

압전 진동 에너지 수확 장치의 전기 유발 감쇠 특성 및 최대 전력 발생 조건

Electrically Induced Damping Characteristics and a Relevant Requirement for the Maximum Power Generation in Piezoelectric Vibration Energy Harvesters

김재은[†]
Jae Eun Kim

(Received March 9, 2015 ; Revised May 8, 2015 ; Accepted May 29, 2015)

Key Words : Vibration Energy Harvesting(진동 에너지 수확), Piezoelectricity(압전), Electrically Induced Damping(전기 유발 감쇠), Maximum Power(최대 전력), Structural Hysteretic Damping(구조 이력 감쇠)

ABSTRACT

The piezoelectric coupling in piezoelectric vibration energy harvesters with load resistance induces electrical damping as well as increase in the system stiffness. Starting from analytically deriving the explicit relations through governing equations in the frequency domain, this work identifies the characteristics of the electrically induced damping mechanism and shows that the electrically induced damping serves as a structural hysteretic damping on condition that a piezoelectric vibration energy harvester is excited at its short-circuit resonant frequency and its load resistor is optimally impedance-matched at the same time. Finally, it is analytically verified that the equivalence of a mechanical and an electrically induced damping ratio is required for the maximum power generation at a load resistor, which was claimed in some literature.

1. 서론

압전 진동 에너지(piezoelectric vibration energy harvesting) 수확 기술은 수확 대상 에너지원인 진동 에너지가 주변 환경 어디에나 존재하여 수집하기 쉬울 뿐만 아니라 수확 장치 구성의 간단함, 소형화를 위한 MEMS 구현의 용이성, 높은 출력 전압, 다른 에너지 변환 수단에 비해 비교적 높은 에너지 밀도와 에너지 변환 효율 등의 장점이 있어 이에 대한 많은 연구가 이뤄져 왔다^(1,2). 사실 전기 에너지로의

변환 수단으로 사용되는 압전의 정효과(direct effect)는 이미 가속도계, 마이크로폰 등 센서의 원리로서 많이 이용되어 온 것은 주지의 사실이다. 그러나, 압전 에너지 수확에 대한 개념의 가장 최근의 응용 분야는 분기 감쇠(shunt damping)로서 진동 에너지를 분기된 저항에 의해 주울 열(Joule heat)로 감소시키는 것이었다. 압전 진동 에너지 수확은 이를 수동적인 에너지 소산이 아닌 발생된 전기를 적극적으로 이용하려는 전력 공급원으로서의 관점에서 바라 본 것이다⁽³⁾.

장치의 제작 및 실험을 통해 에너지 수확 가능성

[†] Corresponding Author ; Member, School of Mechanical and Automotive Engineering, Catholic University of Daegu
E-mail : jekim@cu.ac.kr

[‡] Recommended by Editor Il Kwon Oh

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

을 확인⁽⁴⁾하는 단계에서 시작된 압전 진동 에너지 수확에 대한 초기 연구는 에너지 변환 특성을 파악하기 위한 수학적 모델의 개발이 주된 관심사 중의 하나였다⁽⁵⁻⁷⁾. 그런데, 압전 연성 효과가 잘 반영된 최근의 수학적 모델과는 달리 초기의 수학적 모델은 전자기 유도 방식의 에너지 수확(electromagnetic harvester) 장치에 대해 개발된 지배 방정식을 이용하여, 역학 방정식에 대한 압전 연성의 효과를 단순한 점성 감쇠(viscous damping)로 간주하거나 무시하는 경향이 있었다⁽⁸⁾. 그럼에도 불구하고 이러한 수학적 모델은 압전 진동 에너지 수확 장치의 출력 전기에 대한 입력 가진 및 전기/역학계의 상호 관계를 이해하기 위한 간단하면서도 효과적인 수단을 제공하기도 하였다. 그러나, 진동 에너지 수확 장치에 있어서 압전의 연성 효과는 계의 진동량 뿐만 아니라 고유진동수의 변화에도 상당한 영향을 미치는 등⁽⁹⁾, 역학 점성 감쇠와는 별개의 다소 복잡한 감쇠 거동을 부가한다. Glynn-Jones 등⁽⁹⁾은 이러한 압전 연성 효과로 인한 전기 유발 감쇠(electrically induced damping)가 구조 이력 감쇠(structural hysteretic damping)의 특성을 갖는다고 언급한 바 있다. 또한, 압전 진동 에너지 수확에 의한 감쇠 특성을 살펴보기 위해 Sodano 등⁽¹⁰⁾은 압전 에너지 수확 장치의 외부 저항 값의 크기에 따른 분기 감쇠의 특성을 실험을 통해 재차 확인한 바 있으며, Lesieutre 등⁽¹¹⁾은 DC-DC 변환기가 부착된 에너지 수확 장치의 손실 계수가 전기-역학 연성 계수의 함수임을 밝힌 바 있다. 그러나, 압전 연성으로 인해 발생하는 진동 에너지 수확 장치의 전기 유발 감쇠에 대한 이해는 수확 장치의 에너지 변환 현상에 대한 기본적인 이해에 필수적임에도 불구하고, 기존의 연구에서는 발생 메커니즘에 대한 이론적 근거의 제시가 부족하였다^(2,12,13).

이 연구에서는 압전 진동 에너지 수확 장치의 압전 연성 효과로 인한 전기 유발 감쇠 관계식을 이론적으로 엄밀히 유도하였다. 또한, 이를 바탕으로 전기 유발 감쇠의 발생 메커니즘 및 특성을 살펴본 후, 부하 저항에서의 최대 전력 발생 시 역학 감쇠 및 전기 유발 감쇠의 관계에 대해 고찰해 보았다.

2. 진동 에너지 수확 장치의 수학적 모델

2.1 점성 감쇠 기반 수학적 모델

Fig. 1에 개념적으로 나타낸 진동 에너지 수확 장치의 역학 영역(mechanical domain)에서의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m_{eq}\ddot{w}_{rel}(t) + c_{eq}\dot{w}_{rel}(t) + k_{eq}w_{rel}(t) = -m_{eq}\ddot{w}_b(t) \tag{1}$$

위 식에서 m_{eq} , c_{eq} 및 k_{eq} 는 각각 에너지 수확 장치의 유효 질량, 감쇠 및 강성을 나타낸다. 또한, $w(t)$ 및 $w_b(t)$ 는 각각 질량 m_{eq} 및 가진 기저(base)의 절대 변위를 나타내고, $w_{rel}(t)$ 은 질량 m_{eq} 의 기저에 대한 상대 변위 $w(t) - w_b(t)$ 를 나타낸다. 진동 에너지 수확 장치에 있어서 계에 유입되는 에너지는 구조물의 감쇠에 의해 소산될 뿐만 아니라 전기 에너지로도 변환되므로, 총 감쇠 c_{eq} 는 역학 감쇠(mechanical damping) c_m 과 전기 유발 감쇠(electrically induced damping) c_e 로 구성되어 있다고 가정할 수 있다($c_{eq} = c_m + c_e$). 따라서, 기저 변위 $w_b(t)$ 에 대한 조화 운동 $w_b(t) = W_b e^{j\omega t}$ 의 가정하에, 전기 유발 감쇠에 의해 유용한 전기 에너지로 변환되는 부분은 다음과 같이 1 주기당 평균 파워 P_{avg}^{elec} 로 나타낼 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$\begin{aligned} P_{avg}^{elec} &= \frac{c_e \omega^2 m_{eq}^2 A_b^2}{2 \left((k_{eq} - \omega^2 m_{eq})^2 + (\omega c_{eq})^2 \right)} \\ &= \frac{c_e \omega^2 A_b^2}{2 \left((\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2(\zeta_m + \zeta_e) \omega_n \omega)^2 \right)} \tag{2} \\ &= \frac{m_{eq} \zeta_e^2 r^2 A_b^2}{\omega_n \left((1 - r^2)^2 + (2(\zeta_m + \zeta_e) r)^2 \right)} \end{aligned}$$

위 식에서 $\omega_n (= \sqrt{k_{eq}/m_{eq}})$ 및 $A_b (= \omega^2 W_b)$ 는 각각

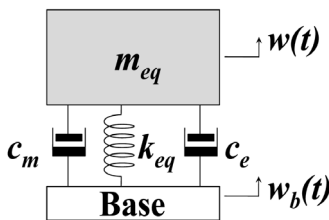


Fig. 1 Schematic representation of vibration energy harvesters

계의 고유진동수 및 기저의 가진 가속도 크기를 나타내며, ζ_m 및 ζ_e 는 각각 역학 감쇠비 및 전기 유발 감쇠비로서 식을 유도하는 과정에서 $c_m = 2\zeta_m\omega_n m_{eq}$ 및 $c_e = 2\zeta_e\omega_n m_{eq}$ 의 관계가 이용되었다. 따라서, 식 (2)는 $r = 1(\omega = \omega_n)$ 에서 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$P_{avg}^{elec} = \frac{m_{eq}\zeta_e A_b^2}{4\omega_n \zeta^2} = \frac{m_{eq}\zeta_e A_b^2}{4\omega_n (\zeta_m + \zeta_e)^2} \quad (3)$$

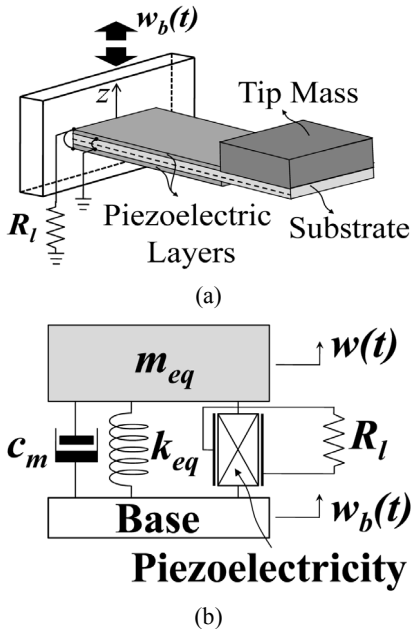
위 식에 $dP_{avg}^{elec}/d\zeta_e = 0$ 을 적용하면 최대 평균 전력 발생 조건은 $\zeta_m = \zeta_e$ 이라는 것을 확인할 수 있으며, 이 때 최대 전기 출력 값은 $m A_b^2 / 16\omega_n \zeta_e$ 가 된다. 그러나, 이 결과는 전기 손실을 포함한 전기적 영역 (electrical domain)으로의 최대 전력 전달을 의미하는 것이지 전기적 부하(load)로의 최대 전력 전달을 의미하는 것은 아니다⁽¹⁴⁾. 예를 들면, 전자기 유도 방식의 진동 에너지 수확 장치(electromagnetic vibration energy harvester)의 경우, ζ_e 에는 실제 유용한 전기 출력이 발생하는 외부 부하 저항 뿐만 아니라 코일의 저항도 포함되어 있기 때문이다. 따라서,

더욱 엄밀하게는 역학 감쇠 c_m 의 전기적 상사 표현을 포함한 전기적 영역에서의 저항 정합(resistance matching) 조건에서 최대 전력이 발생한다. 그럼에도 불구하고, 내부 저항을 무시할 수 있는 경우에 $\zeta_m = \zeta_e$ 의 관계식은 최대 전력 발생 조건의 개념적 이해에 유용하다⁽¹⁵⁾. 이러한 관계는 전기적 임피던스 정합을 역학 관점에서 바라본 것이다.

2.2 압전 기반 에너지 수확의 수학적 모델

앞에서 살펴 본 점성 감쇠 기반 수학적 모델은 전자기 유도 현상을 이용한 진동 에너지 수확 장치에보다 적합한 방정식이지만, 압전 진동 에너지 수확 장치에 대한 초기의 수학적 모델에서도 압전 연성 효과에 의한 감쇠를 c_e 에 의해 표현하여 사용하였던 방법이기도 하다. 그러나, 전자기 유도 방식에서는 전기 영역의 연성이 상대 속도 \dot{w}_{rel} 에 비례하는 점성 감쇠로 잘 표현되는 반면 압전 연성에 의한 감쇠는 다소 복잡한 성격을 갖는다. 이를 규명하기 위해 압전 진동 에너지 수확 장치의 수학적 모델을 간단히 살펴보도록 한다.

단일 모드에서 동작하는 압전 진동 에너지 수확 장치(Fig. 2 참조)에 대한 지배 방정식은 다음과 같이 표현된다⁽⁷⁾.



$$m_{eq} \ddot{w}_{rel}(t) + c_m \dot{w}_{rel}(t) + k_{eq} w_{rel}(t) + \alpha V_o(t) = -\mu m_{eq} \ddot{w}_b(t) \quad (4a)$$

$$\alpha w_{rel}(t) - C_p V_o(t) = -Q_e(t) \quad (4b)$$

위 식에서 $Q_e(t)$, $V_o(t)$, C_p 및 α 는 각각 전극의 전하량, 출력 전압, 압전 층의 전기 용량 (capacitance), 전기-역학 연성 계수 (piezoelectric coupling coefficient)를 나타내고, μ 는 기저 가진 되는 외팔보 구조물에 대한 수정 계수를 의미한다^(6,7).

기저의 조화 가진에 대해 식 (4)는 또한 주파수 영역에서 다음과 같다.

$$(k_{eq} - \omega^2 m_{eq} + j\omega c_m) \tilde{W}_{rel} + \alpha \tilde{V}_o(t) = \mu m_{eq} A_b \quad (5a)$$

$$j\omega \alpha \tilde{W}_{rel} - j\omega C_p \tilde{V}_o = \tilde{V}_o / R_i \quad (5b)$$

위 식에서 $(\tilde{\cdot})$ 은 복소 물리량을 나타내며, 식

Fig. 2 (a) A typical cantilevered piezoelectric vibration energy harvester and its (b) schematic representation

(5b)의 유도 과정에서 $-dQ_e(t)/dt = V_0(t)/R_l$ 의 관계가 사용되었다. 또한, j 및 ω 는 각각 허수 단위 $\sqrt{-1}$ 및 각 진동수(angular frequency, rad/s)를 나타낸다.

3. 전기 유발 감쇠 특성 및 최대 전력 발생 조건

3.1 압전 기반 에너지 수확의 전기 유발 감쇠

식 (5b)를 \vec{V}_0 에 대해 정리한 후 이를 식 (5a)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \left(k_{eq} - \omega^2 m_{eq} + j\omega c_m + \frac{j\omega\alpha^2 R_l}{1 + j\omega C_p R_l} \right) \vec{W}_{rel} \\ &= \left((k_{eq} + k_{R_l}) - \omega^2 m_{eq} + j\omega(c_m + c_e) \right) \vec{W}_{rel} \quad (6) \\ &= \mu m_{eq} A_b \end{aligned}$$

위 식에서 k_{R_l} 및 c_e 는 각각 압전 연성 효과 및 외부 부하 저항으로 인해 발생하는 강성 및 전기 유발 감쇠로서 다음과 같다.

$$k_{R_l} = \frac{(\omega R_l \alpha)^2 C_p}{1 + (\omega C_p R_l)^2}, \quad c_e = \frac{R_l \alpha^2}{1 + (\omega C_p R_l)^2} \quad (7)$$

유도된 결과를 살펴보면 앞서 언급한 바와 같이 압전 연성 효과가 강성 및 감쇠에도 영향을 미쳐 고유 진동수 및 계의 진동량 모두가 변화될 수 있음을 확인할 수 있다. Fig. 3은 임의로 선정된 압전 진동 에너지 수확 장치($C_p=49.82$ nF, $\alpha=0.0037$ N/V and $\zeta_m=0.01$)에 대해 식 (7)의 결과를 주파수 및 외부 저항의 함수로 나타낸 것이다. 가진주파수별로 차이는 있지만 일반적으로 k_{R_l} 은 외부 저항이 증가함에 따라 그 값이 증가하면서 어떤 값에 수렴하고, c_e 는 최대값 이후로 계속 감소하는 것을 확인할 수 있다. 참고로 외부 부하 저항이 무한대($R_l \rightarrow \infty$)인 개회로(open circuit) 상태의 경우 식 (7)은 각각 $k_{R_l} = \alpha^2/C_p$ 및 $c_e = 0$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서, 폐회로(short circuit, $R_l = 0$)또는 개회로 상태에서의 전기 유발 감쇠 값이 모두 0이므로, 각 상태에서 측정된 압전 진동 에너지 수확 장치의 역할,

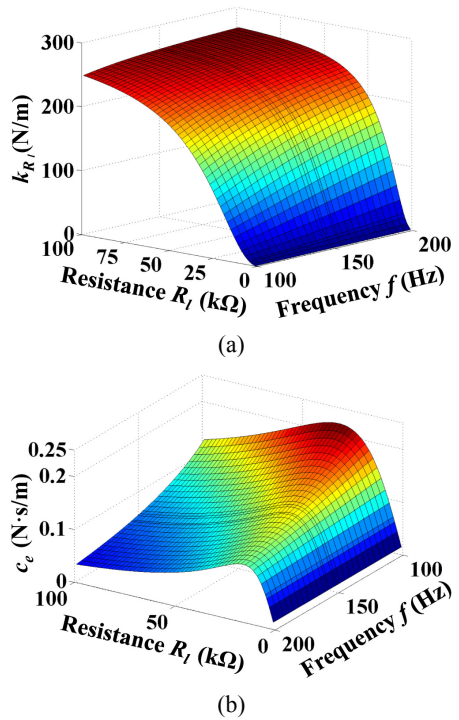


Fig. 3 Plots of (a) k_{R_l} and (b) c_e in Eq. (7) as functions of load resistance (R_l) and frequency ($f = \omega/2\pi$)

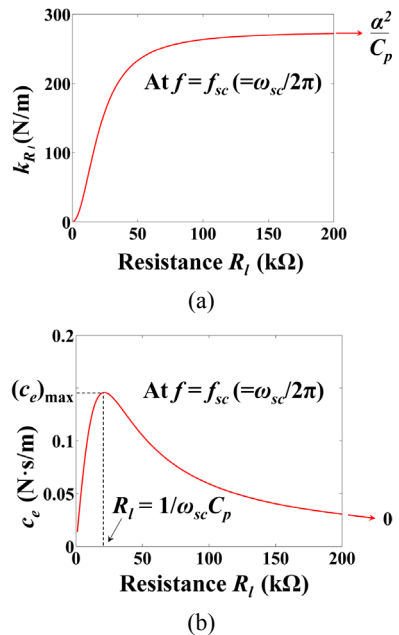


Fig. 4 Plots of (a) k_{R_l} and (b) c_e in Eq. (7) as a function of load resistance (R_l) under $\omega = \omega_{sc}$

감쇠(c_m) 값은 동일해야 함을 추가로 확인할 수 있다.

이번에는 외부 가진주파수가 폐회로 상태의 고유진동수($\omega_{sc} = \sqrt{k_{eq}/m_{eq}}$)와 동일한 경우에 대해 식 (7)을 부하 저항 R_l 만의 함수로서 나타내 보았다 (Fig. 4 참조). 흥미로운 점은 Fig. 3(b)에 보인 바와 같이 c_e 가 모든 가진주파수 ω 에 대해 $R_l = 1/\omega C_p$ 에서 최대값을 가지고, 이에 따라 폐회로 고유진동수 가진 시에는 $R_l = 1/\omega_{sc} C_p$ 에서 최대값을 갖는다는 것이다. 이는 압전 진동 에너지 수확 장치의 등가 회로⁽¹⁶⁾에서 연성 효과를 무시할 수 있는 경우 ($\alpha \approx 0$)에 $C_p \parallel R_l$ 병렬 회로에 대한 정합 저항 (matched resistance)의 크기로서 압전 진동 에너지 수확 장치의 근사 정합 저항의 크기로서 자주 사용된 바 있다^(3,17).

그런데, 어떤 특정한 경우에는 식 (7)에 나타낸 전기 유발 감쇠 c_e 가 구조 이력 감쇠의 특성을 갖게 된다. 즉, 압전 진동 에너지 수확 장치에 연결된 외부 부하 저항의 값이 장치의 내부 임피던스 크기와 같은 최적 임피던스 정합(optimal impedance matching) 상태이면서 $\omega = \omega_{sc}$ 인 경우이다. 이 때 최적 임피던스 정합된 부하 저항은 다음과 같이 표현되며^(3,7), 부하에서의 발생 전력은 최대값을 갖는다⁽⁷⁾.

$$R_l = R_l^{opt} = \frac{1}{\omega_{sc} C_p} \frac{2\zeta_m}{\sqrt{k_e^4 + 4\zeta_m^2}} \quad (8)$$

위 식에서 k_e^2 은 편의 전기-역학 연성 계수 (expedient electromechanical coupling coefficient)로서 압전 진동 에너지 수확 장치의 폐회로 및 개회로 상태의 고유진동수(ω_{oc})와는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$k_e^2 = \frac{\omega_{oc}^2 - \omega_{sc}^2}{\omega_{sc}^2} \quad (9)$$

따라서, 식 (7)에 식 (8) 및 $\omega = \omega_{sc}$ 조건을 대입하면, k_{R_l} 및 c_e 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$k_{R_l} = k_{eq} \frac{4\zeta_m (\zeta_m / k_e^2)}{1 + 8(\zeta_m / k_e^2)^2} \quad (10a)$$

$$c_e = \frac{k_{eq}}{\omega_{sc}} \frac{2\zeta_m \sqrt{1 + 4(\zeta_m / k_e^2)^2}}{1 + 8(\zeta_m / k_e^2)^2} \quad (10b)$$

위 식을 유도함에 있어서 다음과 같은 관계가 사용되었다⁽¹⁷⁾.

$$\frac{\alpha^2}{C_p} = m_{eq} k_e^2 \omega_{sc}^2 = k_{eq} k_e^2 \quad (11)$$

따라서, 식 (10)에서 $\zeta_m / k_e^2 \ll 1$ (또는 $\zeta_m^2 \approx 0$)라는 가정을 이용하면 식 (6)은 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$j(\omega_{sc} c_m + k_{eq} 2\zeta_m) \tilde{W}_{rel} = \mu m_{eq} A_b \quad (12)$$

위 식으로부터 전기 유발 감쇠항 $j k_{eq} 2\zeta_m$ 은 손실 계수가 $2\zeta_m$ 인 구조 이력 감쇠로 표현됨을 확인할 수 있다. 구조물의 공진 상태에서는 역학 점성 감쇠비 ζ_m 이 구조 이력 감쇠의 손실 계수 η_m 과 $\eta_m = 2\zeta_m$ 의 관계를 갖기 때문이다. 위 식의 유도 과정에서 사용된 ζ_m / k_e^2 의 물리적 의미는 압전에 의한 전기 에너지로의 변환 대비 역학 감쇠에 의해 소산되는 에너지의 비율을 나타내며 일반적인 압전 구조물에서는 $\zeta_m / k_e^2 \ll 1$ 의 관계가 성립한다⁽¹⁸⁾.

또한, 식 (10a) 및 (12)로부터 최적 임피던스 정합된 부하 저항을 갖는 공진 상태의 압전 진동 에너지 수확 장치에서는 $\zeta_m / k_e^2 \ll 1$ 일 때 압전 연성으로 인한 강성 증가 효과가 사라짐을 추가로 확인할 수 있다.

3.2 최대 전력 발생 조건과 전기 유발 감쇠

지금부터는 앞서 유도된 결과들을 이용하여, 압전 진동 에너지 수확 장치의 최대 전력 발생 조건이 $\zeta_e = \zeta_m$ 이 됨을 다양한 방법으로 유도해 보고자 한다. 이는 일부 문헌^(2,12,13)에서 참고문헌 인용없이 언급되고 있는 내용으로서 압전 진동 에너지 수확 장치의 에너지 변환 현상을 이해하는데 많은 도움이 된다.

앞서 살펴본 식 (12)가 유도된 조건은 부하 저항

에서 최대 전력이 발생하는 경우이다. 전기 유발 감쇠를 등가의 점성 감쇠 c_e 로 간주한다면, 식 (12)의 $k_{eq} \cdot 2\zeta_m$ 은 $\omega_{sc} c_e$ 와 같고,

$$\omega_{sc} c_e = 2\zeta_e \omega_{sc}^2 m_{eq} = k_{eq} \cdot 2\zeta_e \tag{13}$$

이므로, $\zeta_e = \zeta_m$ 의 관계를 얻는다.

이번에는 식 (10)의 결과를 이용하지 않고, 식 (7)의 c_e 에 식 (8) 및 $\omega = \omega_{sc}$ 조건을 대입한 아래 관계를 이용하고자 한다.

$$c_e = 2\zeta_e \omega_{sc} m_{eq} = \frac{R_l^{opt} \alpha^2}{1 + (\omega_{sc} C_p R_l^{opt})^2} \tag{14}$$

위 식을 전기 유발 감쇠비 ζ_e 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\zeta_e = \frac{\zeta_m k_e^2 \sqrt{k_e^4 + 4\zeta_m^2}}{k_e^4 + 8\zeta_m^2} = \frac{\zeta_m \sqrt{1 + (\zeta_m/k_e^2)^2}}{1 + 8(\zeta_m/k_e^2)^2} \tag{15}$$

따라서, 위 식으로부터 $\zeta_m/k_e^2 \ll 1$ 의 조건 하에 $\zeta_e = \zeta_m$ 의 관계가 성립함을 확인할 수 있다.

최대 발생 전력 조건과 감쇠 인자들간의 관계는 다음과 같이 유도될 수도 있다. 위에서 살펴 본 과정과는 반대로 이제는 $\zeta_e = \zeta_m$ 이기 위한 R_l 의 조건은 무엇인지 유도해 본다. $\zeta_e = \zeta_m$ 이므로, 식 (14)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2\zeta_m \omega_{sc} m_{eq} = \frac{R_l \alpha^2}{1 + (\omega_{sc} C_p R_l)^2} \tag{16}$$

위 식을 R_l 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$R_l = \frac{1}{\omega_{sc} C_p} \frac{4\zeta_m}{k_e^2 + \sqrt{k_e^4 - 16\zeta_m^2}} \tag{17}$$

$$= \frac{1}{\omega_{sc} C_p} \frac{4\zeta_m/k_e^2}{1 + \sqrt{1 - 16(\zeta_m/k_e^2)^2}}$$

따라서, $\zeta_m/k_e^2 \ll 1$ 인 경우

$$R_l = R_l^{opt} \approx \frac{1}{\omega_{sc} C_p} \frac{4\zeta_m}{k_e^2} \tag{18}$$

가 되어 같은 조건에서 근사화된 식 (8)과 같아진다.

3. 결 론

압전 진동 에너지 수확 장치의 전기-역학 연성 운동 방정식을 이용하여 전기 유발 감쇠의 특징에 대해 살펴보았다. 일반적으로 압전 연성 효과 및 부하 저항은 계의 강성뿐만 아니라 감쇠에도 영향을 미친다. 이에 대한 명시적인 관계식을 유도해 보았다. 또한, 압전 진동 에너지 수확 장치가 폐회로 고유진동수로 가진되고 부하 저항이 최적 임피던스 값으로 정합되었을 때, $\zeta_m/k_e^2 \ll 1$ 의 조건하에서 추가 강성은 사라지고 유발 감쇠가 구조 이력 감쇠의 특성을 가짐을 살펴보았다. 동일한 조건하에 등가의 전기 유발 점성 감쇠비가 계의 비연성 역학 감쇠비와 동일할 경우($\zeta_e = \zeta_m$) 최대 전력 발생 조건이 됨을 유도하였다. 이는 압전 진동 에너지 수확 장치뿐만 아니라 동일한 원리로 작용하는 압전 분기 감쇠를 이해하는데 매우 유용할 것이다.

후 기

이 논문은 2013년도 대구가톨릭대학교 교내 연구비 지원에 의한 것임.

References

- (1) Roundy, S., Wright, P. K. and Rabaey, J., 2003, A Study of Low Level Vibrations as A Power Sources For Wireless Sensor Nodes, Computer Communications, Vol. 26, No. 11, pp. 1131~1144.
- (2) Cook-Chennault, K. A., Thambi, N. and Sastry, A. M., 2008, Powering MEMS Portable Devices-a Review of Non-regenerative and Regenerative Power Supply Systems with Special Emphasis on Piezoelectric Energy Harvesting Systems, Smart Materials and Structures, Vol. 17, No. 4, pp. 043001.
- (3) Liao, Y. and Sodano, H. A., 2008, Model of a Single Mode Energy Harvester and Properties for Optimal Power Generation, Smart Materials and Structures, Vol. 17, No. 6, pp. 065026.
- (4) Roundy, S. and Wright, P. K., 2004, A Piezoelectric Vibration based Generator for Wireless Electronic, Smart Materials and Structures, Vol. 13, No.

5, pp. 1131~1142.

(5) Erturk, A. and Inman, D. J., 2008, A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 130, No. 4, pp. 041002.

(6) Erturk, A. and Inman, D. J., 2008, Issues in Mathematical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters, *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 6, pp. 065016.

(7) Kim, J. E. and Kim, Y. Y., 2011, Analysis of Piezoelectric Energy Harvesters of a Moderate Aspect Ratio with a Distributed Tip Mass, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 133, No. 4, pp. 041010.

(8) Chen, S.-N., Wang, G.-J. and Chien, M.-C., 2006, Analytical Modeling of Piezoelectric Vibration-induced Micro Power Generator, *Mechatronics*, Vol. 16, No. 7, pp. 379~387.

(9) Glynn-Jones, P., Beeby, S. P. and White, N. M., 2001, Towards a Piezoelectric Vibration-powered Microgenerator, *IEE Proceedings on Science, Measurement and Technology*, Vol. 148, No. 2, pp. 68~72.

(10) Sodano, H. A., Park, G. and Inman, D. J., 2004, Estimation of Electric Charge Output for Piezoelectric Energy Harvesting, *Strain*, Vol. 40, No. 2, pp. 49~58.

(11) Lesieutre, G. A., Ottman, G. K. and Hofmann, H. F., 2004, Damping as a Result of Piezoelectric Energy Harvesting, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 268, No. 3-5, pp. 991~1001.

(12) Roundy, S., Wright, P. K. and Rabaey, J. M., 2004, Energy Scavenging for Wireless Sensor Networks with Special Focus on Vibrations, *Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, USA*.

(13) Beeby, S. P., Tudor, M. J. and White, N. M., 2006, Energy Harvesting Vibration Sources for Microsystems Applications, *Measurement Science and Technology*, Vol. 17, No. 12, pp. R175~R195.

(14) Stephen, N. G., 2006, On Energy Harvesting from Ambient Vibration, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 293, No. 1-2, pp. 409~425.

(15) Beeby, S. P., Torah, R. N., Tudor, M. J., Glynn-Jones, P., O'Donnell, T., Saha, C. R. and Roy, S., 2007, A Micro Electromagnetic Generator for Vibration Energy Harvesting, *Journal of Micromechanics*

and Microengineering, Vol. 17, No. 7, pp. 1257~1265.

(16) Kim, J. E., 2010, Analysis of Vibration-powered Piezoelectric Energy Harvesters by Using Equivalent Circuit Models, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 20, No. 4, pp. 397~404.

(17) Kim, J. E., 2015, On the Energy Conversion Efficiency of Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Devices, *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 39, No. 5, pp.499~505.

(18) duToit, N. E. and Wardle, B. L., 2007, Experimental Verification of Models for Microfabricated Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 5, pp. 1126~1137.

Appendices

식 (7)에 나타난 압전 진동 에너지 수확 장치의 등가 전기 유발 감쇠 c_e 는 식 (6)의 첫 번째 표현 및 감쇠력에 의해 1 주기당 소산되는 에너지 ΔE 를 이용하여 구할 수도 있다. 다만, 이 경우에는 유도 과정을 간단히 하기 위해 처음부터 공진 상태($\omega = \omega_{sc}$)를 가정한다. 등가의 전기 유발 점성 감쇠력에 의해 1 주기당 발생하는 에너지는 다음과 같다.

$$\Delta E = \pi \omega_{sc} c_e |\tilde{W}_{rel}|^2 \tag{A1}$$

그런데, 역학 감쇠 없이 전기 유발 감쇠만을 고려하면($c_m = 0$), 식 (6)으로부터 상대 변위의 크기 $|\tilde{W}_{rel}|$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$|\tilde{W}_{rel}|^2 = (\mu m_{eq} A_b)^2 \frac{1 + (\omega_{sc} C_p R_t)^2}{\alpha^2 (\omega_{sc} \alpha R_t)^2} \tag{A2}$$

또한, ΔE 는 부하 저항에서의 평균 전력 P_{out} 을 이용하여 다음과 같이 구할 수도 있다⁽⁷⁾.

$$P_{out}|_{c_m=0} = \frac{1}{2} \frac{R_t (\mu \alpha A_b)^2}{(C_p R_t k_{sys}^2 \omega_{oc}^2)^2} \tag{A3}$$

따라서, 식 (A1)~(A3)로 부터 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} & \pi \omega_{sc} c_e (\mu m_{eq} A_b)^2 \frac{1 + (\omega_{sc} C_p R_l)^2}{\alpha^2 (\omega_{sc} \alpha R_l)^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{R_l (\mu \alpha A_b)^2}{(C_p R_l k_{sys}^2 \omega_{oc}^2)^2} \frac{2\pi}{\omega_{sc}} \end{aligned} \quad (A4)$$

식 (11)의 관계를 이용하고, 위 식을 c_e 에 대해 정리하면 식 (7)의 c_e 에 대한 식과 동일한 결과를 얻게 된다.



Jae Eun Kim received his Ph.D. in Mechanical Engineering from Seoul National University, Korea in 2005. He is on the faculty of School of Mechanical and Automotive Engineering at Catholic University of Daegu. His

main research interest is the smart material-based acoustic/vibration energy control and conversion including the computational optimization of multi-physics systems.