며 반성적인 시민에게 요구되는 근거 있는 판단과 결정을 할 수 있도록 도와준다. 수학 소양을 평가하기 위한 수학 평가틀은 크게 수학적 내용, 수학적 과정, 맥락으로 구분된다. 수학적 내용은 공간과 모양, 변화와 관계, 불확실성과 자료, 양으로 구분되는데, PISA가 실생활 맥락에서의 수학 소양을 평가하기 때문에 순수 수학에서 대수, 해석, 기하, 확률과 통계 등으로 구분하는 것과는 다소 차이가 있는 분류를 사용하고 있다(OECD, 2013; 조지민 외, 2012; 임해미, 2013).

수학적 과정은 문제해결 과정에서 요구되는 수학적 능력과 관련되는 것으로, PISA에서는 실생활 문제를 수학 문제로 형식화하고, 수학적 개념, 절차, 사실, 도구를 이용하여 수학 문제의 해를 구하고, 구한 해를 실생활 맥락에서 해석하는 수학적 모델링 역량을 평가한다. 맥락은 문제가 배경으로 하는 상황으로, 학생 자신, 자신의 가족, 동료 집단에서의 활동과 관련된 개인적 맥락, 수학을 자연계 또는 과학 및 공학과 관련된 문제에 응용하는 것과 관련된 과학적 맥락, 지역사회, 국가, 세계에서 일어나는 사회적 맥락, 직업 세계에서 활동과 관련된 직업적 맥락으로 구분된다(OECD, 2013; 조지민 외 2012).

PISA 2012에서는 수학적 과정에서 필요한 기본수학역량(Fundamental Mathematical Capabilities, 이하 FMC)을 [표 1]과 같이 의사소통, 수산화, 표현, 추론과 논증, 문제해결을 위한 전략 고안, 상징적·형식적·기법적 언어와 조작의 사용, 수학적 도구의 사용의 일곱 가지로 정의하였는데(조지민 외, 2011, p.23; OECD, 2013, pp.30-31), 이는 최근 강조되고 있는 수학적 핵심역량과

관련지을 수 있다.

[표 1] PISA의 기본수학역량(FMC)

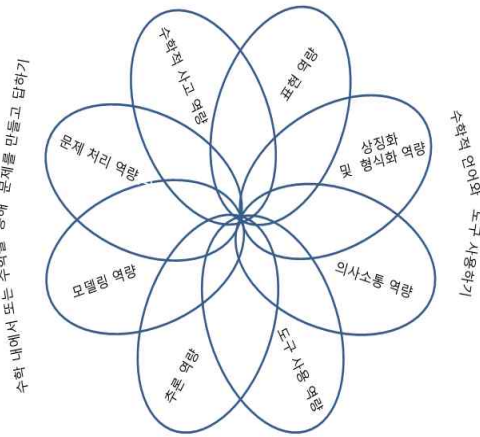
[Table 1] Fundamental Mathematical Capabilities of PISA

기본 수학 역량	특 정
의사소통	<ul style="list-style-type: none"> 문제를 이해하고 명료화하고 형식화하기 위해 명제, 질문, 과제를 읽고, 해독하고, 해석하여 맥락에 대한 심적 모델 형성하기 문제를 해결했을 때, 이를 다른 사람에게 설명하고 정당화하기
수산화	<ul style="list-style-type: none"> 실제계의 문제를 수학적 형태로 변형하기 원래 문제와 관련지어 수학적 모델 또는 수학적 결과를 해석하고 평가하기
표현	<ul style="list-style-type: none"> 상황을 포착하고, 문제를 통해 의사소통하고, 해결한 결과를 나타내기 위해 다양한 표현을 선택하고, 해석하고, 번역하기 그래프, 표, 다이어그램, 그림, 방정식, 공식, 문장, 구체물 등이 포함됨
추론과 논증	<ul style="list-style-type: none"> 문제의 요소들을 탐색하고 연결 짓고 추론하는 과정에서의 논리적 사고 문제의 해를 구하고 명제를 정당화하기
문제해결을 위한 전략 고안	<ul style="list-style-type: none"> 문제를 효과적으로 인식하고 형식화하며 해결하는 데 도움을 주는 비판적 통제 과정 과제 또는 맥락에서 발생하는 문제를 해결하는 데 수학을 사용하기 위한 계획 또는 전략을 선택, 고안, 실행하는 것
상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용	<ul style="list-style-type: none"> 수학적 맥락 내에서 수학적 규칙에 의거한 기호 표현을 이해하고, 해석하고, 조작하고, 사용하는 것 정의, 규칙, 형식 체계에 기초한 형식적 구성, 알고리즘을 이해하고 사용하는 것
수학적 도구의 사용	<ul style="list-style-type: none"> 측정 도구, 계산기, 컴퓨터 기반 도구 포함 수학 활동을 도와주는 다양한 도구, 그 사용 방법 및 한계점에 대한 지식 의사소통에서도 중요한 역할을 함

* 출처 : 조지민 외(2011, p.23), OECD(2013, pp.30-31)

PISA 평가틀에 제시된 FMC는 덴마크의 역량 연구 프로젝트인 KOM(Kompetencer og matematiklæring) 프로젝트를 근간으로 한다(Niss, 2015). KOM 프로젝트에서는 수학 역량을 수학적 사고역량, 추론 역량, 표현 역량, 의사소통 역량, 문제처리 역량, 모델링 역량, 상징화 및 형식화 역량, 도구 사용 역량의 여덟 가지로 구분하고, [그림 1]과 같이 중심 부분에서 모든 역량이 공통적으로 교차하는 꽃 모양의 도식으로 표현하였다. 이 여

넓은 범위에서 또는 수학을 통해 문제를 만들고 답하기



[그림 1] 꽃 모양의 도식으로 표현한 수학 역량
[Fig. 1] Mathematical competencies represented by flower

PISA 2000 수학 평가들의 초기 버전(OECD, 1999)에서는 수학 평가들의 주축으로 ‘수학 역량(mathematical competencies)’과 ‘수학 핵심 개념(mathematical big idea)’을 제시했는데, 이때 수학 역량은 수학적 사고 기술, 수학적 논증 기술, 모델링 기술, 문제 설정 및 해결 기술, 표현 기술, 상징적·형식적·기법적 기술, 의사소통 기술, 도구 사용 기술의 여덟 가지 기술로 구분된다. 수학 문제를 풀이할 때 수학 역량은 개별적으로 사용되기보다 여러 역량이 한꺼번에 사용되는 경우가 많은데, 이러한 몇 가지 역량을 묶어 ‘역량 집합(competency class)’을 정의하였다. 집합 1에는 재생, 정의, 연산, 집합 2에는 문제해결을 위한 연결, 통합, 집합 3에는 수학적 사고, 일반화와 통찰이 포함된다.

이후 PISA 2000에 대한 공식 평가들(OECD, 2000)에서는 역량(competencies)과 기술(skill)을 ‘수학적 과정(mathematical process)’이라는 용어로 대체했으며, 역량 집합은 재생, 연결, 반성의 세 가지 ‘역량군(competency cluster)’으로 변경되었다. 이후 PISA 2003 평가들(OECD, 2003)에서는 ‘수학화 순환 모형’을 제시했는데, 이때 수학화를 뒷받침하기 위해서는 사고와 추론, 논증, 의사소통, 모델링, 문제 설정 및 해결, 표현, 상징적·형

식적·기법적 언어 사용, 도구 사용의 여덟 가지 역량이 요구된다고 하였다.

다시 수학이 주영역이 된 PISA 2012에는 단지 수학이 중심이 되기보다는 수학 소양을 중심을 평가하기 위해 실제적 문제해결 과정에서의 ‘모델링 순환 모형’에 포함된 형식화하기, 이용하기, 해석하기의 수학적 과정을 강조하면서, 이전 주기까지 ‘수학 역량’이라고 불렀던 역량들을 이 세 가지 수학적 과정 중에 요구되는 FMC로 명명하였다(OECD, 2013). 기본수학역량은 앞서 제시한 바와 같이 일곱 가지 능력으로 정의되는데, PISA 2003의 ‘사고와 추론’과 ‘논증’은 합쳐서 PISA 2012의 ‘추론과 논증’에 대응되며, PISA 2003의 ‘모델링’은 PISA 2012의 ‘수학화’에 대응되면서 여덟 가지 역량이 일곱 가지 능력으로 축소되었다(Niss, 2015).

하나의 수학 문항을 해결하기 위해서는 여러 역량이 동시에 요구되기 때문에 PISA 결과를 수학 역량별로 분석하는 데에는 어려움이 있다. 기본수학역량(FMC)은 결과 분석에서 직접적으로 제시되는 수학적 내용이나 수학적 과정과 비교할 때 표면에 두드러지게 나타나지 않지만, 첫 주기부터 PISA의 평가 문항에서 지속적으로 강조되고 있으며, 수학적 내용 지식과 더불어 학생들이 반드시 갖추어야 할 바이자 수학교육의 목표라 볼 수 있다.

III. 연구 방법

1. 연구목적과 연구문제

21세기를 살아갈 학생들은 수학에 대한 내용 지식과 더불어 수학 역량을 포함한 수학 과정 지식을 고르게 갖추어야 하며, 이를 위해서는 수학교사의 MCK가 선행되어야 한다. 따라서 본 연구에서는 수학적 내용 지식과 과정 지식을 평가하는 PISA 문항을 사용하여 예비수학교사의 MCK 특징을 분석하는 사례 연구를 수행하였다. 연구는 2014년 8월에 충청남도 소재 대학의 교육대학원에 재학 중인 예비수학교사 27명을 대상으로 하였다. 처음 PISA 공개문항 평가에는 현직교사 2명을 포함한 29명이 참여했지만, 예비수학교사의 MCK를 분석하고자 현직교사들은 연구대상에서 제외하였다. 본 연구의 연구문제는 다음과 같다.

연구문제 : PISA 수학 공개문항에 대한 응답 분석 결과 나타난 예비수학교사의 수학내용지식 중 학교수학과 관련된 내용 지식과 과정 지식은 어떤 특징을 갖는가?

예비수학교사의 수학내용지식 중 학교수학과 관련된 내용 지식은 PISA 2012 평가들의 수학적 내용, 과정 지식은 PISA 2012 평가들의 수학적 과정 및 기본수학역량(FMC)을 중심으로 분석하였다.

2. 연구 절차

본 연구의 연구 절차는 다음과 같다. 첫째, 평가도구로 사용할 PISA 2012의 PM6A 문항군에 속한 13개 문항에 대해 PISA 평가들을 중심으로 문항 정보를 찾고, FMC의 정의를 토대로 각 문항에 해당하는 FMC를 분석하였다.

PISA 2012에는 PM1부터 PM7A까지 총 7개 문항군(단위문항 46개, 하위문항 85개)으로 평가를 실시하고 본 검사가 끝난 뒤에 일부 문항을 공개했는데, 특히 PM6A 문항군은 문항군 전체의 문항을 공개하였다. PM6A 문항군의 문항 정보는 [표 2]와 같다.

[표 2] PM6A 문항군의 문항 정보
[Table 2] Item Information of PM6A

번호	단위 문항	문항 ID	평가들			FMC
			수학적 내용	맥락	수학적 과정	
1	아파트 구입	PM00F Q01	공간과 모양	개인적	형식화하기	M, C, R
2	주입 속도	PM903 Q01	변화와 관계	직업적	이용하기	M, RA, US
3		PM903 Q03	변화와 관계	직업적	이용하기	M, US
4	음반 차트	PM918 Q01	불확실성과 자료	사회적	해석하기	M, R
5		PM918 Q02	불확실성과 자료	사회적	해석하기	M, RA, R
6		PM918 Q05	불확실성과 자료	사회적	이용하기	M, US, R
7	뭇 달린 선박	PM923 Q01	양	과학적	이용하기	M, US
8		PM923 Q03	공간과 모양	과학적	이용하기	M, R, US

번호	단위 문항	문항 ID	평가들			FMC
			수학적 내용	맥락	수학적 과정	
9		PM923 Q04	변화와 관계	과학적	형식화하기	M, RA, PS
10	소스	PM924 Q02	양	개인적	형식화하기	M, US
11		PM995 Q01	공간과 모양	과학적	이용하기	M, C, R
12	회전문	PM995 Q02	공간과 모양	과학적	형식화하기	M, C, RA, US
13		PM995 Q03	양	과학적	형식화하기	M, C, US

이때, 각 문항에 대한 평가들의 하위요소는 국제본부에서 제공하지만 FMC에 대한 정보는 별도로 제시하지 않기 때문에, 본 연구의 연구자들이 PISA 평가들의 정의를 토대로 각자 문항에 해당하는 FMC를 분석하고, 공통되지 않는 부분은 재논의를 통해 문항과 가장 관련된 FMC가 무엇인지 결정하였다. 각 문항별 FMC는 [표 2]에 의사소통(C), 수학적(M), 표현(R), 추론과 논증(RA), 문제해결을 위한 전략 고안(PS), 상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용(US)의 약어를 사용하여 나타냈다. 이때, FMC 중 수학적 도구 사용(UT)은 본 연구에서 교사가 문제를 해결할 때 계산기 등의 도구를 사용하도록 하지 않았기 때문에 분석 항목에서 제외하였다.

둘째, PISA 지필검사도구와 동일한 형태로 평가도구를 편집, 제작한 뒤, 30분 동안 평가를 실시하였다. 평가 시간은 PISA 평가의 문항군 당 평가 시간이 30분임을 감안한 것이다.

셋째, 예비수학교사의 응답은 PISA 2012 공개문항집(송미영 외, 2013b)에 제시된 채점 기준에 따라 채점하고, 문항을 해결하는 과정에서 나타난 수학내용지식을 [표 3]의 PISA 수학 평가들의 수학적 내용, 수학적 과정, FMC를 토대로 분석하였다. 이때, 연구자들은 예비수학교사가 나타낸 오답의 원인에 대해 분석들을 토대로 각자 분석한 후, 결과를 종합하여 이견이 있는 부분에 대해서는 평가들의 문구와 대조하여 재논의하는 과정을 통해 신뢰도를 확보하고자 하였다.

[표 3] 수학내용지식 분석틀
[Table 3] Framework of mathematical content knowledge

구분	세부내용	
수학적 내용	- 공간과 모양 - 변화와 관계 - 불확실성과 자료 - 양	
수학적 과정	- 형식화하기 - 이용하기 - 해석하기	
기본 수학 역량 FMC	의사소통(C)	-문제를 읽고 해독하고 해석하기 -문제를 해결했을 때 설명 및 정당화하기
	수학화 (M)	-실세계의 문제를 수학적 형태로 변형하기 -수학적 모델을 통한 해결결과를 해석하기
	표현(R)	-문제와 관련된 다양한 표현을 선택하기 (그래프, 표, 다이어그램, 그림, 방정식, 공식, 문장, 구체물 등)
	추론과 논증(RA)	-문제에 대한 추론 과정에서의 논리적 사고하기 -문제의 해를 구하고 명제를 정당화하기
	문제해결을 위한 전략고안 (PS)	-문제를 이해 및 해결에 대한 비판적 통제하기 -문제를 해결하기 위한 전략을 선택, 고안, 실행하기
	상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용(US)	-수학적 기호표현을 이해, 해석, 조작, 사용하기

넷째, 응답한 예비수학교사의 문항별 정답률과 해당 문항에 대한 우리나라 학생들의 PISA 2012 정답률(송미영 외, 2013a)을 비교하여 예비수학교사의 수학내용지식과 학생들의 성취와의 연관성을 탐색하였다.

다섯째, 예비수학교사의 응답결과 중 정답률이 낮게 나타난 문항의 답안을 수학내용지식 중 과정 지식 즉, PISA에서 제시한 수학적 과정과 FMC를 중심으로 분석하여 향후 수학교사 교육에의 시사점을 도출하고자 하였다.

IV. 결과 분석 및 논의

PISA 2012 공개문항에 대한 예비수학교사의 전반적인 응답 현황을 파악하고, 해당 문항에 대한 우리나라

학생들의 문항별 정답률과 비교함으로써 수학내용지식에 대하여 파악하였다. 또한 수학교사의 정답률이 상대적으로 낮은 문항은 FMC를 초점으로 PISA에서 제시하는 수학적 과정과 통합하여 분석하였다.

1. 전체 응답 현황

PISA 2012의 PM6A 문항군(13개 하위문항)에 대한 예비수학교사의 응답을 분석한 결과, 13개 문항을 모두 맞힌 예비수학교사는 27명 중 1명이었으며, 평균 정답률은 82.1%였다. 이때 총 13개 문항 중 부분점수가 있는 2번 문항에 대해 부분점수에 해당하는 응답을 한 경우는 만점의 1/2에 해당하는 점수를 부여하였다. [표 4]는 본 연구에 참여한 예비수학교사의 정답률과 우리나라 학생 및 OECD 평균 정답률을 비교한 것이다.

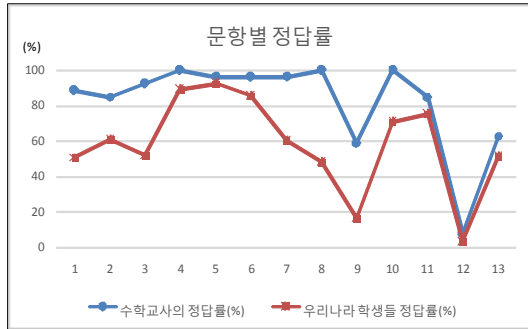
[표 4] 예비수학교사와 학생들의 정답률 비교
[Table 4] Comparison of percentage of correct answer between mathematics preservice teachers and students

문항 교사	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
정답(명)	24	23	25	27	26	26	26	27	16	27	23	2	17
부분 정답(명)	-	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
오답(명)	3	0	2	0	1	1	1	0	11	0	4	25	10
정답률 (%)	88.9	85.2	92.6	100	96.3	96.3	96.3	100	59.3	100	85.2	7.4	63.0
우리나라 학생 정답률 (%)	50.9	60.7	52.2	89.4	92.4	85.4	60.2	48.2	16.4	70.8	75.2	3.0	51.3
OECD 정답률 (%)	39.3	33.3	26.9	85.9	79.8	71.6	59.2	45.9	12.5	57.9	55.4	3.9	48.7

[표 4]에 나타난 바와 같이 본 연구에 참여한 예비수학교사들의 응답 중 정답률이 가장 높은 문항은 4번, 8번, 10번 문항으로 100%의 정답률을 보였다. 한편, [표 4]의 결과를 [그림 2]와 같이 도식화하면 교사와 학생의 정답률이 유사한 경향을 나타내는데, 이는 수학교사의 수학내용지식이 학생의 지식과 밀접한 관계가 있음을 보여준다. Darling-Hammond (2000)는 교사의 질과 학생의 성취 간의 관계를 연구하였고, 이들 사이에는 정적 상관성이 있다는 결과를 제시한 바 있다. 즉, 교사의 수학

내용에 대한 이해뿐만 아니라 수학적 과정에 대한 역량을 향상시키는 것은 학생들의 수학학습을 촉진하는데 필수적이라 할 수 있다. 수학교사가 부족한 지식을 가지고 있는 부분에 대해서는 학생도 해당 부분의 학습 결손을 가질 수 있기 때문에, 수학교사의 수학 내용지식 중 미흡한 부분에 대해서는 교사 교육에서 관심을 두어 보완할 필요가 있을 것이다.

개문항 중 세 문항에 대한 응답 결과에 한정된 것이지만, 해당 문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률도 매우 낮게 나타났음을 염두에 둘 때, 수학교사 교육에서 과학적 맥락의 문제 상황을 수학적 문제 상황으로 형식화하는 교사의 역량을 높이기 위한 방안이 고려될 필요가 있다. 세 문항에 대해 오답을 보인 예비수학교사의 응답에 대한 수학내용지식의 분석 결과는 다음과 같다.



[그림 2] 예비수학교사와 학생들의 점수분포
[Fig. 2] Score distribution of mathematics preservice teachers and students

2. 정답률이 낮은 문항의 응답을 통한 예비수학교사의 수학내용지식 분석

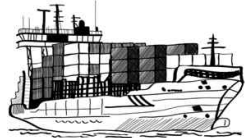
수학교사의 수학내용지식은 학생의 학업 성취에 직접적인 영향을 줄 수 있기 때문에, 이 절에서는 정답률이 낮은 문항에 대해 [표 3]의 분석틀을 사용하여 오답의 원인을 분석하고 수학교사 교육에의 시사점을 도출하고자 한다.

본 연구에 참여한 예비수학교사의 13개 문항에 대한 평균 정답률은 82.3%였는데, 이 절에서는 평균 정답률보다 낮은 정답률을 보인 문항인 ‘뚝 달린 선박(문항 9)’, ‘회전문(문항 12)’, ‘회전문(문항 13)’을 중심으로 살펴보고자 한다. 각 문항에 대한 예비수학교사의 정답률은 각각 59.3%, 7.4%, 63.0%이며, 특히 ‘회전문(문항 12)’은 예비수학교사의 정답률은 우리나라 학생들의 정답률과 불과 4.4%의 차이를 보였기 때문에 이 문항에 대한 응답은 면밀히 분석할 필요가 있다.

PISA 평가틀을 기준으로 볼 때, 세 문항에서 평가하는 수학적 내용 영역은 다르지만, 세 문항 모두 ‘과학적 맥락의 문제 상황에서 ‘형식화’하는 역량을 평가한다. 공

가. 뚝 달린 선박(문항 9)의 오답에 대한 MCK 분석

9번 문항인 ‘뚝 달린 선박(PM923Q04)’은 풍력에 의해 움직이는 배와 관련된 문제 상황을 수학적화하고 적절한 추론을 통해 해결 전략을 고안할 수 있는지를 평가한다 ([그림 3] 참조). 이 문항은 PISA 평가틀에서 수학적 내용은 ‘변화와 관계’, 맥락은 ‘과학적’, 수학적 과정은 ‘형식화하기’에 해당하는 구성형 문항이며, 기본수학적역량(FMC) 중 ‘수학적화, 추론과 논증, 문제해결을 위한 전략 고안하기’가 요구된다.

뚝 달린 선박	
<p>세계 무역의 95 %는 약 50000대의 유조선, 벌크 선, 컨테이너선 등의 선박을 이용한 해상 경로를 통해 이루어진다. 이 선박들 대부분은 디젤 연료를 사용한다. 기술자들은 선박에 풍력 보조 장치를 개발하여 달려고 한다. 이들은 디젤 소모량과 환경오염을 줄이기 위해 연 모양의 돛을 선박에 달아 풍력을 이용할 것을 제안하고 있다.</p>	
<p>[문제] 디젤 연료가 1L 당 0.42 제드로 비싸기 때문에, 새물결 호의 선주는 연 모양의 돛을 선박에 장착하는 것을 고려하고 있다. 이러한 연 모양의 돛이 전체 디젤 소모량의 약 20 %를 줄일 것으로 추정된다.</p>	
<p>선박명: 새물결 종류: 화물선 길이: 117 m 폭: 18 m 적재 용량: 12000 톤 최대 속도: 19 노트</p> <p>연 모양의 돛이 없을 때의 연간 디젤 소모량: 약 3500000 L</p>	

새물결 호에 연 모양의 돛을 장착하는 비용은 2500000 제드이다. 감소된 디젤 소모량 비용이 연 모양의 돛의 장착 비용을 충당하게 되는 것은 몇 년 후인가? 답을 쓰고 계산 과정도 나타내시오.

[그림 3] 돛 달린 선박 (문항 9)
[Fig. 3] Sailing ships (item 9)

예비수학교사 27명 중 이 문항을 틀린 11명의 오답의 원인을 문항이 요구하는 FMC 별로 분석한 결과는 [표 5]와 같다.

[표 5] 문항 9에 대한 오답의 FMC 유형
[Table5] FMC type of incorrect responses in item 9

문항9 \ FMC	수학화(M)	추론과 논증(RA)	문제해결을 위한 전략(PS)
인원수(비율)	1(9.1%)	3(27.3%)	7(63.6%)
합계	11(100%)		

이 문항을 풀기 위해서는 일차부등식을 수학적 모델로 하여 풀이해야 한다. 그러나 오답자 11명 중 1명은 [그림 4]와 같이 수학적 모델로 지수부등식을 사용했다. 이 예비수학교사는 돛을 달았을 때 연료가 줄어드는 비율을 해마다 20%씩 줄어드는 것으로 생각하여 문제 상황을 적절하게 수학화하지 못하였다. 실생활 맥락 상황을 수학화하는 역량은 현 교육과정 뿐 아니라 향후 2015 개정 교육과정에서도 학생에게 강조하는 역량으로, 학생은 물론 수학교사도 반드시 갖추어야 할 역량이라 볼 수 있다.

[그림 4] 문항 9의 수학화 역량 관련 오답
[Fig. 4] Preservice teacher's incorrect response of Mathematizing competency of item 9

한편 오답을 서술한 예비수학교사 중 27.3%는 FMC 중 추론과 논증 능력이 미흡한 것으로 나타났는데, 그 예는 [그림 5]와 같다.

추론과 논증 역량이 미흡한 응답(1)

~~3500000~~ 3500000 * $\frac{20}{100}$ = 700000 제드
1년에 100000 이량씩 감소.

특정각각이 4년 2500000 이량씩
1년 뒤에는 2500000 이량씩
 $100000 \times n \geq 2500000$

4년

추론과 논증 역량이 미흡한 응답(2)

제 1년에 연료 20% 이량 : 3500000

한 정액에 연료 20% 이량 = 3500000 $(1 - \frac{20}{100})$

∴ 1년 뒤 연료 이량 = 3500000 * $\frac{20}{100}$

한정 연료 수량 비용 700000 제드

∴ 100000 (X) ≥ 700000

(X ≥ 3 * X)

[그림 5] 문항 9의 추론과 논증 역량 관련 오답
[Fig. 5] Preservice teacher's incorrect responses of reasoning and argument competency of item 9

문항의 문제 상황에 '연료 1L 당 0.42 제드'라는 조건이 명시되어있지만, [그림 5]와 같이 오답자의 27.3%에 해당하는 예비수학교사들은 1년에 필요한 연료와 비용에

대한 명확한 구분을 하지 않고 문제를 해결하려고 하였다. 즉 뜻을 달아서 연료가 20% 줄어들었을 때 소요되는 비용을 뜻을 달지 않았을 때와 비교해야 되는데, 비교 대상에 대한 추론을 명확하게 하지 않아서 잘못된 해결 과정을 보인 것으로 나타났다. 문제에 주어진 조건을 파악하여 문제에서 구하고자 하는 바를 추론하는 능력은 문제해결과 관련하여 학생들에게 필수적인 역량이며, 이에 앞서 수학교사가 갖추어야 할 역량일 것이다.

또한, 문제를 정확하게 이해하지 못했거나 문제해결 전략에 대한 실행이 미흡해서 나타난 오답이 전체 오답 중 63.6%로 높은 비율을 나타냈다. 이와 관련한 예비수학교사들의 응답의 예는 [그림 6]과 같다.

문제 이해가 미흡한 응답
$n(25 \times 10^4 \times 0.42 \times 0.2) > 25 \times 10^4$ $n \times 10^4 \times 0.168 > 25 \times 10^4$ $\frac{n \times 10^4 \times 0.168}{10^4 \times 0.168} = \frac{25 \times 10^4}{10^4 \times 0.168} = 0.144$ <p>.....년</p>
해결전략의 실행이 미흡한 응답
<p>연료의 값을 정확했기에 감소된 직접 연료는</p> $3500000 \times \frac{20}{100} = 700000 \text{ L이다}$ <p>그에 대한 비용은 $700,000 \times 0.42 = 294000 \times \frac{42}{100}$</p> $= 294000 \text{ 제트이다}$ <p>값을 정확하는 데 따른 비용이 250000 제트이고</p> <p>연료 절약하는 비용이 294000 제트이므로</p> $250000 < 294000 \text{ 이므로}$ <p>.....년</p>

[그림 6] 문항 9의 문제해결을 위한 전략고안 역량 관련 오답

[Fig. 6] Preservice teacher's incorrect responses of devising strategies for solving problems competency of item 9

[그림 6]의 첫 번째 응답은 뜻을 달았을 때 절약되는 비용이 원래 비용의 20%이므로, 실제 지출하는 비용은 원래 비용의 80%에 해당한다는 조건을 정확하게 이해하지 못한 경우로 볼 수 있다. 이 문항은 제시문과 주어진 문제의 조건을 모두 고려하여 해결해야 하는 문항으로, 제시문의 길이가 다른 문항에 비해 길고 비교적 복잡하

다. 문제 상황이 복잡한 문제를 다루는 것은 학생들의 수학적 이해와 수학적 사고를 촉진시킬 수 있다 (Francisco, Maher, 2005). 수학교사가 제시문의 길이가 길고 복잡한 문제를 명확히 이해하고 조건을 구조화하고 해결하는 역량을 갖출 수 있도록 수학 교사교육에서 다양한 맥락의 복잡한 문제를 다루어보는 경험을 충분히 갖도록 해야 할 것이다.

한편, 문제해결 전략을 선택하고 이를 실행하는 과정에서 오답을 서술한 경우도 있었다. 즉, 문제를 바르게 이해하고 해결전략을 적합하게 선택하여 해결을 시도했으나 해결 과정 중에 계산 실수로 오답을 나타낸 경우이다. [그림 6]의 두 번째 응답은 2500을 294로 나눈 값을 대략의 근사치로 생각하였으나 그 계산 과정에서 오류를 나타냈다. 기본적인 연산은 문제를 해결하는데 있어 기초적인 능력으로 우리나라 학생들과 교사들은 강점이 있는 영역이라 할 수 있다. 그러나 이 수학교사의 오답은 해결전략을 세우고 실행하는 과정에서 비판적 통제 능력의 부족을 그 원인으로 들 수 있다. 따라서 문제를 이해하고 문제의 조건과 구하고자 하는 목적에 따라 해결전략을 세우고 실행하며 그 과정에 대한 비판적이고 반성적인 사고를 할 수 있는 능력을 향상시키는 것이 교사와 학생 모두에게 필요할 것이다.

나. 회전문(문항 12)의 오답에 대한 MCK 분석

본 연구에 참여한 예비수학교사들의 정답률 중 가장 낮게 나타난 문항은 12번 문항인 '회전문(PM1995Q02)'이다. 이 문항은 '회전문' 단위문항에 속한 세 개의 하위문항 중 두 번째 문항으로, PISA 평가틀에서 수학적 내용은 '공간과 모양', 맥락은 '과학적', 수학적 과정은 '형식화하기'에 해당하는 구성형 문항이며(그림 7) 참조), FMC 중 '수학화, 의사소통, 추론과 논증, 상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용'을 요구한다.

회전문

회전문에는 원통형 공간 안에서 회전하는 칸막이 세 개가 들어 있다. 이 공간의 내부 지름은 2m (200 cm)이다. 세 개의 칸막이는 내부 공간을 삼등분한다. 아래의 단면도는 서로 다른 세 가지 상태의 칸막이를 위에서 내려다보았을 때의 모습이다.

[문제] 출입구에서 개방되어 있는 두 부분(그림에서 점선으로 표시된 호 부분)의 크기는 같다. 이 부분이 너무 넓으면 칸막이가 밀폐된 공간을 만들 수 없고 입구와 출구 사이로 공기가 자유롭게 유입되어, 원치 않는 열 손실 또는 열 유입의 원인이 된다. 이것은 오른쪽 그림에 나타나 있다. 출구와 입구 사이에 공기가 자유롭게 유입되지 않으려면, 두 출입구의 호의 길이는 최대 몇 cm가 되어야 하는가?

[그림 7] 회전문 (문항 12)
[Fig. 7] Revolving door (item 12)

문제 상황의 회전문은 전체 1/3에 해당하는 부분이 열려있지만, 실제 통로인 입구와 출구는 열린 공간의 절반인 1/6에 해당한다. 이 문항에서 예비수학교사 27명 중 25명이 오답을 서술했는데, 문항이 요구하는 FMC 별로 오답을 비율을 살펴보면 [표 6]과 같다.

[표 6] 문항12에 대한 오답의 FMC 유형
[Table6] FMC type of incorrect responses in item 12

문항12	FMC	수학화(M)	의사소통(C)	추론과 논증(RA)	상징적·형식적·기법적 언어와 조직의 사용(US)
인원수 (비율)	-	-	-	13(52.0%)	1(4.0%)
		-	-	10(40.0%)	-
		-	-	-	1(4.0%)
합 계			25(100%)		

이 문항에서 오답을 서술한 예비수학교사들 중 적합하지 않은 수학적 모델을 사용하여 틀린 경우는 없었다. 그러나 오답자 중 52.0%는 회전문의 열린 공간에 해당하는 둘레의 길이를 추론하는 과정에서 오류를 보였다. 이와 관련한 응답의 예는 [그림 8]과 같다.

추론과 논증 역량이 미흡한 응답 (1)

원형의 길이: $2 \times 1 \times \pi = 2\pi \text{ m}$

\therefore $\frac{2}{3} \times \pi \text{ m}$

호의 최대 길이: $\frac{200}{3} \pi \text{ cm}$

추론과 논증 역량이 미흡한 응답 (2)

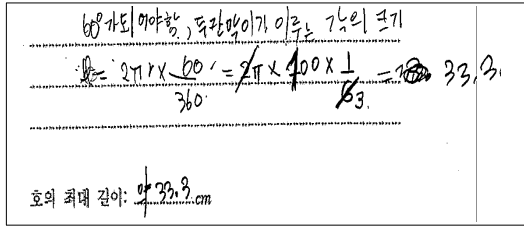
각 부분이 120도이면 최대한 120° 의 호
되어야 한다. $2\pi \cdot 100 \times \frac{1}{3}$

호의 최대 길이: $\frac{200}{3} \pi \text{ cm}$

[그림 8] 문항 12의 추론과 논증 역량 관련 오답
[Fig. 8] Preservice teacher's incorrect responses of reasoning and argument competency of item 12

회전문의 입구와 출구를 고려하면 전체 원의 둘레의 1/6에 해당하는 부분의 길이를 구해야 하는데 [그림 8]에서는 주어진 문제의 조건에서 제시한 수치를 그대로 사용하여 1/3에 해당하는 길이를 구하였다. 이 문항은 실제 OECD 국가 학생들의 정답률 뿐 아니라 우리나라 학생들의 정답률도 모두 저조하게 나타났고 PISA 본부에서도 난이도가 매우 높은 문항이라고 언급한 문항이다.

또한 상징적·형식적·기법적인 표현을 이해하고 사용하는 능력의 미흡으로 오답을 나타낸 경우도 4.0%로 나타났는데, 그 예는 [그림 9]와 같다.

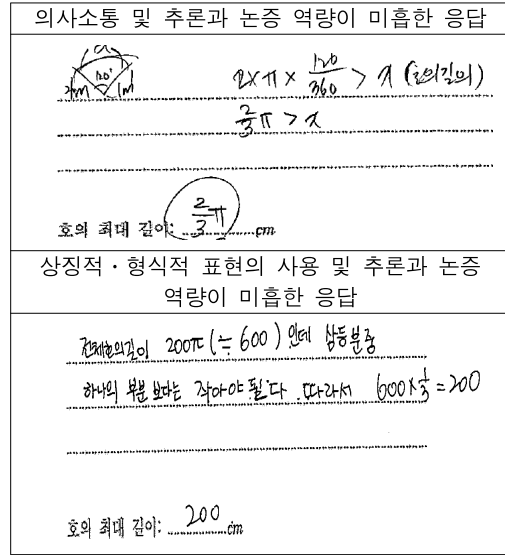


[그림 9] 문항 12의 상징적 형식적 표현의 사용 역량 관련 오답

[Fig. 9] Preservice teacher's incorrect response of using symbolic, formal and technical language and operations competency of item 12

[그림 9]의 예비수학교사는 문제를 바르게 이해하고 부채꼴의 둘레를 구했지만, 최종 답에서 π 를 생략하여 $\frac{100\pi}{3}$ 를 $\frac{100}{3}$ 로 계산하여 약 33.3이라는 답을 제시하였다. PISA 문항 중 π 를 삭제하여 오답 비율이 높았던 대표적인 사례로는 PISA 2012 ‘휠체어 농구(PM00KQ02)’ 문항을 들 수 있다. 이 문항을 틀린 우리나라 학생의 대부분은 계산을 바르게 한 뒤 최종 답안에서 π 를 삭제하는 경향을 보였으며, 그 결과 우리나라 정답률은 14.20%로 매우 낮게 나타났다(송미영 외, 2013a). π 에 대해 오개념을 가지고 있는 학생들은 π 를 수가 아니라 원과 관련된 문제에서 나타나는 단위로 생각하여 생략하는 것으로 보이며, 이러한 오개념이 예비수학교사에게도 나타나는 것은 염려스러운 일이다.

한편, 이 문항의 경우 의사소통, 추론과 논증 역량, 그리고 추론과 논증 역량, 상징적·형식적·기법적인 언어와 조각의 사용 역량의 미흡이 중복적으로 나타나기도 했다. 각각에 해당하는 교사의 비율은 40%와 4%이며, 응답 사례는 [그림 10]과 같다. [그림 10]의 첫 번째 응답에서는 문제에서 주어진 회전문의 반지름에 대한 조건을 정확히 이해하고 사용하지 못하였을 뿐 아니라 회전문의 열린 공간을 입구와 출구에 대한 추론을 적절하게 하지 않아 오답을 나타냈다. 문제를 읽고 바르게 해석하여 논리적으로 해결하는 능력은 수학적 문제해결에 있어 수학교사가 기본적으로 갖추어야 할 능력이다.



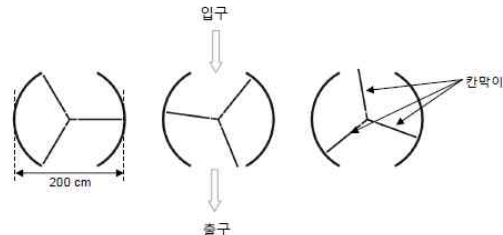
[그림 10] 문항 12의 여러 역량이 중복된 오답

[Fig. 10] Preservice teacher's incorrect responses of duplicate capabilities of item 12

[그림 10]의 두 번째 응답은 회전문의 열린 공간을 입구와 출구에 대한 추론을 적절하게 하지 않았을 뿐 아니라 π 의 근삿값을 단순히 3으로 어렵하여 계산함으로써 오답을 나타냈다. PISA 문항에서는 π 가 포함된 답은 무리수로 그대로 두기보다 소수로 답할 것을 요구하는 경우가 많다. 작은 수에 대해서는 π 의 근삿값으로 3을 사용하여 계산하더라도 무리가 없지만, 큰 수에 대해서는 π 의 근삿값을 3으로 두는 것과 3.1 또는 3.14로 두어 계산하는 것에는 큰 차이가 발생한다. 따라서 육상 트랙이나 회전문과 같이 실제 길이가 긴 경우, π 의 근삿값을 단순히 3으로 어렵하여 계산하는 경우에는 체점 기준에서 오답 처리하도록 명시하고 있으며, 이 문항의 경우 103부터 105사이의 값만 정답으로 인정하고 있다. 즉 PISA에서는 근삿값을 가능한 한 오차가 적도록 계산하는 것도 만 15세 학생들에게 요구되는 능력이라 판단하고 있다. 실생활 속의 무리수에 대한 양감을 갖고 근삿값을 어렵할 수 있는 역량은 실제적 문제 해결에 있어서 매우 중요한 부분이라 할 수 있다.


다. 회전문(문항 13)의 오답에 대한 MCK 분석

마지막으로 13번 문항은 ‘회전문(PM995Q03)’으로 수학적 내용은 ‘양’, 맥락은 ‘과학적’, 수학적 과정은 ‘형식화하기’에 해당하는 구성형 문항이다. 또한 이 문항은 FMC 중 ‘수학화, 의사소통, 상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 사용’ 역량을 요구한다([그림 11] 참조).

회전문
<p>회전문에는 원통형 공간 안에서 회전하는 칸막이 세 개가 들어 있다. 이 공간의 내부 지름은 2m (200 cm)이다. 세 개의 칸막이는 내부 공간을 삼등분한다. 아래의 단면도는 서로 다른 세 가지 상태의 칸막이를 위에서 내려다보았을 때의 모습이다.</p>  <p>[문제] 이 문은 1분에 4번 회전한다. 칸막이로 나뉘어진 세 공간에는 각각 두 사람이 들어갈 수 있다. 30분 동안 이 회전문을 통하여 건물에 들어갈 수 있는 사람은 최대 몇 명인가?</p> <p>A 60 B 180 C 240 D 720</p>

[그림 11] 회전문 (문항 13)
[Fig. 11] Revolving door (item 13)

이 문항은 회전문이 1분에 4번씩 회전하고 회전문의 칸에는 2명씩 들어갈 수 있을 때 30분 동안 몇 명이 들어가는지 구하는 선다형 문항으로, 정답은 ‘D. 720’이고 정답률은 63%였다. 그러나 이 문항을 틀린 10명의 예비수학교사는 모두 같은 오답인 ‘C. 240’을 선택했는데, 이들 모두 문제에 대한 해석이 부족한 의사소통 역량이 미흡하여 오답을 선택한 것으로 보인다.

	<p>방금 4번.</p> <p>30분 → 120번 회전</p> <p>120 × 2x</p>
---	--

[그림 12] 문항 13의 의사소통 역량 관련 오답
[Fig. 12] Preservice teacher’s incorrect response of Communication competency of item 13

회전문이 한 번 회전할 때 들어갈 수 있는 공간은 전체의 1/3에 해당하고, 회전문 칸에 들어 갈 수 있는 사람은 최대 2명이다. 회전문은 1분 당 4번 회전하므로 30분 동안 720명이 들어갈 수 있다. 그러나 회전문이 한 번 회전할 때 세 칸이 돌아간다는 점을 해석하지 못하여 오답을 택한 것으로 보인다. 선다형 문항이기 때문에 검사지에 풀이 과정을 적지 않은 응답에 대해서 일반화할 수는 없지만, [그림 12]와 같이 문제 옆에 기록된 풀이 과정을 통해 미루어 판단할 수 있었다. 예비수학교사들이 선택한 오답이 모두 동일하게 나타난 점을 볼 때, 수학교사 교육에서도 맥락을 기반으로 한 문제를 해결할 때 문제의 조건을 이해하고 문제를 해석하는 능력의 함양이 필요할 것으로 보인다.

V. 결론 및 제언

교사의 지식은 학생들의 학습에 영향을 중대한 영향을 미치는데, 이 지식의 범주에는 학교수학의 내용 지식과 교수학적 지식뿐만 아니라 역량을 포괄하는 과정 지식도 포함된다. 2009 개정 수학과 교육과정과 향후 적용될 2015 개정 수학과 교육과정, 그리고 PISA에서는 일상생활에서 부딪치게 되는 문제 상황을 수학적으로 해결할 수 있는 문제해결, 추론, 의사소통 등의 수학 역량 함양을 추구한다. 수학 역량은 미래사회에 융합되고 새로운 지식을 창출하는데 필요한 기본 능력으로 학생을 가르치고 바람직한 인재로 양성시키는데 중요한 역할을 수행하는 교사에게 요구되는 능력이라 할 수 있다.

이에 본 연구에서는 내용과 과정에 대한 평가틀을 갖는 PISA 2012 공개 문항을 사용하여 예비수학교사의 수

학내용지식을 분석하는 사례연구를 수행하였다. 특히 정답률이 낮은 문항에 대해서는 기본수학능력(FMC)을 중심으로 면밀히 살펴보았다. 본 연구는 사례 연구이기 때문에 그 결과를 일반화하기에는 무리가 있으나, 경향성은 파악할 수 있었다.

본 연구에 참여한 예비수학교사들은 다양한 실생활 맥락에서 제시하는 자료를 읽고 표현하거나 그 자료를 활용한 간단한 연산, 이미 알고 있는 수학적 개념을 적용하는 지식을 충분히 갖고 있는 것으로 나타났다. 한편, 예비수학교사의 정답률은 우리나라 학생들의 PISA 2012 정답률과 유사한 패턴을 보였는데, 이는 Darling-Hammond(2000)의 교사의 질과 학생의 성취 사이의 정적 상관관계가 있다는 연구결과와 일맥상통하는 것으로 교사들의 수학내용지식은 학생의 학습에 영향을 미칠 가능성을 내포한 것이라 할 수 있다.

한편, 정답률이 낮은 세 문항은 모두 '과학적' 맥락의 문제 상황에서 '형식화'하는 역량을 평가하는 문항이었다. 기본수학능력을 중심으로 오답 유형을 분석한 결과, 문제에서 주어진 조건을 사용하여 구하고자 하는 수학적 대상을 바르게 추론하고, 맥락 내에서 제시문의 길이가 길고 복잡한 문제를 읽고 조건을 명확히 이해하는 것, 즉 추론과 논증, 의사소통 역량이 가장 미흡한 것으로 나타났다. 그 다음으로는 문제를 이해하고 문제의 조건과 구하고자 하는 목적에 따라 해결 전략을 세우고 실행하며, 과정에 대한 비판적이고 반성적인 사고를 할 수 있는 역량 즉 문제해결을 위한 전략 고안 역량 부족으로 인한 오답 비율이 높았으며, 적합한 수학적 모델을 사용하여 수학화하거나 무리수 π 등 상징적·형식적·기법적인 표현의 사용에 대한 역량과 관련한 오답도 일부 나타났다.

따라서 21세기에 요구되는 역량을 갖춘 수학교사를 양성하고 전문성을 높이기 위해 수학교사 교육에서는 다음을 고려할 필요가 있을 것이다. 첫째, 예비수학교사교육에서 과학적 맥락을 비롯한 다양한 맥락에서의 문제 상황을 수학적 문제로 형식화하는 교사의 역량을 높이기 위한 방안이 고려되어야 한다. 실제 현상을 수학적 도구로 표현하며, 현상에 내재된 수학적 개념을 파악하여 문제 상황에 적용하는 과정은 수학적 모델링 자체로서도 의미가 있으며, 이때 수학적 진보가 일어나면 형식적 수

학화 단계에 이를 수 있다는 점에서 강조될 필요가 있다(이혜숙 외, 2010). 이를 위해 수학이 타전공과 연계되는 상황을 다양하게 접하고 이를 수학교육에 접목할 수 있는 전공 간 융합 강좌를 개설하여 타전공 학생과 문제해결 전략을 논의하고 발전시켜나갈 필요가 있다. 둘째, 교사들이 21세기 역량 및 교육과정에서 추구하는 역량이 무엇인지 명확하게 인지하며 수업 및 평가에 반영할 수 있도록 수학교사 교육에서 역량 교육을 강조해야 한다. 그 방안의 한 예로, 본 연구에서와 같이 다양한 맥락에 기반하여 수학적 지식과 수학적 과정이 모두 평가될 수 있는 다양한 문제를 해결해봄으로써 수학화, 추론, 문제해결력, 의사소통 능력을 이해하고 신장할 수 있도록 해야 한다. 셋째, 제시문이 길고 조건이 복잡한 문항에 대한 수학교사의 문제해결력을 신장시키기 위해 PISA형 문항을 다양하게 접하고 개발하는 기회를 제공해야 한다. 교수 학습과 일관성 있는 문항을 개발하고 적용하는 경험은 실제 학교현장에 적용할 수 있는 실천적 지식 형성의 기회를 제공하여 수학내용지식과 교수학적 지식이 복합적으로 형성되는데 긍정적 요인이 될 것으로 보인다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8].
- Ministry of Education and Science Technology (2011). *Mathematics curriculum*. MEST announcement 2011-361 [Separate Volume 8]. Seoul: MEST.
- 박경미(2009). 수학의 교수학적 내용 지식(PCK)에 대한 연구의 메타적 검토. 수학교육 28(1), 92-105.
- Park, K. M. (2009). A Meta Review of the Researches on PCK in Mathematics. *The Mathematical Education* 28(1), 92-105.
- 송미영, 임해미, 최혁준, 박혜영, 손수경(2013a). OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2012 결과보고서. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2013-6-1.
- Song, M. Y., Rim, H. M., Choi, H. J., Park, H. Y., & Son, S. K. (2013a). *OECD Programme for International Students Assessment : Analyzing PISA 2012 Results*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation Research Report RRE 2013-6-1.

- 송미영, 임혜미, 박혜영, 최혁준, 손수경(2013b). OECD 국제 학업성취도 평가 문항 자료집: PISA 2000-PISA2012 지필평가. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2013-64-1.
- Song, M. Y., Rim, H. M., Park, H. Y., Choi, H. J., & Son, S. K. (2013b). *OECD Programme for International Students Assessment Open Items: PISA2000-PISA2012 Paper-Based Assessment*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation Research Report RRE 2013-64-1.
- 이혜숙, 임혜미, 문중은 (2010). 수학과학통합교육의 설계 및 실행에 대한 연구, 수학교육 49(2), 175-198.
- Lee, H. S., Rim, H. M. & Moon, J. E. (2010). A study on the design and implementation of mathematics and science integrated instruction, *The Mathematical Education* 49(2), 175-198.
- 임혜미(2013). OECD PISA 2015 수학 및 협력적 문제 해결력 평가의 특징. 한국수학교육학회 학술발표논문집, 제 2호, 369-171.
- Rim, H. M. (2013). The Characteristic of OECD PISA mathematics and collaborative problem solving assessment. *The proceeding of the Korea Society of Mathematical Education, No. 2* 369-171.
- 조완영(2011). 중등 수학교사의 수학내용 지식. 학교수학 13(2), 345-362.
- Cho, W. Y. (2011). Mathematical content knowledge of secondary mathematics teachers. *School Mathematics* 13(2), 345-362.
- 조지민, 김수진, 이상하, 김미영, 옥현진, 임혜미, 박연복, 이민희, 한희진, 손수경 (2011). 2011년 국제 학업성취도 평가 연구(PISA/TIMSS) : PISA 2012 예비검사 시행보고서. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2011-4-2.
- Cho, J. M., Kim, S. J., Lee, S. H., Kim, M.Y., Ok, H. J., Rim, H. M., Park, Y. B., Lee, M. H., Han, H. J., Son, S. K. (2011). *Programme for International Students Assessment : PISA 2012 Field Trial Technical Report*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation. Research Report RRE 2011 -4-2.
- 조지민, 동효관, 옥현진, 임혜미, 정혜경, 손수경, 배제성 (2012). OECD 국제 학업성취도 평가 연구 : PISA 2012 본검사 시행 보고서. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2012-3-1.
- Cho, J. M., Dong, H. G., Ock, H. J., Rim, H. M., Jung, H. G., Son, S. K., & Bae, J. S. (2013). *OECD Programme for International Students Assessment : PISA 2012 Main Survey Technical Report*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation. Research Report RRE 2012-3-1.
- 한국과학창의재단(2015). 2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 정책 연구 공개토론회. 2015 수학교육관련학회 연합학술대회.
- The Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity (2015). *2015 revised mathematics curriculum development policy research forum*. 2015 United Conference on Mathematics Education Society.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement. *Education policy analysis archives*, 8(1), 1-44.
- Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3), 361-372.
- Hsieh, F. J., Law, C. K., Shy, H. Y., Wang, T. Y., Hsieh, C. J., & Tang, S. J. (2011). Mathematics teacher education quality in TEDS-M: globalizing the views of future teachers and teacher educators. *Journal of Teacher Education*, 62(2), 172-187.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Bogard Given, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M. Y., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). *Highlights from TIMSS 1999 Video Study of eighth-grade mathematics teaching. National Center of Education Statistics(NCES 2003011)*. Retrieved from <http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2003011>.
- McKenzie, P., Santiago, P., Sliwka, P., & Hiroyuki, H. (2005). *Teachers matter: Attracting, developing and*

- retaining effective teachers*. OECD.
- Mewborn, D. (2001). Teachers content knowledge, teacher education, and their effects on the preparation of elementary teachers in the United States. *Mathematics Teacher Education and Development*, 3, 28-36.
- Niss, M. (2015). Mathematical Competencies and PISA. In *Assessing Mathematical Literacy* (pp. 35-55). Springer International Publishing.
- OECD (1999). *Measuring student knowledge and skills: A new framework for assessment*. Paris: OECD.
- OECD (2000). *Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000 assessment of reading, mathematical and scientific literacy. Education and skills*. Paris: OECD.
- OECD (2003). *PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD.
- OECD (2005). *The definition and selection of key competencies: executive Summary*. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf>
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytic Framework*. Paris: OECD.
- Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 123-143.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15.
- Stacey, K. (2015). Core Competency in Mathematics Education : How PISA includes mathematical competencies and the processes of mathematical modelling . *Proceedings of the 2015 Joint Conference of Korean Mathematics Education Societies*, 35-49.

Analysis of Mathematics Preservice Teachers' Mathematical Content Knowledge based on PISA 2012 Items

Rim, Haemee

Korea Institute for Curriculum and Evaluation, Seoul, 100-783, Korea

E-mail : rimhm@kice.re.kr

Lee, Min Hee[†]

Chungnam University

E-mail : hussy1213@cnu.ac.kr

Mathematics preservice teachers' Mathematical Content Knowledge ("MCK") includes not only knowledge for mathematics, but also academic knowledge for school mathematics and mathematical process knowledge. We can consider the items in PISA 2012 as suitable tools to assess process knowledge as well as mathematical content knowledge because these items are developed by competent international educational experts. Therefore, the responses to items with the low percentage of correct answers in conjunction with the mathematical contents were analyzed with focus on FMC. The results showed the reasoning competency in responses using the conditions of the problem and of understanding the conditions after reading the complex problems within the context (i.e. the reasoning and argumentation competency, and communication competency) requires improvements. Furthermore the results indicated the errors due to a lack of ability of devising strategies for problem solving. Based on the foregoing results, the implications towards the directions of the education for the preservice mathematics teachers have been derived.

* ZDM Classification : E34

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U70

* Key words : Mathematical Content Knowledge, MCK,
PISA, mathematical process, Fundamental Mathematical
Capabilities, FMC

† Corresponding Author